CORNELL UNIVERSITY LIBRARY
3 1924 106 492 725

AS
262
A625++
Ser. 7
v. 38

CORNELL
UNIVERSITY
LIBRARY

CORNELL UNIVERSITY LIBRARY
3 1924 106 492 725

MÉMOIRES

DE

L'ACADÉMIE IMPÉRIALE DES SCIENCES

DE

SAINT-PÉTERSBOURG

VII^E SÉRIE.

TOME XXXVIII.

(Avec 21 planches)

SAINT-PÉTERSBOURG, 1892.

Commissionnaires de l'Académie Impériale des sciences:

à St.-Pétersbourg:	à Riga:	à Leipzig:
M. Eggers et C^ie & J. Glasounof.	M. N. Kymmel.	Voss' Sortiment (G. Haessel).

Prix: 16 Roubl. 25 Cop. = 40 Mk. 85 Pf.

Imprimé par ordre de l'Académie Impériale des sciences.

Septembre, 1892. A. Strauch, Secrétaire perpétuel.

Imprimérie de l'Académie Impériale des sciences.
Vass.-Ostr. 9e ligne, № 12.

122724C

TABLE DES MATIÈRES

DU TOME XXXVIII.

№ 1.

Die Jura-Fische von Ust-Balei in Ost-Sibirien. Von Dr. **J. V. Rohon.** (Mit 2 Tafeln). 20 pages.

№ 2.

Bemerkungen über die Schildkrötensammlung im zoologischen Museum der Kaiserlichen Akademie der Wissenschaften zu St. Petersburg. Von Dr. **Alexander Strauch.** (Mit 4 phototypischen Tafeln). 128 pages.

№ 3.

Inductions-Inclinatorium neuer Construction und Bestimmung der absoluten Inclination mit demselben in Pawlowsk. Von **H. Wild.** (Mit 2 Tafeln). 66 pages.

№ 4.

Arbeiten aus dem botanischen Laboratorium der Kaiserlichen Akademie der Wissenschaften zu St. Petersburg. № 1. Beitrag zur Symbiose von Algen und Thieren. Von **A. Famintzin.** Aus dem Russischen übersetzt. (Mit 1 Tafel). 16 pages.

№ 5.

Die Embryonalentwicklung von Phyllodromia (Blatta) germanica. Von **N. Cholodkowsky.** (Mit 6 Tafeln). 120 pages.

№ 6.

Ueber die Vertheilung der Wärme in einer einseitig bestrahlten schwarzen Kugel. Eine actinometrische Studie von **O. Chwolson.** 69 pages.

№ 7.

Die Abbildungen der nordischen Seekuh [*Rhytina gigas* Zimm]. Mit besonderer Berücksichtigung neu aufgefundener handschriftlicher Materialien in Seiner Majestät Höchst Eigenen Bibliothek zu Zarskoje Sselo. Von **Eug. Büchner.** (Mit einer phototypischen Tafel). 24 pages.

№ 8.

Calculs et Recherches sur la Comète d'Encke publiés par **O. Backlund.** I. Tables pour le calcul de l'anomalie excentrique et du logarithme du rayon vecteur. 60 pages.

№ 9.

Sur les nombres entiers dépendants d'une racine cubique d'un nombre entier ordinaire. (A la mémoire de G. Zolotareff). Par **André Markoff.** 37 pages.

№ 10.

Einige Beiträge zur Bildung des Mantels der Ascidien. Von **A. Kowalevsky.** (Mit 2 Tafeln). 20 pages.

№ 11.

Ueber die Bewegung einer gewissen Gruppe der kleinen Planeten. Von **O. Backlund.** 54 pages.

№ 12.

Ein Beitrag zur Kenntniss der Excretionsorgane der Pantopoden. Von **A. Kowalevsky.** (Mit 1 Tafel). 9 pages.

№ 13.

Die obersilurischen Fische von Oesel. Von Dr. **J. Victor Rohon.** I. Theil. *Thyestidae* und *Trematapidae.* (Mit 2 Tafeln). 88 pages.

№ 14 ET DERNIER.

Sur l'intégrale $\int_a^b F(x)\,\frac{dx}{z-x}$. Par **N. Sonine** à Varsovie. 44 pages.

MÉMOIRES
DE
L'ACADÉMIE IMPÉRIALE DES SCIENCES DE ST.-PÉTERSBOURG, VII^e SÉRIE.
TOME XXXVIII, N° 1.

DIE JURA-FISCHE VON UST-BALEI

IN

OST-SIBIRIEN.

VON

Dr. J. V. Rohon.

(Mit 2 Tafeln.)

Lu le 30 janvier 1890.

ST.-PÉTERSBOURG, 1890.

Commissionnaires de l'Académie Impériale des sciences:

à St.-Pétersbourg:	à Riga:	à Leipzig:
M. Eggers & C^ie et J. Glasounof;	M. N. Kymmel;	Voss' Sortiment (G. Haessel).

Prix: 80 Kop. = 2 Mrk.

MÉMOIRES
DE
L'ACADÉMIE IMPÉRIALE DES SCIENCES DE ST.-PÉTERSBOURG, VII^E SÉRIE.
TOME XXXVIII, N° 1.

DIE JURA-FISCHE VON UST-BALEI

IN

OST-SIBIRIEN.

VON

Dr. J. V. Rohon.

(Mit 2 Tafeln.)

Lu le 30 janvier 1890.

ST.-PÉTERSBOURG, 1890.

Commissionnaires de l'Académie Impériale des sciences:

à St.-Pétersbourg:	à Riga:	à Leipzig:
M. Eggers & C^ie et J. Glasounof;	M. N. Kymmel;	Voss' Sortiment (G. Haessel).

Prix: 80 Kop. = 2 Mrk.

Imprimé par ordre de l'Académie Impériale des sciences.

Août 1890. A. Strauch, Secrétaire perpétuel.

Imprimerie de l'Académie Impériale des sciences.
Vass.-Ostr., 9 ligne, № 12.

EINLEITUNG.

Das im Nachfolgenden beschriebene Material fossiler Fische wurde von A. Czekanowski und R. Maack im Dorfe Ust-Balei an der Angara, einer rühmlichst bekannten Fundstätte in Ost-Sibirien, mit zahlreichen Abdrücken von fossilen Pflanzen, Resten von Insecten und Crustaceen entdeckt und der Kaiserlichen Akademie der Wissenschaften zu St. Petersburg unterbreitet. In Anbetracht der Bedeutung, welche dem Material in geologischer Beziehung zukommt, erfolgt dessen Beschreibung an dieser Stelle.

Die in geringer Anzahl gefundenen kleinen dunkelbraunen Fischabdrücke, aus denen sich unser Untersuchungsmaterial zusammensetzt, liegen teils in einem graugelblichen, in compacte Steinplatten gespaltenen Thonschiefer, teils in einem ebenso gespaltenen, grauen sandigen Thonschiefer; sie sind im Allgemeinen wohl erhalten.

Ust-Balei liegt am Angara-Flusse, 60 Werst nördlich von der Gouvernements-Stadt Irkutsk, bei 51° n. Breite. Czekanowski war es, der zuerst die an fossilen Pflanzen reichen Schichten dieses interessanten Fundortes zum Jura-System rechnete. Herr Akademiker Fr. Schmidt und der verstorbene Professor O. Heer haben sich der Ansicht von Czekanowski angeschlossen.

Ueber die Lagerungsverhältnisse der Schichten von Ust-Balei schreibt Czekanowski Folgendes[1]). «Ein nicht hoher, aber steiler Felsabsturz, gleich unterhalb des Dorfes Ust-Balei, der als ein Vorgebirge in die Angara hinausragt, zog meine ganze Aufmerksamkeit auf sich, wegen der Eigenschaften des hier aufgedeckten Thonschiefers, der die Grundlage der steilen, aus hartem, in verschiedener Richtung gespaltenen Sandstein beste-

1) Czekanowski, A: Geologische Untersuchung der Irkutsker Gubernie. Verhandlungen der sibirischen Abteilung der Kaiserlichen Russischen Geographischen Gesellschaft, Bd. XI, Irkutsk 1874, pag. 164. Das Citat ist eine Uebersetzung aus dem Russischen.

henden Felswand bildet. Der Schiefer besitzt in seinem oberen Teil wegen seiner ausgezeichneten Schichtung, feiner und gleichmässiger Zusammensetzung und Festigkeit alle Eigenschaften zur vorzüglichen Erhaltung organischer Ueberreste. In seinem unteren Teil nimmt derselbe Sand auf, geht in thonig-sandigen Schiefer über, und führt hier sphaeroidische, mehr harte Concretionen von gleicher Art, welche aber ebenso beschaffene Schichtung darstellen; noch tiefer geht der Schiefer in Sandstein über. Derartigen Veränderungen begegnet man auch in der Verlängerung der Schicht, welche übrigens in Folge der Unterwaschung des steilen Ufers durch den Fluss entstandene Verschiebungen erleidet. Auf der unbedeutenden Längenerstreckung des Felsens ändert sich die Mächtigkeit der Schicht, richtiger des Lagers vom Thonschiefer bedeutend. Beim Vorgebirge beträgt seine Mächtigkeit zwei Faden, von da an schrumpft dieselbe nach beiden Seiten hin bis auf $^2/_3$ Faden zusammen.

«In diesem Thonschiefer, fast auf dem Vorgebirge selbst, im oberen Teile dieses Lagers gelang es mir vortrefflich erhaltene Abdrücke von Pflanzen nebst Resten von Insecten und Crustaceen zu finden. Etwas stromaufwärts vom Vorgebirge fand ich in dem sandigen Thonschiefer Fischreste. Durch die homocerke Bildung des Schwanzes beweisen diese Fische die Irrigkeit der früheren Meinung in Betreff des Alters der Irkutsker kohlenführenden Schichten; seit dieser Zeit bezeichne ich diese Schichten als Irkutsker jurassische. Späterhin habe ich während meines mehrmaligen Besuches in Ust-Balei die Fischreste auch in Schiefern des Cap selbst gefunden».

Zur Charakteristik der Flora und Fauna aus dieser Jura-Zeit mögen einige Daten angeführt werden. So ergab sich zunächst aus den Untersuchungen von Oswald Heer, dass die Pflanzen von Ust-Balei 15 Arten enthalten, von denen mehr als die Hälfte den Coniferen angehören. «Die dominirenden Pflanzen — sagt O. Heer[1]) — sind hier die Coniferen, welche in 4 Familien erscheinen, von denen die Taxineen und die Gruppe der Salisburieen in einer Fülle von Arten ausgeprägt wurden. Mehrere dieser Arten treten massenhaft auf, so die *Baiera longifolia*, *Ginkgo sibirica* und *lepida*, *Czekanowskia setacea* und *C. rigida*».

Bezüglich der näheren Bestimmung der pflanzenführenden Schichten äussert sich O. Heer folgendermassen[2]): «Wir haben das Weltalter, in welchem dieses Leben in Ost-Sibirien und am Amur sich kundgab, als das des braunen Jura (Dogger) bezeichnet, haben dies aber nun noch näher nachzuweisen. Das den Schluss dieser Einleitung bildende Verzeichniss der Arten zeigt uns, dass 15 der aufgezählten Arten anderwärts gefunden worden sind, und zwar 6 Arten in dem unteren Oolith oder braunen Jura von Yorkshire (aus der Gegend von Scarborough), 7 im braunen Jura des Cap Boheman in Spitzbergen (bei 78°25′ n. Br.), 3 auf der Insel Andö, 1 in den Kohlenschiefern von Stabbarp in Schonen,

1) Heer, O.: Beiträge zur Jura-Flora Ostsibiriens und des Amurlandes. Mémoires de l'Académie Impériale des sciences de St. Pétersbourg, VII série, Tome XXII, № 12 et dernier. Mit 31 Tafeln. St. Pétersbourg, 1876, pag. 7.

2) Heer, O.: Ibidem, pag. 14.

1 im Korallenkalk von Frankreich, 2 im unteren Jura von Kamenka in Südrussland, 1 aus der Gegend von Orenburg, 3 im Oolith Persiens und 1 Art in der Rajmahal Series Indiens. Es sind dies daher alles Pflanzen der Jura-Formation, und zwar ist es der mittlere braune Jura (das Bathonien), welcher die meisten gemeinsamen Arten beherbergt».

In seinem Nachtrag sagt O. Heer[1]) Folgendes: «Die neue Sammlung des Herrn Maack enthält im Ganzen etwa 40 Pflanzen-Arten. Von diesen sind 15 Arten neu für Ust-Balei, so dass die Zahl der Arten für Ust-Balei nun auf 63 gestiegen ist. Von diesen 15 Arten sind 5 von anderwärts bekannt: die *Baiera pulchella* wurde am Amur und an der Bureja, bei Ajakit am Eismeer, die *Cyathea Tchichatcheri* Schmalh. in Kusnezk und im Petschora-Lande und *Pinus prodromus* am Cap Boheman in Spitzbergen gefunden. Zehn Arten sind als neu zu bezeichnen. Von diesen dürften zwei Blüthenstände, die ich noch nicht in befriedigender Weise zu deuten vermochte, das meiste Interesse beanspruchen; aber auch die Zapfen der neuen Gattung *Schidolepium* und die mancherlei neuen Aufschlüsse, die wir über die Gattungen *Phyllotheca*, *Gingko*, *Czekanowskia*, *Baiera* und *Leptostrobus* erhalten, erweitern unsere Kenntisse der Jura-Flora. Beachtenswerth ist, dass die Sammlung des Herrn Maack zahlreiche Blüthenkätzchen von *Baiera* und *Gingko* enthält; es müssen daher die ausgebeuteten Schichten zur Zeit der Blüthe dieser Bäume abgelagert worden sein».

Hievon einigermassen abweichende Verhältnisse weisen die Insecten derselben Fundstelle auf. Nach den Untersuchungen von Fried. Brauer, Jos. Redtenbacher und Ludw. Ganglbauer[2]) befanden sich in der aus beiläufig 120 Exemplaren bestehenden Insecten-Sammlung von Ust-Balei 23 Arten und einige unbestimmbare Reste; nur eine einzige Art stammt von der Turga, alle übrigen aus Ust-Balei.

«Die uns—schreiben Brauer, Redtenbacher und Ganglbauer[3])—aus St. Petersburg zugekommenen fossilen Insekten aus Ust-Balei und von der Turga gehören nun nach unserer Ansicht der Liasformation an, da einige derselben, besonders Käferreste, *Blattina*, *Bascopsis* etc., die grösste Aehnlichkeit mit den von O. Heer (Urwelt der Schweiz) aus dem Lias beschriebenen Formen zeigen, und eine derselben *(Palaeocossus)* sogar vollkommen identisch ist mit der von Butler als Schmetterling beschriebenen Form *(Palaeontina oolithica)* aus den Stonesfield-Schiefern.

«Von besonderem Interesse sind die Reste von 2 Perliden-Arten, da diese Insekten bisher nur aus tertiären Schichten bekannt waren, und eine derselben Merkmale zeigt, die bei keiner lebenden Form auftreten. Die grossen Agrioniden-Larven dürften Formen angehören, welche in der Jetztzeit nur auf dem Continent des tropischen Amerika's vorkommen.

---

1) Heer O.: Nachträge zur Jura-Flora Sibiriens, gegründet auf die von Herrn Richard Maack in Ust-Balei gesammelten Pflanzen. Mémoires de l'Académie Impériale des sciences de St. Pétersbourg, VII série, Tome XXVII, № 10. St. Pétersbourg 1880, pag. 1.

2) Brauer Fried., Redtenbacher Jos. und Ganglbauer Ludw.: Fossile Insekten aus der Juraformation Ost-Sibiriens. Mémoires de l'Académie Impériale des sciences de St. Pétersbourg, VII série, Tome XXXVI, № 15. St. Pétersbourg 1889.

3) Brauer, Redtenbacher und Ganglbauer: Ibidem pag. 2 und 3.

«Von den beschriebenen Formen sind 13 als Larven entschiedene Wasserbewohner, während einige andere *(Baseopsis, Blattiden, Panorpa, Mesopsychoda)* zwar nicht im Wasser selbst, aber an feuchten Orten, am Strande unter Schilf u. dgl. leben. Die oben erwähnten Perliden-Larven lassen mit Sicherheit vermuthen, dass die Wasserfläche in Verbindung stand mit einigen klaren Bächen».

Es ist endlich ein interessantes und anmutiges Bild, welches Oswald Heer von jener Jura-Gegend entwirft; da dasselbe Manches zum allgemeinen Verständniss des hier besprochenen ichthyologischen Materials beitragen dürfte, so führe ich die Schilderung Heer's wörtlich an[1]):

«Der relativ grosse Reichthum an Pflanzenarten, der uns in der Juraformation Sibiriens und des Amurlandes entgegentritt, zeigt uns, dass das Festland damals in dortiger Gegend eine bedeutende Ausdehnung gehabt haben muss. Die Sandsteine, Thon- und Kohlenlager, die in der Gegend von Irkutsk, am oberen Amur und an der Bureja sich gebildet haben, können nicht auf kleinen Inseln entstanden sein. Sie lassen auf ein grösseres zusammenhängendes Festland schliessen, dass über jenen Teil Ostasiens sich ausgebreitet hat, wofür auch angeführt werden kann, dass, wie Herr Fr. Schmidt versichert, erst gegen den Nordrand Sibiriens, am Wilui, am Olenek, an der Anabara und am Jenissei marine Juraschichten auftreten. Auf diesem Festlande fanden sich Süsswasserseen, welche in die Bäche aus dem umliegenden Hügelland Sand und Schlamm zuführten. In diesem wurden die Blätter, Blüthen und Früchte eingebettet, welche vom nahen Ufer in den See gefallen oder auch von Wind und Wasser herbeigeführt waren. In ihnen spiegelt sich daher die Vegetation, welche diese Seen umrahmt hat. Die Bilder, welche auf Tafel I bis XV die Pflanzen darstellen, welche von Ust-Balei auf uns gekommen sind, gestatten uns einen Einblick in den Urwald jener alten Jurazeit. Gramineen und Cyperaceen, welche wir in der Jetztwelt fast immer an solchen Seeufern finden, fehlen, ebenso die Laubbäume und die Laubsträucher. Diese sind aber gewissermassen ersetzt durch die *Ginkgo*bäume und die *Baieren*, welche zwar zu den Nadelhölzern gehören, aber die ausgebreiteten Blattflächen der Laubbäume haben. Nach Analogie der lebenden *Ginkgo biloba*, werden die Arten des Jura hohe Bäume gebildet haben; ihre ausgespreitzten Aeste waren an ihren Verzweigungen mit Kurzzweigen besetzt, welche die mannigfach gelappten, handförmigen Blätter in Büschel vereinigt trugen. Ihre zarten Blüthenähren wurden abgeworfen und fielen in Menge ins Wasser, und da selbst ihre Antheren erhalten blieben, können sie nicht weit hergeschwemmt sein. Diese Ginkgo-Bäume und Baieren haben daher wohl das Ufer des Sees beschattet und sich da in einer wunderbaren Mannigfaltigkeit von Formen entfaltet, so dass zur Jurazeit dieser Fleck Erde ein Lieblingsplatz für sie gewesen sein muss.

«Eine ganz andere, lärchenartige Tracht müssen die *Czekanowskien* mit ihren Büscheln

1) Heer, O.: Beiträge zur Jura-Flora u. s. w., pag. 13 und 14.

haarfeiner Blätter gehabt haben, und wieder eine andere die *Brachyphyllen* mit ihren dicken, beschuppten Zweigen und die *Leptostroben*, denen wir keine ähnlichen Pflanzenformen aus der Lebenswelt an die Seite zu setzen wüssten. In Gesellschaft dieser uns so fremdartigen Baumtypen erscheinen aber zwei Tannen, und lassen vermuthen, dass Tannenwälder schon in jener fernen Zeit die Hügelketten begleitet haben. Auf trockenen Hügeln hatten sich wahrscheinlich die Ephedren angesiedelt, in den feuchten Niederungen dagegen bildeten wohl die Farn die Kräuter, die Pandaneen aber das Strauchwerk. Jene überzogen den Boden mit ihren fein zerteilten, zierlichen Blattwedeln, diese aber erhoben sich, nach Analogie der lebenden Arten, zu mächtigen, breiten und vielfach verzweigten, lebhaft grünen Büschen, aus deren langen Blattrosetten die Fruchtzapfen herunterhingen.

«Das stille Gewässer des Sees war stellenweise von grünen Wasserfaden *(Conferviles subtilis)* überzogen. Zwischen ihnen tummelten sich kleine Fische und zahlreiche Larven von Florfliegen, während Chrysomelen und Prachtkäfer (Buprestеn) auf den Blättern sich sonnten».

Nunmehr frägt es sich, in welchem Verhältniss stehen die sogleich zu beschreibenden Fische zu den soeben angeführten Betrachtungen? Zunächst ist des auffallenden Umstandes zu erwähnen, wonach unsere Fische gegenüber der mannichfaltig entwickelten Flora und den Insecten in einer verhältnissmässig sehr geringen Anzahl der Arten erscheinen. Während nämlich die Pflanzen von Ust-Balei auf 63 Arten und die Insecten auf 23 Arten sich verteilen, sind unter den 22 Stücken, welche mir vorliegen, 3 Jugendformen und nach meinem Dafürhalten nur wenige Arten vorhanden. Letztere zerfallen der Schwanzbildung nach in drei Gruppen: in *Heterocerci*, *Hemi-Heterocerci* und *Homocerci*. Einige von ihnen zeigen vollkommene Uebereinstimmung mit gewissen Palaeoniscіden, die meisten aber dürften den Lepidosteiden angehören, während wiederum andere sich den Clupeiden nähern. Die Repraesentanten der letzteren Fischgruppe beginnen im oberen Jura, die Palaeoniscіden reichen nicht über den unteren Jura (Lias) hinaus, wogegen die Lepidosteiden mit Ausnahme des permischen *Acentrophorus*, in Europa aus der Trias und unt. Kreide und nur in Amerika auch aus den tertiären Ablagerungen bekannt sind, doch beschränkt sich ihre Hauptverbreitung auf die Jurazeit[1]).

Demgemäss dürfen wir wohl die hier besprochenen Fische im Allgemeinen den Jura-Fischen zuteilen, was auch einigermaassen der vorhin angeführten geologischen Altersbestimmung von den die Fische beherbergenden Schichten in Ust-Balei entsprechen würde.

Für die Repraesentanten der Lepidosteiden tritt ausserdem der charakteristische Umstand hervor, dass nämlich von den bei der Classification dieser Fisch-Gruppe eine so bedeutende Rolle spielenden Zähnen am Kiefer-Apparat nicht ein Mal eine Spur aufzufinden ist; ich muss aber bemerken, dass besonders die Unterkieferstücke an mehreren Exemplaren in mög-

1) Vergl: Zittel v.: Handbuch der Palaeontologie. Bd. III., Lief. 1. München und Leipzig 1887, pag. 188 und 202.

lichst treuem Abruck verliegen. Als einen weiteren charakteristischen Zug für die Lepidosteiden von Ust-Balei kann ich neben ihrer Kleinheit die durchgehends dünnen Schuppen von rhombischer und rhomboidischer Gestalt anführen; bei den Schuppen kann man nicht selten den einfach vorhandenen, nach vorne gerichteten Fortsatz zur Einlenkung mit der benachbarten Schuppe begegnen. Die Wirbelsäule ist meist knorpelig oder partiell verknöchert, nur in einem Falle kommen scheinbar vollkommen verknöcherte Wirbel vor. Während der Kiemendeckel-Apparat in den meisten Fällen wohl ausgebildet zu sein scheint, bleiben dagegen die Kiemenhautstrahlen mehr oder weniger schwach entwickelt. Die Oberfläche der Schuppen ist entweder glatt oder sie zeigt concentrische Zuwachsstreifen. Die Flossen setzen sich aus meist wohl gegliederten Strahlen zusammen und erhalten meistens eine Fulcrenbedeckung, welche sich dann nicht allein auf die Caudalflosse, sondern auch auf die Rücken- und Analflossen erstreckt.

In Folge der eben aufgezählten anatomischen Verhältnisse machen die in Rede stehenden Lepidosteiden den Eindruck einer aus gewissermassen persistirenden Jugendformen zusammengesetzten Fischgruppe, welche gleichsam eine Zwischen- oder Uebergangsfauna von den Ganoiden zu den Teleostiern bildet. Damit stimmt auch das gleichzeitige Vorkommen von Repraesentanten der Clupeiden überein, welche sich jedoch durch den Besitz rhomboidischer Schuppen den Lepidosteiden anschliessen.

Die ganze ichthyologische Fauna von Ust-Balei weist demnach darauf hin, dass diese Fische in einem von jedwedem Meereswasser abgeschlossenen See und während einer lang anhaltenden geologischen Periode gelebt haben; nur auf diese Weise lässt sich der — wenn ich mich so ausdrücken darf — specifische Charakter der kleinen Tierchen erklären.

Als weitere Consequenz hievon erscheinen die wesentlichen Unterschiede, durch welche sich die Fische von Ust-Balei einerseits von denen der Turga in Transbaikalien, andererseits von solchen Indiens entfernen, indem die Turga-Fische aus ächten Teleostiern[1]) und die indischen[2]) aus typischen Lepidosteiden *(Stylodontidae* und *Sphaerodontidae)* bestehen.

Was endlich die geologischen Beziehungen anbelangt, so wird deren Erörterung später erfolgen.

---

1) Vergl. Müller, Johannes: Fossile Fische. Middendorff's, v. A. Th.: Reise in den äussersten Norden und Osten Sibiriens. Bd. I. St. Petersburg 1848, pag. 259—264.

2) Vergl. Egerton, Sir Philipp: On some remains of Ganoid Fishes from the Decan. Memoirs of the geological Survey of India. Palaeontologia Indica. Ser. IV, Vol. I. Calcutta 1878.

Beschreibung der Arten.

I. DIE JUGENDFORMEN (LARVEN).

Taf. I, Figuren 2, 3 und 4; Taf. II, Fig. 22.

Die drei hier abgebildeten, überaus kleinen Exemplare gehören unzweifelhaft Jugendformen von zwei verschiedenen Arten an, deren Zugehörigkeit zu den später zu beschreibenden erwachsenen Formen erläutert wird:

Das jüngste Stadium unter ihnen stellt die Fig. 3 dar. Es ist ein brauner Fischabdruck von 2 cm. und 6 mm. Länge, am hinteren Ende des Körpers fehlt die Spitze. Der Abdruck liegt auf einer grau gefärbten Platte vom sandigen Thonschiefer mit deutlichen Abdrücken von *Baiera*-Blättern. An dem verhältnissmässig kurzen Kopfe ist nur das Auge deutlich sichtbar, dagegen sind der scheinbar vorhandene Opercular-Apparat, so wie das Kiefer-Gerüste verwischt und der Mund unbedeutend geöffnet. Die Myomeren, die dorsalen und ventralen Hautfalten, die Anlagen der unpaaren Flossen, sind ganz deutlich wahrnehmbar; wir können dieselben besonders deutlich in der Caudalregion sehen. Von den Flossen, Schuppen und dem Achsenskelet ist keine Spur vorhanden.

Einem weiter fortgeschrittenen Entwickelungsstadium gehört die in der Figur 2 gezeichnete Form an, welche von derselben Färbung wie die vorige und auf einer ebensolchen Platte mit *Baiera*-Blättern erscheint. Die Länge dieses Fischabdruckes beträgt 2 cm. und 4 mm., der Endabschnitt fehlt. An dem verhältnissmässig kurzen Kopf mit offenem Mund treten das Auge und der Kiemendeckel deutlich hervor; das Auge zeigt in der unteren Hälfte eine gerade Querspalte und der Kiemendeckel ist an seiner Oberfläche glatt. Bei dieser Form haben sich die Flossen bereits gebildet. Die einfach vorhandene und vom Kopfe weit nach hinten gerückte Rückenflosse hat eine breite Basis und steht in dem Zwischenraum von der fehlenden Anal- und Bauchflosse; letztere, so wie auch die Brustflosse sind schwach entwickelt und mit enger Basis. Die Schuppen waren scheinbar dünn und von rhombischer Gestalt; vom Achsenskelet sieht man gar nichts.

Ganz verschieden von den beiden vorigen ist das dritte Exemplar der Tafel I, Fig. 4 und Taf. II, Fig. 24. Hellbrauner Abdruck auf einer Platte von Thonschiefer, bei welchem der vordere Körperabschnitt und der Kopf fehlen. Der hintere Körperabschnitt biegt nach oben in die Caudalflosse ein, wo auch die aufwärts gebogene Wirbelsäule mit einer Spitze ausläuft. Die sehr scharf erscheinenden Abdrücke der Neurapophysen und Hemapophysen lassen auf eine partielle Ossification des Achsenskeletes schliessen. Die Schwanzflosse ist abgerundet und ungetheilt. Nicht weit von der Letzteren tritt die einfach vorkommende Rückenflosse mit verhältnissmässig sehr breiter Basis auf; sie beginnt etwas über der Analflosse. Letztere hat gleichfalls eine breite Basis und nähert sich der mit enger Basis versehenen Bauchflosse. Die Caudale ist deutlich gegliedert, die übrigen Flossen scheinen es nicht zu sein; Schuppen unsichtbar.

II. HETEROCERCI.

Palaeoniscinotus nov. gen.

Taf. I, Fig. 13; Taf. II, Fig. 17, 19 und 25.

Abdrücke von kleinen Fischen, welche ihrem Habitus nach unstreitig zu den Palaeonisciden gehören. Die ausgezeichnet heterocerke Caudalflosse, vor welcher die V-förmigen Schuppen beginnen, der Fulcrenbesatz aller übrigen Flossen, welche in dreieckiger Gestalt und mit deutlich gegliederten Strahlen erscheinen, ferner der knorpelige Zustand der Wirbelsäule und rhombische, teils geriffte, teils glatte Schuppen, — alles Merkmale, die unzweifelhaft auf die Natur der Palaeoniscіden hinweisen. Ungeachtet dessen konnte ich die untersuchten Exemplare keiner von den bekannten Gattungen zuteilen, und schlage daher für dieselben den vorstehenden neuen Gattungsnamen vor.

Palaeoniscinotus Czekanowskii nov. sp.

Taf. I, Fig. 13; Taf. II, Fig. 25.

Der Abdruck eines 4 cm., 9 mm. langen Fischchens von bauchiger Körperform und gedrungenem, zertrümmertem Kopf, dessen Knochen jedenfalls eine glatte Oberfläche besassen. Nach hinten verschmälert sich der Körper und geht in den oberen Lappen der Caudalflosse über, deren unterer Lappen breiter und mit deutlich gegliederten Strahlen erscheint. Die V-förmigen Schuppen erscheinen in ziemlicher Entfernung von der Caudale auf dem Rückenrande und erstrecken sich bis in den vorderen Rand des oberen Lappens der Schwanzflosse, um dann den Fulcren den Platz zu räumen; in ähnlicher Weise treten diese Schuppen an der ventralen Körperseite auf. Mit Fulcra sind auch die übrigen Flossen versehen. Die näher zum Kopf als zum Schwanze gerückte einfache Rückenflosse ist seitlich umgeschlagen (vergl. Fig. 12.) und steht über dem Zwischenraume der Brust- und Bauchflosse; letztere sind von dreieckiger Gestalt und bestehen, wie jene, aus gegliederten Strahlen. Der Körper wird von rhombischen Schuppen bedeckt, welche namentlich in dem vorderen Korperabschnitt längsgereiht erscheinen.

Palaeoniscinotus irkutskensis nov. sp.

Taf. II, Fig. 17 und 19.

Wenngleich hier nur der unvollständige Abdruck eines Palaeoniscіden desselben Geschlechtes vorliegt, so scheinen mir die Verhältnisse bei demselben in mehrfacher Beziehung

hinreichend zu sein, damit eine andere neue Art unterschieden werden könnte. Der dunkelbraune Abdruck befindet sich gleich wie der vorhergehende auf einer grauen Platte eines dichten Thonschiefers. Der wesentliche Unterschied, durch welchen dieser Palaeoniscide von dem vorangehenden abweicht, beruht auf den Verhältnissen, die sich durch die Stellung der Rücken-, Bauch- und Analflosse kundgeben. Die erstere ist näher zur Caudalflosse gerückt und beginnt über der Bauchflosse; dadurch dass die letztere der Pectoralflosse sehr nahe gerückt ist, erstreckt sich die Basis von der Dorsale auch bis über die Analflosse,—Verhältnisse, die wohl die Unterscheidung einer andern Art zulassen dürften. Im Uebrigen zeichnet sich das Fischchen durch die vorhin beschriebenen, einen Palaeonisciden im Allgemeinen charakterisirenden Merkmale aus.

LEPIDOSTEIDAE.

Lepidotus sibiricus nov. sp.

Taf. I, Fig. 12; Taf. II. Figuren 23 und 24.

In seinem Handbuch der Palaeontologie erläutert Prof. Dr. v. Zittel[1]) das in den jurassischen Ablagerungen weit verbreitete *Lepidotus*-Geschlecht folgendermaassen: «Fische von gedrungener, etwas bauchiger karpfenähnlicher Gestalt mit dicken rhombischen, glatten oder quer verzierten Schuppen. Sämmtliche Flossen mit sehr kräftigen Fulcren besetzt, die Strahlen fein gegliedert und mit Schmelz überzogen. Brust- und Rückenflossen gross, Bauchflossen klein. Rückenflosse über der Bauchflosse; Afterflosse unter dem hinteren Rand der Dorsale beginnend. Schwanzflosse kräftig, bald tief, bald schwach ausgeschnitten; die Schuppenbekleidung erheblich weiter in den oberen als in den unteren Lappen fortsetzend. Sämmtliche Kopfknochen glänzend, bald glatt, bald mit rauhen Granulationen verziert. Operculum gross, Praeoperculum halbmondförmig mit Oeffnungen von Schleimcanälen, darunter das schmale dreieckige Interoperculum. . . . Oberkiefer, Gaumenbeine und Vomer sind mit einem dichten Pflaster halbkugeliger oder stumpfconischer Zähne (*Sphaerodus*) gepflastert. In gleicher Weise tragen das Dentale, das grosse massive Operculare des Unterkiefers und das Mittelstück des Zungenbeins eine grosse Anzahl halbkugeliger Zähne. . . . Ausser dem grossen Articulare, beobachtet man häufig ein Angulare und über der Gelenkfläche ein kleines Supraangulare. Die Mundspalte ist verhältnissmässig kurz. Bemerkenswerth ist der Zahnwechsel sowohl oben, als unten. . . . Die Kiemenhautstrahlen ragen als dünne Platten unter dem Interoperculum und Unterkiefer vor. . . . etc».

Wenn wir nun die Merkmale der vorstehenden Form mit dem angeführten Citat soweit vergleichen, als dies der Erhaltungszustand unseres Fossils gestattet, so stellt sich für beide Fälle eine grosse Aehnlichkeit heraus.

1) Zittel, v.: l. c., pag. 208—210.

Die Körperbekleidung der vorliegenden Art bestand unstreitig aus kräftigen rhombischen Schuppen, welche allem Anscheine nach eine glatte Oberfläche besassen. Sämtliche Flossen sind fein gegliedert, was allerdings an unseren Abdrücken nur stellenweise und undeutlich wahrzunehmen ist, und haben einen Fulcrenbesatz. Die Schwanzflosse ist wohl ausgebildet, mässig ausgeschnitten; der obere Lappen derselben ist grösser als der untere. Die Schuppenbekleidung erstreckt sich weiter in den oberen Lappen als in den unteren. Die knorpelige Wirbelsäule biegt am hinteren Körperende in den oberen Lappen der Caudalflosse ein. Dorsale und Anale kräftig, Ventrale und Pectorale dagegen schwach. Am Kopfe gelangen zur Beobachtung: Orbita, Mandibula, Dentale, Postorbitalia, Operculum, Subopereulum, Praeoperculum, Interoperculum. Merkwürdig ist, wie bereits erwähnt, der völlige Ausfall von Zähnenspuren.

Nach dem Gesagten darf wohl angenommen werden, dass unsere Fischchen aus Ust-Balei einer *Lepidotus*-Art angehören. Da sich indessen diese Art von den bekannten in mehrfacher Beziehung unterscheidet, so möchte ich für dieselbe die vorstehende neue Bezeichnung in Vorschlag bringen.

Zu den Unterscheidungsmerkmalen rechne ich, ausser der winzigen Körpergrösse, die verhältnissmässig beträchtliche Körperlänge und insbesondere die gegenseitige Stellung der Dorsale, Anale und Ventrale.

Pholidophorus Maacki nov. sp.

Taf. I, Fig. 7 und 10.

Kleine Fische von etwas gedrungener Gestalt, die in fragmentarischen Abdrücken vorliegen. Die Körperoberfläche wird mit rhomboidischen Schuppen bedekt; letztere sind an den Körperseiten höher als lang und von sechseckiger Form. An der Aussenfläche besitzen die Schuppen unregelmässige Streifung, während sich an ihrer glatten Innenfläche in der Mitte ein dreieckiger Fortsatz befindet, der sich in eine Rinne der vorangehenden Schuppe einlenkt. Die Rückenflosse mit ziemlich weit von einander abstehenden, gegabelten Strahlen, deren Gliederung bloss angedeutet erscheint. Die Brust- und Bauchflossen beträchtlich kleiner als die Dorsale, von der Caudalflosse ist nichts zu sehen, ebensowenig von der Analflosse. Der Kopf erscheint verhältnissmässig gross, die Schnauze nach vorn abgerundet. Die Oberfläche der Kopfknochen ist, sofern dies an den Abdrücken wahrnehmbar, gekörnelt. Hinter der Orbita liegen mehrere zertrümmerte Postorbitalplatten. Der Opercularapparat ist vorhanden, die Form seiner einzelnen Teile tritt jedoch sehr undeutlich hervor. Unter dem Interoperculum kommt eine Anzahl plättchenartiger Kiemenhautstrahlen vor. Die Seitenlinie verläuft so ziemlich in der Mitte der Flanken des Körpers.

Vergleicht man die eben geschilderten Verhältnisse mit der Charakterisirung des

Pholidophorus-Geschlechtes, welche Prof. v. Zittel in seinem Handbuch gibt[1]), so dürfte sich daraus die Berechtigung zur Unterscheidung einer neuen Art in dieser sibirischen *Pholidophorus*-Form ergeben.

Opsigonus gracilis nov. sp.

Taf. I, Fig. 6.

Obgleich der hellbraune, 7 cm. lange Abdruck, welcher auf einer Platte von Thonschiefer liegt, unvollständig erhalten ist, so besitzt er, wie ich glaube, eine hinreichende Anzahl von Merkmalen, zufolge derer man die Zuteilung des Fischchens zu dem angenommenen Geschlecht als neue Art bewerkstelligen dürfte. Der *Opsigonus*, bekannt aus der unteren Kreide von Lesina, unterscheidet sich im Wesentlichen vom *Megalurus* durch die längsgestreiften und kurz gefurchten rhomboidischen Schuppen.

In seinem Handbuch charakterisirt v. Zittel[2]) den *Megalurus* folgendermassen: «Körper gestreckt, schlank; Schuppen dünn, von cycloidischer Form, Hinterrand vollkommen gerundet. Rückenflosse lang, über oder vor den Bauchflossen beginnend und nicht ganz bis über das Ende der Afterflosse reichend. Schwanzflosse kräftig, nicht ausgeschnitten, Hinterrand gerundet». Diese Charakteristik passt ganz gut zu dem vorliegenden Fisch, so weit derselbe erhalten ist, wie selbst ein flüchtiger Blick auf die Abbildung zeigt, und wenn ich noch hinzufüge, dass dessen Körper mit rhomboidischen Schuppen bedeckt ist, so wird die Bestimmung kaum unpassend erscheinen. Die Jugendform von dieser Species dürfte meiner Meinung nach die vorhin beschriebene und auf Tafel I, Fig. 4 abgebildete Form darstellen.

Lepidosteidorum gen. indet.

Taf. I, Figuren 5, 9, 11; Taf. II, Figuren 16, 18 und 21.

Die genaue Bestimmung der in vorstehenden Figuren gezeichneten Fischreste dürfte sich kaum durchführen lassen. Immerhin kam ich nach eingehender Betrachtung der teils auf Thonschiefer-, teils auf sandigem Thonschiefer-Platten befindlichen Fischreste zu der Ansicht, dass dieselben in der Mehrzahl einerseits den jurassischen Lepidosteiden angehören, andererseits eine Reihe von Zwischen-Formen darstellen, die möglicher Weise von den Ganoiden zu den Teleostiern hinüberführen. Nach ihren anatomischen Merkmalen dürften diese Reste wenigstens zwei Gattungen und mehreren Arten zugeteilt werden. Letzteres geht besonders aus den verschiedenen Entwickelungsstufen, auf denen sich die Wirbelsäule befindet, hervor; denn es sind unter ihnen solche Exemplare, bei welchen die Wirbelkörper eine

1) Zittel, v.: l. c. pag. 214.

2) Zittel, v.: l. c. pag. 233.

ziemlich hohe Stufe der Verknöcherung erreicht haben (vergl. Taf. II, Fig. 16). Die Körperbedeckung besteht entweder aus rhombischen, oder rhomboidischen und meist dünnen Schuppen. Die zuweilen vorhandenen Schuppen (Taf. I, Fig. 1*a*, *b*) zeichnen sich durch ihre Zartheit aus. Die mikroskopische Untersuchung einiger Schuppen hatte bloss negative Resultate zur Folge. Die verschiedenen Stücke des Kiemendeckel-Apparates scheinen wohl gebildet zu sein, sind jedoch im Einzelnen selten und auch dann nur teilweise sichtbar. Die Kiemenstrahlen sind entweder schwach entwickelt, oder fehlen gänzlich. Merkwürdiger Weise ist von den Zähnen nirgends auch nur eine Spur zu sehen. Die Strahlen der Flossen sind meist gegliedert, auch die Fulcra sind stellenweise an mehreren Exemplaren deutlich wahrnehmbar.

HOMOCERCI.

Baleiichthys nov. gen.

Taf. I, Fig. 8 und Taf. II, Fig. 14.

Diese zierlichen Fischchen, 6 cm. und 4—7 mm. lang, charakterisiren sich einerseits durch äusserlich und innerlich homocerke Schwanzbildung und andererseits durch dünne, rhomboidische Schuppen; sie gehören nach meiner Meinung einer neuen Fisch-Gattung an, für welche ich den vorstehenden Namen vorschlagen möchte. Beide in den bezeichneten Figuren abgebildeten Exemplare gehören zwei verschiedenen Arten an.

Baleiichthys graciosa. nov. sp.

Taf. I, Fig. 8.

Kleine, schlanke Fische, vorn breiter als hinten und von gestreckter Gestalt, besitzen einen nach vorne etwas zugespitzten Kopf mit wohl ausgebildetem Kiemendeckel und wenigen, feinen und büschelförmig angeordneten Kiemenstrahlen; die Kieferstücke ohne Zähne. Die Körperbedeckung besteht aus teils rhombischen, teils rhomboidischen Schuppen mit concentrischen Anwachsstreifen und glänzender Oberfläche. Die Schuppen sind im vorderen und mittleren Körperabschnitt länglich, meist nach oben gestellt, und zeigen daselbst einen nach vorne gerichteten Fortsatz zur Einlenkung mit der benachbarten Schuppe. Die Wirbelsäule scheint ziemlich stark verknöchert zu sein, da man nicht nur die Eindrücke von den Wirbelkörpern, sondern auch die Rippen stellenweise beobachten kann. Die Strahlen der Flossen sind meistens gegliedert. Die Flossen selbst zeigen verschiedene Grössenverhältnisse; am stärksten ausgebildet erscheint die einfach vorkommende Rückenflosse von verhältnissmässig breiter Basis, sie nähert sich mehr der Caudalregion als dem Kopfe und ist über dem Zwischenraum der Bauch- und Afterflossen gestellt, so dass sie

sich bis über die Analflosse eine kurze Strecke weit fortsetzt. Keine von den Flossen besitzt einen Fulcrenbesatz. Die stellenweise deutlich auftretende Seitenlinie befindet sich über der Wirbelsäule, also mehr dem Rückenrande genähert. Die Schwanzbildung ist, wie bereits erwähnt, äusserlich und innerlich homocerk.

Baleiichthys lata nov. sp.

Taf. II, Fig. 14.

Diese Species unterscheidet sich von der vorigen durch den etwas mehr in die Länge ausgedehnten Kopf und ganz besonders durch die stärkere Breite im vorderen Körperabschnitt. Im Uebrigen sind die anatomischen Merkmale bei dieser Art genau dieselben, als wie bei der vorhergehenden.

Unbestimmtes Fisch-Fragment.

Taf. II, Fig. 20.

Das auf einer sandigen Thonschiefer-Platte und Gegenplatte als Abdruck befindliche Stück des hinteren Rumpfabschnittes von einem Fischkörper musste jedenfalls einer viel grösseren Fischart angehört haben, als die bislang beschriebenen waren. Die Bekleidung der Körperoberfläche besteht aus rhombischen Schuppen. Von den Flossen ist der grössere Abschnitt der Rückenflosse und ein Bruchstück von der Analflosse sichtbar; wie schon unsere Figur zeigt, waren unzweifelhaft beide Flossen stark entwickelt. Hinter der Dorsale gewahrt man den deutlichen Abdruck einer *Baiera*-Frucht.

Schlussbemerkungen.

Wie wir bereits in der Einleitung zu dieser Arbeit aus einem wörtlich angeführten Citat von Czekanowski erfuhren, sind die beschriebenen Fische teils isolirt im sandigen Thonschiefer, teils mit den Pflanzen-, Insecten- und Crustaceen-Resten in Ust-Balei entdeckt worden. Für die Richtigkeit dieser Angabe spricht ausser der Beschaffenheit der die Fischreste führenden Gesteinstücke noch der Umstand, dass in unmittelbarer Nähe der Fischreste sehr deutliche Abdrücke von *Baiera*-Blättern und Früchten vorkommen. Dies würde den Wahrscheinlichkeitsbeweis für das Vorkommen der Fischreste in verschieden hohen Schichten innerhalb der Ablagerungen von Ust-Balei erbringen. Dies würde ferner auch nicht gegen die Altersbestimmung von diesen Ablagerungen, wie sie durch O. Heer ausgeführt wurde, sprechen.

Auf Grund seiner umfangreichen Studien über die zahlreichen Pflanzenreste rechnet O. Heer die Ablagerungen von Ust-Balei zum braunen Jura (Dogger), während Brauer, Redtenbacher und Ganglbaur —, wie wir schon oben vernahmen —, dieselben Ablagerungen, auf Grund ihres Studiums der Insecten, dem schwarzen Jura (Lias) zuteilen. Offenbar liegt hier ein schwer zu entwirrender Widerspruch vor, denn es wird die innerhalb eines und desselben Schichtencomplexes begrabene Fauna geteilt und in zwei verschiedenen Abteilungen des Jura-Systems untergebracht.

Obgleich die ichthyologische Fauna für die Lösung dieses Widerspruches durchaus nichts Entscheidendes zu erbringen vermag, so erscheint dieselbe andererseits beachtenswert bei der Beurteilung der genannten Ablagerungen.

Im Allgemeinen können, — wie bereits oben ausgeführt —, die hier beschriebenen Fischreste in die Jurazeit verlegt werden. Wenn wir aber die systematische Stellung derselben näher ins Auge fassen, so stellen sich die Verhältnisse etwas anders dar. Unter den hier beschriebenen Fischresten sehen wir Repräsentanten der Palaeonisciden, deren geologische Ausbreitung nicht über den Lias hinausreicht, der Lepidosteiden, deren Ausbreitung vom Trias bis in die untere Kreide in Europa stattfindet und endlich Clupeiden, welche erst im weissen Jura (Malm) beginnen und bis auf unsere Tage fortdauern.

Zufolge all des Gesagten gelangen wir zu der Schlussfolgerung, dass die genaue Altersbestimmung der Ablagerungen von Ust-Balei mit Zuhilfenahme ihres gesammten palaeontologischen Materials undurchführbar erscheint; diese Ablagerungen können ganz gut den Schichten der Trias-, Jura-, oder Kreide-Zeit entsprechen.

Wenn ich ungeachtet dessen, die Fische von Ust-Balei als Jura-Fische bezeichnete, so geschah dies bloss aus dem Grunde, um den Zusammenhang des Fischmaterials mit dem bereits veröffentlichten Pflanzen- und Insectenmaterial von Ust-Balei zu bewahren.

Resultate der Untersuchungen.

Die fossilen Fischreste von Ust-Balei schliessen sich im Allgemeinen nach ihrem Gesamthabitus den Jura-Fischen an. Der Organisation nach verteilen sich dieselben unter die Palaeonisciden, Lepidosteiden und Clupeiden. Sämmtliche Formen zeichnen sich durch die Kleinheit ihres Körpers aus. Die Repräsentanten der Lepidosteiden machen den Eindruck einer aus gewissermassen persistirenden Jugendformen zusammengesetzten Fischgruppe, die gleichsam eine Zwischen- oder Uebergangsfauna von den Ganoiden zu den Teleostiern bildet.

Durch ihren specifischen Charakter entfernen sich die Fische von Ust-Balei von den echten Teleostiern der Turga in Transbaikalien und den echten Lepidosteiden (*Stylodontidae* und *Sphaerodontidae*) Indiens.

Die Stellung der Fische im zoologischen System lässt sich folgendermassen definiren:

I. **Palaeoniscidae.** *Palaeoniscinotus* nov. gen. *Palaeoniscinotus Czekanowskii* nov. sp. und *P. irkutskensis* nov. sp.

II. **Lepidosteidae.** *Lepidotus sibiricus* nov. sp., *Pholidophorus Maacki* nov. sp., *Opsigonus gracilis* nov. sp.

III. **Clupeidae.** *Baleiichthys* nov. gen., *Baleiichthys graciosa* nov. sp. und *B. lata* nov. sp.

Erklärung der Abbildungen.

Tafel I.

Fig. 1, *a* und *b*. Schuppen von einem Lepidosteiden, bei *a* in natürlicher Grösse, bei *b* 3 Mal vergrössert.

Fig. 2, 3, 4. Fischlarven (Jugendformen) von verschiedenen Stadien der Entwickelung. Natürliche Grösse.

Fig. 5. Lepidosteide in natürlicher Grösse.

Fig. 6. *Opsigonus gracilis*. Natürliche Grösse.

Fig. 7. *Pholidophorus Maacki*, in natürlicher Grösse.

Fig. 8. *Baleiichthys graciosa*. Natürliche Grösse.

Fig. 9. Lepidosteide in natürlicher Grösse.

Fig. 10. Der Kopf von *Pholidophorus Maacki*. Zwei Mal vergrössert.

Fig. 11. Lepidosteide in natürlicher Grösse. Gegenplatte von der Figur 9.

Fig. 12. *Lepidotus sibiricus*, in natürlicher Grösse.

Fig. 13. *Palaeoniscinotus Czekanowskii*, in natürlicher Grösse.

Tafel II.

Fig. 14. *Baleiichthys lata*, in natürlicher Grösse.

Fig. 15. Das hintere Körperende von *Baleiichthys graciosa* (Taf. I, Fig. 8), zwei Mal vergrössert.

Fig. 16. Der hintere Abschnitt des Körpers von einem Lepidosteiden (Fig. 5 der Taf. I), in zweifacher Grösse.

Fig. 17. *Palaeoniscinotus irkutskensis*, in natürlicher Grösse.

Fig. 18. Lepidosteide in natürlicher Grösse.

Fig. 19. Caudalregion des *Palaeoniscinotus irkutskensis*, zwei Mal vergrössert.

Fig. 20. Fisch-Fragment in natürlicher Grösse.

Fig. 21. Lepidosteide in natürlicher Grösse.

Fig. 22. Caudalregion der auf Taf. I, Fig. 4 abgebildeten Jugendform, zwei Mal vergrössert.

Fig. 23. Caudalabschnitt von *Lepidotus sibiricus* (Taf. I, Fig. 12), in zweimaliger Vergrösserung.

Fig. 24. Kopf von *Lepidotus sibiricus* (Taf. I, Fig. 12), zweifache Vergrösserung.

Fig. 25. Caudalabschnitt des auf Taf. I, Fig. 13 gezeichneten *Palaeoniscinotus Czekanowskii*, in zweimaliger Vergrösserung.

DEC 7 1922

13.373

MUSEUM OF COMPARATIVE ZOOLOGY

MÉMOIRES
DE
L'ACADÉMIE IMPÉRIALE DES SCIENCES DE ST.-PÉTERSBOURG, VII^e SÉRIE.
TOME XXXVIII, N° 2.

BEMERKUNGEN

ÜBER

DIE SCHILDKRÖTENSAMMLUNG

IM ZOOLOGISCHEN MUSEUM

DER KAISERLICHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN ZU ST. PETERSBURG.

VON

Dr. Alexander Strauch.

Mit 4 phototypischen Tafeln.

(*Lu le 9 octobre 1890*)

ST.-PÉTERSBOURG, 1890.

Commissionnaires de l'Académie Impériale des sciences:

à St.-Pétersbourg:	à Riga:	à Leipzig:
M. Eggers & C° et J. Glasounof.	M. N. Kymmel.	Voss' Sortiment (Haessel).

Prix: 2 Rbl. 80 Cop. = 7 Mark.

MÉMOIRES
DE
L'ACADÉMIE IMPÉRIALE DES SCIENCES DE ST.-PÉTERSBOURG, VII^E SÉRIE.
TOME XXXVIII, N° 2.

BEMERKUNGEN

ÜBER

DIE SCHILDKRÖTENSAMMLUNG

IM ZOOLOGISCHEN MUSEUM

DER KAISERLICHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN ZU ST. PETERSBURG.

VON

Dr. Alexander Strauch.

Mit 4 phototypischen Tafeln.

(*Lu le 9 octobre 1890.*)

ST.-PÉTERSBOURG, 1890.

Commissionnaires de l'Académie Impériale des sciences:

à St.-Pétersbourg:
M. Eggers & C^o et J. Glasounof.

à Riga:
M. N. Kymmel.

à Leipzig:
Voss' Sortiment (Haessel).

Prix: 2 Rbl. 80 Cop. = 7 Mark.

Imprimé par ordre de l'Académie Impériale des sciences.

Decembre 1890. A. Strauch, Secrétaire perpétuel.

Imprimerie de l'Académie Impériale des sciences.
(Vass.-Ostr., 9 ligne, № 12.)

EINLÆITUNG.

Als ich vor nunmehr fast 30 Jahren meine Thätigkeit an unserem zoologischen Museum mit der Bestimmung und Aufstellung der Schildkrötensammlung begann, war dieselbe noch ziemlich klein und enthielt im Ganzen nur 178 Exemplare, die ich als zu 66 verschiedenen Arten gehörig bestimmte. Aber bereits kurze Zeit darauf, als ich bei Gelegenheit meiner Untersuchungen über die geographische Verbreitung dieser Thiere sämmtliche damals beschriebenen Schildkrötenspecies einer kritischen Revision unterwerfen musste, überzeugte ich mich, dass manche der von mir als selbstständig aufgefassten Arten nicht haltbar waren und somit eingezogen werden mussten, so dass sich die Gesammtzahl der in unserer Sammlung vertretenen Arten auf 62 reducirte, also noch nicht einmal ein Drittel aller damals admittirten Species betrug. Seitdem bin ich beständig bestrebt gewesen, diesen Theil der Sammlung nach Möglichkeit zu completiren und habe, so weit es die geringen, mir zu diesem Zwecke zu Gebote stehenden Geldmittel gestatteten, so ziemlich Alles angekauft, was mir an Schildkröten angeboten wurde; alsdann haben unsere Reisenden, namentlich die nunmehr bereits verstorbenen Conservatoren Iwan Poljakow und Valerian Russow nicht wenig zur Bereicherung des chelonologischen Materials beigetragen, Einzelnes ist ferner durch Tausch erworben worden und Manches endlich auch als Geschenk eingelaufen, kurz, die Schildkrötensammlung hat sich in den letzten 25 Jahren, was Zahl der Exemplare anbetrifft, fast verfünffacht und die Artenzahl ist gegen damals auf etwas mehr als das Doppelte gestiegen. Denn gegenwärtig besitzen wir mehr als die Hälfte der 210 überhaupt als selbstständig anerkannten Schildkrötenarten, nämlich 126, die durch 852 Exemplare repräsentirt sind: unter diesen letzteren befinden sich nicht weniger als 739 vollständig erhaltene, nämlich 510 in Weingeist, 171 ausgestopft, 9 einfach getrocknet und 49 skeletirt[1]), von den übrigen 113 Exemplaren besitzen wir dagegen nur Theile, und zwar 88 Schalen oder Panzer, darunter 9 mit den dazugehörigen Köpfen oder Schädeln, 7 Rückenschilde und 18 separate Schädel.

Bis zum Beginn des Jahres 1889 stand diese Sammlung, die ich in den zwei letzten

1) Die Zahl der Skelete, deren wir gegenwärtig verhältnissmässig wenige besitzen, wird sich allmählich vergrössern, indem ich von allen Arten, von denen wir mehrere Weingeistexemplare besitzen, stets wenigstens ein Stück skeletiren lassen werde; ebenso sollen auch die 9 getrockneten Exemplare zu Skeleten verwerthet werden.

Jahren noch sehr wesentlich zu completiren Gelegenheit hatte, an verschiedenen Stellen des Museums zerstreut, und zwar hatte ich sämmtliche in Weingeist aufbewahrten Stücke in systematischer Ordnung im Saale № III placirt, wo sie 4 Schrankabtheilungen füllten, die ausgestopften und überhaupt trocken conservirten Exemplare standen im Saale № IV in 3 Schrankabtheilungen und gleichfalls in systematischer Reihenfolge, mit Ausnahme jedoch der meisten Meerschildkröten, einiger grosser Trionychiden und des riesigen Exemplars von *Macroclemmys Temminckii* Troost (№ 5527), die in den Schränken nicht untergebracht werden konnten, sondern über denselben an die Wand gehängt werden mussten, und die wenigen Skelete und Schädel endlich waren der osteologischen Abtheilung einverleibt und befanden sich demzufolge auch in dem unteren Stockwerke des Museumsgebäudes. Diese Art der Aufstellung hatte neben manchem anderen auch das Unbequeme, dass oft Exemplare ein und derselben Species an zwei, ja mitunter sogar an drei verschiedenen Stellen im Museum standen, dennoch liess sich bei den gegebenen Raumverhältnissen darin keine Aenderung treffen, denn die Vereinigung der Schildkrötensammlung in ein Ganzes, wie es doch wünschenswerth gewesen wäre, hätte einen Raum erfordert, wie er uns damals absolut nicht zu Gebote stand.

Als daher im Jahre 1888 die ethnographische Sammlung der Akademie in das neue Gebäude in der Zollgasse übergeführt wurde und die von der anthropologischen Abtheilung dieser Sammlung eingenommenen Räume, die dos-à-dos mit unserer osteologischen Abtheilung liegen, dem Zoologischen Museum zur besseren Aufstellung der Skelete und Schädel überwiesen worden waren, fasste ich sofort den Entschluss, eines der 5 neu acquirirten Zimmer, und zwar das kleinste, der osteologischen Abtheilung zu entziehen und zur Aufstellung der Schildkrötensammlung zu benutzen. Durch diese Anordnung wurde es nicht allein möglich, sämmtliche Schildkröten an einem Orte aufzustellen und also die Sammlung dieser Thiere in ein Ganzes zu vereinigen, sondern es wurde auch in der zoologischen Abtheilung des Museums ein nicht unbeträchtlicher Raum gewonnen, der längst nöthig war, um die Masse der neu hinzugekommenen Fische, die wegen Raummangels in der Vorrathskammer aufbewahrt werden mussten, in der ichthyologischen Sammlung unterzubringen.

Nachdem das betreffende Zimmer remontirt und mit den nöthigen Schränken versehen war, machte ich mich im Frühjahr 1889 daran, sämmtliche Schildkröten zusammenzusuchen und in das für sie bestimmte Local überzuführen und da damals gerade Boulenger's Catalogue of the Chelonians, Rhynchocephalians and Crocodiles in the British Museum erschienen und hier eingetroffen war, so benutzte ich natürlicher Weise diese Gelegenheit, um unsere Schildkrötensammlung genau durchzusehen und die Artbestimmungen zu verificiren. Dank den vortrefflichen Beschreibungen und den überaus vollständigen Literaturnachweisen in Boulenger's Werk, ging die Arbeit verhältnissmässig leicht und rasch von statten und war am Schlusse der Sommerferien, im August des Jahres 1889 im Grossen und Ganzen fertig. Das Resultat der vorgenommenen Revision war in so fern nicht ganz günstig, als so manche Species, die mir determinirt zugekommen war und deren Bestimmung ich früher wegen Mangels an einem chelonologischen Gesammtwerke nicht hatte verificiren

können, sich als falsch bestimmt erwies und die Zahl der bei uns vorhandenen Arten folglich etwas zusammenschmolz, dafür hatte ich aber auch die Genugthuung zwei ganz neue Arten in der Sammlung zu entdecken, von denen die eine freilich nur in einem ganz jungen Exemplar vorhanden ist und sich daher in der Folge möglicherweise als das Junge einer schon beschriebenen Art erweisen könnte. Ausserdem fand ich auch unter den bereits bekannten Arten Exemplare, die mehr oder weniger bedeutende Abweichungen von den vorhandenen Beschreibungen darboten, und da mir eine nähere Besprechung solcher Abweichungen für die genauere Kenntniss der Arten nicht ohne Werth zu sein schien, so fasste ich den Entschluss, ein Verzeichniss unserer Schildkrötensammlung mit Beschreibung der beiden neuen und mit Bemerkungen über die abweichenden Stücke der bereits beschriebenen Arten zu veröffentlichen. Natürlich kam es mir unter diesen Umständen vor Allem darauf an, mein Verzeichniss so reichhaltig als möglich erscheinen zu lassen und so wandte ich mich denn an die verschiedenen Naturalienhändler, mit denen unser Museum in Verbindung steht, mit der Bitte, ihre Vorräthe durchzusehen und mir mitzutheilen, was sie mir etwa an Schildkröten offeriren könnten. Die meisten der genannten Herren gingen mit der grössten Zuvorkommenheit auf meine Bitte ein und ich erhielt auf diese Weise vom August 1889 bis auf den heutigen Tag nicht weniger als 101 Exemplare von Schildkröten, die 54 verschiedenen Arten angehörten, unter welchen letzteren aber leider nur 7 für unsere Sammlung neu waren.

Bei der vorzunehmenden Aufstellung unserer chelonologischen Sammlung, so wie bei Abfassung eines Verzeichnisses derselben entstand die Frage, nach welchem System die Schildkröten gegenwärtig zu ordnen wären. Das System, das ich in meinen «Chelonologischen Studien» proponirt hatte und nach welchem unsere Schildkröten bisher geordnet waren, erwies sich natürlich als veraltet, wenigstens was die Gattungen anbetrifft, denn in den letzten 25 Jahren sind einerseits mehrere Formen entdeckt worden, die sich in keines der damals von mir adoptirten Genera einreihen liessen, und andererseits haben einzelne dieser Genera sich bei weiterer Untersuchung reicherer Materialien als nicht haltbar erwiesen. Das neueste System, das Boulenger in seinem obengenannten Cataloge aufgestellt hat, zu adoptiren, konnte ich mich auch nicht entschliessen, da mir dasselbe nicht bloss zu complicirt, sondern auch in so fern nicht ganz annehmbar erschien, als die Schildkröten darin keineswegs nach ihren natürlichen Verwandtschaften gruppirt, sondern, wie ich gleich zeigen werde, mitunter in recht unnatürlicher Weise durcheinander geworfen sind.

Boulenger hat nämlich die alte und durchaus natürliche Eintheilung dieser Thiere in Land-, Sumpf-, Fluss- und Meerschildkröten verworfen und durch eine neue, ausschliesslich auf osteologische Merkmale basirte ersetzt, die meiner Ansicht nach durchaus künstlich ist, wie es sich ja bei alleiniger Berücksichtigung des Knochenbaues am Ende auch nicht anders erwarten liess. Er theilt die Ordnung zunächst in 2 Unterordnungen *Athecae* und *Thecophora*, von denen die erstere zwar nur eine einzige Art, die bekannte Lederschildkröte (*Dermochelys coriacea* Rond.) enthält, nichts desto weniger aber adoptirt werden muss. Diese Lederschildkröte, die früher als Typus einer besonderen Tribus zu den Meerschildkröten gerechnet wurde,

weicht nämlich dadurch von allen übrigen Repräsentanten der in Rede stehenden Ordnung ab, dass bei ihr das Körperskelet vom Hautskelet vollkommen getrennt ist, indem sowohl die Rumpfwirbel, als auch ihre rippenartig verlängerten Querfortsätze zeitlebens selbstständig bleiben und der Rückenschild von einer besonderen, aus einer Menge von mosaikartig mit einander verbundenen Knochenstücken bestehenden Platte gebildet wird, während bei allen übrigen Schilkröten Körper- und Hautskelet theilweise mit einander verwachsen, indem sowohl die oberen Bogen, als auch die rippenartig verlängerten Querfortsätze der Rumpfwirbel mit besonderen Hautknochen zu einem Knochenschilde verschmelzen.

Die 2te Unterordnung *Thecophora* theilt Boulenger weiter in 3 Superfamilien, *Cryptodira*, *Pleurodira* und *Trionychoidea*, von denen die letzte mit der von allen Autoren angenommenen Familie der Trionychiden oder Fluss-Schildkröten zusammenfällt. Die beiden Superfamilien *Cryptodira* und *Pleurodira*, zu welchen somit alle Schildkröten, mit Ausnahme der Lederschildkröte und der Trionychiden, gehören, unterscheiden sich von einander hauptsächlich dadurch, dass bei den ersteren das Becken nicht mit der Schale verwächst, während es bei den letzteren sowohl mit dem Rückenschilde, als auch mit dem Brustschilde durch Synostose verbunden ist. Ausserdem können, wie schon der Name andeutet, die Cryptodiren, deren Halswirbel keine Querfortsätze, oder doch nur Spuren derselben besitzen, ihren Hals (meist auch den Kopf) unter die Schale einziehen, wobei die Halswirbelsäule sich in verticaler Richtung S-förmig krümmt; unter den Pleurodiren dagegen, deren Halswirbel sehr starke Querfortsätze besitzen, kann ein Theil den Hals gar nicht unter die Schale einziehen, ein anderer Theil zieht ihn zwar gleichfalls ein, nur krümmt sich alsdann die Halswirbelsäule seitwärts, d. h. bildet in horizontaler Richtung eine etwa S-förmige Figur.

Die Superfamilie *Cryptodira* wird dann weiter hauptsächlich nach der Form der Extremitäten und nach der Ab- oder Anwesenheit von Condylen an den Finger- und Zehen-Phalangen in 2 nicht mit besonderen Namen belegte Abtheilungen getrennt, von denen die erste 5 Familien, *Chelydridae*, *Dermatemydidae*, *Cinosternidae*, *Platysternidae* und *Testudinidae*, enthält, während zu der zweiten nur eine einzige Familie, *Chelonidae*, also die Meerschildkröten, gerechnet wird. Dass Boulenger die Meerschildkröten als Familie seiner Superfamilie *Cryptodira* untergeordnet hat, ist sicherlich ein arger Missgriff von seiner Seite, denn diese Thiere unterscheiden sich sowohl durch die Lebensweise, als auch durch die Form der Schale und der Extremitäten, durch den Bau des Brustschildes und des Schädels und durch die Phalangen ohne Condylen so sehr von den übrigen Cryptodiren, ja überhaupt von sämmtlichen Thecophoren, dass sie bisher immer als eine den Trionychiden gleichwerthige Familie aufgefasst worden sind; Boulenger hätte daher viel richtiger gehandelt, wenn er die Cheloniiden zu einer Superfamilie erhoben und in die Nähe der *Athecae* gestellt hätte, denn der Typus dieser letzteren, die *Dermochelys coriacea* Rond., stimmt mit ihnen sowohl in der Lebensweise, als auch in der Form der Schale und der Extremitäten, in dem Mangel der Condylen an den Phalangen und bis zu einem gewissen Grade auch im Schädelbau vollkommen überein. Was nun die 5 Familien der ersten Cryptodiren-Abtheilung anbetrifft, so

lassen sie sich wiederum in 2 grosse Gruppen zusammenfassen, je nachdem der Nuchalknochen jederseits einen rippenförmigen Querfortsatz besitzt oder nicht: zu der Gruppe, welche durch einen mit rippenförmigen Querfortsätzen versehenen Nuchalknochen charakterisirt wird, gehören 3 dieser Familien, die sich hauptsächlich dadurch von einander unterscheiden, dass bei den *Chelydridae* die meisten Schwanzwirbel opisthocoel sind, während diese Wirbel bei den *Dermatemydidae* und *Cinosternidae* durchweg procoel erscheinen, und diese beiden zuletzt genannten Familien werden wiederum durch den Bau des Brustschildes differenzirt, der bei den Dermatemydiden aus den gewöhnlichen 9, bei den Cinosterniden aber nur aus 8 Knochen besteht, weil diesen letzteren das Os entosternale fehlt; die beiden Familien der anderen Gruppe, die durch einen Nuchalknochen ohne rippenförmige Querfortsätze gekennzeichnet wird, unterscheiden sich von einander hauptsächlich durch die Form der Schwanzwirbel, die bei den *Platysternidae* der Mehrzahl nach opisthocoel, bei den *Testudinidae* dagegen durchweg procoel sind. Hiernach würde also die Superfamilie *Cryptodira* Boulenger's, wenn man die Meerschildkröten, die nicht dahin gehören, ausscheidet, genau den vereinigten Chersites und Elodites cryptodères der Erpétologie générale, oder was dasselbe ist, der von mir vorgeschlagenen Tribus *Chersemyda* entsprechen.

Boulenger's zweite Superfamilie *Pleurodira* enthält im Ganzen 3 Familien, *Pelomedusidae*, *Chelydidae* und *Carettochelydae*, von denen die letzte noch sehr ungenügend bekannt ist, aber sicherlich nicht hierher gehört. Diese Familie *Carettochelydae* ist auf eine höchst merkwürdige, vor wenigen Jahren im Fly River auf Neu-Guinea entdeckte Schildkröte, *Carettochelys insculpta* Ramsay[1]), begründet, welche in der Form des Rückenschildes und der mit je 2 Krallen bewaffneten flossenförmigen Extremitäten mit den Meerschildkröten übereinstimmt, deren Schale aber keine Hornplatten trägt, sondern «with small round raised rugations or wavy irregular raised lines between shallow sculptures» bekleidet ist. Obgleich nun Ramsay nichts darüber sagt, ob das Becken bei dieser Art an den Brustschild angewachsen ist und ob die Halswirbel Querfortsätze besitzen, vermuthet Boulenger[2]) doch, dass dieselbe in seine Superfamilie *Pleurodira* gestellt werden muss, und zwar einerseits weil alle bisher bekannten papuanischen und australischen Schildkröten zu den Pleurodiren gehören, und andererseits weil er Ramsay's Angabe «head (and limbs) non-retractile» so versteht, als ob der Autor damit hat angeben wollen «that the animal is a Pleurodiran», obwohl er dabei ausser Acht lässt, dass auch die Meerschildkröten den Kopf nicht unter die Schale einziehen können. Mir scheint Boulenger's Vermuthung keineswegs begründet und ich glaube, dass Ramsay[3]) der Wahrheit viel näher gekommen ist, wenn er in der Gattung *Carettochelys* «a link between the river tortoises and the sea turtles» sieht. Soweit sich nach der allerdings noch sehr unvollkommenen Beschreibung Ramsay's urtheilen lässt, muss seine *Carettochelys insculpta* unbedingt zum Typus einer besonderen, den Trionychiden und den

1) Proceed. of the Linnean Society of New South Wales. 2d ser. I (1887), p. 158—162, pl. III—VI.

2) Ann. and Mag. Nat. Hist. 5th ser. XIX (1887), p. 170.

3) Proceed. l. c., p. 161.

Meerschildkröten gleichwerthigen Familie (nach Boulenger also Superfamilie) erhoben und im System zwischen diese beiden gestellt werden. Die zwei Familien, die nach Ausscheidung der Familie *Carettochelydae* in der Superfamilie *Pleurodira* übrig bleiben, unterscheiden sich von einander hauptsächlich durch den Bau des Brustschildes und des Schädels: bei den *Pelomedusidae* wird der Brustschild von 11 Knochen gebildet, indem sich jederseits zwischen das os hyo- und hyposternale noch ein os mesosternale einschiebt, und am Schädel ist der knöcherne Arcus zygomaticus stets vorhanden, während bei den *Chelydidae* der Brustschild aus den gewöhnlichen 9 Knochen besteht und am Schädel der knöcherne Arcus zygomaticus ausnahmslos fehlt. Diese beiden Familien entsprechen zugleich genau den Elodites pleurodères der Erpétologie générale und somit auch der von mir vorgeschlagenen Tribus *Chelyda*.

Ueber Boulenger's dritte Superfamilie *Trionychoidea* endlich ist nichts zu bemerken, da sie, wie schon erwähnt, mit der von allen Autoren anerkannten Familie *Trionychida* zusammenfällt.

Wie man aus der vorstehenden gedrängten Uebersicht über das von Boulenger proponirte System ersehen kann, ist er bei ausschliesslicher Berücksichtigung osteologischer Merkmale in der Hauptsache auf dieselben systematischen Einheiten oder Abtheilungen herausgekommen, wie die früheren Systematiker, welche den Knochenbau erst in zweiter Linie in Betracht gezogen haben, nur legt er den einzelnen Einheiten oder Abtheilungen einen anderen Werth bei und coordinirt sie demzufolge in seinem System auch in anderer Weise. Nun ist aber bekanntlich die erste Anforderung, die an jedes System gestellt werden muss, die, dass die einander coordinirten Abtheilungen auch ihren Merkmalen nach gleichwerthig sein müssen, und dieser Hauptanforderung entspricht Boulenger's System nur zu einem sehr geringen Theile, da nur seine beiden Unterordnungen *Athecae* und *Thecophora* gleichwerthig, seine drei Superfamilien aber durchaus ungleichwerthig sind.

Es kann wohl kaum einem Zweifel unterliegen, dass man eine Schildkröte, bei welcher das wesentlichste Merkmal der ganzen Ordnung, die theilweise Verwachsung des Körperskelets mit dem Hautskelet, nicht zur Entwickelung kommt, als besondere Hauptabtheilung den übrigen Formen entgegenstellen muss, zumal wenn sie, wie es bei *Dermochelys* der Fall ist, auch in der Bekleidung der Schale, im Baue des Schädels und in dem Mangel der Krallen an den Extremitäten Eigenthümlichkeiten darbietet, die sonst bei keiner anderen Form der Ordnung angetroffen werden, und es ist daher die von Boulenger vorgenommene Eintheilung der Schildkröten in zwei gleichwerthige Unterordnungen vollkommen berechtigt.

Was die drei Superfamilien anbetrifft, welche Boulenger in seiner Unterordnung *Thecophora* unterscheidet, so ist diejenige der Trionychiden eine durchaus natürliche, denn sie enthält Formen, die sowohl in der Form und Beschaffenheit des Rückenschildes, als auch im Bau des Brustschildes und der Extremitäten, so wie endlich auch in der Bekleidung der ganzen Schale mit einander übereinstimmen und sich zugleich durch eben diese Merkmale auch von den übrigen Thecophoren unterscheiden. Die Superfamilien der *Cryptodira* und *Pleu-*

rodira dagegen enthalten jede sehr heterogene Formen, die weder in der Form des Rückenschildes, noch im Bau des Brustschildes und der Extremitäten, noch endlich in der Bekleidung der Schale mit einander übereinstimmen, und sind daher durchaus unnatürlich. Scheidet man aus der erstgenannten Superfamilie die Cheloniiden und aus der letztgenannten die Carettochelyden aus, so bleiben in jeder Superfamilie allerdings lauter wirklich zusammengehörige Formen übrig, nur stimmen beide Superfamilien sowohl in der Form und Beschaffenheit des Rückenschildes, als auch im Bau des Brustschildes und der Extremitäten vollkommen mit einander überein und unterscheiden sich von einander nur durch das Becken, das bei den Cryptodiren frei, bei den Pleurodiren dagegen durch Synostose mit der Schale verbunden ist, und die Halswirbel, die bei den ersteren entweder gar keine, oder sehr schwache, bei den letzteren hingegen starke Querfortsätze besitzen; es bildet somit keine der beiden in Rede stehenden Superfamilien ihren Charakteren nach eine den Trionychiden gleichwerthige Abtheilung. Erst wenn man beide Superfamilien in eine vereinigt, wie ich das in meinen Chelonologischen Studien nach dem Vorgange Bonaparte's gethan habe erhält man eine Abtheilung, die den Trionychiden vollkommen gleichwerthig ist, da alle Repräsentanten derselben sowohl in der Form und Beschaffenheit des Rückenschildes, als auch im Bau des Brustschildes und der Extremitäten und in der Bekleidung der Schale mit einander übereinstimmen und sich zugleich durch diese Merkmale von den Trionychiden unterscheiden.

Die Cheloniiden oder Meerschildkröten, die Boulenger als letzte Familie seiner Superfamilie *Cryptodira* unterordnet, bilden, wie ich schon weiter oben bemerkt habe, gleichfalls eine den Trionychiden und den vereinigten Crypto- und Pleurodiren, denen ich den alten Namen *Testudinida* restituire, gleichwerthige Abtheilung und dasselbe gilt auch von den Carettochelyden, so dass also die Unterordnung *Thecophora* zunächst in folgende 4 Abtheilungen getheilt werden muss:

Testudinida.	Trionychida.	Carettochelyda.	Cheloniida.
Rückenschild oval mit Randknochen.	Rückenschild oval ohne Randknochen[1]).	Rückenschild herzförmig mit Randknochen.	Rückenschild herzförmig mit Randknochen.
Brustschildknochen zu e. Platte verwachsen.	Brustschildknochen zeitlebens getrennt.	Brustschildknochen zu e. Platte verwachsen.	Brustschildknochen zeitlebens getrennt.
Schale mit Hornplatten.	Schale ohne Hornplatten.	Schale ohne Hornplatten.	Schale mit Hornplatten.
Gang- oder Schwimmfüsse mit 4 oder 5 Krallen.	Schwimmfüsse mit 3 Krallen.	Flossenfüsse mit 2 Krallen.	Flossenfüsse mit 1 od. 2 Krallen.
Phalangen der Zehen mit Condylen.	Phalangen der Zehen mit Condylen.	Phalangen der Zehen mit Condylen.	Phalangen der Zehen ohne Condylen.

Von diesen 4 Abtheilungen, die ihren Charakteren nach gleichwerthig sind und denen

1) Die im hinteren, knorpeligen Rande des Rückenschildes vorhandenen rudimentären Randknochen bei den *Emyda*-Arten kommen hier nicht weiter in Betracht, da sie niemals mit dem knöchernen Discus in Verbindung stehen.

ich die Bedeutung von Familien beilege, ist die erste, *Testudinida*, die artenreichste und muss weiter in 2 Tribus getheilt werden, für welche ich die früher von mir vorgeschlagenen Benennungen *Chersemyda* und *Chelyda* beibehalte. Die Tribus *Chersemyda* enthält die Arten, bei welchen das Becken frei ist und deren Brustschild höchstens 12 Platten trägt, und zu der Tribus *Chelyda* rechne ich die Arten, bei denen das Becken mit der Schale verwachsen ist und die sämmtlich eine Intergularplatte besitzen, so dass also ihr Brustschild constant mit 13 Platten bekleidet erscheint; es entsprechen somit diese beiden Tribus den Superfamilien *Cryptodira* und *Pleurodira* Boulenger's mit Ausschluss der Formen mit Flossenfüssen, also der *Chelonidae* und *Carettochelydae*, die ich als besondere Familien auffasse. Jede dieser beiden Tribus lässt sich weiter in zwei Gruppen oder Subtribus eintheilen, denen ich aber keine besonderen Benennungen beilegen will, da sonst das System nur überflüssiger Weise complicirt wird. Die beiden Gruppen unter den Chersemyden unterscheiden sich dadurch von einander, dass bei den Arten der einen die Pectoralplatten mit den Marginalen in direkter Berührung stehen, während bei den Arten der anderen diese Berührung nicht stattfindet, da die genannten Platten entweder durch besondere Sternocostalplatten, oder durch das Aneinandertreten der jederseitigen Axillar- und Inguinalplatte von einander geschieden sind; die erste dieser Gruppen entspricht genau der Familie *Testudinidae* Boulenger's, und die zweite umfasst seine Familien *Platysternidae*, *Chelydridae*, *Dermatemydidae* und *Cinosternidae*. In der Tribus *Chelyda* fallen die beiden Gruppen genau mit den von Boulenger unterschiedenen Familien *Pelomedusidae* und *Chelydidae* zusammen, die sich dadurch von einander unterscheiden, dass bei den Arten der ersteren am Schädel stets ein knöcherner Arcus zygomaticus vorhanden ist und ihr Brustschild aus 11 Knochen besteht, bei denjenigen der letzteren dagegen der knöcherne Arcus zygomaticus fehlt und der Brustschild aus den gewöhnlichen 9 Knochen zusammengesetzt ist.

Wie man sieht, weicht die hier vorgeschlagene Eintheilung nicht unwesentlich von dem Systeme Boulenger's ab und da ich auch hinsichtlich der Gattungen seine Auffassung nicht immer theilen kann, so hielt ich es für zweckmässig, eine Uebersicht über das von mir adoptirte System zu geben, in welcher alle höheren systematischen Einheiten, von der Ordnung herab bis zu den Gattungen, kurz charakterisirt sind. Da ich mich aber weiter oben bereits eines Genaueren darüber ausgesprochen habe, wie die Superfamilien und Familien Boulenger's mit den Familien und Tribus der hier gegebenen Eintheilung zu combiniren sind, so schien es mir überflüssig, bei diesen letzteren nochmals anzugeben, mit welchen Abtheilungen der Boulenger'schen Classification sie zusammenfallen, und ebenso habe ich auch bei den einzelnen Gattungen die Synonymie fortgelassen, da dieselbe im Boulenger'schen Cataloge in sehr eingehender Weise behandelt ist und ich sie also einfach hätte abschreiben müssen. Ich hielt es daher für ausreichend, bei jeder einzelnen Gattung nur die auf den genannten Catalog hinweisenden Citate anzuführen, und glaube, dass dadurch jedem die Möglichkeit gegeben ist, sich ohne Mühe über die Synonymie der 32 von mir adoptirten Genera zu informiren.

ÜBERSICHT ÜBER DAS SCHILDKRÖTEN-SYSTEM.

Ordnung **Chelonia.**

Der Körper steckt in einer mehr oder weniger vollständigen Kapsel, die von besonderen flachen Hautknochen gebildet wird und unter welche Extremitäten, Schwanz und meist auch der Kopf zurückgezogen werden können. Die oberen Bogen und die rippenartig verlängerten Querfortsätze der Wirbel sind entweder mit den Knochen der Kapsel vollkommen verschmolzen, oder aber sie erscheinen zeitlebens von der Kapsel getrennt und selbstständig. Die Kapsel selbst, gewöhnlich Schale, Panzer, Carapace genannt, ist entweder mit regulären, symmetrisch angeordneten Hornplatten bekleidet, oder von einer continuirlichen Haut überzogen und besteht aus einem mehr oder weniger stark gewölbten Rückenschilde und einem gewöhnlich flachen, mehr oder weniger ausgesprochen kreuzförmigen Brustschilde, welche seitlich mit einander entweder durch Synostose, oder durch Synchondrose (resp. Ligamente) verbunden sind. Der Brustschild, der gewöhnlich von 9, seltener von 8 oder 11 Hautknochen gebildet wird und dem eigentlichen Sternum keineswegs homolog ist, stellt entweder eine zusammenhängende Platte dar, oder die ihn bildenden Knochen bleiben zeitlebens von einander getrennt und selbstständig. Die Kiefer sind stets zahnlos, mit einer Hornscheide bekleidet und zuweilen ausserdem noch mit lippenartigen Hautduplicaturen versehen. Die Extremitäten, stets in der Zahl 4 vorhanden, sind Gang-, Schwimm- oder Flossenfüsse und, eine einzige Gattung ausgenommen, stets mit Krallen bewaffnet, deren Zahl an jedem Fusse zwischen 1 und 5 schwanken kann. Der Schwanz von sehr verschiedener Länge, an der Spitze oft mit einem Nagel bewaffnet, zeigt an seiner Basis die länglich-rundliche (niemals quere) Cloakenöffnung und die Copulationsorgane sind nie doppelt, sondern stets einfach. Die Fortpflanzung geschieht ausschliesslich durch Eier, die eine derbe Kalkschale haben. Die Lebensweise ist sehr verschieden, indem es unter den Schildkröten sowohl Landbewohner,

als auch Süsswasser- und Meeresbewohner giebt, und ebenso ist auch die Nahrung, je nach den verschiedenen Arten, bald vegetabilisch, bald animalisch. Die Ordnung zerfällt zunächst in 2 Unterordnungen, *Thecophora* und *Atheca*.

I. Unterordnung THECOPHORA.

Die oberen Bogen und die rippenförmigen Querfortsätze der Wirbel mit den Hautknochen der Kapsel oder Schale vollkommen verwachsen. Der Rückenschild entweder kiellos, oder höchstens mit 3 Längskielen versehen. Die Füsse stets mit Krallen bewaffnet.

In dieser Unterordnung, zu welcher, mit Ausnahme einer einzigen Art, alle zur Zeit bekannten Schildkröten der Jetztwelt gehören, lassen sich vier besondere Familien, *Testudinida*, *Trionychida*, *Carettochelyda* und *Thalassita* unterscheiden.

1. Familie TESTUDINIDA.

Der Rückenschild in seinem horizontalen Umkreise stets von ovaler Form und stets mit Hornplatten gedeckt. Die Brustschildknochen, deren Zahl gewöhnlich 9, seltener 8 oder 11 beträgt, sind zu einer zusammenhängenden Platte verwachsen, die höchstens in der Mitte grössere oder kleinere Oeffnungen zeigt und, ebenso wie der Rückenschild, stets mit Hornplatten bekleidet ist. Das Tympanum immer sichtbar. Die Extremitäten Gang- oder Schwimmfüsse, von denen die vorderen niemals weniger als 4, gewöhnlich aber 5, die hinteren gewöhnlich 4, seltener 5 und nur bei einer einzigen Art zuweilen 3 Krallen tragen. Lebensweise terrestisch oder amphibiotisch.

Diese Familie, die artenreichste unter allen, umfasst 2 Tribus *Chersemyda* und *Chelyda*.

1. Tribus **Chersemyda.**

Das Becken frei, nicht an den Brustschild angewachsen. Am letzteren höchstens 2 Gularplatten, selten eine oder auch gar keine, so dass die Zahl der regulären Platten auf demselben nie mehr als 12 beträgt, aber auch auf 11, 8 und selbst 7 sinken kann. Die Repräsentanten dieser Tribus, die sehr zahlreich sind, haben fast alle die Fähigkeit ausser den Extremitäten und dem Schwanze auch den Kopf mehr oder weniger vollkommen unter die Schale einzuziehen, wobei der Hals sich in vertikaler Richtung S-förmig krümmt. Hierher gehören im Ganzen 15 Gattungen, welche in zwei grosse Gruppen vertheilt werden können, denen ich aber, um das System nicht unnützer Weise zu compliciren, keine besonderen Benennungen beilegen will. Die erste dieser beiden Gruppen enthält die 7 ersten Gattungen, bei deren Arten, die Pectoral- und Abdominalplatten mit den Marginolateralplatten in directer Berührung stehen, die zweite die letzten 8 Genera, bei deren Arten die genannten

Brustschildplatten durch die Anwesenheit besonderer, sogenannter Sternocostalplatten oder durch das Aneinandertreten der Axillar- und Inguinalplatten von der Berührung mit den Marginolateralplatten ausgeschlossen sind. Die erste Gruppe entspricht genau der Familie *Testudinidae* Boulenger's, die zweite umfasst die Familien *Platysternidae, Chelydridae, Dermatemydidae* und *Cinosternidae* des genannten Autors.

1. Gattung **Testudo** Auctorum.

Testudo Boulenger. Catal. of the Chelonians etc. p. 149.
Homopus Boulenger. Catal. of the Chelonians etc. p. 145.

Der Rückenschild aus einem Stück und meist stark gewölbt; der Brustschild gewöhnlich aus einem Stück, seltener aus zweien (in diesem Falle nur das hintere schwach beweglich), mit dem Rückenschilde stets durch Synostose verbunden und meist mit 12, seltener mit 11 Platten bekleidet, von denen die Pectoralen und Abdominalen immer mit den Marginolateralen in directer Berührung stehen. Nackenplatte bald vorhanden, bald nicht. Schwanzplatte gewöhnlich einfach, zuweilen auf ihrer oberen Fläche der Länge nach getheilt, mitunter aber auch doppelt. Axillar- und Inguinalplatten vorhanden. Kopf beschildert; Schwanz sehr kurz, an der Spitze zuweilen mit einem Nagel bewaffnet. Vorderarme mit grossen, meist dachziegelförmig angeordneten Schuppentuberkeln bekleidet; Hacken der Hinterfüsse und oft auch die Hinterseite der Schenkel mit spornartigen Tuberkeln versehen. Die Füsse sind digitigrade Klumpfüsse mit bis an das Nagelglied unbeweglich verwachsenen Zehen; vorn 5, seltener 4, hinten ausnahmslos 4 meist stumpfe Krallen. Lebensweise terrestrisch.

Die Gattung *Testudo* umfasst in der hier angenommenen Umgrenzung auch die Genera *Chersina* und *Manouria* meiner früheren Eintheilung, die sich beide als nicht haltbar erwiesen haben. Unter dem Namen *Chersina* hatte ich nämlich früher die Landschildkröten mit 11 Sternalplatten, die in der Erpétologie générale das 3te Sousgenre der Gattung *Testudo* bilden, zu einer besonderen Gattung vereinigt, aber schon damals bemerkt, dass diese Gattung sofort eingezogen und mit *Testudo* vereinigt werden müsste, sobald es sich herausstellen sollte, dass die Gularplatten bei einer und derselben Art bald doppelt, bald einfach sein können. Nachdem ich nun unter den als Doubletten ausrangirten Exemplaren von *Testudo pusilla* Shaw aus meiner algierischen Ausbeute ein Stück (№ 5) gefunden habe, bei welchem die beiden Gularplatten zu einer verschmolzen sind und ihre ursprüngliche Duplicität nur durch eine kurze Längsfurche angedeutet ist, hat das der Sternalplattenzahl entlehnte Merkmal seine diagnostische Bedeutung verloren. Ebenso lässt sich auch die Gattung *Manouria*, die auf *Testudo emys* Müll. begründet ist, nicht mehr aufrecht erhalten. Gray, der diese Gattung aufgestellt hat, charakterisirt sie durch die ganz nach aussen gerückten, in der Mittellinie des Brustschildes nicht zusammenstossenden, also gleichsam luxirten Pec-

toralplatten und durch die doppelte Caudalplatte, jedoch sind beide Merkmale gegenwärtig nicht mehr stichhaltig, denn einerseits hat Anderson [1]) nachgewiesen, dass die so eigenthümliche Stellung der Pectoralplatten nur den Männchen von *Testudo emys* Müll. zukommt, während bei den Weibchen diese Platten in der gewöhnlichen Weise in der Mittellinie des Brustschildes zusammenstossen, und andererseits ist die Duplicität der Caudalplatte, die schon an und für sich kaum ein generisches Merkmal abgeben könnte, auch bei *Testudo gigantea* Schweigg. und andeutungsweise auch bei *Testudo graeca* L. vorhanden. Alsdann muss ich bemerken, dass Boulenger die Gattung *Homopus*, welche von Duméril und Bibron für die Landschildkröten mit 4-kralligen Vorderfüssen begründet worden war und welche ich in der Bedeutung einer Untergattung von *Testudo* adoptirt hatte, wieder restituirt und dadurch von seiner Gattung *Testudo* unterschieden hat, dass bei den dahin gehörigen Arten die Kaufläche des Oberkiefers glatt ist, d. h. keine erhabene Längsleiste besitzt, während sich bei allen *Testudo*-Arten Boulenger's stets eine solche Längsleiste findet, die bei einzelnen Arten sogar doppelt erscheint. Da jedoch beide Genera sonst in allen übrigen Organisationsverhältnissen vollkommen mit einander übereinstimmen, so scheint mir die An- oder Abwesenheit der Längsleiste auf der Kaufläche des Oberkiefers keineswegs so wichtig zu sein, um als generisches Merkmal benutzt zu werden, und ich ziehe es daher vor, die *Homopus*-Arten Boulenger's zu der Gattung *Testudo* zu rechnen und sie als besondere Gruppe am Schlusse der Gattung aufzuführen. Dabei halte ich es für durchaus überflüssig, dieser Gruppe den Namen *Homopus* etwa in subgenerischer Bedeutung beizulegen, da dieser Namen auf eine Eigenthümlichkeit, die gleiche Anzahl von Krallen an allen 4 Füssen, hinweist, die gegenwärtig als generisches Merkmal absolut keine Bedeutung mehr hat, indem bekanntlich einerseits auch bei einer von Boulenger zu *Testudo* gerechneten Art, der *Testudo Horsfieldii* Gray, 4-krallige Vorderfüsse vorhanden sind und andererseits sich bei *Homopus signatus* Walb. die Vorderfüsse, wider Erwarten, als fünfkrallig erwiesen haben.

Was die Zahl der zur Gattung *Testudo* gehörenden Arten anbetrifft, so führt Boulenger deren 46 auf, nämlich 42 *Testudo* und 4 *Homopus*, wobei die *Testudo Schweiggeri* Gray, die Boulenger als zweifelhaft ohne Artnummer gelassen hat, mitgezählt ist; rechnet man dazu noch die *Testudo carbonaria* Spix, die er mit *Testudo tabulata* Walb. vereinigt, und die *Testudo planicauda* Grandd., die er wohl mit Unrecht fraglich zu *Pyxis arachnoides* Bell stellt, so ergiebt sich, dass die Gattung gegenwärtig 48 Arten enthält, welche über alle Welttheile, mit alleiniger Ausnahme von Australien, zerstreut sind.

2. Gattung **Pyxis** Bell.

Pyxis Boulenger. Catal. of the Chelonians etc. p. 144.

Der Rückenschild aus einem Stück und stark gewölbt. Der Brustschild durch Synostose mit dem Rückenschilde verbunden und mit 12 Platten bekleidet, von denen die Pectoralen

1) Proc. zool. Soc. of London 1872, p. 132—144.

und Abdominalen mit den Marginolateralen in directer Berührung stehen: er besteht aus 2 Stücken, indem der Vorderlappen desselben durch ein elastisches Ligament mit dem Mittelstück verbunden und also beweglich ist; das Charnier liegt zwischen den Brachial- und Pectoralplatten. Nackenplatte vorhanden, Schwanzplatte einfach. Axillar- und Inguinalplatten vorhanden. Kopf beschildert, Schwanz an der Spitze mit einem Nagel bewaffnet. Vorderarme an ihrer Extensorenseite mit grossen, dicken, dicht gestellten Schuppen bekleidet. Die Füsse sind digitigrade Klumpfüsse, die vorderen mit 5, die hintern mit 4 Krallen, welche sämmtlich ziemlich lang und spitz sind. Lebensweise aller Wahrscheinlichkeit nach terrestrisch.

Die einzige bekannte Art bewohnt Madagascar, ob sie aber auch in Ost-Indien einheimisch ist, woher das Pariser Museum durch Dussumier de Fombrune mehrere Exemplare erhalten hat, ist mehr als zweifelhaft, da sie später in diesem, von den Engländern doch gut durchforschten Lande nicht wieder gefunden worden ist.

3. Gattung **Cinixys** Bell.

Cinixys Boulenger. Catal. of the Chelonians etc. p. 140.

Der stark gewölbte Rückenschild besteht aus 2 Stücken, von denen das hintere mehr oder weniger beweglich und durch Faserknorpel mit dem vorderen verbunden ist. Die Trennungslinie dieser beiden Stücke ist winklig geknickt und verläuft oben, wo sie äusserlich kaum wahrzunehmen ist, zwischen der 3ten und 4ten Vertebralplatte, seitlich zwischen den beiden mittleren Costalen und am Rande, wo sie am deutlichsten ist, zwischen den beiden letzten Marginolateralplatten. Der Brustschild besteht aus einem Stück, ist durch Synostose mit dem Rückenschilde verbunden und mit 12 Platten bekleidet, von denen die Pectoralen und die Abdominalen mit den Marginolateralen in directer Berührung stehen. Nackenplatte bald vorhanden, bald nicht; Schwanzplatte stets einfach. Axillar- und Inguinalplatten vorhanden, die ersteren klein, die letzteren sehr gross. Kopf beschildert, Schwanz bald mit, bald ohne Nagel an der Spitze. Vorderarme an der Extensorenseite mit tuberkelförmigen, z. Th. imbricat angeordneten Schuppen bekleidet, unter denen an jedem Fusse 6—8 ganz besonders gross erscheinen. Die Füsse sind digitigrade Klumpfüsse, nur sind die Zehen an den Hinterfüssen deutlicher und nicht bloss an den Krallen zu erkennen. Vorderfüsse mit 5, Hinterfüsse mit 4 starken, ziemlich spitzen Krallen versehen. Lebensweise terrestrisch, doch sollen die Thiere auch gern in's Wasser gehen.

Die *Cinixys*-Arten sind in der ganzen Schildkrötenreihe die einzigen, bei welchen der Rückenschild aus 2 Stücken besteht, von denen das hintere beweglich ist und gewissermaassen als Klappe zum Schliessen der Schale dient. Nur muss ich bemerken, dass die Beweglichkeit dieser Klappe allem Anscheine nach erst im Alter auftritt oder doch wenigstens an Stärke zunimmt, denn bei jungen Exemplaren ist die Trennungslinie kaum angedeutet und

somit wird wohl auch von der Beweglichkeit der Klappe nicht viel vorhanden sein. Die Gattung enthält 3 Arten, die ausschliesslich auf das mittlere und südliche Afrika beschränkt sind.

4. Gattung **Cistudo** Gray.

Cistudo Boulenger. Catal. of the Chelonians etc. p. 114.

Der Rückenschild stark gewölbt, aus einem Stück. Der Brustschild, an dem die seitlichen Flügel (bridge) fast gänzlich fehlen, ist sehr gross und breit, mit dem Rückenschilde durch Synchondrose verbunden und mit 12 Platten bekleidet, von denen die Pectoralia und Abdominalia mit den Marginolateralen in directer Berührung stehen; er besteht aus zwei Stücken, die beide beweglich sind, und zwar liegt das Charnier hier zwischen den Pectoral- und Abdominalplatten. Die Nackenplatte vorhanden, die Schwanzplatte immer doppelt. Axillar- und Inguinalplatten fehlen entweder ganz, oder sind in höchst rudimentärem Zustande vorhanden. Der Kopf von einer glatten Haut überzogen, besitzt keinen knöchernen Arcus zygomaticus (temporal arch). Schwanz sehr kurz, ohne Endnagel. Die Vorderarme an der Extensorenseite mit grösseren Schuppen bekleidet. Die Füsse sind Schwimmfüsse mit deutlich erkennbaren Zehen, zwischen welchen sehr kurze Schwimmhäute vorhanden sind. An den Vorderfüssen stets 5, an den Hinterfüssen gewöhnlich 4, zwischendurch auch nur 3 scharfe Krallen. Lebensweise terrestrisch.

Diese Gattung enthält die nord-amerikanischen Box-Tortoises oder Dosenschildkröten, die bekanntlich ihre Schale, ebenso wie einige *Cinosternon*-Arten, hermetisch oder fast hermetisch verschliessen können. In meiner früheren Eintheilung hatte ich dieselben nach dem Vorgange von Duméril und Bibron mit 2 asiatischen Arten, welche die Schale gleichfalls mehr oder weniger vollkommen verschliessen können, vereinigt und in eine besondere Gattung, *Terrapene*, gestellt. Nachdem aber Boulenger zuerst darauf aufmerksam gemacht hat, dass den amerikanischen Dosenschildkröten der Arcus zygomaticus fehlt, der bei den asiatischen Arten vorhanden ist, scheint es mir richtiger, diese Box-Tortoises, die auch in der Form der Schale von den übrigen nicht unbedeutend abweichen, in eine besondere Gattung zu stellen, der ich denn auch den von Boulenger gebrauchten Namen *Cistudo* belassen habe.

Nach Boulenger giebt es zwei verschiedene Arten von *Cistudo*, die beide in Nord-Amerika einheimisch sind und von denen die eine in einer besonderen Varietät bis nach Mexico vordringt.

5. Gattung **Emys** Duméril.

Emys Boulenger. Catal. of the Chelonians etc. p. 111.
Cyclemys Boulenger. Catal. of the Chelonians etc. p. 128.

Der Rückenschild bald mehr, bald weniger gewölbt, aus einem Stück. Der Brustschild mit im Ganzen schwach ausgebildeten Flügeln ist durch Synchondrose mit dem Rücken-

schilde verbunden und mit 12 Platten bekleidet, von denen die Pectoralen und Abdominalen mit den Marginolateralen in directer Berührung stehen; er besteht aus 2 mehr oder weniger beweglichen Stücken, deren Charnier zwischen den Pectoral- und Abdominalplatten liegt. Die Nackenplatte vorhanden, die Schwanzplatte stets doppelt. Axillar- und Inguinalplatten meist vorhanden, zuweilen aber klein. Der Kopf, von einer glatten Haut überzogen, besitzt immer einen knöchernen Arcus zygomaticus. Der Schwanz kurz oder von mässiger Länge, bei den Jungen gewöhnlich länger als bei den Ausgewachsenen. Die Vorderarme an der Extensorenseite mit grossen Schuppen bekleidet. Die Füsse sind Schwimmfüsse mit deutlichen Zehen und mehr oder weniger stark ausgebildeten Schwimmhäuten. An den Vorderfüssen stets 5, an den Hinterfüssen stets 4 scharfe Krallen. Lebensweise amphibiotisch.

Diese Gattung enthält die übrigen Chersemyden, deren knorpelige Sternocostalsutur nicht mit besonderen Sternocostalplatten bekleidet ist und deren Kopf einen knöchernen Arcus zygomaticus besitzt, und entspricht also der Gattung *Emys* und theilweise auch der Gattung *Terrapene* meiner früheren Eintheilung. Boulenger vertheilt die hierhergehörigen Arten in 2 besondere Genera, *Emys* und *Cyclemys*, die sich nur dadurch von einander unterscheiden, dass bei den *Emys*-Arten die vorderen Lateralseiten der hexagonalen Neuralknochen kürzer sind, als die hinteren, während bei den *Cyclemys*-Arten das umgekehrte Verhältniss statthat, indem bei ihnen, wenigstens an den vorderen Neuralknochen die vorderen Lateralseiten länger sind, als die hinteren. In allen übrigen Organisationsverhältnissen, auch in den osteologischen, stimmen die Arten beider Gattungen vollkommen überein, denn dass bei den *Emys*-Arten der Schwanz im Alter mässig lang, in der Jugend länger, bei den *Cyclemys*-Arten dagegen in jedem Alter gleich kurz ist, dürfte kaum in's Gewicht fallen, und so scheint es mir denn richtiger, beide Gattungen in eine zu vereinigen. Von den 8 Arten, die man aus dieser Gattung kennt, finden sich 6 im südlichen Asien, eine im östlichen Nord-Amerika und die 8te gehört dem circummediterranen Gebiet an, überschreitet dasselbe aber sowohl nach Norden, als auch nach Osten, denn sie findet sich im ganzen gemässigten Europa und geht ostwärts bis nach Turkestan; dass sie aber südwärts wirklich bis nach Liberia, woher Dr. Steindachner[1]) ein Exemplar aus Monrovia erhalten hat, vordringen sollte, scheint mir denn doch mehr als zweifelhaft, und ich glaube, dass es sich hier entweder um ein Versehen in der Fundortsangabe, oder um ein verschlepptes, in Gefangenschaft gehaltenes Exemplar handelt.

6. Gattung **Geoemyda** Gray.

Geoemyda Boulenger. Catal. of the Chelonians etc. p. 135.

Der Rückenschild mässig gewölbt, aus einem Stück. Der Brustschild mit langen, aber schmalen Flügeln besteht gleichfalls aus einem Stücke, ist durch Synostose an den Rücken-

1) Sitzungsberichte der K. Acad. d. Wiss. zu Wien. LV, Abth. 1 (1867), p. 527.

schild befestigt und mit 12 Platten bekleidet, von denen die Pectoralen und Abdominalen mit den Marginolateralen in directer Berührung stehen. Nackenplatte vorhanden, Schwanzplatte stets doppelt. Axillar- und Inguinalplatten vorhanden. Der Kopf von einer glatten Haut überzogen, besitzt keinen knöchernen Arcus zygomaticus. Der Schwanz ziemlich kurz, ohne Nagel an der Spitze. Die Vorderarme an der Extensorenseite mit grösseren schildförmigen Schuppen bekleidet. Die Füsse sind Schwimmfüsse mit vollkommen deutlichen Zehen und meist sehr schwach ausgebildeten Schwimmhäuten zwischen denselben. Vorderfüsse mit 5, Hinterfüsse mit 4 ziemlich spitzen Krallen. Lebensweise amphibiotisch.

Das einzige Merkmal, durch welches sich diese Gattung von der folgenden unterscheidet, besteht in dem Mangel des knöchernen Arcus zygomaticus, denn die Beschaffenheit der Schwimmhäute, welche gleichfalls betont wird, scheint je nach den Arten verschieden zu sein, wenigstens finde ich bei den beiden mir vorliegenden vollständigen Exemplaren von *Geoemyda grandis* Gray die Schwimmhäute sowohl an den Vorder-, als auch an den Hinterfüssen in ganz ähnlicher Weise ausgebildet, wie bei den meisten *Clemmys*-Arten. Bei *Geoemyda depressa* Anders. dagegen scheinen die Zehen, so weit sich nach der Abbildung auf pl. LV von Anderson's Zoological Researches in Yunnan urtheilen lässt, allerdings frei zu sein und bei *Geoemyda spinosa* Gray, welcher Gray die Schwimmhäute gleichfalls völlig abspricht, lassen sich dieselben an der vorzüglichen Abbildung in Bell's Monograph auch nicht erkennen, müssen bei beiden aber doch nicht ganz fehlen, da Boulenger in der Charakteristik der Gattung *Geoemyda* ausdrücklich angiebt: «Digits with a short web».

Die 3 bisher bekannten Arten dieser Gattung bewohnen das südliche Asien, namentlich Burma, die malayische Halbinsel, Siam, Sumatra und Borneo.

7. Gattung **Clemmys** Wagler.

Kachuga Boulenger. Catal. of the Chelonians etc. p. 51.
Callagur Boulenger. Catal. of the Chelonians etc. p. 60.
Batagur Boulenger. Catal. of the Chelonians etc. p. 61.
Hardella Boulenger. Catal. of the Chelonians etc. p. 63.
Morenia Boulenger. Catal. of the Chelonians etc. p. 66.
Chrysemys Boulenger. Catal. of the Chelonians etc. p. 69.
Ocadia Boulenger. Catal. of the Chelonians etc. p. 85.
Malacoclemmys Boulenger. Catal. of the Chelonians etc. p. 88.
Damonia Boulenger. Catal. of the Chelonians etc. p. 92.
Bellia Boulenger. Catal. of the Chelonians etc. p. 97.
Clemmys Boulenger. Catal. of the Chelonians etc. p. 100.
Nicoria Boulenger. Catal. of the Chelonians etc. p. 118.

Der Rückenschild aus einem Stück, ist bald stärker, bald schwächer gewölbt, im Verhältniss zu seiner Länge und Breite aber immer ziemlich niedrig. Der Brustschild, dessen

Flügel bald lang und schmal, bald breiter und kürzer erscheinen, besteht gleichfalls aus einem Stück, ist durch Synostose mit dem Rückenschilde verbunden und mit 12 Platten bekleidet, von denen die Pectoralen und Abdominalen mit den Marginolateralen in directer Berührung stehen. Nackenplatte vorhanden, Schwanzplatte stets doppelt. Axillar- und Inguinalplatten vorhanden. Der Kopf, stets mit knöchernem Arcus zygomaticus, ist von einer continuirlichen Haut überzogen, die jedoch zuweilen durch feine Linien in kleine, schildförmige Compartimente getheilt erscheint. Der Schwanz von verschiedener Länge besitzt keinen Nagel an der Spitze. Die Vorderarme an der Extensorenseite mit grösseren, oft dachziegelförmig gelagerten Schuppen von sehr verschiedener Form bekleidet. Die Füsse sind Schwimmfüsse mit deutlichen Zehen und wohlentwickelten Schwimmhäuten zwischen denselben. Vorderfüsse mit 5, Hinterfüsse mit 4 spitzen Krallen. Lebensweise amphibiotisch.

Diese Gattung, die, wie schon bemerkt, mit *Geoemyda* in allen Stücken, bis auf den hier stets vorhandenen knöchernen Arcus zygomaticus, vollkommen übereinstimmt, ist die artenreichste unter allen Schildkrötengattungen und da die dahingehörigen Arten im Habitus nicht unbeträchtlich differiren, so ist es erklärlich, dass schon zu wiederholten Malen versucht worden ist, dieselben in kleinere Gruppen zu ordnen oder auch die Gattung in mehrere selbstständige Genera zu spalten, doch haben alle diese Versuche bisher nicht das gewünschte Resultat gehabt, weil die so unterschiedenen Abtheilungen nicht scharf genug von einander abgegrenzt waren. Auch Boulenger erkennt die Gattung *Clemmys* in dem Umfange, wie ich sie hier gefasst habe, nicht an, sondern vertheilt die dahingehörigen Arten in nicht weniger als 12 selbstständige Genera, die fast ausschliesslich auf rein osteologische, nur am Skelet sichtbare Kennzeichen begründet sind und also schon an und für sich in systematischer Beziehung nur einen sehr bedingten Werth haben. Um zu zeigen, welcher Art die benutzten Unterscheidungsmerkmale sind, gebe ich in Nachfolgendem eine tabellarische Zusammenstellung derselben, genau so, wie sie in Boulenger's Catalogue auf p. 49 und 50 abgedruckt ist, jedoch mit Hinweglassung derjenigen Genera, die nicht auf Arten der in Rede stehenden Gattung begründet sind, und natürlich in umgekehrter Reihenfolge, da ich meine Eintheilung mit den typischen Landschildkröten begonnen habe, welche bei Boulenger am Schlusse der betreffenden Familie stehen [1]). Die Eintheilung ist auf folgende Merkmale basirt:

An den hexagonalen Neuralknochen (wenigstens an den vorderen) sind die vorderen Lateralseiten

1) Die beiden Arten der Gattung *Chaibassia* Theobald, die Boulenger zwar kurz charakterisirt, aber nicht in das System aufgenommen hat, da sie dazu noch zu ungenügend bekannt sind, werden sich bei genauerer Untersuchung wohl auch als hierhergehörig ausweisen. Diese meine Vermuthung hat sich bestätigt, denn in seinem neuesten Werke: The Fauna of British India. Reptilia and Batrachia, führt Boulenger auf p. 28 diese beiden Arten, die er in eine zusammenzieht, in seiner Gattung *Nicoria* auf und bemerkt, dass bei dieser *Nicoria tricarinata* Blyth «the hypoplastron is frequently attached to the carapace by ligament».

A) länger als die hinteren. Die Sutur zwischen den Brachial- und Pectoralplatten geht quer über das Os entosternale . . . . . 1. *Nicoria.*

B) kürzer als die hinteren. Die Kaufläche des Oberkiefers

I. ohne mediane Längsleiste. Die Choanen liegen

a. zwischen den Augen, d. h. in einer Verticalebene mit denselben. Die Sutur zwischen den Brachial- und Pectoralplatten geht quer über das Os entosternale. Der Axillar- und Inguinalfortsatz des Brustschildes

1) schwach ausgebildet, der letztere erreicht gerade noch den 5ten Costalknochen. Die Kopfhaut glatt, nicht in schildförmige Compartimente getheilt . . . . . 2. *Clemmys.*

2) stark ausgebildet, der letztere verbindet sich mit dem Rückenschilde zwischen dem 5ten und 6ten Costalknochen. Die Kopfhaut in ihrem hinteren Theile in schildförmige Compartimente getheilt. . . . . 3. *Bellia.*

b. hinter den Augen. Die Kaufläche des Oberkiefers sehr breit. Der Inguinalfortsatz des Brustschildes verbindet sich mit dem Rückenschilde

α) zwischen dem 5ten und 6ten (ausnahmsweise zwischen dem 4ten und 5ten) Costalknochen. Die Kopfhaut in ihrem hinteren Theile in schildförmige Compartimente getheilt. Die Sutur zwischen den Brachial- und Pectoralplatten geht quer über das Os entosternale . . . . . 4. *Damonia.*

β) an dem 5ten Costalknochen. Die Kopfhaut glatt, nicht in schildförmige Compartimente getheilt. Die Sutur zwischen den Brachial- und Pectoralplatten liegt hinter dem Os entosternale. . . . . 5. *Malacoclemmys.*

II. mit einer oder zwei Längsleisten jederseits. Der Axillar- und Inguinalfortsatz des Brustschildes

a. kurz oder von mässiger Länge. Die Choanen liegen

1) zwischen den Augen, d. h. in derselben Verticalebene. Der Inguinalfortsatz des Brustschildes verbindet sich mit dem Rückenschilde

α) zwischen dem 5ten und 6ten Costalknochen. Die Sutur zwischen den Brachial- und Pectoralplatten geht quer über das Os entosternale . . . . . 6. *Ocadia.*

β) am 5ten Costalknochen. Die Sutur zwischen den Brachial- und Pectoralplatten liegt hinter dem Os entosternale . . . 7. *Chrysemys.*

2) hinter den Augen. Der Inguinalfortsatz des Brustschildes verbindet sich mit dem Rückenschilde am 5ten, ausnahmsweise am 6ten Costalknochen. Die Sutur zwischen den Brachial- und Pectoralplatten liegt hinter dem Os entosternale . . . . . 8. *Morenia*.

b) stark ausgebildet, der erstere verbindet sich mit dem Rückenschilde am oder nahe am 1ten Rippenfortsatz, der letztere zwischen dem 5ten und 6ten Costalknochen. Die Sutur zwischen den Brachial- und Pectoralplatten liegt hinter dem Os entosternale. Die 4te Vertebralplatte umfasst

α) 3 Neuralknochen, ist also nicht länger als die 3te. Die Choanen liegen

1) hinter den Augen. Die Kaufläche des Oberkiefers besitzt jederseits

†) eine mediane Längsleiste . . . . . 9. *Hardella*.

††) zwei mediane Längsleisten. Die Vorderfüsse mit nur 4 Krallen . . . . . 10. *Batagur*.

2) zwischen den Augen, d. h. in einer Verticalebene mit denselben. Die Kaufläche des Oberkiefers jederseits mit nur einer medianen Längsleiste . . . . . 11. *Callagur*.

β) 4 oder 5 Neuralknochen, ist also verlängert . . . . . 12. *Kachuga*.

Abgesehen davon, dass die meisten der herbeigezogenen Unterscheidungsmerkmale äusserlich nicht sichtbar sind, sondern nur an skeletirten Exemplaren untersucht werden können, scheint es mir noch fraglich, ob einzelne derselben, wie z. B. die Form der Neuralknochen, auch wirklich derartig constant sind, dass man sie als Eintheilungscriterien benutzen kann. Es ist ja genugsam bekannt, dass die Vertebralplatten, die allen Schildkröten, deren Schale mit Hornplatten gedeckt ist, zukommen, und zwar constant in der Zahl 5, in ihrer Form bei ein und derselben Art sowohl nach dem Alter, als auch individuell mitunter nicht unbeträchtlich variiren, und es liegt daher die Vermuthung nahe, dass auch die Neuralknochen in ähnlicher Weise variiren könnten, zumal die Differenz in der Form eine sehr geringe ist und die Knochen bei den verschiedenen Arten in verschiedener Anzahl und Anordnung vorkommen, ja einzelnen Arten, wie z. B. allen australischen Schildkröten, gänzlich fehlen und überhaupt sehr an die in der Form bekanntlich wenig beständigen Schaltknochen erinnern. Noch weniger eignen sich die seitlichen Fortsätze des Brustschildes zum Unterscheidungsmerkmal, da die Differenzen in ihrer Form und Ausbildung, wie ich mich an Schalen von verschiedenen Arten, welche Boulenger zu *Nicoria*, *Bellia*, *Damonia*, *Malacoclemmys*, *Chrysemys*, *Morenia* und *Kachuga* rechnet, überzeugt habe, oft gleichfalls äusserst gering sind und da die Verbindungsstelle derselben mit dem Rückenschilde für die Axillarfortsätze ausnahmslos am 1ten Costalknochen liegt, freilich bald ganz am Unterrande

(*Clemmys* und *Morenia*), bald näher dem Oberrande (*Hardella* und *Kachuga*), während sich die Inguinalfortsätze am Hinterrande des 5ten, oder auf der Nath zwischen dem 5ten und 6ten, oder endlich am Vorderrande des 6ten Costalknochens, d. h. immer so ziemlich an derselben Stelle mit dem Rückenschilde vereinigen, bei *Damonia* aber ausnahmsweise auch so kurz sein können, dass sie nur bis zur Nath zwischen dem 4ten und 5ten Costalknochen reichen. Bei den *Damonia*-Arten ist somit die Veränderlichkeit in der Ausbildung der Inguinalfortsätze von Boulenger selbst constatirt und es ist daher keineswegs unmöglich, dass sich bei weiteren Untersuchungen auch bei den Arten der übrigen Genera Boulenger's ähnliche Variationen, und zwar nicht bloss der Inguinal-, sondern auch der Axillarfortsätze herausstellen könnten, in welchem Falle denn dieses Merkmal allen diagnostischen Werth verlieren würde. Genug, ich glaube nicht, dass sich diese 12 Gattungen Boulenger's aufrecht erhalten lassen, höchstens könnte man ihnen den Werth von Untergattungen beilegen, nur würden alsdann die vielen, z. Th. recht barbarisch klingenden Gray'schen Benennungen völlig überflüssig werden. Mir scheint es daher, für den Augenblick wenigstens, richtiger, die zahlreichen Arten der Gattung *Clemmys* Wagl. in 2 grosse, nicht mit besonderen Namen belegte Gruppen zu theilen, von denen die erste diejenigen Arten enthält, deren Oberkiefer auf der Kaufläche glatt erscheint, d. h. keine erhabene Längsleiste trägt, die zweite diejenigen mit einer oder 2 Längsleisten auf der Kaufläche des Oberkiefers.

Was die Zahl der gegenwärtig bekannten *Clemmys*-Arten anbetrifft, so führt Boulenger deren im Ganzen 49 auf, da er jedoch mehrere amerikanische Arten, die von anderen Autoren für selbstständig angesehen werden und wohl auch selbstständig sind, für Varietäten erklärt und eingezogen hat, so würde, wenn man diese letzteren mit in Betracht zieht, die Gesammtzahl der Arten auf 54 steigen, von denen 28 in Amerika, 24 in Asien und 2 im circummediterranen Gebiet einheimisch sind.

8. Gattung **Platysternon** Gray.

Platysternum Boulenger. Catal. of the Chelonians etc. p. 45.

Der Rückenschild sehr flach gewölbt, aus einem Stück; der Brustschild sehr breit und flach, besteht gleichfalls aus einem Stück und ist mit 12 Platten bekleidet, von denen keine mit den Marginolateralplatten in directer Berührung steht, weil die knorpelige oder ligamentöse Sternocostalverbindung mit 3 hinter einander liegenden, besonderen Sternocostalplatten gedeckt ist, von denen die vorderste der Axillar-, der hinterste der Inguinalplatte entspricht. Der sehr grosse Kopf, von einem einzigen Schilde gedeckt und mit durch ein Knochendach vollkommen überwölbten Schläfengruben, kann nicht unter die Schale eingezogen werden. Nackenplatte vorhanden, Schwanzplatte doppelt. Der Schwanz sehr lang, länger als der Rückenschild und mit Ringen von viereckigen Schuppen bekleidet. Die Vorderarme an der Extensorenseite mit breiten Hornschuppen bekleidet; ähnliche finden sich auch an den

Schienbeinen und an den Hacken. Die Haut der Hinterschenkel mit conischen Tuberkeln besetzt, die besonders neben der Cloakenöffnung sehr gross sind. Die Füsse sind Schwimmfüsse mit deutlichen Zehen und schwach entwickelten Schwimmhäuten. Vorderfüsse mit 5, Hinterfüsse mit 4 Krallen. Lebensweise amphibiotisch.

Die einzige Art dieser Gattung bewohnt Hinter-Indien und China und wird von Boulenger zum Typus einer besonderen Familie, *Platysternidae*, erhoben, weil sie grösstentheils opisthocoele Schwanzwirbel besitzt, während bei den Arten der 7 bisher behandelten Gattungen, welche Boulenger's Familie *Testudinidae* bilden, die Schwanzwirbel durchweg procoel sind.

9. Gattung **Macroclemmys** Gray.

Macroclemmys Boulenger. Catal. of the Chelonians etc. p. 23.

Der Rückenschild aus einem Stück, flach gewölbt und gewöhnlich mit 3 starken continuirlichen Längskielen, seltener mit 3 Längsreihen starker Kieltuberkeln versehen. Die jederseitigen 3 mittleren Marginolateralplatten sind doppelt und liegen in 2 Längsreihen über einander. Der Brustschild aus einem Stück, dabei schmal, ausgesprochen kreuzförmig und mit 10 Platten bekleidet, die aber eine sehr grosse Neigung zeigen, zu zerfallen, so dass häufig auch Exemplare mit beträchtlich grösserer Zahl von Sternalplatten vorkommen. Die Sternalflügel, die mit dem Rückenschilde durch Synostose verbunden sind, erscheinen von rechts nach links sehr breit, von vorn nach hinten dagegen sehr schmal und die sie deckenden, in der Zahl gleichfalls sehr variabelen Platten stehen mit den Marginolateralplatten nicht in Berührung, sondern sind von denselben durch 3 Sternocostalplatten getrennt, von denen die erste der Axillar-, die letzte der Inguinalplatte entspricht. Die Nackenplatte vorhanden, die Schwanzplatte doppelt. Der Kopf von enormer Grösse, mit starken grossen Hornschildern bekleidet und nur theilweise knöchern überwölbten Schläfengruben, kann nicht unter die Schale eingezogen werden. Unter dem Kinne 2 Bärtel. Der Schwanz lang, nur um $^1/_3$ oder $^1/_4$ kürzer als der Rückenschild, auf der Firste mit einer Längsreihe ziemlich flacher Kieltuberkeln bekleidet, an der Spitze aber ohne Endnagel. Die Vorderarme auf der Extensorenseite mit einzelnen, ziemlich grossen, in die Quere gezogenen Schuppen bekleidet, denen ähnliche auch an der Aussenseite der Hinterschienen vorhanden sind. Die Haut des Nackens und Halses chagrinirt und stellenweise mit kurzen Zotten besetzt. Die Füsse sind Schwimmfüsse mit vollkommen deutlichen, durch Schwimmhäute verbundenen Zehen. Vorderfüsse mit 5, Hinterfüsse mit 4 Krallen. Lebensweise amphibiotisch.

Die einzige bekannte Art dieser Gattung bewohnt die südlichen Staaten der nord-amerikanischen Union.

Diese Gattung und die folgende bilden bei Boulenger eine besondere Familie, *Chelydridae*, welche dadurch charakterisirt wird, dass bei den dahingehörigen Arten der Nuchalknochen jederseits einen rippenförmigen Fortsatz besitzt, der sich unter die Randknochen

unterschiebt und den Arten der bisher behandelten 8 Genera nicht zukommt, dass bei ihnen ferner die meisten Schwanzwirbel opisthocoel sind und dass ihre Schambeinfuge weit von der Sitzbeinfuge entfernt ist.

10. Gattung **Chelydra** Schweigger.

Chelydra Boulenger. Catal. of the Chelonians etc. p. 20.

Der Rückenschild aus einem Stück, flach gewölbt mit 3 Längsreihen von Kieltuberkeln versehen, die mit zunehmendem Alter an Höhe und Deutlichkeit abnehmen. Die Marginolateralplatten stets in einfacher Reihe. Der Brustschild aus einem Stück, dabei schmal, ausgesprochen kreuzförmig und mit 10, seltener mit 11 Platten bekleidet; seine Flügel, ebenso geformt, wie bei *Macroclemmys*, sind auch durch Synostose mit dem Rückenschilde verbunden, aber nur von je einer einzigen Platte gedeckt, welche von den Marginolateralplatten durch 3 Sternocostalplatten getrennt wird, von denen die erste der Axillar-, die letzte der Inguinalplatte entspricht, während die mittlere (nach Boulenger) auch fehlen kann. Nackenplatte vorhanden, Schwanzplatte doppelt. Der Kopf zwar breit, aber doch nicht von besonders auffallender Grösse, mit Hornschildern bekleidet und mit gleichfalls nur in ihrer vorderen Hälfte knöchern überwölbten Schläfengruben, kann kaum unter die Schale eingezogen werden. Am Kinne 2—4 Bärtel. Der Schwanz lang, in der Jugend so lang oder länger, bei ausgewachsenen Individuen etwa um $^1/_3$ oder $^1/_4$ kürzer als der Rückenschild, ist auf seiner Firste mit einem Zackenkamm versehen, der aus einzelnen, comprimirten, gegen die Spitze allmählich an Grösse abnehmenden Knorren besteht. Extremitäten mit ebensolchen Schildern bekleidet, wie bei *Macroclemmys*. Die Haut des Halses und Nackens warzig. Die Füsse sind Schwimmfüsse mit sehr deutlichen, durch starke Schwimmhäute verbundenen Zehen. Vorderfüsse mit 5, Hinterfüsse mit 4 spitzen Krallen. Lebensweise amphibiotisch.

Von den 2 Arten dieser Gattung bewohnt die eine, die bekannte Snapping Turtle, die östlichen Theile Nord-Amerika's, während die andere in Central-Amerika zu Hause ist.

11. Gattung **Dermatemys** Gray.

Dermatemys Boulenger. Catal. of the Chelonians etc. p. 27.

Der Rückenschild aus einem Stück, flach gewölbt. Der Brustschild gleichfalls aus einem Stück, ziemlich breit, durch Synostose mit dem Rückenschilde verbunden und mit 12 oder 11 Platten bekleidet, von denen keine mit den Marginolateralplatten in Berührung steht, sondern von denselben durch 4, selten durch 5, besondere Sternocostalplatten getrennt ist, von denen die vorderste der Axillar-, die hinterste der Inguinalplatte entspricht. Nackenplatte vorhanden, Schwanzplatte doppelt. Sämmtliche Platten der Schale äusserst dünn und hautartig. Der Kopf von gewöhnlicher Grösse mit vorgestreckter, leicht aufwärts gerichteter

Schnauze ist von einer glatten Haut überzogen. Kinnbärtel nicht vorhanden. Der Schwanz sehr kurz, mit 4 Längsreihen von kleinen Tuberkeln besetzt und ohne Nagel an der Spitze. Die Vorderarme an der Extensorenseite mit einzelnen, weit von einander liegenden, in die Quere gezogenen, etwa bandförmigen Schildern bekleidet. Die Füsse sind Schwimmfüsse mit deutlichen Zehen und sehr entwickelten Schwimmhäuten. Vorderfüsse mit 5, Hinterfüsse mit 4 scharfen Krallen. Lebensweise amphibiotisch.

Die einzige bisher bekannte Art dieser Gattung ist in Central-Amerika einheimisch.

Diese und die beiden folgenden Gattungen, *Staurotypus* und *Claudius*, bilden bei Boulenger wiederum eine besondere Familie, *Dermatemydidae*, die sich von seiner Familie *Chelydridae* hauptsächlich nur dadurch unterscheidet, dass bei den dahingehörigen Arten die Schwanzwirbel procoel sind, in der Form des Nuchalknochens und des Beckens dagegen stimmen beide Familien überein.

12. Gattung **Staurotypus** Wagler.

Staurotypus Boulenger. Catal. of the Chelonians etc. p. 29.

Der Rückenschild aus einem Stück, mässig gewölbt und mit 3 Längskielen versehen. Der Brustschild kurz, schmal, ausgesprochen kreuzförmig, durch Synostose mit dem Rückenschilde verbunden und mit 4 Plattenpaaren bekleidet, von denen das letzte, die Analia, sehr häufig zu einer Platte verschmilzt, während am Vorderrande zwischen den Pectoralen mitunter eine rudimentäre Gularplatte vorkommt; er besteht aus 2 Stücken, von denen das vordere, das, da die Brachialplatten constant fehlen, von den Pectoralen allein gedeckt wird, mehr oder weniger beweglich ist. Die Axillar- und Inguinalplatten stehen mit einander in Contact, so dass die Abdominalia, welche allein auf die schlanken Sternalflügel übergehen, von der Berührung mit den Marginolateralen ausgeschlossen sind. Nackenplatte vorhanden, Schwanzplatte doppelt. Der Kopf gross, oben mit einer einzigen, sehr dünnen, hautartigen Hornplatte bekleidet, besitzt unter dem Kinne zwei Bärtel. Der Schwanz kurz, bei den Männchen länger, an der Spitze stets ohne Nagel und oben mit kleinen, mehr oder weniger deutlichen, in Längsreihen angeordneten conischen Tuberkeln bekleidet. Die Vorderarme an der Extensorenseite mit einzelnen, in die Quere gezogenen, band- oder halbmondförmigen Schuppen bekleidet, denen ähnliche auch über den Hacken vorhanden sind. Die Füsse sind Schwimmfüsse mit deutlichen Zehen und stark entwickelten Schwimmhäuten. Vorderfüsse mit 5, Hinterfüsse mit 4 spitzen Krallen. Lebensweise amphibiotisch.

Aus dieser Gattung kennt man zur Zeit 3 Arten, die sämmtlich in Mittel-Amerika einheimisch sind.

13. Gattung **Claudius** Cope.

Claudius Boulenger. Catal. of the Chelonians etc. p. 32.

Der Rückenschild aus einem Stück, schwach gewölbt und mit 3 wenig vortretenden Längskielen versehen. Der Brustschild kurz, ziemlich schmal, ausgesprochen kreuzförmig,

besteht aus einem Stück und ist durch Synchondrose (oder ein Ligament) mit dem Rückenschilde verbunden; er ist mit 4 Plattenpaaren bekleidet, von denen das letzte, (die Analia) zuweilen zu einer Platte verschmilzt, während vorn mitunter eine rudimentäre Gularplatte vorkommen kann. Die Sternalflügel, noch schlanker als bei *Staurotypus*, werden, wie bei der genannten Gattung, nur von einem Theile der Abdominalplatten gedeckt, die gleichfalls nicht mit den Marginolateralen in Berührung stehen, sondern durch das Aneinandertreten der Axillar- und Inguinalplatte, welche nach innen von der Sternocostalverbindung liegen, von ihnen geschieden sind. Der Kopf gross, oben mit einer dünnen Haut überzogen, besitzt unter dem Kinne 2 Bärtel. Der Schwanz kurz, beim Männchen länger, ist mit kleinen, in Längsreihen angeordneten Tuberkeln bekleidet und trägt beim Männchen einen sehr kleinen Endnagel. Die Extremitäten an der Extensorenseite mit einigen wenigen, band- oder halbmondförmigen Schildern bekleidet, denen ähnliche auch über den Hacken vorhanden sind. Die Füsse sind Schwimmfüsse mit deutlichen Zehen und stark entwickelten Schwimmhäuten. Vorderfüsse mit 5, Hinterfüsse mit 4 ziemlich spitzen Krallen. Lebensweise amphibiotisch.

Die einzige bekannte Art dieser Gattung findet sich in Mexico.

14. Gattung **Aromochelys** Gray.

Cinosternum part. Boulenger. Catal. of the Chelonians etc. p. 33.

Der Rückenschild aus einem Stück, ziemlich stark und gleichmässig gewölbt, mit mehr oder weniger steil abfallenden Seiten. Der Brustschild kurz, ziemlich schmal und kreuzförmig, ist mit dem Rückenschilde durch Synostose verbunden und besteht aus 2 Stücken, von denen das vordere mehr oder weniger beweglich ist, wobei das Charnier zwischen den Pectoral- und Abdominalplatten liegt; er ist mit 11 Platten bekleidet, von denen die Gularplatte stets einfach ist, oft rudimentär erscheint und zuweilen auch ganz fehlt; die Brachialplatten sind klein und stehen den Pectoralen in der Grösse stets beträchtlich nach. Die kurzen, aber breiten Sternalflügel werden nur von dem äusseren Theile der Abdominalplatten bekleidet, die mit den Marginolateralen nicht in Berührung stehen, sondern durch das Aneinandertreten der kleinen Axillar- und der beträchtlich grösseren Inguinalplatte von ihnen getrennt sind. Nackenplatte vorhanden, Schwanzplatte doppelt. Der Kopf von pyramidaler Form und gewöhnlicher Grösse, ist oben von einem einzigen dünnen Hornschilde gedeckt, besitzt unter dem Kinne 2 Bärtel und kann unter die Schale eingezogen werden. Der Schwanz kurz, bei den Männchen länger, an der Spitze stets mit einem kleinen Nagel bewaffnet. Die Vorderarme an der Extensorenseite mit einigen band- oder halbmondförmigen Schildern bekleidet, denen ähnliche sich auch über den Hacken finden. Ausserdem besitzen die Männchen noch Anhäufungen von kleinen gekielten Horntuberkeln an der Hinterseite der Oberschenkel. Die Haut des Halses, der Extremitäten und des Schwanzes warzig, mitunter selbst zottig. Die Füsse sind Schwimmfüsse mit deutlichen Zehen und stark entwickelten

Schwimmhäuten. Vorderfüsse mit 5, Hinterfüsse mit 4 scharfen Krallen. Lebensweise amphibiotisch.

Aus dieser Gattung sind mit Sicherheit nur 2 Arten bekannt, die beide in Nord-Amerika vorkommen.

Boulenger, der die Gattung *Aromochelys* nicht anerkennt, sondern die beiden dahingehörigen Arten in sein Genus *Cinosternum* stellt und sie daselbst die erste Gruppe bilden lässt, erhebt eben dieses Genus *Cinosternum* wiederum zum Typus einer besonderen Familie, *Cinosternidae*, welche dadurch charakterisirt wird, dass den dahingehörigen Arten das Os entosternale fehlt, ihr Brustschild also nicht, wie bei allen übrigen Chersemyden aus 9, sondern nur aus 8 Knochen zusammengesetzt ist, und dass an ihrem Becken die Schambeinfuge mit der Sitzbeinfuge durch eine schmale Knochenbrücke verbunden ist, neben welcher sich jederseits ein grosses Foramen obturatorium befindet; in der Form des Nuchalknochens stimmen die Cinosterniden sowohl mit den Chelydriden, als auch mit den Dermatemydiden überein, mit welchen letzteren sie auch die procoelen Schwanzwirbel gemein haben.

15. Gattung **Cinosternon** Spix.

Cinosternum part. Boulenger. Catal. of the Chelonians etc. p. 33.

Der Rückenschild aus einem Stück, ziemlich stark und gleichmässig gewölbt mit steil abfallenden Seiten. Der Brustschild lang, mehr oder weniger breit, mitunter auch so breit und lang, dass er die ganze Oeffnung des Rückenschildes schliesst, besteht aus 3 Stücken, von denen das vordere und das hintere mehr oder weniger beweglich sind. Das Mittelstück, das mit dem Rückenschilde durch Synostose verbunden ist und dessen Flügel bei den Arten mit breitem Brustschilde kaum wahrzunehmen sind, wird von den Abdominalplatten gedeckt, so dass das Charnier für den Vorderlappen zwischen den Pectoral- und Abdominal-, für den Hinterlappen zwischen den Abdominal- und Femoralplatten liegt. Er ist constant mit 11 Platten bekleidet, von denen keine mit den Marginolateralen in Berührung steht, sondern durch das Aneinandertreten der Axillar- und Inguinalplatte, welche die Sternocostalsutur decken, von ihnen getrennt bleibt. Die stets einfache Gularplatte ist ziemlich gross und die Brachialen haben entweder dieselbe Grösse wie die Pectoralen, oder sie sind grösser, welches letztere Verhältniss häufiger vorkommt. Nackenplatte vorhanden, Schwanzplatte doppelt. Der Kopf, von pyramidaler Form und gewöhnlicher Grösse, ist oben mit einem einzigen dünnen, fast hautartigen Schilde bekleidet und lässt sich vollkommen unter die Schale einziehen, welche letztere bei den Arten mit breitem Brustschilde, ähnlich wie bei den Dosenschildkröten, fast hermetisch verschlossen werden kann. Kinnbärtel stets vorhanden, aber je nach den Arten in verschiedener Anzahl. Der Schwanz kurz, bei den Männchen länger und an der Spitze meist mit einem in der Grösse, je nach den Arten, sehr verschiedenen Nagel bewaffnet. Die Vorderarme an der Extensorenseite mit wenigen band- oder halbmondförmigen Schildern

bekleidet, denen ähnliche auch über den Hacken vorhanden sind. Bei einzelnen, ausschliesslich nord-amerikanischen Arten besitzen die Männchen an der Hinterseite der Oberschenkel Anhäufungen von kleinen gekielten Horntuberkeln. Die Haut des Halses, der Extremitäten und des Schwanzes gewöhnlich rauh und selbst warzig. Die Füsse sind Schwimmfüsse mit deutlichen Zehen und sehr stark entwickelten Schwimmhäuten. Vorderfüsse mit 5, Hinterfüsse mit 4 spitzen Krallen. Lebensweise amphibiotisch.

Boulenger führt in seiner Gattung *Cinosternum* im Ganzen 11 Arten auf, von denen aber die beiden ersten in die Gattung *Aromochelys* gehören, so dass sich die Gesammtzahl der echten *Cinosternon*-Arten auf 9 beläuft, die sämmtlich in Amerika einheimisch sind und von denen 5 in Mittel-, 3 in Nord- und nur 1 in Süd-Amerika vorkommen.

2. Tribus **Chelyda.**

Das Becken an den Brustschild angewachsen, der letztere stets mit 13 regulären Platten bekleidet, da ausnahmslos ausser den beiden Gularen noch eine Intergularplatte vorhanden ist. Der Rückenschild, der stets aus einem Stück besteht, ist mit dem Brustschilde immer durch Synostose verbunden und von den Sternalplatten stehen die Pectoralen und Abdominalen stets mit den Marginolateralen in directer Berührung, da besondere Sternocostalplatten niemals vorkommen und auch die Axillar- und Inguinalplatte entweder fehlen, oder doch so rudimentär entwickelt sind, dass es schwer hält, sie zu erkennen. Die Repräsentanten dieser Tribus können den Kopf niemals unter die Schale einziehen, sondern wenden denselben zur Seite und verbergen ihn unter dem etwas vorstehenden Rande des Rückenschildes. Alle Chelyden besitzen Schwimmfüsse mit starken Interdigitalmembranen und führen sämmtlich eine amphibiotische Lebensweise.

Hierher gehören im Ganzen 8 Gattungen, welche sich ebenso, wie die 15 Gattungen der Tribus *Chersemyda*, in 2 grosse Gruppen unterbringen lassen, denen ich aber gleichfalls keine besonderen Benennungen beilegen will, obwohl sie von Boulenger, der sie als selbstständige Familien auffasst, bereits mit Namen belegt worden sind. Die erste Gruppe, zu welcher 3 Genera gehören, ist dadurch ausgezeichnet, dass bei allen dahingehörigen Arten am Schädel jederseits ein knöcherner Arcus zygomaticus vorhanden ist, und dass ihr Brustschild aus 11 Knochen besteht, indem jederseits noch ein supplementärer Knochen, das Os mesosternale, auftritt, das zwischen dem Os hyosternale und hyposternale liegt und entweder, wie bei *Sternothaerus*, bis zur Mittellinie des Brustschildes reicht, oder, wie bei *Podocnemis* und *Pelomedusa*, ganz nach aussen gerückt und auf die Sternalflügel beschränkt ist. Diese Gruppe entspricht der Familie *Pelomedusidae* der Boulenger'schen Eintheilung. Die zweite Gruppe, die mit der Familie *Chelydidae* Boulenger's zusammenfällt, umfasst 5 Gattungen, die darin mit einander übereinstimmen und sich von denen der ersten Gruppe unterscheiden, dass bei den dahingehörigen Arten niemals ein knöcherner Arcus zygomaticus vorkommt und dass ihr Brustschild aus den gewöhnlichen 9 Knochen besteht. Ein weiteres, auch äusserlich

wahrnehmbares Unterscheidungsmerkmal, welches den Repräsentanten der zweiten Gruppe zukommt, denen der ersten aber abgeht, würde der knöcherne hintere Schläfenbogen (parieto-squamosal arch) abgeben, jedoch ist dasselbe nicht ganz durchgängig, da dieser Bogen bei den *Chelodina*-Arten nicht vorhanden ist.

16. Gattung **Podocnemis** Wagler.

Podocnemis Boulenger. Catal. of the Chelonians etc. p. 200.

Rückenschild mehr oder weniger stark gewölbt, mit mehr oder weniger schräge abfallenden Seiten und mehr oder weniger horizontal gerichtetem Hinterrande. Nackenplatte fehlt, Schwanzplatte doppelt, ausnahmsweise auch einfach, dann aber auf ihrer oberen Fläche durch eine verticale Linie getheilt. Der Brustschild lang und breit, besteht aus einem Stück. Die Intergularplatte liegt zwischen den Gularen und nimmt Theil an der Bildung des vorderen Brustschildrandes. Der Kopf, mit knöchern überwölbten Schläfengruben, ist mit grossen regulären und symmetrisch angeordneten Hornschildern bekleidet und zeigt auf der Schnauze meist eine tiefe Längsrinne, die nur wenigen Arten fehlt. Am Kinne 1 oder 2 kurze Bärtel. Der Schwanz sehr kurz, an der Spitze meist ohne Endnagel. Am Aussenrande der Vorderarme eine Längsreihe grösserer Schilder und am Aussenrande der Hinterfüsse über der 5ten Zehe 2—3 grosse flache Schilder, sonst die Haut der übrigen Weichtheile nackt. Vorderfüsse mit 5, Hinterfüsse mit 4 Krallen.

Dem Beispiele Boulenger's folgend, habe ich die Gattung *Peltocephalus* eingezogen und mit *Podocnemis* vereinigt, da sie sich in Folge der Entdeckung einer von Grandidier als *Dumerilia madagascariensis* beschriebenen Schildkröte nicht mehr aufrecht erhalten liess. Diese obengenannte Art, die in der Form der Schale und in der Beschilderung des Kopfes mit den *Podocnemis*-Arten vollkommen übereinstimmt und auch ohne Widerrede mit ihnen in eine Gattung vereinigt werden muss, besitzt auf der Schnauze keine Längsrinne und stimmt in dieser Beziehung mit *Peltocephalus tracaxa* Spix überein, mit welchem sie auch noch das gemein hat, dass bei ihr das Jochbein mit dem Quadratbeine in directer Berührung steht, während diese Knochen bei den echten *Podocnemis*-Arten, d. h. bei denjenigen, die eine Längsrinne auf der Schnauze besitzen, stets getrennt bleiben. Ausser der Abwesenheit der ebenerwähnten Längsrinne galt auch die einfache, aber freilich auf ihrer oberen Fläche durch einen verticalen Strich getheilte Schwanzplatte für ein Merkmal der Gattung *Peltocephalus*, jedoch hat dasselbe gegenwärtig seinen diagnostischen Werth eingebüsst, da auch Exemplare des *Peltocephalus tracaxa* Spix mit doppelter Schwanzplatte vorkommen müssen, denn Boulenger bemerkt bei Besprechung dieser Art ausdrücklich «Supracaudal shield sometimes single». Es bleiben somit nur noch die Form des Kopfes, der nicht flachgedrückt, sondern pyramidal ist und an dem die Augen mehr lateral, als subvertical gerichtet sind, die Form des Interparietalschildes, das nach hinten nicht spitz zuläuft,

sondern im Gegentheil stark verbreitert ist, der an der Spitze etwas hakenförmig gekrümmte Oberkiefer und endlich der kleine Schwanznagel als Charaktere für die Gattung *Peltocephalus* übrig, die wohl schwerlich hinreichen dürften, um die Gattung aufrecht zu erhalten.

Boulenger führt in der Gattung *Podocnemis* im Ganzen 7 Arten auf, von denen 6 im nördlichen Süd-Amerika einheimisch sind, während die 7te auf Madagascar lebt.

17. Gattung **Sternothaerus** Bell.

Sternothaerus Boulenger. Catal. of the Chelonians etc. p. 191.

Rückenschild mehr oder weniger stark gewölbt, mit mehr oder weniger steil abfallenden Seiten. Nackenplatte fehlt, Schwanzplatte doppelt. Der Brustschild gross und breit, besteht aus 2 Stücken, von denen das vordere mehr oder weniger beweglich ist, wobei das Charnier zwischen den Pectoral- und Abdominalplatten liegt. Die Intergularplatte liegt zwischen den Gularen und nimmt Theil an der Bildung des vorderen Brustschildrandes. Der Kopf, mit offenen, nicht knöchern überwölbten Schläfengruben, ist mit regulären und symmetrisch angeordneten Hornschildern bekleidet und trägt unter dem Kinne 2 Bärtel. Der Schwanz kurz, ohne Endnagel. Die Haut der Weichtheile nackt, nur auf den Vorderarmen und den Schienbeinen mit grösseren flachen Schuppen bekleidet. Vorderfüsse mit 5, Hinterfüsse ebenfalls mit 5 Krallen.

Boulenger führt 6 Arten in dieser Gattung auf, die sämmtlich im tropischen Afrika, auf Madagascar und den benachbarten Inseln, so wie auf den Seychellen einheimisch sind.

18. Gattung **Pelomedusa** Wagler.

Pelomedusa Boulenger. Catal. of the Chelonians etc. p. 197.

Rückenschild sehr flach gewölbt mit sehr schräge abfallenden Seiten. Nackenplatte fehlt, Schwanzplatte doppelt. Der Brustschild ziemlich breit, besteht aus einem Stück. Die Intergularplatte liegt zwischen den Gularen und nimmt Theil an der Bildung des vorderen Brustschildrandes. Die Pectoralplatten kleiner als die Brachialen und zuweilen ganz nach aussen gerückt, so dass sie in der Mittellinie des Brustschildes nicht zusammentreffen. Der Kopf, mit offenen, nicht knöchern überwölbten Schläfengruben, ist ziemlich stark flachgedrückt, mit regulären und symmetrisch angeordneten Hornschildern bekleidet und trägt unter dem Kinne 2 Bärtel. Die Haut der Weichtheile mit flachen Tuberkeln bekleidet, die auf der Extensorenseite der Vorderarme und Schienen z. Th. durch leicht imbricate Schuppen ersetzt werden. Vorderfüsse mit 5, Hinterfüsse gleichfalls mit 5 Krallen.

Die einzige bekannte Art dieser Gattung ist im tropischen Afrika weit verbreitet und kommt auch auf Madagascar vor.

19. Gattung **Platemys** Wagler.

Rhinemys Boulenger. Catal. of the Chelonians etc. p. 217.
Hydraspis Boulenger. Catal. of the Chelonians etc. p. 219.
Platemys Boulenger. Catal. of the Chelonians etc. p. 226.

Der Rückenschild ziemlich flach gewölbt mit sehr schräge nach aussen abfallenden Seiten. Nackenplatte vorhanden, liegt am Rande zwischen den beiden Marginocollarplatten, Schwanzplatte doppelt. Die erste Vertebralplatte immer grösser als die zweite. Der Brustschild lang und breit, besteht aus einem Stück. Die Intergularplatte liegt zwischen den Gularen und nimmt Theil an der Bildung des vorderen Brustschildrandes. Der Kopf, flach gedrückt mit offenen, nicht knöchern überwölbten Schläfengruben, die nach hinten durch den knöchernen hinteren Schläfenbogen begrenzt werden, ist von einer weichen Haut überzogen, die aber häufig durch feine Furchen in kleine polygonale Compartimente getheilt erscheint, und trägt unter dem Kinne 2 Bärtel. Die Symphyse des Unterkiefers sehr kurz, kürzer als der Durchmesser der Augenhöhle. Der Hals meist ziemlich lang und entweder nackt oder mit mehr oder weniger convexen Papillen besetzt. Der Schwanz kurz, ohne Endnagel. Die Vorderarme und Schienbeine mit grösseren Schuppen bekleidet, die übrige Haut der Extremitäten und des Schwanzes nackt. Am Aussenrande der Vorderarme und des Tarsus ein mehr oder weniger deutlicher, mit grösseren Schuppen bekleideter Hautsaum. Vorderfüsse mit 5, Hinterfüsse mit 4 Krallen.

Boulenger vertheilt die hierhergehörigen Arten in 3 selbstständige Genera, welche durch die An- oder Abwesenheit der Neuralknochen, so wie durch die Form der Scheitelbeine und der hinteren Schläfenbogen (parieto-squamosal arch) von einander unterschieden werden. Was zunächst die Neuralknochen anbetrifft, so sind sie bei den Arten der Gattung *Hydraspis* in der gewöhnlichen Weise entwickelt, 6 an der Zahl und bilden auch eine zusammenhängende Längsreihe, bei der einzigen zu *Rhinemys* gerechneten Art sind sie schon etwas rudimentär, denn sie erscheinen kleiner, nur in der Zahl 4 und der letzte hängt mit den 3 vorderen auch nicht mehr zusammen, sondern ist durch das Aneinandertreten der Costalknochen des 4ten Paares von ihnen getrennt, und bei den *Platemys*-Arten endlich fehlen diese Knochen ganz. Hinsichtlich der Scheitelbeine und des hinteren Schläfenbogens ist zu bemerken, dass der direct unter der Haut liegende, von Muskeln entblösste Theil der ersteren bei den *Platemys*-Arten eine breite Fläche mit geraden Seitenrändern[1]) bildet und dass bei ihnen auch der Schläfenbogen eine flache Brücke darstellt; bei den *Hydraspis*-Arten erscheint der in Rede stehende Theil der Scheitelbeine etwas schmäler, mit bogenförmig ausgeschweiften Seitenrändern und ihr hinterer Schläfenbogen gleicht bis auf die etwas geringere Breite vollkommen dem der *Platemys*-Arten; bei der zu *Rhinemys* gerech-

1) Cf. Wagler. Natürl. Syst. der Amphibien. Atlas, tab. IV, f. 6.

neten Art endlich ist der direkt unter der Haut liegende Theil der Schläfenbeine auf eine schmale Leiste reducirt und ihr Schläfenbogen ist gleichfalls sehr schmal und bildet eine schmale, fast drehrunde Brücke. Derartige Merkmale, die nur auf einer graduellen Verschiedenheit in der Ausbildung der betreffenden Skelettheile beruhen, scheinen mir zur Aufstellung von Gattungen wenig geeignet und ich ziehe es daher vor, die 3 Genera Boulenger's in ein einziges zu vereinigen, dem ich den Namen *Platemys* beilege, der zwar nicht der älteste ist, aber doch schon früher für eine fast genau ebenso umgrenzte Gattung im Gebrauch war.

Aus der Gattung *Platemys* sind gegenwärtig mit Sicherheit nur 10 Arten bekannt, die sämmtlich in Süd-Amerika vorkommen.

20. Gattung **Emydura** Bonaparte.

Emydura Boulenger. Catal. of the Chelonians etc. p. 228.
Elseya Boulenger. Catal. of the Chelonians etc. p. 234.

Rückenschild ziemlich flach gewölbt mit sehr schräge abfallenden Seiten. Nackenplatte meist vorhanden und in der gewöhnlichen Lage, zuweilen aber auch fehlend. Schwanzplatte doppelt. Die erste Vertebralplatte klein, nicht grösser als die zweite. Der Brustschild lang, ziemlich schmal mit sehr ausgebildeten Flügeln, besteht aus einem Stück. Die Intergularplatte liegt zwischen den Gularen und nimmt Theil an der Bildung des vorderen Brustschildrandes. Der Kopf, ziemlich flach mit offenen, nicht knöchern überdachten Schläfengruben, die nach hinten durch den knöchernen hinteren Schläfenbogen begrenzt werden, ist von einer glatten Haut überzogen. Kinnbärtel bald vorhanden, bald nicht. Die Symphyse des Unterkiefers lang, entweder ebenso lang wie der Durchmesser der Augenhöhle, oder länger. Der Hals ziemlich lang, mit einer warzigen Haut bekleidet und auf der Oberseite zuweilen noch mit starken, conischen Horntuberkeln ausgestattet. Schwanz sehr kurz, ohne Nagel an der Spitze. Die Vorderarme auf der Extensorenseite und die Schienen über der Hacke mit sehr breiten leicht dachziegelförmig angeordneten Querschildern bekleidet. Vorderfüsse mit 5, Hinterfüsse mit 4 Krallen.

Der Unterschied zwischen dieser Gattung und der vorhergehenden, die einander überaus nahe verwandt sind, ist im Ganzen ein sehr geringer und besteht hauptsächlich darin, dass bei den *Emydura*-Arten die 1te Vertebralplatte nicht grösser ist als die 2te und dass die Symphyse ihres Unterkiefers an Länge dem Durchmesser der Orbita gleichkommt oder ihn noch übertrifft, während bei den *Platemys* die 1te Vertebrale stets grösser als die 2te ist und die Symphyse ihres Unterkiefers an Länge dem Durchmesser der Augenhöhle nachsteht; dennoch habe ich beide Genera adoptirt, weil sie in geographischer Beziehung zwei streng geschiedene Gruppen darstellen, indem die *Platemys*-Arten in ihrem Vorkommen auf das neotropische, die *Emydura*-Arten auf das australische Faunengebiet beschränkt sind.

Boulenger vertheilt die hierher gehörigen Arten in 2 selbstständige Genera, *Emydura* und *Elseya*, die sich von einander dadurch unterscheiden, dass bei den Arten des ersteren die Kaufläche des Oberkiefers glatt ist, d. h. keine erhabene Längsleiste besitzt, während bei der einzigen *Elseya*-Art diese Kaufläche jederseits mit einer solchen Längsleiste ausgestattet ist. Da meiner Ansicht nach dieses Merkmal allein nicht genügt, um Genera darauf zu begründen, so habe ich die Gattung *Elseya*, die sonst in jeder Hinsicht mit *Emydura* übereinstimmt, eingezogen und mit der letztgenannten Gattung vereinigt.

Von den 8 zur Zeit bekannten *Emydura*-Arten finden sich 5 auf dem Continent von Australien, während die 3 übrigen in ihrem Vorkommen auf Neu-Guinea beschränkt sind.

21. Gattung **Chelodina** Fitzinger.

Chelodina Boulenger. Catal. of the Chelonians etc. p. 213.

Rückenschild mehr oder weniger flach gewölbt mit sehr schräge abfallenden Seiten. Nackenplatte vorhanden, liegt am Rande des Schildes zwischen den Marginocollaren. Schwanzplatte doppelt. Brustschild, je nach den Arten, bald breiter, bald schmäler, besteht aus einem Stück. Die Intergularplatte nimmt keinen Antheil an der Bildung des vorderen Brustschildrandes, denn sie liegt hinter den Gularen, zwischen diese, die Brachialen und die Pectoralen eingekeilt. Kopf, breit und flach, mit offenen, nicht knöchern überdachten und wegen des fehlenden hinteren Schläfenbogens nach hinten auch nicht abgegrenzten Schläfengruben, ist mit einer dünnen Haut bekleidet, welche an den Schläfen durch feine Furchen in kleine polygonale Compartimente getheilt erscheint. Kinnbärtel fehlen. Der Hals ausserordentlich lang und von einer runzlichen Haut überzogen, welche auf seiner Oberseite grössere oder kleinere, recht dicht gestellte, flache Tuberkeln trägt. Der Schwanz kurz, ohne Nagel an der Spitze. Die Vorderarme an der Extensorenseite mit einer Reihe dünner, sehr in die Breite gezogener, etwa bandförmiger Schilder bekleidet, denen ähnliche auch auf den Schienen, über den Hacken, vorkommen. Vorderfüsse mit 4, Hinterfüsse gleichfalls mit 4 Krallen.

Von den 4 zur Zeit bekannten Arten dieser Gattung, finden sich 3 in Australien, die 4te dagegen ist neuerdings in Neu-Guinea entdeckt worden.

22. Gattung **Hydromedusa** Wagler.

Hydromedusa Boulenger. Catal. of the Chelonians etc. p. 210.

Rückenschild sehr flach gewölbt, mit sehr schräge abfallenden Seiten und mehr oder weniger deutlich rinnenförmig aufgebogenen Seitenrändern. Nackenplatte vorhanden, nimmt aber keinen Theil an der Bildung des vorderen Rückenschildrandes, da sie auf die Scheibe hinaufgerückt ist, hinter den Marginocollaren in einem Ausschnitt der 1ten Vertebralplatte liegt und gewissermaassen eine 6te Vertebralplatte repräsentirt. Schwanzplatte doppelt. Der

Brustschild ziemlich breit, besteht aus einem Stück. Die Intergularplatte liegt zwischen den Gularen und nimmt Theil an der Bildung des vorderen Brustschildrandes. Der Kopf, breit, flachgedrückt, mit offenen, nicht knöchern überdachten Schläfengruben, die nach hinten durch den knöchernen hinteren Schläfenbogen begrenzt werden, ist mit einer weichen Haut überzogen, die durch zahlreiche feine, bei ganz jungen Exemplaren ziemlich tiefe Furchen in lauter kleine, polygonale Compartimente getheilt erscheint. Kinnbärtel fehlen. Der Schwanz kurz, ohne Nagel an der Spitze. Die Vorderarme, am Aussenrande mit einer beschilderten Hautfalte versehen, sind auf der Extensorenseite mit flachen Schuppen bekleidet und zeigen ausserdem noch einige sehr in die Breite gezogene Schilder, denen ähnliche auch auf den Schienen, über den Hacken, vorkommen. Vorderfüsse mit 4, Hinterfüsse gleichfalls mit 4 Krallen.

Die beiden Arten dieser Gattung sind in Süd-Amerika einheimisch und scheinen in ihrem Vorkommen auf den Süden Brasiliens und die La-Plata-Staaten beschränkt zu sein.

23. Gattung **Chelys** Duméril.

Chelys **Boulenger. Catal. of the Chelonians etc. p. 207.**

Rückenschild flach gewölbt mit 3 Längsreihen starker Kielhöcker und ziemlich steil abfallenden Seiten. Nackenplatte vorhanden, liegt am Rande zwischen den Marginocollaren. Schwanzplatte doppelt. Der Brustschild, lang und schmal, besteht aus einem Stück und ist an den Seiten sehr deutlich gekielt. Die Intergularplatte liegt zwischen den Gularen und nimmt Theil an der Bildung des vorderen Brustschildrandes. Der Kopf ganz ausserordentlich flachgedrückt, von dreieckiger Gestalt, mit einer sehr grossen, fast bis an die Ohren reichenden Mundspalte und ganz an den Rand gerückten Augenhöhlen. Die Kiefer mit einer äusserst dünnen, fast häutigen Hornscheide bekleidet, sind mehr oder weniger schräg nach innen in das Maul gerichtet. Die Nasenlöcher in einen ziemlich langen, flachgedrückten Rüssel ausgezogen. Die Haut des Kopfes und der Weichtheile sehr rauh, mit bald in Längsreihen angeordneten, bald unregelmässig zerstreuten grösseren oder kleineren Tuberkeln und Warzen besetzt. Ueber jedem Tympanum und an dessen oberen Rand befestigt, findet sich ein ziemlich grosser, etwa dreieckiger, aufgerichteter Hautlappen, der entfernt an ein äusseres Ohr erinnert. Unter dem Kinne finden sich 2, an der Kehle 4 recht lange, am Ende zerspaltene Bärtel. Der Hals sehr lang, dabei sehr breit und ausserordentlich flach, zeigt oben jederseits am Rande 4—5 häutige Anhänge, die in eine Längsreihe angeordnet sind und den Kehlbärteln sehr ähnlich sehen. Zwischen diesen beiden Längsreihen finden sich noch 4 ähnliche Anhänge, von denen die jederseitigen 2 durch eine Längsreihe von grösseren Tuberkeln mit einander verbunden sind. Der Schwanz sehr kurz, ohne Nagel an der Spitze. Auf den Extremitäten finden sich ziemlich zahlreiche, breite, etwa halbmondförmige Schilder, die besonders auf der Extensorenseite der Vorderarme und am Aussenrande der Schienen sehr ausgebildet sind. Vorderfüsse mit 5, Hinterfüsse mit 4 Krallen.

Die einzige Art dieser Gattung, die bekannte Matamate, bewohnt Süd-Amerika, scheint aber ausschliesslich nur im nordöstlichen Theile des Continents vorzukommen.

2. Familie TRIONYCHIDA.

Der Rückenschild in seinem horizontalen Umkreise stets von ovaler Form, dabei meist sehr flach gewölbt, zeigt einen knöchernen, auf der Oberfläche vermiculirten oder granulirten Discus und rund um denselben einen weichen knorpeligen Rand, der nur bei einzelnen Arten in seinem hinteren Theile durch eine Reihe, auf der Oberfläche gleichfalls granulirter Randknochen gestützt ist. Die 9 Knochen des Brustschildes, von denen einzelne rauhe Stellen, sogenannte Callositäten, zeigen, bilden niemals eine zusammenhängende Platte, sondern bleiben zeitlebens von einander getrennt und verbinden sich auch niemals mit dem knöchernen Theile des Rückenschildes. Beide, sowohl Rücken-, als auch Brustschild, sind von einer dünnen continuirlichen Haut überzogen und tragen niemals Hornplatten. Die Nasenlöcher sind in einen weichen Rüssel ausgezogen und die Kiefer zeigen ausser der gewöhnlichen Hornscheide noch besondere lippenartige Hautduplicaturen. Das Tympanum immer unter der Haut verborgen und äusserlich nicht sichtbar. Die Extremitäten enden in breite flache Schwimmfüsse, mit sehr entwickelten Schwimmhäuten. An jedem Fusse stets nur die 3 inneren Zehen mit Krallen bewaffnet. Die Repräsentanten dieser Familie, die sämmtlich Kopf und Hals vollkommen unter die Schale einziehen können, führen eine durchaus aquatische Lebensweise und bewohnen ausschliesslich die Flüsse, Seen etc. der gemässigten und heissen Zone.

Hierher gehören im Ganzen 5 Gattungen.

24. Gattung **Trionyx** Geoffroy.

Trionyx Boulenger. Catal. of the Chelonians etc. p. 242.

Rückenschild mehr oder weniger flach gewölbt, zuweilen sogar fast ganz plan. Der Discus von mässiger Grösse, der ihn umgebende knorpelige Rand breit und ohne Spur von Randknochen. Der Brustschild kurz, mit mehr oder weniger schmalem Hinterlappen und stets ohne besondere klappenartige Vorrichtungen, so dass also die Hinterfüsse und der kurze Schwanz nicht verborgen werden können. Auf dem Brustschilde nie mehr als 5 Callositäten. Der Kopf von mässiger Länge, mit ziemlich langem Gesichtstheile, so dass die Augenhöhlen von der Schnauzenspitze entfernt und den Schläfengruben genähert sind. Die Haut, welche den Kopf, den Hals, die Extremitäten und den Schwanz bekleidet, ist nackt und zeigt nur auf der Extensorenseite der Vorderarme einige, sehr in die Breite gezogene, bandartige Querschilder.

Boulenger unterscheidet in dieser Gattung 15 Arten, von denen 9 im südlichen Asien, eine in Afrika und 4 in Nord-Amerika einheimisch sind.

25. Gattung **Pelochelys** Gray.

Pelochelys Boulenger. Catal. of the Chelonians etc. p. 262.

Rückenschild sehr flach gewölbt. Der Discus von mässiger Grösse, der ihn umgebende knorpelige Rand breit, ohne Spur von Randknochen. Der Brustschild kurz, mit schmalem Hinterlappen und ohne klappenförmige Vorrichtungen. Auf dem Brustschilde höchstens 5 Callositäten. Der Kopf kurz, verhältnissmässig breit und mit sehr kurzem Gesichtstheil, so dass die Augenhöhlen der Schnauzenspitze mehr genähert sind, als der Schläfengrube. Die Choanen liegen zwischen den Augenhöhlen. Die Hautbedeckung des Kopfes, des Halses, der Extremitäten und des Schwanzes genau so, wie bei den *Trionyx*-Arten.

Diese Gattung enthält nur eine einzige Art, welcher ich noch eine zweite hinzufügen kann; beide sind im südlichen Asien zu Hause.

26. Gattung **Chitra** Gray.

Chitra Boulenger. Catal. of the Chelonians etc. p. 263.

Rückenschild ziemlich flach gewölbt. Der Discus ziemlich gross, der ihn umgebende knorpelige Rand mässig breit und ohne Spur von Randknochen. Der Brustschild kurz, mit schmalem Hinterlappen und ohne klappenförmige Anhänge. Auf dem Brustschilde höchstens 5 Callositäten. Der Kopf ausserordentlich lang, mit äusserst kurzem Gesichtstheil, so dass die Augenhöhlen ganz an der Schnauzenspitze liegen und sehr weit von den Schläfengruben entfernt sind. Die Choanen liegen hinter den Augenhöhlen. Die Haut auf dem Kopfe, dem Halse, den Extremitäten und dem Schwanze genau so beschaffen, wie bei den *Trionyx*-Arten.

Die einzige bisher bekannte Art dieser Gattung findet sich auf dem Continent von Ost-Indien.

27. Gattung **Cycloderma** Peters.

Cycloderma Boulenger. Catal. of the Chelonians etc. p. 265.
Cyclanorbis Boulenger. Catal. of the Chelonians etc. p. 270.

Rückenschild ziemlich flach gewölbt. Der Discus gross, der ihn umgebende knorpelige Rand schmal und ohne eine Spur von Randknochen. Der Brustschild lang und breit, zeigt am Hinterlappen drei klappenförmige Anhänge, von denen der mittlere, an der Spitze befindliche, klein ist und zum Schutze des sehr kurzen Schwanzes dient, während jeder der seitlichen ziemlich gross erscheint und die angezogenen Hinterbeine deckt; da auch der Vorderlappen des Brustschildes sehr breit ist, so haben diese Thiere die Fähigkeit, ihre Schale fast hermetisch zu verschliessen. Auf dem Brustschilde 7—9 Callositäten, ausnahmsweise auch mehr. Die den Kopf, den Hals, die Extremitäten und den Schwanz bekleidende Haut ist

nackt und nur auf der Extensorenseite der Vorderarme und über den Hacken finden sich einige wenige, etwa halbmondförmige Querschilder.

Boulenger vertheilt die hierhergehörigen Arten in 2 selbstständige Gattungen, *Cycloderma* und *Cyclanorbis*, die sich hauptsächlich dadurch von einander unterscheiden, dass bei den Arten der ersteren die Neuralknochen eine continuirliche Längsreihe bilden und der Brustschild ausgewachsener Exemplare 7 Callositäten besitzt, während bei den *Cyclanorbis*-Arten die Zahl der Sternalcallositäten bei den Ausgewachsenen 9, oft noch mehr, beträgt und bei ihnen die Neuralknochen keine continuirliche Reihe bilden, indem alle oder doch die Mehrzahl derselben dadurch von einander getrennt sind, dass die Costalknochen in der Mittellinie des Rückenschildes mit einem Theile ihres Innenrandes an einander stossen[1]). Da die Unterschiede scharf und constant sind, so lässt sich gegen das Verfahren Boulenger's kaum etwas einwenden, nur dürfte, wenn derartigen Merkmalen generischer Werth beigemessen wird, auch die Gattung *Trionyx* nicht mehr in dem Umfange aufrecht erhalten werden können, in welchem Boulenger sie neuerdings gefasst hat, sondern es müssten aus derselben sowohl der *Trionyx subplanus* Geoffroy, als auch alle nord-amerikanischen Arten ausgeschieden, mit anderen Worten die Genera *Dogania* und *Aspidonectes* wieder restituirt werden. Der *Trionyx subplanus* Geoffr., der Typus der Gattung *Dogania* Gray, unterscheidet sich von allen übrigen Repräsentanten der Familie *Trionychida* dadurch, dass bei ihm auch das letzte Costalknochenpaar, das sonst in der Mittellinie des Rückenschildes stets vereinigt zu sein pflegt, durch einen dazwischen geschobenen Neuralknochen getrennt ist, so dass also die Costalknochen der einen Seite nirgends mit denen der anderen Seite in Berührung stehen, und die amerikanischen *Trionyx*-Arten, welche von einzelnen Autoren unter dem Namen *Aspidonectes* Wagler als besondere Gattung aufgefasst werden, besitzen jederseits nur 7 Costalknochen, während bei allen übrigen Arten der in Rede stehenden Familie stets 8 Paare dieser Knochen vorhanden sind. Die eben angeführten Merkmale sind gleichfalls scharf und constant, dennoch hat Boulenger die Gattungen *Dogania* und *Aspidonectes* nicht adoptirt, sondern sie ganz richtig mit *Trionyx* vereinigt, und so scheint es mir denn auch viel richtiger, die beiden Genera *Cycloderma* und *Cyclanorbis* in eine Gattung zu vereinigen, da sie in den Hauptmerkmalen, Vorhandensein der Sternalklappen bei gleichzeitiger Abwesenheit von Randknochen, vollkommen mit einander übereinstimmen.

Aus der Gattung *Cycloderma* kennt man gegenwärtig 4 Arten, die im tropischen Afrika einheimisch sind.

28. Gattung **Emyda** Gray.

Emyda Boulenger. Catal. of the Chelonians etc. p. 267.

Rückenschild ziemlich stark gewölbt. Der Discus sehr gross, der ihn umgebende

1) Ein drittes Merkmal, den Praenuchalknochen, der bei *Cycloderma* fehlt, bei *Cyclanorbis* aber vorhanden ist, habe ich unberücksichtigt gelassen, da er erst mit dem Alter auftritt und den jungen Exemplaren von *Cyclanorbis* gleichfalls fehlt.

knorpelige Rand schmal und von einigen auf ihrer Oberfläche granulirten Randknochen gestützt; von diesen Randknochen befindet sich einer in der Nackengegend und 5—8 jederseits in der Femoral- und Caudalgegend. Der Brustschild breit und lang, zeigt am Hinterlappen dieselben klappenförmigen Anhänge, deren schon bei *Cyclodorma* gedacht ist, nur erscheint hier der mittlere etwas stärker entwickelt. Auf dem Brustschilde constant 7 Callositäten, die in der Jugend kaum wahrzunehmen sind, und mit zunehmendem Alter immer mehr an Ausdehnung gewinnen. Die Haut des Kopfes und der Weichtheile nackt, nur auf der Extensorenseite der Vorderarme und über den Hacken finden sich einige wenige, halbmondförmige Querschilder.

Diese Gattung enthält 3 Arten, die in ihrem Vorkommen auf British Indien beschränkt sind.

3. Familie CARETTOCHELYDA.

Der Rückenschild in seinem horizontalen Umkreise herzförmig, vorn rundlich ausgeschnitten, hinten zugespitzt. Die 9 Brustschildknochen verwachsen zu einer zusammenhängenden Platte. Die ganze Schale ohne Hornplatten, sondern mit rundlichen oder unregelmässig wellenförmigen, erhabenen Rugositäten bedeckt. Das Tympanum unter der Haut verborgen, äusserlich nicht sichtbar. Die Extremitäten stellen flachgedrückte Flossenfüsse dar, von denen die vorderen länger sind als die hinteren. An jedem Fusse nur die beiden innersten Zehen mit Krallen bewaffnet. Der Kopf und die Extremitäten können nicht unter die Schale eingezogen werden. Lebensweise aquatisch.

Hierher gehört nur eine einzige Gattung.

29. Gattung **Carettochelys** Ramsay.

Carettochelys Boulenger. Catal. of the Chelonians etc. p. 236.

Rückenschild vorn ziemlich stark gewölbt, fällt sowohl nach hinten, als auch nach den Seiten in schräger Richtung ab. Der Brustschild breit, aber ziemlich kurz und durch Synostose mit dem Rückenschilde verbunden. Die ganze Schale ist bedeckt «with small round raised rugations or wavy irregular raised lines between shallow sculptures, toward the lower borders on the sides, these take an elongated form sometimes parallel to the sutures»[1]). Der Kopf, dessen Kiefer mit scharfkantigen Hornscheiden versehen sind, ist nur auf der Oberseite mit Schildern bekleidet, sonst ebenso wie der Hals, die Extremitäten und der Schwanz von einer nackten weichen Haut bedeckt, welche nur auf dem Innenrande der Vorderarme eine Längsreihe von Schildern zeigt.

1) Ramsay. Proceed. of the Linnean Society of New South Wales. 2d series I p. 160. Die der Beschreibung beigefügten 4 Tafeln geben leider auch keinen Aufschluss über die Beschaffenheit der Schalenbedeckung.

Die einzige, leider noch sehr ungenügend beschriebene Art dieser Gattung stammt aus dem Fly-River auf Neu-Guinea und ist überhaupt nur in einem einzigen weiblichen Exemplar bekannt.

4. Familie CHELONIIDA.

Der Rückenschild in seinem horizontalen Umkreise herzförmig, vorn rundlich ausgerandet, hinten zugespitzt. Die 9 Knochen des Brustschildes verwachsen nicht zu einer zusammenhängenden Platte, sondern bleiben zeitlebens getrennt. Die Schale stets mit Hornplatten bekleidet. Das Tympanum äusserlich nicht sichtbar. Die Extremitäten stellen Flossenfüsse dar mit abgeflachten und der Mehrzahl nach unbeweglich mit einander verbundenen Zehen. Die Vorderfüsse auffallend länger als die Hinterfüsse. Die Krallen mehr oder weniger rudimentär, kommen an jedem Fusse höchstens in der Zahl 2 vor Kopf und Extremitäten können nicht unter die Schale eingezogen werden. Lebensweise durchaus aquatisch, und zwar bewohnen diese Thiere alle Meere der heissen und gemässigten Zone.

Hierher gehören nur 2 Gattungen.

30. Gattung **Chelone** Brongniart.

Chelone Boulenger. Catal. of the Chelonians etc. p. 180.

Der Rückenschild ziemlich stark gewölbt, nach den Seiten und besonders nach hinten schräge abfallend, im Alter glatt, in der Jugend mit stärkeren oder schwächeren in drei Längsreihen angeordneten Kielhöckern versehen. Jederseits 4 Costalplatten, von denen die vorderste stets grösser ist als die letzte. Nackenplatte vorhanden, Schwanzplatte doppelt. Der Brustschild ziemlich breit mit 13 Platten bekleidet, von denen die Intergularplatte stark entwickelt ist. Jederseits 4—5 grosse Sternocostalplatten und vor denselben noch mehrere kleinere, die aber weder in Form, noch in Zahl constant sind. Der Kopf, von pyramidaler Form mit steil abfallenden Seiten und knöchern überdachten Schläfengruben, ist auf seiner horizontalen Oberfläche mit 10—12 regulären und symmetrischen Hornplatten bekleidet. Der Hals von einer faltigen Haut, die Extremitäten und der kurze Schwanz mit polygonalen Schildern bekleidet.

Aus dieser Gattung kennt man 2 Arten, von denen die eine, *Chelone imbricata* L., auf die Tropen beschränkt ist, während die andere, *Ch. Mydas* L., eine weitere Verbreitung besitzt und ausnahmsweise sogar im Mittelmeer angetroffen worden ist.

31. Gattung **Thalassochelys** Fitzinger.

Thalassochelys Boulenger. Catal. of the Chelonians etc. p. 184.

Rückenschild ziemlich stark gewölbt, nach den Seiten und besonders nach hinten schräge abfallend, in der Jugend mit 3 Längsreihen von Kielhöckern, von denen auch an

ausgewachsenen Stücken mehr oder weniger deutliche Spuren übrig bleiben. Jederseits wenigstens 5 Costalplatten, von denen die erste stets kleiner ist als die letzte. Nackenplatte vorhanden, Schwanzplatte doppelt. Der Brustschild von mässiger Breite, mit 12 oder 13 Platten bekleidet, im letzteren Falle die 13te oder Intergularplatte sehr klein und verkümmert. Die jederseitige Sternocostalsutur mit 3 bis 4 grossen Platten gedeckt, vor welchen in der Axillargegend noch einige kleine, weder in Form, noch in Zahl constante liegen. Der Kopf, auffallend gross und breit, von pyramidaler Form mit steil abfallenden Seiten und knöchern überdachter Schläfengrube, ist auf seiner horizontalen Oberfläche mit zahlreichen, gewöhnlich 20, regulären und symmetrischen Hornschildern bekleidet. Der Hals von einer faltigen Haut, die Extremitäten und der kurze Schwanz mit polygonalen Schildern bekleidet.

Boulenger führt 2 Arten in dieser Gattung auf, von denen die eine vor Kurzem im Golf von Mexico entdeckt worden ist, während die andere ein sehr weites Verbreitungsgebiet besitzt und auch im Mittelmeer recht häufig ist.

II. Unterordnung ATHECA.

Die oberen Bogen und die rippenförmigen Querfortsätze der Wirbel sind durchaus frei, nicht mit der Kapsel oder Schale verwachsen, deren Rückenschild aus einer Menge mosaikartig mit einander verwachsener, flacher Knochenstücke gebildet wird; die ganze Schale von einer dicken Lederhaut überzogen und mit 7 Längskielen versehen. Die Füsse krallenlos.

Zu dieser Unterordnung gehört nur eine einzige Familie.

5. Familie SPHARGIDA.

Der Rückenschild in seinem horizontalen Umkreise herzförmig, vorn rundlich ausgeschnitten, hinten scharf zugespitzt. Die 8 Knochen des Brustschildes (der 9te, das os entosternale, fehlt) bilden einen schmalen knöchernen Ring, so dass die Mitte des Brustschildes nicht knöchern ist. Die ganze Schale von einer dicken Lederhaut überzogen, die auf dem Rückenschilde 7, auf dem Brustschilde 5 Längskiele trägt. Der Kopf, mit knöchern überwölbter Schläfengrube, ist bei den Ausgewachsenen von einer glatten Haut überzogen, bei den Jungen beschildert. Tympanum unter der Haut verborgen, äusserlich nicht wahrnehmbar. Die Extremitäten enden in Flossenfüsse, an denen keine Krallen vorhanden sind.

Diese Familie enthält nur eine einzige Gattung.

32. Gattung **Dermochelys** Blainville [1]).

Dermochelys Boulenger. Catal. of the Chelonians etc. p. 7.

1) In meinen Chelonologischen Studien p. 58 habe ich den Namen *Dermochelys* für falsch gebildet erklärt und durch die Benennung *Dermatochelys* ersetzt, da jedoch nach dem griechischen Lexicon von Rost das Wort δερμόπτερος bei Aristoteles vorkommt, so lässt sich auch die von Blainville vorgeschlagene Benennung *Dermochelys* grammatikalisch nicht weiter beanstanden.

Der Kopf, die Schale, die Extremitäten und der Schwanz von einer continuirlichen Lederhaut überzogen, welche auf dem Rückenschilde 7, auf dem Brustschilde 5 Längsreihen von Knochenschildern trägt und bei den Ausgewachsenen sonst ganz glatt erscheint, während sie bei den Jungen auf dem Kopfe in reguläre und symmetrisch angeordnete Schilder, auf den Weichtheilen durch Furchen in polygonale z. Th. sogar schildförmige Compartimente getheilt und auf der Schale mit rundlichen Tuberkeln dicht besetzt ist. Der Hornüberzug des Oberkiefers zeigt an der Spitze 3 tiefe Ausschnitte, wodurch jederseits ein starker dreieckiger Zahn entsteht. Die Vorderextremitäten wenigstens doppelt so lang, wie die hinteren, erreichen bei den Jungen sogar die Länge des Rückenschildes.

Die einzige Art dieser Gattung bewohnt alle Meere der heissen und gemässigten Zone und ist zu wiederholten Malen sowohl im Mittelmeer, als auch an der Küste von Grossbritanien gefangen worden.

Dichotomische Tabelle zur Bestimmung der Schildkröten-Gattungen.

Die Extremitäten

A) stets mit Krallen bewaffnet, deren Zahl an jedem Fusse zwischen 1 und 5 schwanken kann. Der Rückenschild entweder glatt oder höchstens mit 3 Längskielen versehen. Die rippenartig verlängerten Querfortsätze, so wie mehr oder weniger auch die Rumpfwirbel selbst mit der Schale verwachsen (I. Unterordnung *Thecophora*). Der Rückenschild in seinem horizontalen Umkreise

I. stets von ovaler Form und ebenso wie der Brustschild

a) mit Hornplatten bekleidet. (1 Fam. *Testudinida*). Der Brustschild trägt

1) höchstens 12 reguläre Platten (1. Tribus *Chersemyda*). Die Pectoralplatten stehen mit den Marginalplatten

α) in directer Berührung. Die Extremitäten enden

∧) in Klumpfüsse mit bis an die Krallen verwachsenen Zehen und ohne Spur von Schwimmhäuten. Der Rückenschild besteht

⊙) aus einem Stück. Der vordere Brustschildlappen

†) ist unbeweglich und durch Naht mit dem Mittelstück verbunden. . . . . 1. *Testudo.*

††) ist beweglich, bildet mit dem Mittelstück ein ligamentöses Charnier . . . . . 2. *Pyxis.*

⊙⊙) aus 2 Stücken, von denen das hintere eine mehr oder weniger bewegliche Klappe darstellt . . . . 3. *Cinixys.*

^^) in Schwimmfüsse mit vollkommen getrennten und durch mehr oder weniger entwickelte Interdigitalmembranen mit einander verbundenen Zehen. Der Brustschild besteht

s) aus 2 mehr oder weniger beweglichen Stücken und ist durch Synchondrose mit dem Rückenschilde verbunden. Ein knöcherner Arcus zygomaticus

x) fehlt . . . . . 4. *Cistudo.*

xx) ist vorhanden . . . . . 5. *Emys.*

ss) aus einem Stück und ist durch Synostose mit dem Rückenschilde verbunden. Ein knöcherner Arcus zygomaticus

†) fehlt . . . . . 6. *Geoemyda.*

††) ist vorhanden . . . . . 7. *Clemmys.*

β) nicht in Berührung, sondern sind durch besondere Sternocostalplatten von ihnen getrennt. Der Schwanz

⊙) ausserordentlich lang, oft länger als der Rückenschild oder höchstens nur um ein Drittel kürzer als derselbe. Der Brustschild, der auf der Sternocostalsutur zwei oder drei besondere Platten trägt, ist

x) breit und hinten dreieckig ausgeschnitten . . . . . 8. *Platysternon.*

xx) schmal, ausgesprochen kreuzförmig und hinten zugespitzt. Die Marginolateralplatten liegen

η) in doppelter Reihe über einander. . . . . 9. *Macroclemmys.*

ηη) in einfacher Reihe, wie gewöhnlich. . . . . 10. *Chelydra.*

⊙⊙) kurz, erreicht kaum ein Viertel der Rückenschildlänge. Die Sternocostalsutur

†) mit 4, selbst mit 5, hinter einander liegenden Platten bekleidet . . . . . 11. *Dermatemys.*

††) höchstens mit 2 solcher Platten bekleidet. Der Brustschild

x) mit 8 (7) Platten gedeckt, dabei schmal und ausgesprochen kreuzförmig. Seine Verbindung mit dem Rückenschilde ist

s) knöchern . . . . . 12. *Staurotypus.*

ss) knorpelig oder ligamentös . . . . . 13. *Claudius.*

xx) mit 11 Platten gedeckt. Die Brachialplatten

η) kleiner als die Pectoralen . . . . . 14. *Aromochelys.*

ηη) ebenso gross oder grösser als die Pectoralen 15. *Cinosternon.*

2) stets 13 Platten, da immer eine Intergularplatte vorhanden ist. (2te Tribus *Chelyda*). Die Schnauzenspitze ist

α) einfach, nicht röhrenförmig verlängert. Die Vertebralplatten

^) in der normalen Zahl 5 vorhanden. Die Intergularplatte liegt

x) zwischen den Gularen und nimmt Theil an der Bildung des vorderen Brustschildrandes. Die Schläfengrube ist

⊙) von einem Knochendache überwölbt . . . . . 16. *Podocnemis.*

⊙⊙) offen, ohne Knochendach. Die Hinterfüsse mit

†) fünf Krallen, ebenso wie die vorderen. Der Brustschild besteht aus

η) zwei Stücken, von denen das vordere mehr oder weniger beweglich ist . . . . 17. *Sternothaerus.*

ηη) einem Stück. . . . . 18. *Pelomedusa.*

††) vier Krallen, die vorderen mit fünf. Die 1te Vertebralplatte ist

s) grösser als die 2te . . . . . 19. *Platemys.*

ss) kleiner oder ebenso gross wie die 2te. 20. *Emydura.*

xx) hinter den Gularen, nimmt also keinen Antheil an der Bildung des vorderen Brustschildrandes . . . . 21. *Chelodina.*

^^) in der Zahl 6 vorhanden, da die Nuchalplatte auf dem Discus hinter den Marginalen liegt . . . . . 22. *Hydromedusa.*

β) in eine lange Röhre ausgezogen . . . . . 23. *Chelys.*

b) mit Haut überzogen, ohne Hornplatten (2te Fam. *Trionychida*). Der Brustschild

1) einfach, ohne besondere klappenförmige Anhänge am Hinterlappen. Die Augenhöhlen sind der

α) Schläfengrube mehr genähert, als der Nasalapertur . . . . 24. *Trionyx.*

β) Nasalapertur mehr genähert, als der Schläfengrube. Die Choanen liegen

x) zwischen den Augenhöhlen, d. h. in einer Verticalebene mit denselben . . . . . 25. *Pelochelys.*

xx) weit hinter den Augenhöhlen. . . . . 26. *Chitra.*

2) mit besonderen klappenförmigen Anhängen in der Femoral- und Analgegend, unter welche die Hinterbeine und der Schwanz verborgen werden können. Meist ein Praenuchal-

knochen vorhanden, der in der Jugend zuweilen fehlt. Der Rand des Rückenschildes
α) überall durchaus knorpelig . . . . . 27. *Cycloderma.*
β) trägt in der hinteren Hälfte besondere Randknochen . . . 28. *Emyda.*

II. ausgesprochen herzförmig, mit nach hinten gerichteter Spitze. Die Schale
a) ohne Hornplatten, mit erhabenen, z. Th. welligen Rugositäten bekleidet (3te Fam. *Carettochelyda*). Die Extremitäten enden in Flossenfüsse mit je 2 Krallen . . . . . 29. *Carettochelys.*
b) mit Hornplatten bekleidet. (4te Fam. *Cheloniida*). Die Extremitäten enden in Flossenfüsse mit je 1 oder 2 Krallen. Die Costalplatten jederseits
1) in der normalen Zahl 4 vorhanden . . . . . 30. *Chelone.*
2) wenigstens in der Zahl 5 vorhanden, oft noch mehr . . . . . 31. *Thalassochelys.*

B) stets krallenlos. Die rippenartig verlängerten Querfortsätze und die Rumpfwirbel nicht mit der Schale verschmolzen, sondern frei. Der Rückenschild mit 7 Längskielen (II Unterordnung *Athecа*). Der Rückenschild in seinem horizontalen Umkreise herzförmig (5te Fam. *Sphargida*). Die Schale von einer continuirlichen Haut überzogen, ohne Hornplatten. . . . . 32. *Dermochelys.*

Ich gehe nunmehr zur Aufzählung der in unserem zoologischen Museum vorhandenen Schildkröten über und möchte hier einige Bemerkungen vorausschicken über die Art und Weise, wie ich das Verzeichniss eingerichtet habe. Zunächst gebe ich bei jeder Art das Citat der Originalbeschreibung, so wie der Beschreibung in Boulenger's Catal. of the Chelonians und füge denselben noch einen Hinweis auf eine Abbildung hinzu und, falls deren mehrere existiren, auf diejenige, welche ich für die gelungenste halte. Bei den Arten, welche bereits in meinen Chelonologischen Studien besprochen worden sind, gebe ich gleichfalls den Namen an, unter welchem ich sie in dem genannten Werke aufgeführt habe, nebst der betreffenden Seitenzahl und der Artnummer. Was die einzelnen Exemplare anbetrifft, so ist bei jedem die Art der Conservation, der Fundort, falls er bekannt, der Name der Person oder der Institution, von welcher das betreffende Stück acquirirt worden, so wie das Jahr, in welchem es dem Museum zugegangen ist, angegeben und zugleich habe ich, wie in meinen früheren Arbeiten bei allen Exemplaren, die als Geschenke eingelaufen sind, hinter den Namen des Gebers ein * gesetzt. Ferner hielt ich es für ganz zweckmässig, bei jedem Stück die Länge des Rückenschildes zu notiren, damit ein jeder daraus entnehmen kann, ob das be-

treffende Stück jung, mittelwüchsig oder ausgewachsen ist. Das Maass[1]), immer in Millimetern ausgedrückt, ist mit dem Zirkel genommen, ohne Berücksichtigung der Wölbung, so dass die Zahl also die geradlinige Entfernung anzeigt von der Spitze der Nuchalplatte, oder wo diese fehlt, von der Mitte des an ihrer Stelle befindlichen Ausschnittes bis zur Mitte des Hinterrandes der Caudalplatte, oder wo diese doppelt ist, bis zu dem Punkte, wo die beiden Platten auseinander zu treten beginnen. Bei den skeletirten Trionychiden, an denen zugleich auch der knorpiige Randtheil des Rückenschildes entfernt ist, bezieht sich das Maass immer nur auf die Länge des knöchernen Discus und an den wenigen Schädeln ist das Maass von dem Zwischenkiefer, resp. dem unter der Nase gelegenen Rande der Hornscheide bis zum hinteren Ende des Occipitalfortsatzes genommen worden. Endlich habe ich die wenigen neuen und einzelne noch nicht genügend bekannte Arten mehr oder weniger ausführlich beschrieben und den übrigen Arten hin und wieder, wo ich es für nöthig hielt, Bemerkungen hinzugefügt, die sich entweder auf Abweichungen, welche die mir vorliegenden Exemplare darboten, oder auf den Werth der zur Artunterscheidung benutzten Merkmale, oder endlich auf die Nomenclatur beziehen.

1) In meinen Chelonologischen Studien hatte ich die Trionychiden und Meerschildkröten mit einer Schnur über die Wölbung gemessen und es stimmen daher die dort gegebenen Maasse mit den hier gegebenen, durchweg mit dem Zirkel genommenen, nicht überein, sondern sind sämmtlich etwas grösser.

VERZEICHNISS DER IM ZOOLOGISCHEN MUSEUM DER KAISERLICHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN AUFGESTELLTEN SCHILDKRÖTEN.

1. **Testudo campanulata** Walb.

Testudo tabulata var. *campanulata* Walbaum. Chelonographia, p. 124.
Testudo marginata Boulenger. Catal. of the Chelonians etc. p. 174.
Testudo marginata Lortet. Archives du Mus. d'hist. nat. de Lyon IV, p. 7, pl. III, f. 2, IV, f. 1—4.
Testudo campanulata Strauch. Chelonol. Studien, p. 65, № 1.

1 Schale (275 mm.)	Fundort ?	Kunstkammer.
2 ausgestopft (157 mm.)	Helicon.	Dr. Küttner* 1862.
3310 in Weingeist (81 mm.)	Albanien.	Herr Dementjew* 1871.
3386 in Weingeist (81 mm.)	Albanien.	Herr Dementjew* 1871.
5348 ausgestopft (293 mm.)	Süd-Europa.	Pariser Museum 1879.
5351 in Weingeist (95 mm.)	Aegypten (?)	Pariser Museum 1879.

Dr. Schreiber hat in seiner Herpetologia europaea p. 557 für diese Art den Namen *T. nemoralis* Aldr. eingeführt und obwohl dieser Name der älteste sein dürfte, so ziehe ich doch vor, dieselbe mit dem Namen *T. campanulata* Walbaum zu belegen, weil die Figur bei Aldrovandi (De Quadrup. digit. ovip. p. 700), auf welche sich Dr. Schreiber bezieht, derartig roh ausgeführt ist, dass sich über die Art, welche als Vorlage zu dieser Figur gedient hat, kaum ein sicheres Urtheil fällen lässt. Diese Abbildung stellt das Skelet einer Schildkröte von der Unterseite dar, an welchem der Brustschild entfernt ist, um die Disposition der Extremitäten anschaulich zu machen; dabei ist der Holzschnitt, wie schon bemerkt, so roh ausgeführt, dass sich höchstens aus dem horizontalen Umkreise des Rückenschildes auf die Art schliessen liesse, und dieser Umriss ist so beschaffen, dass er ebenso gut

auch nach einem Exemplare der länglichen Form von *T. pusilla* angefertigt sein könnte. Aus der Beschreibung lässt sich auch nichts Genaueres eruiren und so glaube ich denn, dass es besser sein dürfte, die *T. nemoralis* Aldr. als nicht mit Sicherheit zu definirende Species ganz bei Seite zu lassen und die vorliegende Art mit dem ältesten in den Schriften vorkommenden Namen, *T. campanulata* Walb., zu belegen, wobei ich wegen der Gründe, die mich bewogen, diesen Namen der allgemein adoptirten Benennung *T. marginata* Schoepff vorzuziehen, auf meine Chelonologischen Studien verweise, wo ich mich auf p. 65 darüber eines Genaueren ausgelassen habe.

Unsere drei Weingeist-Exemplare, von denen № 5351 vom Pariser Museum als *T. Kleinmanni* Lortet eingesandt worden ist, stimmen in jeder Hinsicht sowohl unter einander, als auch mit den vortrefflichen Figuren 3 u. 4 auf pl. IV in Lortet's Abhandlung überein, nichts desto weniger zeigt № 3310 jederseits an der Hinterseite des Oberschenkels einen sehr wohlentwickelten Horntuberkel, wie er sonst nur bei *T. pusilla* Shaw vorkommt; es scheint also dieser Horntuberkel keineswegs ein so sicheres Unterscheidungsmerkmal zwischen den beiden genannten Arten abzugeben, als bisher stets angenommen worden ist. Was die Verbreitung der *T. campanulata* Walb. anbetrifft, so kommt sie nach Lortet nur in Griechenland vor und ist daselbst nicht bloss häufig, sondern auch weit verbreitet; ihr Vorkommen in Klein-Asien, Syrien und Nord-Afrika bestreitet Lortet auf das Entschiedenste und so wird es wohl kaum zweifelhaft sein, dass der Fundort unseres Exemplars № 5351 nicht richtig ist und dass dasselbe nur desshalb als aus Aegypten stammend angegeben worden ist, weil es irrigerweise als *T. Kleinmanni* Lortet bestimmt war.

2. **Testudo Leithii** Gnthr.

Testudo Leithii Günther. Proc. zool. Soc. of London 1869, p. 502, c. fig. xyl.
Testudo Leithii Boulenger. Catal. of the Chelonians etc. p. 175.
Testudo Kleinmanni Lortet. Archives du Mus. d'hist. nat. de Lyon IV, p. 11, pl. V.

3 in Weingeist (83 mm.)	Griechenland.	Herr Effeldt 1865.
6158 in Weingeist (81 mm.)	Alexandrien.	Herr Lortet 1884.

Das Exemplar № 3 stimmt sowohl in der Form und Sculptur, als auch in der Färbung und Zeichnung vollkommen mit dem von Herrn Lortet selbst eingetauschten Stück № 6158 seiner *T. Kleinmanni* überein und gehört also ganz unzweifelhaft zu *T. Leithii* Gnthr, ob aber der Fundort Griechenland richtig ist, vermag ich nicht zu entscheiden, da ich nicht weiss, von wem der verstorbene Effeldt das Exemplar erhalten hat.

3. **Testudo pusilla** Shaw.

Testudo pusilla Shaw. General Zoology III, part. I, p. 53.
Testudo ibera Boulenger. Catal. of the Chelonians etc. p. 176.

Testudo ibera Lortet. Archives du Mus. d'hist. nat. de Lyon IV, p. 3, pl. I.
Testudo pusilla Strauch. Chelonol. Studien, p. 67, № 2.

4	ausgestopft (239 mm.)	Kaukasus.	Dr. Kolenati 1845.
5	in Weingeist (162 mm.)	Alger.	Dr. Strauch* 1861.
6	ausgestopft (159 mm.)	Alger.	Dr. Strauch* 1861.
7	Schale (278 mm.)	Fundort ?	Kunstkammer.
8	ausgestopft (230 mm.)	Kaukasus.	Dr. Kolenati 1845.
9	ausgestopft (189 mm.)	Fundort ?	Hier gekauft 1853.
10	Schale (172 mm.)	Kaukasus.	Herr Ménétries 1830.
11	ausgestopft (160 mm.)	Baku.	Herr Ménétries 1830.
12	ausgestopft (108 mm.)	Kaukasus.	Herr Ménétries 1830.
13	ausgestopft (97 mm.)	Algerien.	Herr Parreyss 1841.
14	in Weingeist (75 mm.)	Kaukasus.	Herr v. Motschulski 1839.
15	in Weingeist (53 mm.)	Elisabethpol.	Herr Fricke 1840.
	in Weingeist (35 mm.)	Elisabethpol.	Herr Fricke 1840.
16	in Weingeist (61 mm.)	Alger.	Dr. Strauch* 1861.
	in Weingeist (36 mm.)	Alger.	Dr. Strauch* 1861.
2862	getrocknet (46 mm.)	Nowo-Rossijsk.	Herr Ballion* 1870.
4662	Schale (173 mm.)	Fundort ?	Kunstkammer.
5545	in Weingeist (127 mm.)	Aralych.	Mag. J. Poljakow 1879.
7672	in Weingeist (62 mm.)	Alger.	Dr. Strauch* 1861.
7839	ausgestopft (267 mm.)	Fundort ?	Herr E. Rost 1889.
7948	in Weingeist (36 mm.)	Jaffa.	Herr V. Frič 1890.

Die in meinen Chelonologischen Studien unter *b* und *c* aufgeführten Exemplare sind im Jahre 1865, während meiner Abwesenheit von Petersburg, in Tausch fortgegeben worden und ich habe sie durch zwei andere ersetzt, welche gleichfalls aus meiner algierischen Ausbeute stammen und von denen № 5 noch die Anomalie zeigt, dass bei ihm die beiden Gularplatten in eine verschmolzen sind und ihre ursprüngliche Duplicität nur durch eine kurze Längsfurche angedeutet ist. Das Exemplar № 7672, das ich in meinem Essai d'une Erpétologie de l'Algérie p. 15 und 16 unter *o* eines Genaueren beschrieben habe, gleicht in der Färbung und Zeichnung ganz auffallend dem Exemplar № 21 von *T. graeca* L., ist aber noch flacher und besitzt selbstverständlich keinen Schwanznagel, dagegen jederseits auf der Hinterseite der Oberschenkel einen sehr deutlichen Horntuberkel, und gehört somit zweifellos zu *T. pusilla* Shaw, denn mit *T. campanulata* Walb., bei welcher, wie ich weiter oben bemerkt habe, dieser Horntuberkel ausnahmsweise gleichfalls vorkommt, hat es gar keine Aehnlichkeit. Die Schale № 4662, an welcher der hintere Sternallappen fehlt, so wie das Stück № 7839 habe ich, trotzdem bei beiden der Fundort unbekannt ist, dennoch in die Sammlung aufgenommen, weil beide zu der langgestreckten Form dieser Art gehören und bei beiden der Rand im hinteren Theile des Rückenschildes stark erweitert und aufgebogen ist. Beide stimmen daher in dieser Beziehung mit *T. campanulata* Walb. überein, unterscheiden sich von derselben aber neben anderen Merkmalen auch dadurch, dass bei beiden

die Caudalplatte mit ihrem Hinterrande nach unten gebogen ist und eine stark gewölbte Oberfläche zeigt, während sie bei *T. campanulata* Walb. stets an der Erweiterung des Rückenschildrandes Theil nimmt und somit eine plane oder selbst concave Oberfläche besitzt.

4. Testudo graeca L.

Testudo graeca Linné. Syst. naturae. Edit. XII, I, p. 352.
Testudo graeca Boulenger. Catal. of the Chelonians etc. p. 177.
Testudo graeca Lortet. Archives du Mus. d'hist. nat. de Lyon IV, p. 5, pl. II et III, f. 1.
Testudo graeca Strauch. Chelonol. Studien, p. 73 et 189, № 3.

17 Schale (188 mm.)	Fundort ?	Kunstkammer.
19 Schale (165 mm.)	Fundort ?	Hier gekauft 1862.
20 ausgestopft (143 mm.)	Fundort ?	Hier gekauft 1862.
21 in Weingeist (60 mm.)	Griechenland.	Herr Effeldt 1865.
5327 in Weingeist (137 mm.)	Fundort ?	Herr E. Rost 1879.
5328 in Weingeist (140 mm.)	Fundort ?	Herr E. Rost 1879.
7418 in Weingeist (120 mm.)	Italien.	Dr. A. v. Feoktistow* 1887.

Das Skelet, das ich in meinen Chelonologischen Studien auf p. 189 unter *b* kurz besprochen habe und das später unter № 18 in den General-Catalog der Reptilien-Sammlung eingetragen worden war, ist nicht mehr vorhanden; wahrscheinlich wird es bei der Ausräumung der osteologischen Säle, die im Jahre 1878 wegen Umbaues dieser Localitäten vorgenommen werden musste, und wobei die Objecte monatelang theils im Vestibule, theils auf der Paradentreppe des Museums offen standen, abhanden gekommen sein.

5. Testudo Horsfieldii Gray.

Testudo Horsfieldii Gray. Catal. of Tortoises, Crocodiles and Amphisbaenians, p. 7.
Testudo Horsfieldii Boulenger. Catal. of the Chelonians etc. p. 178.
Testudo Horsfieldii Gray. Catal. of Shield Reptiles, p. 7, pl. I.
Testudo (*Homopus*) *Horsfieldii* Strauch. Chelonol. Studien, p. 86, № 13.

43 ausgestopft (219 mm.)	Aralo-Kaspische Steppe.	Dr. Lehmann 1841.
44 Skelet [1]) (138 mm.)	Tschinas.	Herr V. Russow 1878.
45 Schale (195 mm.)	Aralsee.	Dr. Sewerzow 1859.
46 getrocknet (142 mm.)	Fundort ?	Kunstkammer.
47 Schale (100 mm.)	Aralsee.	Herr Borschtschow 1859.
48 ausgestopft (66 mm.)	Fundort ?	Akad. v. Baer 1853.
49 in Weingeist (74 mm.)	Fundort ?	Herr Sievers* 1856.
50 in Weingeist (45 mm.)	Aralo-Kaspische Steppe.	Dr. Lehmann 1841.

1) An der Schale dieses Stückes sind auch sämmtliche Hornplatten entfernt.

51	in Weingeist (86 mm.)	Nowo-Alexandrowsk.	Dr. Lehmann 1841.
2390	ausgestopft (70 mm.)	Fundort ?	Kunstkammer.
2951	in Weingeist (173 mm.)	Ostufer des Kaspi.	Dr. G. Radde 1870.
3898	in Weingeist (186 mm.)	Mangyschlak.	Dr. M. Bogdanow* 1874.
4332	in Weingeist (190 mm.)	Koschkana-Tau.	Dr. Sewerzow 1876.
4880	getrocknet (190 mm.)	Turkestan.	Dr. Sewerzow 1878.
5187	in Weingeist (151 mm.)	Tschinas.	Herr V. Russow 1878.
	in Weingeist (136 mm.)	Tschinas.	Herr V. Russow 1878.
5188	in Weingeist (56 mm.)	Tschinas.	Herr V. Russow 1878.
6750	in Weingeist (159 mm.)	Fluss Lepsa.	Dr. A. Nikolski 1884.
7250	Schale (50 mm.)	Karabutak.	Dr. Sewerzow 1859.
7251	Schale (81 mm.)	Achalteke.	Herr Sarudny 1885.
7701	Schädel (35 mm.)	Aralo-Kaspische Steppe.	Dr. G. Radde 1870.

Das Skelet aus der Kirgisensteppe, das ich in meinen Chelonologischen Studien unter *b* aufgeführt habe, ist nicht mehr vorhanden und wird wahrscheinlich zugleich mit dem Skelet der *T. graeca* L. bei dem Umbau im Jahre 1878 abhanden gekommen sein; um es zu ersetzen, habe ich eines von den vielen Exemplaren, welche der verstorbene V. Russow aus Tschinas eingesandt hat, skeletiren lassen und es an Stelle des früheren unter № 44 in den General-Catalog der Reptilien-Sammlung eingetragen.

6. **Testudo elongata** Blyth.

Testudo elongata Blyth. Journ. Asiat. Soc. of Bengal XXII, p. 639.
Testudo elongata Boulenger. Catal. of the Chelonians etc. p. 173.
Testudo elongata Gray. Proc. zool. Soc. of London 1856, p. 181, pl. IX et IX a.

640	Schale (240 mm.)	Pegu.	Herr Cutter 1868.
5338	ausgestopft (252 mm.)	Cochinchina.	Pariser Museum 1879.
5339	ausgestopft (145 mm.)	Cochinchina.	Pariser Museum 1879.
6978	Schale (236 mm.)	Malacca.	Linnaea 1886.
8063	Schale (245 mm.)	Cambodsha.	Linnaea 1890.

7. **Testudo tabulata** Walb.

Testudo tabulata Walbaum. Chelonographia, p. 122.
Testudo tabulata part. Boulenger. Catal. of the Chelonians etc. p. 157.
Testudo tabulata Bell. Monograph of the Testudinata, pl. (sine №).
Testudo tabulata Strauch. Chelonol. Studien, p. 80, № 9.

31	ausgestopft (245 mm.)	Fundort ?	Menagerie v. Lehmann 1830.
32	ausgestopft (314 mm.)	Fundort ?	Kunstkammer.
33	Rückenschild (295 mm.)	Fundort ?	Kunstkammer.

34 ausgestopft (90 mm.)	Fundort ?	Kunstkammer.
35 in Weingeist (65 mm.)	Fundort ?	Kunstkammer.
3983 ausgestopft (306 mm.)	Surinam.	Dr. Krauss 1875.
4666 Schale und Schädel (246 mm.)	Brasilien.	Akad. Langsdorff 1829.
6285 in Weingeist (195 mm.)	Süd-Amerika.	Herr Frank 1884.
6774 in Weingeist (75 mm.)	Fonteboa.	Dr. Staudinger 1884.

8. **Testudo carbonaria** Spix.

Testudo carbonaria Spix. Species novae Testudinum et Ranar. p. 22, tab. XVI.
Testudo tabulata part. Boulenger. Catal. of the Chelonians etc. p. 157.
Testudo carbonaria Bell. Monograph of the Testudinata, pl. (sine №).
Testudo carbonaria Strauch. Chelonol. Studien, p. 81, № 10.

36 ausgestopft (360 mm.)	Fundort ?	Kunstkammer.
37 ausgestopft (333 mm.)	Fundort ?	Kunstkammer.
38 Rückenschild (305 mm.)	Fundort ?	Kunstkammer.
39 ausgestopft (218 mm.)	Brasilien.	Herr Skrjabin* 1867.

Boulenger vereinigt diese Art nach dem Vorgange Gray's mit *T. tabulata* Walb. und vielleicht nicht mit Unrecht, denn keines der von den Autoren als Unterscheidungsmerkmale angegebenen Kennzeichen ist ganz stichhaltig, so dass junge Exemplare kaum zu unterscheiden sein dürften; nichts desto weniger will ich die beiden Arten, die auch in der Verbreitung mit einander fast vollkommen übereinstimmen, bis auf Weiteres als selbstständig auffassen, weil die ausgewachsenen Stücke, wie man sich an den vortrefflichen Figuren in Bell's Monographie leicht überzeugen kann, sehr verschieden aussehen und weil das gegenseitige Längenverhältniss der beiden Brustschildlappen, auf welches ich in meinen Chelonologischen Studien p. 82 Anmerk. 2 hingewiesen habe, sich möglicherweise als constant herausstellen könnte, was ich aber bei dem geringen Materiale, das mir zu Gebote steht, nicht zu entscheiden vermag.

9. **Testudo Berlandieri** Agassiz.

Xerobates Berlandieri Agassiz. Contr. Nat. Hist. U. S. I, p. 447, II, pl. III, f. 17—19.
Testudo Berlandieri Boulenger. Catal. of the Chelonians etc. p. 156.

206 Schale (136 mm.)	Rio Grande, Texas.	Dr. Schaufuss 1865.

Nach Angabe der nord-amerikanischen Zoologen kommen im Gebiete der Union überhaupt 3 Landschildkröten vor, von denen die eine, *Xerobates polyphemus* Daud., Florida und die übrigen «Cotton States» bewohnt, während die beiden anderen, *Xerobates Berlandieri* Agass. und *Xerobates Agassizii* Cooper, ausschliesslich auf die westlichen Theile, namentlich Californien, Arizona und Texas, so wie auf das nördliche Mexico beschränkt sind. Vor

einigen Jahren hat F. W. True in seinem Aufsatze: «On the North American Land Tortoises of the genus Xerobates[1])» die Unterschiede dieser 3 Arten, die übrigens von allen anderen Autoren als zur Gattung *Testudo* gehörig angesehen werden, eines Genaueren auseinandergesetzt, und zwar giebt er an, das *X. polyphemus* Daud. und *X. Agassizii* Cooper eine sehr flach gewölbte Schale besitzen, welche mehr als doppelt so lang wie hoch ist, während bei *X. Berlandieri* Agass. die Schale stärker gewölbt und weniger als doppelt so lang wie hoch erscheint, nicht aber, wie Boulenger wohl in Folge eines Versehens behauptet, überhaupt weniger lang als hoch ist[2]). Unser Stück № 206, das, wie mir Dr. Schaufuss mitgetheilt hat, von Dr. Matthes am Rio Grande in Texas erbeutet worden ist, zeigt im Vergleich mit *T. polyphemus* Daud. eine recht bedeutende Wölbung, denn während das etwa gleich grosse Exemplar № 6274 der ebengenannten Art bei einer Länge von 133 mm. eine Höhe von nur 52 mm. besitzt, hat № 206 bei einer Länge von 136 mm. eine Höhe von 68 mm., ist also genau doppelt so lang wie hoch. Obwohl sie nun keineswegs weniger als doppelt so lang wie hoch ist, gehört diese Schale doch unzweifelhaft zu *T. Berlandieri* Agass., denn sie ist sowohl in der Marginobrachial-, als auch in der Marginofemoral-Gegend ziemlich stark aufgebogen, die einzelnen Marginalplatten bilden an diesen Stellen auch ganz deutliche Zacken, der Rückenschild ist vorn ganz deutlich, wenn auch nicht sehr bedeutend, dreieckig ausgerandet und die concentrischen Streifen auf sämmtlichen Hornplatten sind so scharf ausgeprägt, dass es mitunter schwer hält, die Grenzen der einzelnen Platten genau zu bestimmen. Kurz, bis auf das Verhältniss zwischen Länge und Höhe, stimmt die Schale in jeder Hinsicht genau mit der von True gegebenen ausführlichen Beschreibung überein und weicht nur in so fern von derselben ab, als sie überall dunkelbraun, fast schwarzbraun gefärbt ist und nur auf den schwach granulirten Areolen der einzelnen Platten eine hellgelbe Färbung zeigt.

10. **Testudo polyphemus** Daudin.

Testudo polyphemus Daudin. Hist. des Reptiles II, p. 256.
Testudo polyphemus Boulenger. Catal. of the Chelonians etc. p. 155.
Testudo polyphemus Holbrook. North Amer. Herpetology 2[d] Edit. I, p. 25, pl. I.

207 ausgestopft (188 mm.)	New-Orleans.	Herr Salmin 1870.
6274 in Weingeist (133 mm.)	Nord-Amerika.	Herr Frank 1884.
6275 in Weingeist (75 mm.)	Nord-Amerika.	Herr Frank 1884.
7795 Skelet (208 mm.)	Nord-Amerika.	Herr Umlauff 1889.
8136 Skelet (242 mm.)	Nord-Amerika.	Herr E. Gerrard 1890.

11. **Testudo argentina** Sclater.

Testudo argentina Sclater. Ann. and Mag. Nat. Hist. 4 ser. VI, p. 471.
Testudo argentina Boulenger. Catal. of the Chelonians etc. p. 159.

1) Proceed. of the U. S. National Museum IV (1881), p. 434—449.

2) «Length of the shell considerably less than the depth».

Testudo (*Gopher*) *chilensis* Gray. Proc. zool. Soc. of London 1870, p. 706, pl. XL.

4165 in Weingeist (143 mm.) Argentinische Republik. Herr Effeldt 1876.

Die erste Notiz über diese Art findet sich bereits in der Erpétologie générale (II, p. 79), wo ein von D'Orbigny in Patagonien (richtiger am Rio Negro im Süden der Argentinischen Republik) erbeutetes Exemplar als Jugendzustand der afrikanischen *T. sulcata* Mill. (=*T. calcarata* Schneid.) kurz erwähnt und zugleich ausdrücklich bemerkt wird, dass in der ganzen Herpetologie kein zweites Beispiel von einem gleichzeitigen Vorkommen einer und derselben Art in Afrika und in Süd-Amerika bekannt ist. Diese von vornherein kaum glaubliche Thatsache habe ich in meiner Abhandlung über die Vertheilung der Schildkröten über den Erdball auf p. 23 und 24 eines Weiteren discutirt und bin schliesslich zu dem Resultat gekommen, dass die Schildkröte D'Orbigny's mit der grössten Wahrscheinlichkeit als besondere, neue Art aufzufassen sein würde. Bald darauf, im Jahre 1868, hatte ich Gelegenheit, mich durch Untersuchung der beiden von Prof. Burmeister in Mendoza erbeuteten und im Universitätsmuseum zu Halle deponirten Exemplare dieser vermeintlichen *T. sulcata* von der Richtigkeit meiner Vermuthung zu überzeugen, und liess mir auch Zeichnungen von denselben anfertigen, um sie bei Gelegenheit zu publiciren. Die Publication unterblieb aber, weil mir kein Exemplar der *T. polyphemus* Daud., d. h. derjenigen Art, mit welcher die Burmeister'schen Stücke die meiste Aehnlichkeit zeigten, zum Vergleiche vorlag, und als ich endlich gegen Schluss des Jahres 1870 eine *T. polyphemus* erhielt, war die fragliche Schildkröte bereits von Gray in den Ann. and Mag. Nat. Hist. 4 ser., VI (1870), p. 190 als *Testudo* (*Gopher*) *chilensis* kurz charakterisirt und in demselben Jahre auch in den Proceedings l. c. beschrieben und abgebildet worden. Das Exemplar, auf welches Gray seine Art begründet hatte, gehörte zu einer grösseren Sendung lebender Thiere, welche der Londoner Zoologischen Gesellschaft aus St. Jago zugekommen war, und demzufolge hatte Gray angenommen, dass das Stück auch in Chili gefangen worden sei. Nun wies aber Dr. Sclater nach, dass in dieser Sendung keineswegs lauter chilenische Thiere, sondern auch solche aus der Argentinischen Republik und anderen Theilen Süd-Amerika's enthalten waren, und da es längst bekannt war, dass in Chili überhaupt keine Schildkröten einheimisch sind, die fragliche Art aber sowohl von D'Orbigny, als auch von Prof. Burmeister in der Argentinischen Republik gefangen und von letzterem als sehr häufig bezeichnet worden war, so schlug Dr. Sclater vor, den Namen *T. chilensis* in *T. argentina* abzuändern. Dieser Vorschlag führte zu einer kleinen Polemik zwischen Sclater und Gray, welche in den Ann. and Mag. Nat. Hist. 4 ser., vol. VII, p. 15 und p. 161, vol. VIII, p. 70 ausgefochten worden ist und auf welche ich hier nicht weiter eingehen kann. Es entsteht nun die Frage, welcher Namen für die in Rede stehende Art acceptirt werden soll: nach dem Rechte der Priorität müsste sie *T. chilensis* Gray heissen, da es aber dabei auf «lucus a non lucendo» herauskommen würde, so bin ich dem Beispiele Boulenger's gefolgt und habe die Sclater'sche Benennung adoptirt.

12. **Testudo sulcata** Miller in litt.

Testudo calcarata Schneider. Samml. verm. Abhandl. zur Aufklär. d. Zoologie, p. 317, tab. I und II.
Testudo calcarata Boulenger. Catal. of the Chelonians etc. p. 159.
Testudo sulcata Sowerby and Lear. Tortoises, Terrapins and Turtles, p. 4, pl. XVII and XVIII.
Testudo sulcata Strauch. Chelonol. Studien, p. 78, № 7.

27 ausgestopft (373 mm.)	Sennaar.	Herr Parreyss 1859.

Boulenger hat für diese Art den Namen *T. calcarata* Schneid. adoptirt, jedoch mit Unrecht, denn wenn auch Schneider der erste gewesen ist, der eine Beschreibung und Abbildung derselben veröffentlicht hat, so beginnt er doch seinen Artikel mit den Worten: «Miller's *Testudo sulcata* habe ich ebenfalls durch die Güte des H. Forster's vor mir auf einem grossen Foliobogen von oben, unten, und den Kopf in natürlicher Grösse, und wie es scheint sehr karakteristisch gezeichnet. Der Text darzu enthält nichts als den Namen *Testudo sulcata* und die Anzeige ihres Vaterlandes in Westindien. Die Zeichnung muste mir also allein die Kennzeichen an die Hand geben, welche ich hier gesammlet hersetze. Ich wünsche, dass man sie auch in der Copie wieder erkennen möge, welche der Herr Verleger davon hat machen lassen. Die Farben wird man daraus ersehn können; daher übergehe ich sie, und setze nur die Hauptkennzeichen her». Dass Schneider den Miller'schen Namen als nicht geeignet verworfen und durch eine mehr zutreffende Benennung ersetzt hat, ist eine Eigenmächtigkeit von seiner Seite, die schon desshalb nicht gebilligt werden kann, weil es zu einer heillosen Confusion in der zoologischen Nomenclatur führen würde, wenn jeder sich herausnähme, einen ihm aus irgend einem Grunde nicht zusagenden Namen nach Belieben abzuändern. Ich halte es daher für richtiger die Benennung *T. sulcata* beizubehalten und hinter den Namen des Autors die Worte «in litteris» hinzuzufügen.

13. **Testudo pardalis** Bell.

Testudo pardalis Bell. Zoological Journal III, p. 420, Suppl. pl. XXV.
Testudo pardalis Boulenger. Catal. of the Chelonians etc. p. 160.
Testudo pardalis Bell. Monograph of the Testudinata, pl. (sine №).
Testudo pardalis Strauch. Chelonol. Studien, p. 77, № 6.

26 Schale (386 mm.)	Fundort ?	Herr Parreyss 1841.
5347 ausgestopft (419 mm.)	Capland.	Pariser Museum 1879.
8135 Skelet (344 mm.)	Süd-Afrika.	Herr E. Gerrard 1890.

14. **Testudo nigrita** D. et B.

Testudo nigrita D. et B. Erpétol. génér. II, p. 80.
Testudo nigrita Boulenger. Catal. of the Chelonians etc. p. 169.

Testudo nigrita Günther. The Gigantic Land Tortoises, p. 69, pl. XXXI[b] fig. C.

4663 Schale (222 mm.)	Fundort ?	Kunstkammer.

Diese Schale, die nebst diversen getrockneten Reptilien und Fischen zufällig auf einem Boden des Museumsgebäudes gefunden worden ist, stammt sicherlich noch aus der Kunstkammer und hat sich trotz der ausserordentlichen Dünnwandigkeit noch sehr gut erhalten; sie stimmt in jeder Beziehung mit den obencitirten, von Günther gegebenen Abbildungen überein.

15. **Testudo nigra** Quoy et Gaimard.

Testudo nigra Q. et G. Freycinet. Voyage Uranie et Physic. Zool. p. 174, pl. XL.
Testudo nigra Boulenger. Catal. of the Chelonians etc. p. 170.
Testudo nigra Wiegmann. Nova Acta Acad. Leop. Carol. XVII, p. 188, tab. XIII.
Testudo nigra Strauch. Chelonol. Studien, p. 85, № 12.

41 ausgestopft (577 mm.)	Fundort ?	Dr. Mertens 1829.
42 Schale (613 mm.)	Fundort ?	Dr. Mertens 1829.

16. **Testudo microphyes** Gnthr.

Testudo microphyes Günther. Philosoph. Transactions 1875, p. 275, pl. XXXVI.
Testudo microphyes Boulenger. Catal. of the Chelonians etc. p. 170.
Testudo microphyes Günther. The Gigantic Land Tortoises, p. 78, pl. XXXVII.
Testudo elephantina Strauch. Chelonol. Studien, p. 83, № 11.

40 Skelet (620 mm.)	Fundort ?	Dr. Mertens 1829.
7702 Schädel [1]) (111 mm.)	Fundort ?	Kunstkammer.

Boulenger hält das von mir irrigerweise unter dem Namen *T. elephantina* D. et B. kurz beschriebene Exemplar № 40 für eine *T. nigrita* D. et B., ist aber im Irrthum, denn es gehört zu *T. microphyes* Günther und stimmt am besten mit dem auf Taf. XXXVII abgebildeten Exemplar überein. Ganz vollkommen ist die Uebereinstimmung allerdings nicht, jedoch sind die Abweichungen, welche es von den obencitirten Figuren darbietet, viel geringer, als die Differenzen, welche sich bei einem Vergleiche der 4 von Günther auf den Taf. XXXIV, XXXVI, XXXVII und XXXVIII abgebildeten Stücke ergeben, und ich glaube daher kaum fehl zu gehen, wenn ich es zu dieser Art rechne.

17. **Testudo elephantina** D. et B.

Testudo elephantina part. D. et B. Erpét. génér. II, p. 110.
Testudo elephantina Boulenger. Catal. of the Chelonians etc. p. 167.

1) Unterkiefer fehlt.

Testudo ponderosa Günther. The Gigantic Land Tortoises, p. 35, pl. VI.

5463 Skelet (806 mm.)	Insel Aldabra.	Herr Tramond 1879.

Unter den 4 von Günther beschriebenen und abgebildeten Schildkröten-Arten von der Comorren-Insel Aldabra ist es *T. ponderosa*, mit welcher unser Exemplar noch die meiste Uebereinstimmung zeigt, wenigstens in der Gesammtform der Schale und besonders in der Gestalt des Brustschildes. Die Hornplatten auf dem Rückenschilde stimmen dagegen mehr mit denen von *T. hololissa* überein, da sie auch nicht die Spur einer concentrischen Streifung besitzen, weichen aber wiederum dadurch von denselben ab, dass sie nicht buckelförmig aufgetrieben, sondern vollkommen eben sind. Durch diese Anordnung der Hornplatten erscheint die ganze Schale auffallend glatt und das Profil des Rückenschildes wird sowohl von vorn nach hinten, als von rechts nach links von einer einfachen, nicht welligen Linie gebildet.

18. **Testudo radiata** Shaw.

Testudo radiata Shaw. General Zoology III, p. 22, pl. II.
Testudo radiata Boulenger. Catal. of the Chelonians etc. p. 166.
Testudo radiata Bell. Monograph of the Testudinata, pl. (sine №).
Testudo radiata Strauch. Chelonol. Studien, p. 79, № 8.

28 ausgestopft (338 mm.)	Fundort ?	hier gekauft 1857.
29 ausgestopft (315 mm.)	Fundort ?	hier gekauft 1857.
30 Skelet (302 mm.)	Fundort ?	hier gekauft 1857.
4162 ausgestopft (329 mm.)	Fundort ?	Herr Gebhardt 1876.
7670 ausgestopft (324 mm.)	Madagascar.	Herr E. Rost 1882.
7671 Skelet (310 mm.)	Madagascar..	Herr E. Rost 1882.

19. **Testudo oculifera** Kuhl.

Testudo oculifera Kuhl. Beiträge zur Zoologie, p. 77.
Testudo oculifera Boulenger. Catal. of the Chelonians etc. p. 165.
Testudo semiserrata Smith. Illustr. Zool. South Africa. Rept. pl. VI.

5349 Schale (90 mm.)	See Ngami.	Pariser Museum 1879.
5464 Schale (94 mm.)	See Ngami.	Herr Braconnier 1879.
7766 in Weingeist (93 mm.)	Capland.	Herr Umlauff 1889.
7767 in Weingeist (101 mm.)	Capland.	Herr Umlauff 1889.
7775 in Weingeist (37 mm.)	West-Afrika.	Herr Umlauff 1889.
7869 ausgestopft (113 mm.)	Capland.	Herr Umlauff 1889.
7870 in Weingeist (122 mm.)	Capland.	Herr Umlauff 1889.
7871 in Weingeist (121 mm.)	Capland.	Herr Umlauff 1889.
7872 in Weingeist (114 mm.)	Capland.	Herr Umlauff 1889.

Bereits in meiner Arbeit über die Vertheilung der Schildkröten über den Erdball hatte ich auf p. 61 die Vermuthung ausgesprochen, dass die *T. oculifera* Kuhl, die von Gray für eine *Emys (Clemmys)* erklärt worden war, mit irgend einer der sogenannten geometrischen Schildkröten identisch sein müsste, und konnte mich im Jahre 1868 nach Untersuchung des Originalexemplars (№ 223) im Berliner Museum von der Richtigkeit meiner Vermuthung überzeugen. Ich fand nämlich, dass dieses Originalstück die Schale einer jungen *T. semiserrata* Smith war, an welcher trotz des abgebrochenen vorderen Sternallappens doch die Eigenthümlichkeit wahrgenommen werden konnte, dass die Pectoralplatten einander nicht berühren, sondern durch die dazwischen tretenden und an die Abdominalia grenzenden Brachialplatten, von denen noch ein kleines Stück erhalten war, getrennt sind. Hr. O. Thomas, der auf Bitte Boulenger's dieses Originalstück ebenfalls untersucht hat, ist zu dem gleichen Resultat gekommen, so dass also nach dem Rechte der Priorität die Art nicht mehr, wie bisher *T. semiserrata* Smith, sondern *T. oculifera* Kuhl heissen muss.

Diese Art gehört zu denjenigen geometrischen Schildkröten, bei welchen die Discoidalplatten auch im Alter kaum oder doch nur sehr schwach aufgetrieben sind, so dass der Contour ihres Rückenschildes sowohl von rechts nach links, als auch von vorn nach hinten nur eine schwach wellenförmige Curve darstellt, jedoch liegen mir 2 Exemplare, № 7870 und 7871, vor, bei denen, wenigstens im hinteren Theile der Schale, die Discoidalplatten eine entschiedene Neigung zu einer Auftreibung zeigen. Allerdings erscheinen diese Platten nicht in der Weise conisch erhoben, wie bei *T. geometrica* und *T. elegans*, sondern die Auftreibung besteht darin, dass die auf ihrer Oberfläche nahezu ebene Platte sehr verdickt ist und ihre Ränder eine fast verticale Richtung haben, wodurch zwischen den einzelnen Platten sehr tiefe Rinnen entstehen, die schmäler oder breiter sind, je nachdem sich die Richtung der Plattenränder mehr oder weniger der Verticalen nähert. Wie es scheint, kommt diese Auftreibung nur an den beiden letzten Vertebral- und der jederseitigen letzten Costalplatte vor, jedoch lässt sich nicht leugnen, dass auch bei den übrigen Discoidalplatten die Grenzfurchen tiefer sind, als gewöhnlich.

Das Exemplar № 7775 unserer Sammlung, das aus West-Afrika, ohne genauere Angabe des Fundorts, stammt, gehört zwar unzweifelhaft zu *T. oculifera*, weicht aber nicht unbeträchtlich von den anderen ab, wesshalb ich es hier kurz beschreiben will. Die Schale ist etwa so breit wie lang, ja wenn man die Breite an der hervorragenden Zacke der 4ten Marginolateralplatte nimmt, sogar noch etwas breiter als lang, und ihre Höhe beträgt fast die Hälfte ihrer Länge. Die Scheibenplatten sind kaum aufgetrieben, erscheinen aber durch tiefe Furchen von einander getrennt und auf ihrer Oberfläche bis auf einen ganz schmalen Rand granulirt. Von den 5 Vertebralen ist die 1te fünfeckig und mit einem stumpfen Längskiel versehen, die beiden folgenden sind sechseckig und fast doppelt so breit, als lang, wobei auf der 2ten noch eine leise Spur des stumpfen Längskiels wahrzunehmen ist. Die 4te Vertebrale ist gleichfalls sechseckig, aber ihr Hinterrand ist etwas kürzer als der vordere und die 5te wäre ein Trapez mit kurzer Vorder- und langer Hinterseite, wenn an derselben

nicht auf der rechten Seite die Ecke abgestutzt erschiene, um für eine 5te supplementäre Costalplatte Raum zu geben, welche letztere man für ein abgetrenntes, selbstständig gewordenes Stück der 5ten Vertebralen ansehen kann. Die Costalplatten haben die gewöhnliche Form und nehmen von vorn nach hinten successive an Grösse ab. Die Nuchalplatte ist gross und bildet ein mit der Spitze nach vorn gerichtetes Dreieck mit breiter Basis, die Marginocollarplatte ist etwa doppelt so breit, wie die Nuchale und bildet mit ihrer vorderen Aussenecke eine ziemlich spitze vorspringende Zacke; sie ist auf der linken Seite grösser als auf der rechten, da sie sich auf Kosten der 1ten Marginobrachialplatte, die dort fehlt, vergrössert hat. Von den beiden Marginobrachialplatten der rechten Seite ist die 1te kleiner als die 2te und beide bilden mit ihrer vorderen Aussenecke je eine stark vorspringende spitze Zacke. Aehnliche, wenn auch schwächere Zacken werden auch von den 5 jederseitigen Marginolateralplatten hervorgebracht und von den 3 jederseitigen Marginofemoralplatten ragt jede mit ihrer hinteren Aussenecke als starke spitze Zacke vor. Die Caudalplatte endlich ist durchaus plan und bietet zwei scharfe vorspringende Zacken dar, die durch eine bogenförmige Ausrandung von einander getrennt sind. Der Rückenschild besitzt also durchweg einen stark gezackten Rand, der aber nirgends aufgebogen erscheint, sondern überall fast plan verläuft. Der Brustschild gleicht sowohl in der Gesammtform, als auch in der Form und Anordnung der einzelnen ihn deckenden Hornplatten genau dem Brustschilde der *T. elegans*, wie ihn Schoepff in seiner Monographie auf Taf. XXV in Fig. 3 abgebildet hat. Der Kopf ist mit kleinen unregelmässigen Schildern bekleidet und die Hornscheide des Oberkiefers an der Spitze deutlich hakenförmig gekrümmt. Die Bekleidung der Extremitäten stimmt vollkommen mit derjenigen der übrigen Exemplare überein. Die Farbe aller Theile ist hellbräunlich-gelb und auf der Schale mit dunkelbraunen Flecken geziert, welche sowohl auf dem Rücken-, als auch auf dem Brustschilde genau dieselbe Anordnung zeigen, wie bei den oben citirten Figuren der *T. elegans* auf Taf. XXV von Schoepff's Monographie.

20. **Testudo geometrica** L.

Testudo geometrica Linné. Syst. naturae. Edit. X reform. I. p. 199.
Testudo geometrica Boulenger. Catal. of the Chelonians etc. p. 162.
Testudo geometrica Bell. Monograph of the Testudinata, pl. (sine №).
Testudo geometrica Strauch. Chelonol. Studien, p. 74, № 4.

22 ausgestopft (136 mm.)	Capland.	Dr. Poeppig 1859.
23 Schale (123 mm.)	Fundort ?	Kunstkammer.
24 Schale (67 mm.)	Fundort ?	Kunstkammer.
5350 Schale (56 mm.)	Capland.	Pariser Museum 1879.

21. **Testudo elegans** Schoepff.

Testudo elegans Schoepff. Historia Testudinum, p. 111, tab. XXV.
Testudo elegans Boulenger. Catal. of the Chelonians etc. p. 161.

Testudo actinodes Bell. Monograph of the Testudinata, pl. (sine №).
Testudo actinodes Strauch. Chelonol. Studien, p. 79 № 5.

25 Schale (58 mm.)	Ost-Indien.	Herr Parreyss 1841.
5457 Skelet (155 mm.)	Madras.	Herr Braconnier 1879.
5543 in Weingeist (56 mm.)	Ceylon.	Herr v. Gruenewaldt* 1879.
6162 in Weingeist (172 mm.)	Colombo.	Herr Th. Pleske* 1883.
7127 in Weingeist (63 mm.)	Newera Ellia.	Herr G. Schneider 1886.
7128 in Weingeist (48 mm.)	Newera Ellia.	Herr G. Schneider 1886.
7132 Skelet (242 mm.)	Newera Ellia.	Herr G. Schneider 1886.
7793 Skelet (140 mm.)	Ost-Indien ?	Herr Umlauff 1889.
8051 in Weingeist (85 mm.)	Ceylon.	Herr W. Schlüter 1890.

In meinen Chelonologischen Studien habe ich diese Art nach dem Beispiele von Duméril und Bibron unter dem Namen *T. actinodes* Bell aufgeführt, zugleich aber auch bemerkt, dass die älteste, für dieselbe in Vorschlag gebrachte Benennung *T. elegans* Schoepff laute, die ich denn gegenwärtig auch nach dem Vorgange von Boulenger adoptire.

22. **Testudo platynota** Blyth.

Testudo platynota Blyth. Journ. Asiat. Soc. of Bengal XXXII, p. 83.
Testudo platynota Boulenger. Catal. of the Chelonians etc. p. 162.
Peltastes platynotus Gray. Proc. zool. Soc. of London 1870, p. 655, pl. XXXIII.

8134 Rückenschild (197 mm.)	Ost-Indien.	Herr E. Gerrard 1890.

Das vorliegende Exemplar ist mir unter dem Namen *Notochelys platynota* Gray zugegangen, gehört aber, wie schon die einfache, halbkuglig gewölbte Caudalplatte lehrt, in die Gattung *Testudo* und es liegt wohl auf der Hand, dass sich Hr. Gerrard, in Folge der gleichlautenden specifischen Benennung, in der Angabe des Gattungsnamens versehen hat. In der Zeichnung stimmt dieser Rückenschild vollkommen mit der obencitirten Figur des *Peltastes platynotus* Gray überein und zeigt auf braunem Grunde bräunlichgelbe Radialzeichnungen, in der Form dagegen weicht er nicht unbeträchtlich ab und erinnert sehr an die ausgewachsenen Exemplare der *Testudo elongata* Blyth, da er gleichfalls langgestreckt und von vorn nach hinten so schwach gewölbt ist, dass die 3 mittleren Vertebralplatten fast plan liegen und eine nahezu horizontal verlaufende, sehr schwach gekrümmte Contourlinie bilden.

23. **Testudo angulata** Dum. in litt.

Testudo angulata Schweigger. Prodr. monogr. Chelonior. p. 52.
Testudo angulata Boulenger. Catal. of the Chelonians etc. p. 178.
Testudo angulata Bell. Monograph of the Testudinata, pl. (sine №).

Chersina angulata Strauch. Chelonol. Studien, p. 94, № 15.

55 in Weingeist (129 mm.)	Fundort ?	Dr. Mertens 1829.
56 ausgestopft (172 mm.)	Capland.	Dr. Poeppig 1853.
57 Schale (112 mm.)	Fundort ?	Kunstkammer.
4688 Rückenschild (106 mm.)	Capland.	Herr v. Gruenewaldt* 1877.
5977 in Weingeist (132 mm.)	Süd-Afrika.	Herr Umlauff 1883.
7669 Schale (160 mm.)	Fundort ?	Kunstkammer.
7768 in Weingeist (174 mm.)	Süd-Afrika.	Herr Umlauff 1889.
7769 in Weingeist (138 mm.)	Süd-Afrika.	Herr Umlauff 1889.

24. **Testudo areolata** Thunberg.

Testudo areolata Thunberg. Kongl. Vetensk. Acad. nya Handling. VIII, p. 180.
Homopus areolatus Boulenger. Catal. of the Chelonians etc. p. 147.
Testudo areolata Bell. Monograph of the Testudinata, pl. (sine №).
Testudo (Homopus) areolata Strauch. Chelonol. Studien, p. 92, № 14.

52 Schale (94 mm.)	Fundort ?	Mus. Gottwaldianum.
53 in Weingeist (64 mm.)	Capland.	Herr Parreyss 1841.
54 in Weingeist (94 mm.)	Capland.	Herr Salmin 1870.
7770 in Weingeist (88 mm.)	Süd-Afrika.	Herr Umlauff 1889.
7771 in Weingeist (83 mm.)	Süd-Afrika.	Herr Umlauff 1889.
7927 in Weingeist (85 mm.)	Victoria Nyanza.	Linnaea 1890.

Die beiden Exemplare № 7770 und 7771, von denen das erstere 6 Vertebralplatten besitzt, weichen in so fern von den übrigen ab, als bei ihnen die Areolen sämmtlicher Scheibenplatten nicht rothbraun, sondern sehr dunkel, bei № 7771 fast schwarz, gefärbt sind.

25. **Testudo femoralis** Blgr.

Homopus femoralis Boulenger. Proc. zool. Soc. of London 1888, p. 251, pl. XIV.
Homopus femoralis Boulenger. Catal. of the Chelonians etc. p. 147.

7937 Schale (139 mm.)	Fundort ?	Linnaea 1890.

Diese Schale, über deren Fundort mir Dr. August Müller, der Besitzer des Instituts Linnaea, leider keine Auskunft geben konnte, stimmt in allen wesentlichen Punkten mit dem neuerdings von Boulenger beschriebenen süd-afrikanischen *Homopus femoralis* überein und die wenigen Differenzen, die ich gefunden habe, können wohl ohne Weiteres als individuelle Abweichungen angesprochen werden. Da Boulenger in seiner Beschreibung die Schale nur ganz kurz charakterisirt hat, und die von ihm gegebene vortreffliche Abbildung das

Thier nur im Profil darstellt, so dürfte es vielleicht nicht überflüssig sein, die mir vorliegende Schale etwas ausführlicher zu beschreiben.

Die Schale, die $2^1/_2$ mal länger und etwas weniger als doppelt so breit, wie hoch ist, zeigt vorn am Rückenschilde eine kaum merkliche dreieckige Ausrandung, während sie hinten ziemlich spitz zugerundet ist, da die Caudalplatte nach hinten etwas vorspringt. In der Gesammtform gleicht die Schale derjenigen von *T. areolata* Thunb., da sie in der Brachialgegend etwas schmäler ist als in der Femoralen, weicht aber durch die bedeutendere Höhe und die stärkere Wölbung von derselben ab und der Rand des Rückenschildes ist vorn schräge nach aussen geneigt, verläuft an den Seiten senkrecht und erscheint hinten etwas aufwärts gebogen, jedoch beschränkt sich diese Aufbiegung auf die beiden letzten Marginofemoralplatten, denn die Caudalplatte ist so schwach geneigt, dass man sie als senkrecht stehend bezeichnen kann. Von den 5 Vertebralplatten ist die erste etwas länger als breit, besitzt vorn einen bogenförmigen Rand, der an die Nacken- und an die jederseitige Marginocollarplatte grenzt, ihre Seitenränder verlaufen gerade und der Hinterrand bildet gleichfalls einen mit der Convexität nach vorn gerichteten, aber viel flacheren Bogen. Die 2te Vertebrale ist um ein Drittel etwa breiter als lang und sechseckig, die folgende hat dieselbe Form, ist aber etwas grösser und auch regelmässiger sechseckig, die 4te besitzt zwar gleichfalls 6 Ecken, bildet aber eine ungefähr vasenförmige Figur, da ihre vordere Intervertebralseite fast viermal so lang ist, wie die gegenüberstehende hintere, mit welcher sie an die fünfte Vertebralplatte grenzt. Diese letztgenannte Platte endlich hat die Gestalt eines gleichschenkligen Dreiecks, an welchem die nach vorn gekehrte Spitze gerade abgestutzt ist, während die Seitenecken etwas schräg gestutzt erscheinen, so dass die Platte 6 Seiten hat: eine vordere kurze, die an die 4te Vertebrale grenzt, 2 lange seitliche, welche mit der jederseitigen 4ten Costalen in Berührung stehen, und endlich 3 hintere, von denen die mittlere lang ist und an die Caudalplatte grenzt, während jede der seitlichen etwa nur so lang ist, wie die vordere, und an die letzte Marginofemoralplatte ihrer Seite anstösst. Von den jederseitigen 4 Costalplatten, welche die gewöhnliche Form haben, sind die beiden mittleren breiter als lang, während die vorderste und die hinterste etwa so lang wie breit erscheinen. Der Rand ist mit 24 Platten bekleidet, von denen die Nuchale dreieckig und am Hinterrande genau so breit, wie überhaupt lang ist. Die Caudalplatte, die an der breitesten Stelle fast doppelt so breit als lang ist und einen bogenförmigen, in der Mitte sehr schwach eingekerbten Hinterrand besitzt, ist von rechts nach links ziemlich stark gewölbt, von vorn (oben) nach hinten (unten) aber durchaus plan. Die 22 paarigen Marginalplatten bieten in der Form nichts Ungewöhnliches dar, nur sind, wie schon bemerkt, die beiden letzten Marginofemoralplatten stark ausgehöhlt, so dass der Rand an dieser Stelle aufgebogen und auch leicht gezackt erscheint. Sämmtliche Platten des Rückenschildes zeigen sehr scharf ausgeprägte concentrische Streifen und die Discoidalplatten auch sehr deutliche, fein granulirte Areolen, welche namentlich auf den Costalen eine gegen den Unterrand der Alveole sehr deutlich ausgesprochene Impression besitzen. Auf den 4 vorderen Vertebralplatten ist jede Areole durch einen sehr niedri-

gen, ziemlich breiten Längskiel in 2 Theile getheilt, und lässt sich dieser Längskiel, der besonders auf der 1ten Vertebralen sehr deutlich ist, auf den 3 vorderen Platten in seiner Continuität verfolgen. Die Trennungsfurchen der einzelnen Discoidalplatten sind auch an unserem Exemplar recht tief, mit Ausnahme jedoch derjenigen, welche die 4 jederseitigen Costalplatten von einander scheiden.

Der Brustschild, der dem Rückenschilde an Länge kaum nachsteht, ist breit, vorn sehr schwach, hinten beträchtlich stärker dreieckig ausgerandet und vollkommen plan, bis auf die Spitze seines Vorderlappens, die ziemlich stark aufwärts gebogen erscheint. Von den 12 ihn deckenden Platten sind die Gularen am kleinsten, von unregelmässig viereckiger Gestalt, und die Innenseite einer jeder derselben ist genau so lang, wie der freie Vorderrand. Die Brachialplatten sind gleichfalls viereckig mit bogenförmigem Aussenrande; ihre Innenseite, mit welcher sie an einander grenzen, ist genau so lang, wie die Aussenseite, etwas kürzer als die Hinterseite und um ein Drittel etwa länger als die Vorderseite. Die Pectoralplatten haben eine ganz unregelmässige Gestalt, sind sehr in die Breite gezogen, am Aussenrande etwa dreimal so lang, wie am Innenrande, und ihr Hinterrand, der an die Abdominalen grenzt, übertrifft den vorderen, mit den Brachialen in Berührung stehenden, etwa um ein Viertel an Länge; ihre äussere Seite, die stumpfwinklig geknickt ist, grenzt an die 1te und 2te Marginolateralplatte und am Aussenende ihres Vorderrandes liegt die kleine Axillarplatte, die eine ganz unregelmässige, schwer zu beschreibende Gestalt besitzt und bei unserem Stück auf der rechten Seite grösser ist, als auf der linken. Die Abdominalen, die grössten Platten des Brustschildes, sind einzeln so breit wie lang, von viereckiger Form, grenzen seitlich an die 2te bis 4te Marginolateralplatte und der Hinterrand einer jeden derselben besitzt in seiner Aussenhälfte einen bogenförmigen Ausschnitt, in welchen sich die Femoralplatten mit ihrem Vorderrande einbetten. Nach Aussen von jeder Abdominalplatte, zwischen ihr und den beiden letzten Marginolateralplatten der betreffenden Seite, liegt die kleine Inguinalplatte, die gleichfalls viereckig ist. Jede der beiden unregelmässig viereckigen Femoralplatten besitzt einen bogenförmigen Aussenrand, der etwa doppelt so lang ist, wie der Innenrand, während der Hinterrand der grössten Länge der Platte gleichkommt. Die Analplatten endlich sind gleichfalls viereckig und stellen jede ein nicht ganz regelmässiges Trapez dar, dessen längste Seite an die Femoralen grenzt; die Innenseite einer jeden dieser Platten ist etwas länger als die Aussenseite, während die Hinterseiten beider einen schwachen, mit der Convexität nach vorn gerichteten Bogen bilden. Da die äussere Hinterecke jeder Analplatte fast auf der letzten Marginofemoralplatte aufliegt, so ist die Hinteröffnung der Schale in 3 Theile getheilt, von denen die beiden seitlichen für den Durchtritt der Hinterextremitäten, der mittlere für denjenigen des Schwanzes bestimmt ist.

Was die Färbung anbetrifft, so ist die in Rede stehende Schale auf der Oberseite hellbraun, jedoch erscheinen die Areolen etwas intensiver gefärbt, wie die Plattenränder, die leicht in's Grünlichgelbliche spielen. Von den schwarzen Rändern, die nach Boulenger am Vorder- und Seitenrande der einzelnen Platten vorhanden sind, ist an unserem Exemplare

keine Spur zu bemerken. Die Unterseite ist sehr hell sandfarben und nur auf den drei hinteren Plattenpaaren des Brustschildes findet sich, in der Nähe des Vorderrandes jedes einzelnen derselben, ein unregelmässiger, mehr oder weniger verwaschener, brauner Fleck, der auf den Abdominalen am grössten, auf den Femoralen am kleinsten ist.

26. **Cinixys erosa** Schweigger.

Testudo erosa Schweigger. Prodr. monogr. Chelonior. p. 52.
Cinixys erosa Boulenger. Catal. of the Chelonians etc. p. 141.
Kinixys castanea Bell. Transact. Linn. Soc. XV, p. 398, pl. XVII, f. 1.

4881 in Weingeist (89 mm.)	Gabon.	Prof. Kessler* 1877.
5333 ausgestopft (211 mm.)	Landana (Congo).	Herr Bouvier 1879.
5521 in Weingeist (43 mm.)	West-Afrika.	Herr H. Schilling 1879.
6710 in Weingeist (56 mm.)	Liberia.	Herr W. Schlüter 1885.
7774 in Weingeist (208 mm.)	West-Afrika.	Herr Umlauff 1889.
7836 in Weingeist (147 mm.)	Goldküste.	Herr W. Schlüter 1889.

Unser Stück № 5333 zeigt die Anomalie, dass bei ihm jederseits nur 3 Costalplatten vorhanden sind, während die jederseitige 4te durch das Ueberhandnehmen der beiden letzten Vertebralen verdrängt worden ist. Die 4te Vertebrale, die auffallend gross und breit ist, hat etwa die Gestalt eines Trapezes, dessen längere Parallelseite an die 5te Vertebrale grenzt und dessen hintere Seitenecken mehr oder weniger spitz erscheinen und mit der 1ten Marginofemoralplatte der entsprechenden Seite in Berührung stehen. Die letzte Vertebrale ist gleichfalls sehr in die Breite gezogen und nimmt für sich allein die ganze Breite des Discus ein; sie grenzt mit ihrer Hinterseite, wie gewöhnlich, an die Caudale, aber ihre jederseitigen 3 Lateralseiten stehen mit den 3 Marginofemoralplatten der entsprechenden Seite in Berührung.

27. **Cinixys Homeana** Bell.

Kinixys Homeana Bell. Transact. Linn. Soc. XV, p. 400, pl. XVII, f. 2.
Cinixys Homeana Boulenger. Catal. of the Chelonians etc. p. 143.
Cinixys Homeana D. et B. Erpétol. génér. II, p. 161, pl. XIV, f. 2.

639 in Weingeist (184 mm.)	West-Afrika.	Herr Effeldt 1868.
6286 in Weingeist (88 mm.)	West-Afrika.	Herr Frank 1884.
7104 Schale (162 mm.)	Abetifi.	Herr G. Schneider 1886.
7105 Schale (116 mm.)	Abetifi.	Herr G. Schneider 1886.
7837 in Weingeist (67 mm.)	Goldküste.	Herr W. Schlüter 1889.
7953 in Weingeist (85 mm.)	Goldküste.	Herr V. Frič 1890.
7954 in Weingeist (59 mm.)	Goldküste.	Herr V. Frič 1890.

28. **Cinixys Belliana** Gray.

Kinixys Belliana Gray. Synopsis Reptilium, p. 69.
Cinixys Belliana Boulenger. Catal. of the Chelonians etc. p. 143.
Kinixys Belliana Gray. Catal. of Shield Reptiles, p. 13, pl. II.

3999 in Weingeist (165 mm.)	Zanzibar.	Herr Salmin 1875.
4166 in Weingeist (200 mm.)	Madagascar.	Herr Effeldt 1876.
5261 Schale (201 mm.)	Chartum.	Dr. Junker* 1879.
5262 in Weingeist (190 mm.)	Zanzibar.	Dr. Reichenow 1879.
5263 in Weingeist (192 mm.)	Zanzibar.	Dr. Reichenow 1879.
5264 in Weingeist (169 mm.)	Zanzibar.	Dr. Reichenow 1879.
5265 in Weingeist (135 mm.)	Zanzibar.	Dr. Reichenow 1879.
7928 in Weingeist (124 mm.)	Victoria Nyanza.	Linnaea 1890.
7955 Schale (135 mm.)	Goldküste.	Herr V. Frič 1890.
7956 Schale (106 mm.)	Goldküste.	Herr V. Frič 1890.

Bei dieser Art ist die Nackenplatte in ihrer Form nicht unbeträchtlichen Schwankungen unterworfen, denn während sie bei den meisten unserer Exemplare recht gross und etwa halb so breit als lang ist, erscheint sie bei № 7928 sehr schmal, fast stabförmig, und ist bei № 5261 und 7956 fast rudimentär; denn bei dem erstgenannten Stück erreicht sie den Vorderrand der Schale überhaupt nicht und bei dem letztgenannten ist sie dagegen ganz nach vorn geschoben und durch das Aneinandertreten der hinteren Hälfte der beiden Marginocollaren von der Berührung mit der Spitze der ersten Vertebralplatte ausgeschlossen. Ausserdem muss ich noch bemerken, dass bei den jüngeren Exemplaren, z. B. bei № 7955 und 7956, das Charnier am Rückenschilde kaum angedeutet ist und dass die hintere Klappe daher wohl auch kaum beweglich gewesen sein wird, was sich jetzt nicht entscheiden lässt, da beide Stücke trocken conservirt sind.

29. **Cistudo carolina** L.

Testudo carolina Linné. Syst. naturae. Edit. X reform. I, p. 198.
Cistudo carolina Boulenger. Catal. of the Chelonians etc. p. 115.
Terrapene clausa Bell. Monograph of the Testudinata, pl. (sine №).
Terrapene carinata Strauch. Chelonol. Studien, p. 96, № 16.

58 in Weingeist (129 mm.)	Carolina.	Berliner Museum 1856.
59 in Weingeist (137 mm.)	Nord-Amerika.	Herr Brandt 1849.
60 ausgestopft (115 mm.)	Nord-Amerika.	Dr. Poeppig 1853.
61 Rückenschild (92 mm.)	Fundort ?	Mus. Gottwaldianum.
62 in Weingeist (131 mm.)	Vera-Cruz.	Baron Karwinsky 1848.
2861 ausgestopft (122 mm.)	Fundort ?	Herr Gebhardt 1870.

2969 in Weingeist (97 mm.)	Nord-Amerika.	Herr Effeldt 1870.
2970 in Weingeist (112 mm.)	Texas.	Herr Effeldt 1870.
5324 in Weingeist (163 mm.)	Fundort ?	Herr E. Rost 1879.
5325 in Weingeist (159 mm.)	Fundort ?	Herr E. Rost 1879.
5953 Schale (130 mm.)	Texas.	Herr G. Schneider 1882.
5982 in Weingeist (135 mm.)	Nord-Amerika.	Herr Umlauff 1883.
6225 in Weingeist (137 mm.)	Amherst.	Herr G. Schneider 1884.
6226 in Weingeist (130 mm.)	Amherst.	Herr G. Schneider 1884.
8040 in Weingeist (116 mm.)	New-Orleans.	Mus. Comp. Zool. 1890.

In meinen Chelonologischen Studien habe ich diese Art unter dem Namen *Terrapene carinata* L. aufgeführt und zugleich auch die Gründe auseinandergesetzt, welche mich veranlassten, diesen Namen der Benennung *Terrapene carolina* L. vorzuziehen; da jedoch fast alle Autoren diese Schildkröte mit dem letzteren Namen bezeichnen, so adoptire ich ihn gleichfalls, zumal auch Linné in seinem Systema naturae die *Testudo carolina* vor der *Testudo carinata* aufführt, der erstere Namen vor dem letzteren also gewissermaassen die Priorität hat. Von den 15 Exemplaren unserer Sammlung besitzen drei, nämlich № 62, 2970 und 8040 dreikrallige Hinterfüsse, passen aber weder zur var. *mexicana*, noch zur var. *cinosternoides*, welche letztere nach Boulenger gleichfalls durch dreikrallige Hinterfüsse ausgezeichnet ist, sondern stimmen sowohl in der Form und Beschilderung der Schale, als auch in der Färbung und Zeichnung und in der Gestalt der Hornscheide des Oberkiefers mehr mit den typischen Exemplaren überein.

30. **Emys lutaria** Marsili.

Testudo lutaria Marsili. Danubius perlustratus IV, p. 91, tab. XXXII et XXXIII.
Emys orbicularis Boulenger. Catal. of the Chelonians etc. p. 112.
Lutremys europaea Lortet. Archives d. Mus. d'hist. nat. de Lyon IV, p. 15, pl. VI.
Emys lutaria Strauch. Chelonol. Studien, p. 101, № 18.

68 ausgestopft (197 mm.)	Fundort ?	Akad. Brandt* 1859.
69 ausgestopft (161 mm.)	Krym.	Akad. Brandt 1860.
70 ausgestopft (138 mm.)	Aralsee.	Dr. Sewerzow 1859.
71 in Weingeist (134 mm.)	Persien ?	Dr. Buhse* 1849.
72 in Weingeist (121 mm.)	Fundort ?	Herr Parreyss 1839.
73 ausgestopft (123 mm.)	Kaukasus.	Dr. Kolenati 1845.
74 in Weingeist (89 mm.)	Mangyschlack.	Akad. v. Baer 1854.
75 ausgestopft (63 mm.)	Kaukasus.	Herr Ménétries 1830.
76 ausgestopft (174 mm.)	Fl. Newa.	hier gekauft 1866.
3193 in Weingeist (104 mm.)	Krym.	Akad. Brandt 1860.
3194 in Weingeist (137 mm.)	Fl. Shaba.	Oberst Kuschakewitsch 1866.
4040 in Weingeist (41 mm.)	Fl. Karassu.	Dr. O. v. Grimm* 1875.
4040 in Weingeist (33 mm.)	Fl. Karassu.	Dr. O. v. Grimm* 1875.

4656	in Weingeist (62 mm.)	Fundort ?	Herr E. Rost 1876.
	in Weingeist (67 mm.)	Fundort ?	Herr E. Rost 1876.
4673	in Weingeist (138 mm.)	Fl. Kalpius.	Herr W. Stieda* 1876.
4689	in Weingeist (67 mm.)	Lenkoran.	Akad. v. Baer 1877.
4833	in Weingeist (155 mm.)	Fl. Kalpius.	Herr W. Stieda* 1876.
4834	Schale (159 mm.)	Aralsee.	Dr. Sewerzow 1859.
5553	Rückenschild (184 mm.)	Turkestan.	Herr V. Russow 1878.
5776	in Weingeist (182 mm.)	Astrachan.	Herr Chlebnikow* 1881.
6102	in Weingeist (157 mm.)	Oranienbaum.	Oberst Cholodowsky* 1883.
6541	Schale (125 mm.)	Fl. Gurgenj.	Dr. A. Nikolsky 1885.
7252	Schale (102 mm.)	Orenburg.	Herr Sarudny 1885.
7617	in Weingeist (85 mm.)	Tschernolessk. (Stawropol).	Herr Ternowsky* 1888.
7779	in Weingeist (50 mm.)	Italien.	Herr Umlauff 1889.
7895	Schädel (38 mm.)	Ardon (Terek-Gebiet).	Herr J. Ananow 1886.
7997	in Weingeist (100 mm.)	Jukki (bei St. Petersburg).	Herr V. Bianchi* 1890.

Das Exemplar № 76 ist der Newa, im Bereiche des hiesigen Stadtgebietes, gefangen worden, während das Stück № 7997 aus Jukki, einem etwa 25 Werst von St. Petersburg entfernten, unweit der Finnischen Bahn gelegenen Dorfe, stammt; beide werden ohne Zweifel der Gefangenschaft entsprungene Stücke sein. Das Gleiche scheint mir auch mit dem Exemplar № 6102 der Fall zu sein, obwohl Oberst Cholodowsky, der dasselbe in einem Sumpfe hinter Oranienbaum gefangen hat, behauptet, dass in diesem Sumpfe zu wiederholten Malen Schildkröten beobachtet worden sind. Da kein Grund vorliegt, die Angaben des Hrn. Cholodowsky in Zweifel zu ziehen, so muss angenommen werden, dass diese Art auf irgend eine, nicht näher zu erklärende Weise dorthin gerathen ist und sich acclimatisirt hat; unser strenger Winter dürfte dabei kaum ein Hinderniss abgeben, da er doch von unseren Eidechsen, Schlangen und Amphibien ganz gut überstanden wird.

31. **Emys Blandingii** Holbr.

Cistuda Blandingii Holbrook. North Amer. Herpetol. III, p. 35, pl. V.
Emys Blandingii Boulenger. Catal. of the Chelonians etc. p. 114.
Cistuda Blandingii Holbrook. North Amer. Herpetol. 2d Edit. I, p. 39, pl. III.

8137	Skelet (191 mm.)	Nord-Amerika.	Herr E. Gerrard 1890.

32. **Emys dhor** Gray.

Emys dhor part. Gray. Synopsis Reptilium, p. 20.
Cyclemys dhor Boulenger. Catal. of the Chelonians etc. p. 131.
Cyclemys orbiculata Bell. Monograph of the Testudinata, pl. (sine №).

641 Schale (193 mm.)	Pegu.	Herr Cutter 1868.
642 Schale (129 mm.)	Pegu.	Herr Cutter 1868.
5340 ausgestopft (186 mm.)	Cochinchina.	Pariser Museum 1879.
5341 ausgestopft (177 mm.)	Cochinchina.	Pariser Museum 1879.
5459 Skelet (166 mm.)	Cochinchina.	Herr Braconnier 1879.

33. **Emys Mouhotii** Gray.

Cyclemys Mouhotii Gray. Ann. and Mag. Nat. Hist. 3 ser. X, p. 157.
Cyclemys Mouhotii Boulenger. Catal. of the Chelonians etc. p. 132.
Pyxidea Mouhotii Günther. Reptiles of British India, p. 16, pl. IV, f. D.

5395 ausgestopft (152 mm.)	Laos-Gebirge.	Herr Deyrolle 1879.

34. **Emys trifasciata** Bell.

Sternothaerus trifasciatus Bell. Zool. Journal II, p. 305, Suppl. pl. XIII[1]).
Cyclemys trifasciata Boulenger. Catal. of the Chelonians etc. p. 133.
Cistudo trifasciata Gray in Hardwicke. Illustr. of Indian Zool. II, pl. LXI.

4950 in Weingeist (181 mm.)	Canton.	Herr Salmin 1878.
7776 in Weingeist (82 mm.)	China.	Herr Umlauff 1879.

35. **Emys amboinensis** Daud.

Testudo amboinensis Daudin. Hist. des Reptiles II, p. 309.
Cyclemys amboinensis Boulenger. Catal. of the Chelonians etc., p. 133.
Terrapene amboinensis Sowerby and Lear. Tortoises, Terrapins and Turtles, p. 6, pl. XXIII.
Terrapene amboinensis Strauch. Chelonol. Studien, p. 99, № 17.

63 getrocknet (137 mm.)	Fundort ?	Kunstkammer.
64 ausgestopft (136 mm.)	Philippinen.	Dr. Mertens 1829.
65 ausgestopft (152 mm.)	Manilla.	Dr. Eschscholtz 1831.
66 in Weingeist (161 mm.)	Philippinen.	Dr. Mertens 1829.
67 in Weingeist (79 mm.)	Philippinen.	Herr Cumming 1843.
67 in Weingeist (73 mm.)	Philippinen.	Herr Cumming 1843.
4155 in Weingeist (147 mm.)	Ost-Indien.	Herr Salmin 1875.
4156 in Weingeist (161 mm.)	Ost-Indien.	Herr Salmin 1875.
4619 in Weingeist (54 mm.)	Insel Bali.	Dr. Winkel* 1876.
6288 in Weingeist (101 mm.)	Ost-Indien.	Herr Frank 1884.

1) In unserem Exemplare des Zool. Journal trägt diese Tafel die Zahl XIV, doch ist sie in der Reihe der Tafeln die dreizehnte und eine Tafel mit der Zahl XIII ist nicht vorhanden.

7935 Skelet (84 mm.)	Cambodsha.	Linnaea 1890.
8131 ausgestopft (188 mm.)	Laos-Gebirge.	Herr E. Gerrard 1890.
8132 Schale (167 mm.)	Siam.	Herr E. Gerrard 1890.

36. **Geoemyda spinosa** Bell in litt.

Emys spinosa Gray. Synopsis Reptilium, p. 20.
Geoemyda spinosa Boulenger. Catal. of the Chelonians etc. p. 137.
Emys spinosa Bell. Monograph of the Testudinata, pl. (sine №).

8082 Schale (177 mm.)	Insel Nias.	Herr W. Schlüter 1890.

37. **Geoemyda grandis** Gray.

Geoemyda grandis Gray. Ann. and Mag. Nat. Hist. 3 ser. VI, p. 218.
Geoemyda grandis Boulenger. Catal. of the Chelonians etc. p. 138.
Geoemyda grandis Günther. Reptiles of British India, p. 19, pl. I et II, f. A et B.

6858 ausgestopft (418 mm.)	Tai-Ningh.	Mag. I. Poljakow 1885.
6859 Schale (305 mm.)	Tai-Ningh.	Mag. I. Poljakow 1885.
6860 Schale (266 mm.)	Tai-Ningh.	Mag. I. Poljakow 1885.
6970 in Weingeist (54 mm.)	Lalanga (Malacca).	Linnaea 1886.
8064 Schale (342 mm.)	Cambodsha.	Linnaea 1890.
8065 Schale (307 mm.)	Cambodsha.	Linnaea 1890.
8066 Schale (292 mm.)	Cambodsha.	Linnaea 1890.

38. **Clemmys trijuga** Schweigger.

Emys trijuga Schweigger. Prodr. monogr. Chelonior. p. 41.
Nicoria trijuga Boulenger. Catal. of the Chelonians etc. p. 121.
Emys trijuga Gray. Catal. of Shield Reptiles, p. 20, pl. IV.
Clemmys trijuga Strauch. Chelonol. Studien, p. 117, № 24.

95 ausgestopft (165 mm.)	Ost-Indien.	Herr Rammelsberg 1842.
6398 in Weingeist (51 mm.)	Ceylon.	Dr. E. Riebeck* 1885.
6399 in Weingeist (47 mm.)	Ceylon.	Dr. E. Riebeck* 1885.
6399 in Weingeist (46 mm.)	Ceylon.	Dr. E. Riebeck* 1885.
6400 Skelet (254 mm.)	Ceylon.	Dr. E. Riebeck* 1885.
6401 Skelet (219 mm.)	Ceylon.	Dr. E. Riebeck* 1885.
7102 in Weingeist (43 mm.)	Ceylon.	Herr G. Schneider 1886.
7131 in Weingeist (85 mm.)	Newera Ellia.	Herr G. Schneider 1886.

Boulenger unterscheidet bei dieser Art noch eine besondere Varietät, die ehemals

von Lesson unter dem Namen *E. thermalis* als selbstständige Art beschrieben worden ist und ausschliesslich auf Ceylon vorkommt. Unsere jungen Exemplare stimmen auch vollkommen mit der von Lesson in seiner Cent. zool. auf pl. XXIX gegebenen Abbildung überein, die beiden Skelete dagegen, die der Grösse nach zu urtheilen sicherlich sehr alten Stücken angehören, haben allerdings eine sehr dunkel gefärbte Schale, unterscheiden sich aber sonst in nichts von dem etwas heller gefärbten Stück № 95, wobei allerdings die Möglichkeit nicht ausgeschlossen ist, dass auch dieses letztere aus Ceylon stammt. Der genaue Fundort desselben ist nämlich leider nicht bekannt und ich habe über das Exemplar weiter nichts eruiren können, als dass es im Jahre 1841 vom damaligen Inspector des Berliner Museums, Rammelsberg, im Auftrage meines Amtsvorgängers Brandt auf einer in Berlin abgehaltenen Auction zoologischer Objecte aus der Ausbeute des Hrn. Lamare-Picquot nebst diversen Ganges-Fischen erworben worden ist.

39. **Clemmys punctularia** Daudin.

Testudo punctularia Daudin. Hist. des Reptiles, II p. 249.
Nicoria punctularia Boulenger. Catal. of the Chelonians etc. p. 123.
Emys scabra Bell. Monograph of the Testudinata, pl. (sine №).
Clemmys punctularia Strauch. Chelonol. Studien, p. 128, № 30.

120	ausgestopft (195 mm.)	Surinam.	Dr. Krauss 1858.
121	in Weingeist (60 mm.)	Fundort ?	Kunstkammer.
	in Weingeist (60 mm.)	Fundort ?	Kunstkammer.
3984	ausgestopft (201 mm.)	Surinam.	Dr. Krauss 1875.
3985	ausgestopft (164 mm.)	Surinam.	Dr. Krauss 1875.
6283	in Weingeist (86 mm.)	Süd-Amerika.	Herr Frank 1884.
	in Weingeist (54 mm.)	Süd-Amerika.	Herr Frank 1884.
6284	in Weingeist (67 mm.)	Süd-Amerika.	Herr Frank 1884.
	in Weingeist (62 mm.)	Süd-Amerika.	Herr Frank 1884.
7777	in Weingeist (127 mm.)	Brasilien.	Herr Umlauff 1889.
7778	in Weingeist (93 mm.)	Brasilien.	Herr Umlauff 1889.

40. **Clemmys areolata** A. Dum.

Emys areolata A. Duméril. Catal. méth. d. Reptiles, p. 10.
Nicoria punctularia var. *areolata* Boulenger. Catal. of the Chelonians etc. p. 124.
Emys areolata A. Duméril. Archives du Muséum VI, p. 223, pl. XIV.

2845	in Weingeist (42 mm.)	Mexico.	Herr H. Schilling 1870.
2856	in Weingeist (160 mm.)	Mexico.	Herr Effeldt 1870.
3252	in Weingeist (116 mm.)	Mexico.	Herr Salmin 1871.
4019	in Weingeist (152 mm.)	Vera-Cruz.	Herr Salmin 1875.
5987	in Weingeist (135 mm.)	Centro-Amerika ?	Herr Umlauff 1883.

Wie aus dem oben angeführten Citat zu ersehen ist, fasst Boulenger diese Art als einfache Farbenvarietät der *Cl. punctularia* Daud. auf, während sie sich von derselben doch nicht bloss durch die Zeichnungen auf den Weichtheilen, sondern auch durch die ungleich geringere Wölbung des Rückenschildes unterscheidet. Günther dagegen führt sie in der Biologia centrali-americana als selbstständige Species auf und mir scheint diese Auffassung richtiger, da auch junge Exemplare, die nach der Schale kaum von den Jungen der *Cl. punctularia* Daud. zu unterscheiden sein dürften, sich an den charakteristischen Kopfzeichnungen erkennen lassen. Endlich ist auch die geographische Verbreitung der beiden in Rede stehenden Arten eine verschiedene, indem *Cl. arcolata* Dum. nur in Centro-Amerika, *Cl. punctularia* Daud. dagegen in Süd-Amerika und auf der Insel Trinidad vorkommt.

41. **Clemmys incisa** Bocourt.

Emys incisa Bocourt. Ann. des Sciences natur. 5 série X (1868), p. 121.
Nicoria punctularia var. *incisa* Boulenger. Catal. of the Chelonians etc. p. 125.
Emys incisa Bocourt. Mission scientif. au Mexique. Rept., p. 11, pl. I et II.

4110 in Weingeist (172 mm.)	Tehuantepec.	Herr Boucard 1875.
4123 Schale (147 mm.)	Tehuantepec.	Herr Boucard 1875.
7293 in Weingeist (145 mm.)	Guatemala.	Consul F. Sarg* 1886.

Auch diese Art sieht Boulenger für eine Varietät der *Cl. punctularia* Daud. an, jedoch wohl mit Unrecht, denn sie unterscheidet sich von derselben durch einen völlig verschiedenen Habitus, wie man sich leicht bei einem Vergleiche der oben citirten Abbildung in der Mission scientifique au Mexique mit der von Bell unter dem Namen *E. scabra* in seiner Monographie gegebenen Figur der *Cl. punctularia* Daud. überzeugen kann. Ich schliesse mich also auch in diesem Falle der Ansicht Dr. Günther's an, der die *Cl. incisa* Boc. in der Biologia centrali-americana als selbstständige Art aufführt.

42. **Clemmys rubida** Cope.

Chelopus rubidus Cope. Proc. Amer. Philosoph. Soc. XI (1869), p. 148.
Nicoria rubida Boulenger. Catal. of the Chelonians etc. p. 127.
Rhinoclemmys mexicana Gray. Proc. zool. Soc. of London 1871, p. 296 pl. XXVIII.

4101 Schale (116 mm.)	Tehuantepec.	Herr Boucard 1875.
4102 in Weingeist (119 mm.)	Tehuantepec.	Herr Boucard 1875.

43. **Clemmys caspica** Gmelin.

Testudo caspica Gmelin. Reise durch Russland III, p. 59, tab. X et XI.
Clemmys caspica Boulenger. Catal. of the Chelonians etc. p. 103.

Clemmys caspia Eichwald. Fauna Caspio-Caucasia, p. 56, tab. III et IV.
Clemmys caspica Strauch. Chelonol. Studien, p. 117, № 25.

96 in Weingeist (200 mm.)	Dalmatien.	Dr. Michahelles 1832.
97 ausgestopft (215 mm.)	Lenkoran.	Herr Ménétries 1830.
98 ausgestopft (204 mm.)	Kaukasus.	Herr Ménétries 1830.
99 ausgestopft (193 mm.)	Kaukasus.	Dr. Kolenati 1845.
100 ausgestopft (140 mm.)	Kaukasus.	Herr Ménétries 1830.
101 in Weingeist (96 mm.)	Kaukasus.	Herr v. Motschulsky 1835.
102 getrocknet (112 mm.)	Fundort ?	Kunstkammer.
103 ausgestopft (67 mm.)	Kaukasus.	Dr. Kolenati 1845.
104 in Weingeist (29 mm.)	Fundort ?	Kunstkammer.
105 in Weingeist (30 mm.)	Fundort ?	hier gekauft 1865.
106 in Weingeist (48 mm.)	Tiflis.	Akad. Brandt 1867.
107 in Weingeist (25 mm.)	Venedig.	Dr. Weisse* 1866.
4036 in Weingeist (197 mm.)	Baku.	Dr. O. v. Grimm* 1878.
4664 Schale (230 mm.)	Transkaukasien.	Herr Ménétries 1830.
4696 Schale (194 mm.)	Lenkoran.	Akad. v. Baer 1877.
5238 in Weingeist (28 mm.)	Kisljar.	Dr. M. Bogdanow* 1879.
5275 in Weingeist (26 mm.)	Suchum-Kalé.	Herr Czerniawsky* 1879.
5275 in Weingeist (25 mm.)	Suchum-Kalé.	Herr Czerniawsky* 1879.
5528 Schale (91 mm.)	Karakalis am Euphrat.	Dr. Suprunenko* 1879.
5945 ausgestopft (152 mm.)	Beirut.	Herr G. Schneider 1882.
5955 in Weingeist (28 mm.)	Luzon.	Herr G. Schneider 1882.
5955 in Weingeist (24 mm.)	Luzon.	Herr G. Schneider 1882.
7780 in Weingeist (85 mm.)	Dalmatien.	Herr Umlauff 1889.
7892 in Weingeist (85 mm.)	Fl. Kura, bei Dshewat.	Herr N. Warpachowski* 1888.
7949 in Weingeist (49 mm.)	Jaffa.	Herr V. Frič 1890.
7949 in Weingeist (43 mm.)	Jaffa.	Herr V. Frič 1890.

Die beiden ganz jungen Exemplare № 5955 aus Luzon stimmen mit den übrigen, etwa gleichgrossen Stücken (№ 107, 5238 und 5275) unserer Sammlung sowohl in der Form und Sculptur der Schale, als auch in der Färbung und Zeichnung sämmtlicher Theile so vollkommen überein, dass ich sie trotz des Fundortes nur zu dieser Art rechnen kann. Da nun bei der bekannten Genauigkeit G. Schneider's an eine Verwechselung des Fundorts nicht zu denken ist, so unterliegt es wohl kaum einem Zweifel, dass diese beiden Stücke auf irgend eine nicht näher zu erklärende Weise nach Luzon eingeschleppt worden sind, denn die Annahme, dass auf den Philippinen eine besondere, der *Cl. caspica* nahe verwandte *Clemmys*-Art vorkommen und bisher den Nachforschungen der Reisenden und Sammler entgangen sein sollte, ist denn doch gar zu unwahrscheinlich.

44. **Clemmys leprosa** Schweigger.

Emys leprosa Schweigger. Prodr. monogr. Chelonior. p. 29.
Clemmys leprosa Boulenger. Catal. of the Chelonians etc. p. 105.

Emys sigriz Lortet. Archives du Mus. d'hist. nat. de Lyon IV, p. 19, pl. VII.
Clemmys leprosa Strauch. Chelonol. Studien, p. 122, № 26.

108	in Weingeist (107 mm.)	Spanien.	Herr Sievers* 1856.
109	in Weingeist (96 mm.)	Alger.	Dr. Strauch* 1861.
110	in Weingeist (78 mm.)	Alger.	Dr. Strauch* 1861.
	in Weingeist (75 mm.)	Alger.	Dr. Strauch* 1861.
111	in Weingeist (60 mm.)	Alger.	Dr. Strauch* 1861.
	in Weingeist (59 mm.)	Alger.	Dr. Strauch* 1861.
	in Weingeist (55 mm.)	Alger.	Dr. Strauch* 1861.
112	in Weingeist (116 mm.)	Fundort ?	Dr. Paulson* 1864.
5871	in Weingeist (108 mm.)	Constantine.	Dr. Staudinger 1882.
7781	in Weingeist (153 mm.)	Algerien.	Herr Umlauff 1889.
8080	Skelet [1]) (99 mm.)	Alger.	Dr. Strauch* 1861.
8081	in Weingeist (91 mm.)	Alger.	Dr. Strauch* 1861.

Das Exemplar № 8081 zeigt die Anomalie, dass bei ihm die Nuchalplatte der Länge nach in 2 ganz symmetrische Platten getheilt erscheint.

45. **Clemmys japonica** Schlegel.

Emys vulgaris japonica Schlegel in Siebold. Fauna japonica. Rept., p. 53, pl. VIII et IX.
Clemmys japonica Boulenger. Catal. of the Chelonians etc. p. 106.
Emys vulgaris japonica Schlegel. Abbild. neuer etc. Amphibien, p. 126, tab. XLI.

202	Schale (98 mm.)	Nippon.	Dr. Albrecht* 1863.
203	Schale (79 mm.)	Nippon.	Dr. Albrecht* 1863.
204	ausgestopft (182 mm.)	Japan.	Akad. Maximowicz* 1864.
205	in Weingeist (48 mm.)	Zusima.	Dr. Albrecht* 1865.
3749	in Weingeist (93 mm.)	Japan.	Herr Salmin 1874.
5942	in Weingeist (159 mm.)	Tokio.	Herr G. Schneider 1882.

46. **Clemmys insculpta** Leconte.

Testudo insculpta Leconte. Ann. Lyc. Nat. Hist. New-York III, p. 112.
Clemmys insculpta Boulenger. Catal. of the Chelonians etc. p. 107.
Emys insculpta Holbrook. North Amer. Herpetology 2d Edit. I, p. 93, pl. XIII.

82	in Weingeist (176 mm.)	Nord-Amerika.	Herr Effeldt 1865.
83	in Weingeist (170 mm.)	Nord-Amerika.	Herr Effeldt 1865.
84	in Weingeist (93 mm.)	Lancaster, Mass.	Herr Salmin 1868.
6227	in Weingeist (155 mm.)	Amherst.	Herr G. Schneider 1884.
6228	in Weingeist (165 mm.)	Amherst.	Herr G. Schneider 1884.

1) An diesem Skelet sind die Hornplatten von der Schale entfernt.

6229 in Weingeist (98 mm.)	Amherst.	Herr G. Schneider 1884.
7681 in Weingeist (32 mm.)	Amherst.	Herr G. Schneider 1884.
8033 in Weingeist (154 mm.)	Massachusetts.	Mus. Comp. Zool. 1890.
8034 in Weingeist (92 mm.)	Massachusetts.	Mus. Comp. Zool. 1890.

Das Exemplar № 7681, das noch ganz jung ist, hat zwar gar keine Aehnlichkeit mit den übrigen, mehr oder weniger ausgewachsenen Stücken, kann aber doch zu derselben Art gehören, da bekanntlich viele Schildkröten-Arten in der frühesten Jugend ganz anders aussehen, wie im späteren Alter, wie man sich leicht an den vorzüglichen Abbildungen überzeugen kann, welche Agassiz im II. Bande seiner Contributions auf pl. I—VI von solchen, eben aus dem Ei gekrochenen Exemplaren gegeben hat. An dem in Rede stehenden Stück sind sämmtliche Platten auf dem Rückenschilde natürlich durchweg granulirt und die Vertebralgegend zeigt einen breiten, niedrigen und stumpfen Kiel, der etwa das mittlere Fünftel der 3 mittleren Vertebralplatten einnimmt und auf der 1ten und 5ten Platte beträchtlich schmäler wird. Der Brustschild ist vorn bogenförmig zugerundet, hinten dreieckig ausgeschnitten und seiner ganzen Länge nach recht tief ausgehöhlt mit sehr deutlicher Umbilicalnarbe. Der Kopf ist verhältnissmässig gross, aber mit einer der Länge nach fein gerunzelten Haut bekleidet und besitzt an der Spitze des Oberkiefers einen zwar schwachen, aber ganz deutlichen Haken; die Extremitäten sind mit sehr entwickelten Interdigitalmembranen und scharfen Krallen versehen, bieten aber sonst nichts Besonderes dar, der Schwanz dagegen ist ganz auffallend lang, denn er übertrifft den Brustschild etwa um ein Viertel an Länge. Was die Färbung und Zeichnung anbetrifft, so ist das ganze Thier einfarbig braun und nur der Brustschild, so wie die Unterseite der Marginalplatten erscheinen hellgelb und mit dunklen Flecken bedeckt, die zwar ganz unregelmässig vertheilt sind, unter denen aber doch fast auf jeder Platte ein grösserer, dem Hinter- und Aussenrande der betreffenden Platte näher stehender, besonders in die Augen fällt. Eben diese grösseren Flecken erinnern etwas an die Zeichnung auf dem Brustschilde der erwachsenen Exemplare von *Cl. insculpta* Lec. und da das Stück sonst von keiner der in den Contributions abgebildeten Schildkröten-Arten Aehnlichkeit hat, so könnte es wohl zu der genannten Art gehören, von welcher Agassiz das Junge leider nicht abgebildet hat. Jedenfalls ist unter den 4 Schildkröten-Arten, welche wir aus Amherst erhalten haben, *Cl. insculpta* Lec. die einzige, die bei dieser Frage überhaupt in Betracht kommen kann, denn von den 3 anderen, *C. carolina* L., *Cl. guttata* Schneid. und *Cl. picta* Schneid., sind die Jungen in den Contributions abgebildet und zeigen auch nicht die geringste Aehnlichkeit mit dem in Rede stehenden jungen Exemplar. Ich glaube daher, dass der Namen, unter welchem Hr. G. Schneider mir das Stück geschickt hat, richtig sein wird.

47. **Clemmys Muhlenbergii** Schoepff.

Testudo Muhlenbergii Schoepff. Historia Testudinum, p. 132, tab. XXXI.
Clemmys Muhlenbergii Boulenger. Catal. of the Chelonians etc. p. 108.

Emys Muhlenbergii Holbrook. North Amer. Herpetology 2d Edit. I, p. 45, pl. IV.

208 in Weingeist (88 mm.)	Nord-Amerika.	Herr Effeldt 1865.
209 in Weingeist (84 mm.)	Nord-Amerika.	Herr Effeldt 1865.
2967 in Weingeist (72 mm.)	Nord-Amerika.	Herr Effeldt 1870.
4953 in Weingeist (80 mm.)	Nord-Amerika.	Herr N. Tulinow* 1878.

48. **Clemmys guttata** Schneider.

Testudo guttata Schneider. Schrift. der Gesellsch. naturf. Freunde zu Berlin X., p. 264.
Clemmys guttata Boulenger. Catal. of the Chelonians etc. p. 109.
Emys guttata Holbrook. North Amer. Herpetology 2d Edit. I, p. 81, pl. XI.
Clemmys guttata Strauch. Chelonol. Studien, p. 107, № 21.

85	in Weingeist (97 mm.)	Nord-Amerika.	Herr Brandt 1855.
86	in Weingeist (95 mm.)	Nord-Amerika.	Herr Brandt 1855.
87	in Weingeist (99 mm.)	Nord-Amerika.	Berliner Museum 1856.
88	in Weingeist (101 mm.)	Nord-Amerika.	Herr Parreyss 1839.
89	ausgestopft (85 mm.)	Fundort ?	hier gekauft 1864.
4951	in Weingeist (93 mm.)	Nord-Amerika.	Herr N. Tulinow* 1878.
5322	in Weingeist (99 mm.)	Fundort ?	Herr E. Rost 1879.
	in Weingeist (94 mm.)	Fundort ?	Herr E. Rost 1879.
6230	in Weingeist (104 mm.)	Amherst.	Herr G. Schneider 1884.
	in Weingeist (84 mm.)	Amherst.	Herr G. Schneider 1884.
	in Weingeist (70 mm.)	Amherst.	Herr G. Schneider 1884.
7893	Skelet (97 mm.)	Fundort ?	Herr E. Rost 1888.
8032	in Weingeist (93 mm.)	Massachusetts.	Mus. Comp. Zool. 1890.
	in Weingeist (85 mm.)	Massachusetts.	Mus. Comp. Zool. 1890.

49. **Clemmys marmorata** Brd. and Grd.

Emys marmorata Baird and Girard. Proc. Acad. Philadelph. 1852, p. 177.
Clemmys marmorata Boulenger. Catal. of the Chelonians etc. p. 110.
Emys nigra Hallowell. Rep. U. S. Explor. Survey Rail Road X. Rept., p. 3, pl. I.
Clemmys insculpta Strauch. Chelonol. Studien, p. 104, № 20.
Clemmys marmorata Strauch. Chelonol. Studien, p. 108, № 22.
Clemmys Wosnessenskyi Strauch. Chelonol. Studien, p. 114, № 23 c. tab.

81 in Weingeist (59 mm.)	Fundort ?	Kunstkammer.
90 ausgestopft (163 mm.)	Klein Bodega (Calif.)	Herr Wosnessensky 1843.
91 ausgestopft (140 mm.)	Klein Bodega (Calif.)	Herr Wosnessensky 1843.
92 Schale (160 mm.)	Klein Bodega (Calif.)	Herr Wosnessensky 1843.
93 in Weingeist (106 mm.)	Californien.	Museum Godeffroy 1870.
94 Schale (178 mm.)	Rio Sacramento.	Herr Wosnessensky 1843.

2391 getrocknet (133 mm.)	Fundort ?	Kunstkammer.
4623 in Weingeist (149 mm.)	Rio Sacramento.	Dr. Steindachner 1876.
4624 in Weingeist (199 mm.)	Rio Sacramento.	Dr. Steindachner 1876.

Das Exemplar № 81, das ich in meinen Chelonologischen Studien fraglich als *Cl. insculpta* Lec. aufgeführt habe, gehört ganz entschieden nicht zu der genannten Art, sondern kann nur als eine *Cl. marmorata* B. et G. angesehen werden, bei welcher auf dem Rückenschilde die gelbe Farbe so überhand genommen hat, dass der Schild auf gelbem Grunde dunkle Radien zeigt. Aehnlich, aber allerdings in viel geringerem Grade, ist das Gelb auch bei unserem Exemplar № 4623 entwickelt, denn es steht dem Schwarz in keiner Weise nach und man kann fast in Zweifel gerathen, ob der Rückenschild dieses Stückes gelbe Vermiculationen auf schwarzem, oder schwarze auf gelbem Grunde zeigt. Bei dem Stück № 4624, das der Grösse nach zu urtheilen sehr alt sein muss, ist die gelbe Farbe gleichfalls prädominirend, denn am Rückenschilde erscheinen nur die Vertebralplatten und die obere (innere) Hälfte der Costalen dunkler, nämlich grünlich grau, während fast der ganze Umkreis des Schildes ebenso gelb gefärbt ist, wie der Brustschild; von den sonst vorhandenen Vermiculationen finden sich bei demselben nur auf den Vertebralplatten leise Spuren in Form von schwärzlichen, sehr schwach gelb vermiculirten Flecken von sehr verschiedener Gestalt und Anordnung. Das getrocknete Exemplar № 2391, das ich erst nach Veröffentlichung meiner Chelonologischen Studien zufällig in der Vorrathskammer auffand, besitzt einen schwarzen, gelb vermiculirten Rückenschild, zeigt aber auf dem Brustschilde rothbraune Flecken, die es wahrscheinlich machen, dass der ganze Brustschild ursprünglich einen rothbraunen Ueberzug besessen hat, der erst allmählich, in Folge von Abnutzung, bis auf einige ganz unregelmässig geformte, mehr oder weniger verwaschene Flecken verschwunden ist. Was endlich die Schale № 94 anbetrifft, die ich früher als besondere Art unter dem Namen *Cl. Wosnessenskyi* beschrieben und abgebildet habe, so gehört sie gleichfalls zu *Cl. marmorata* B. et G. und giebt einen weiteren Beleg für die ausserordentliche Variabilität ab, welcher diese Art hinsichtlich der Färbung und Zeichnung unterworfen ist.

50. **Clemmys crassicollis** Gray.

Emys crassicollis Gray. Synopsis Reptilium, p. 21.
Bellia crassicollis Boulenger. Catal. of the Chelonians etc. p. 98.
Emys crassicollis Gray in Hardwicke. Illustr. of Indian Zoology, I, pl. LXXVI, f. 2.

974 ausgestopft (161 mm.)	Cochinchina.	Herr Boucard 1869.
5344 ausgestopft (178 mm.)	Siam.	Pariser Museum 1879.
6976 in Weingeist (81 mm.)	Malacca.	Linnaea 1886.
6977 in Weingeist (59 mm.)	Malacca.	Linnaea 1886.
7936 Schale (172 mm.)	Cambodsha.	Linnaea 1890.

51. **Clemmys Hamiltonii** Gray.

Emys Hamiltonii Gray. Synopsis Reptilium, p. 21 et 72.
Damonia Hamiltonii Boulenger. Catal. of the Chelonians etc. p. 93.
Emys guttata Gray in Hardwicke. Illustr. of Indian Zoology, I, pl. LXXVI, f. 2.

4346 in Weingeist (72 mm.)	Fundort ?	Kunstkammer.

52. **Clemmys subtrijuga** Schlegel.

Emys subtrijuga Schlegel et Müller. Verh. naturl. Gesch. Nederl. overz. Bezitt. Rept., p. 30 nota.
Damonia subtrijuga Boulenger. Catal. of the Chelonians etc. p. 94.
Geoclemys macrocephala Gray. Proc. zool. Soc. of London, 1859, p. 479, pl. XXI.

5342 ausgestopft (183 mm.)	Cochinchina.	Pariser Museum 1879.
5343 ausgestopft (91 mm.)	Cochinchina.	Pariser Museum 1879.
5458 Skelet (161 mm.)	Cochinchina.	Herr Braconnier 1879.
5737 Skelet [1]) (150 mm.)	Samarang.	Dr. Winkel* 1881.
5738 Skelet [1]) (152 mm.)	Samarang.	Dr. Winkel* 1881.
5739 ausgestopft (165 mm.)	Samarang.	Dr. Winkel* 1881.
5740 ausgestopft (150 mm.)	Samarang.	Dr. Winkel* 1881.

53. **Clemmys Reevesii** Gray.

Emys Reevesii Gray. Synopsis Reptilium, p. 73.
Damonia Reevesii Boulenger. Catal. of the Chelonians etc. p. 95.
Geoclemys Reevesii Gray. Catal. of Shield Reptiles, p. 18, pl. V.
Clemmys Reevesii Strauch. Chelonol. Studien, p. 104, № 19.

77 getrocknet (73 mm.)	China.	Herr Kusnezow* 1857.
78 getrocknet (76 mm.)	China.	Dr. Basilewsky 1864.
79 getrocknet (91 mm.)	China.	Dr. Basilewsky 1864.
80 Schale (103 mm.)	Fundort ?	Prof. Kessler 1865.
3030 in Weingeist (104 mm.)	China.	Herr Maack* 1871.
3031 ausgestopft (119 mm.)	China.	Herr Maack* 1871.
4949 in Weingeist (103 mm.)	Canton.	Herr Salmin 1878.
6739 in Weingeist (174 mm.)	Fu-tschau.	Mag. I. Poljakow 1884.
6739 in Weingeist (152 mm.)	Fu-tschau.	Mag. I. Poljakow 1884.
6740 in Weingeist (136 mm.)	Fu-tschau.	Mag. I. Poljakow 1884.
6740 in Weingeist (135 mm.)	Fu-tschau.	Mag. I. Poljakow 1884.
6741 in Weingeist (140 mm.)	Fu-tschau.	Mag. I. Poljakow 1884.

1) An diesem Skelet sind sämmtliche Hornplatten von der Schale entfernt.

6742	in Weingeist (106 mm.)	Fu-tschau.	Mag. I. Poljakow 1884.
6749	in Weingeist (91 mm.)	Schanghai.	Mag. I. Poljakow 1884.
	in Weingeist (83 mm.)	Schanghai.	Mag. I. Poljakow 1884.
	in Weingeist (85 mm.)	Schanghai.	Mag. I. Poljakow 1884.
	in Weingeist (86 mm.)	Schanghai.	Mag. I. Poljakow 1884.
7907	in Weingeist (91 mm.)	Chemulpo.	Dr. Bunge* 1890.

Das Exemplar № 78 zeigt die Anomalie, dass es nicht 25 wie die übrigen, sondern nur 23 Randplatten besitzt, und die Exemplare № 79 und 6742 sind sehr dunkel, fast schwarz gefärbt und gehören somit zu der Form, welche Gray unter dem Namen *Damonia unicolor* als besondere Art in den Ann. and Mag. Nat. Hist. 4 ser. XII (1873), p. 78 beschrieben hat und welche von Dr. Sclater in den Proc. zool. Soc. of London 1873, pl. XLIV abgebildet worden ist. Boulenger fasst diese Form als besondere Varietät auf, doch kommen Exemplare vor, die bei sehr dunkelbraunem Rückenschilde dennoch die gelben Binden auf Kopf und Hals besitzen und somit den Uebergang von der var. *unicolor* zu der gewöhnlichen Form mit gelblichbraunem Rückenschilde vermitteln; zu dieser Uebergangsform gehören z. B. unsere beiden Exemplare № 3030 und 3031 und, so weit sich nach der Farbe der Schale urtheilen lässt, wohl auch das Stück № 80.

54. **Clemmys terrapin** Schoepff.

Testudo terrapin Schoepff. Historia Testudinum, p. 64, tab. XV.
Malacoclemmys terrapen Boulenger. Catal. of the Chelonians etc. p. 89.
Emys concentrica Bell. Monograph of the Testudinata, pl. (sine №).
Clemmys terrapin Strauch. Chelonol. Studien, p. 132, № 34.

128	in Weingeist (167 mm.)	Carolina.	Berliner Museum 1856.
129	in Weingeist (126 mm.)	Nord-Amerika.	Herr Brandt 1851.
130	in Weingeist (114 mm.)	New-York.	Herr Brandt 1851.
131	in Weingeist (33 mm.)	Texas.	Herr Schrader 1849.
3748	in Weingeist (139 mm.)	Nord-Amerika.	Herr Salmin 1874.
4243	in Weingeist (122 mm.)	Mexico.	Herr H. Schilling 1876.
4244	in Weingeist (133 mm.)	Mexico.	Herr H. Schilling 1876.
4889	in Weingeist (31 mm.)	Fundort ?	Herr E. Rost 1878.
4952	in Weingeist (32 mm.)	Nord-Amerika.	Herr N. Tulinow* 1878.
5330	in Weingeist (35 mm.)	Fundort ?	Herr E. Rost 1879.
7857	Schädel (78 mm.)	Fundort ?	Kunstkammer.
7858	Schädel (70 mm.)	Fundort ?	Kunstkammer.
7894	Schale (197 mm.)	Fundort ?	Herr J. Ananow 1889.

55. **Clemmys Lesueurii** Gray.

Emys Lesueurii Gray. Synopsis Reptilium, p. 31.

Malacoclemmys Lesueurii Boulenger. Catal. of the Chelonians etc. p. 91.
Emys pseudogeographica Holbrook. North Amer. Herpetology, 2d Edit. I, p. 103, pl. XV.

975 ausgestopft (213 mm.)	Nord-Amerika.	Herr Boucard 1869.
2807 in Weingeist (111 mm.)	Nord-Amerika.	Herr Erber 1870.
5952 Schale (110 mm.)	Texas.	Herr G. Schneider 1882.

56. **Clemmys picta** Schneider.

Testudo picta Schneider. Allg. Naturgesch. d. Schildkröten, p. 348.
Chrysemys picta Boulenger. Catal. of the Chelonians etc. p. 72.
Emys picta Holbrook. North Amer. Herpetology, 2d Edit. I, p. 75, pl. X.
Clemmys picta part. Strauch. Chelonol. Studien, p. 129, № 31.

123	in Weingeist (53 mm.)	Fundort ?	Kunstkammer.
	in Weingeist (44 mm.)	Fundort ?	Kunstkammer.
124	ausgestopft (123 mm.)	Fundort ?	hier gekauft 1864.
2854	in Weingeist (75 mm.)	Nord-Amerika.	Herr Salmin 1870.
	in Weingeist (71 mm.)	Nord-Amerika.	Herr Salmin 1870.
5473	in Weingeist (141 mm.)	Fundort ?	Herr J. Ananow 1879.
6231	in Weingeist (116 mm.)	Amherst.	Herr G. Schneider 1884.
	in Weingeist (106 mm.)	Amherst.	Herr G. Schneider 1884.
	in Weingeist (92 mm.)	Amherst.	Herr G. Schneider 1884.
	in Weingeist (61 mm.)	Amherst.	Herr G. Schneider 1884.
7782	in Weingeist (158 mm.)	Nord-Amerika.	Herr Umlauff 1889.
8035	in Weingeist (123 mm.)	Massachusetts.	Mus. Comp. Zool. 1890.

57. **Clemmys cinerea** Bonnaterre.

Testudo cinerea Bonnaterre. Tableau Encycl. méth. Erpétol., p. 25.
Chrysemys cinerea Boulenger Catal. of the Chelonians etc. p. 73.
Emys oregoniensis Holbrook. North Amer. Herpetology, 2d Edit. I, p. 107, pl. XVI
Clemmys picta part. Strauch. Chelonol. Studien, p. 129, № 31.
Clemmys oregoniensis Strauch. Chelonol. Studien, p. 129, № 32.

122 ausgestopft (87 mm.)	Nord-Amerika.	Herr Parreyss 1844.
125 in Weingeist (159 mm.)	Mississippi-Fluss.	Herr Brandt 1858.
210 in Weingeist (76 mm.)	Nord-Amerika.	Herr Effeldt 1865.
2649 in Weingeist (29 mm.)	Mexico.	Herr Wessel 1870.
3997 in Weingeist (72 mm.)	Nord-Amerika.	Herr Salmin 1875.
5474 in Weingeist (29 mm.)	Fundort ?	Herr J. Ananow 1879.
8053 in Weingeist (145 mm.)	Mississippi-Fluss.	Herr W. Schlüter 1890.
8054 in Weingeist (105 mm.)	Mississippi-Fluss.	Herr W. Schlüter 1890.

Das Exemplar № 125, das ich früher als besondere Art, *Cl. oregoniensis* Harl., kurz besprochen habe, gehört zu der von Boulenger angenommenen var. *Bellii* Gray und das Stück № 210 zeichnet sich durch eine gelbe Vertebralbinde von ganz auffallender Breite aus und stimmt auch in den übrigen Merkmalen mit der von Boulenger unterschiedenen var. *dorsalis* Agass. vollkommen überein.

58. **Clemmys Troostii** Holbr.

Emys Troostii Holbrook. North Amer. Herpetology, 2d Edit. I, p. 123, pl. XX.
Chrysemys Troostii Boulenger. Catal. of the Chelonians etc. p. 76.

4168 in Weingeist (163 mm.)	Nord-Amerika.	Herr Effeldt 1876.

59. **Clemmys Dorbignyi** D. et B.

Emys Dorbignyi D. et B. Erpétol. génér. II, p. 272.
Chrysemys Dorbignyi Boulenger. Catal. of the Chelonians etc. p. 80.
Emys Orbignyi Bibr. in D'Orbigny. Voyage dans l'Amér. mérid. Rept., p. 6, pl. I.

6273 Skelet (224 mm.)	Rio Guahyba.	Dr. v. Ihering 1883.
6453 Schale (269 mm.)	Rio Grande do Sul.	Dr. v. Ihering 1885.
6454 Schale (66 mm.)	Rio Grande do Sul.	Dr. v. Ihering 1885.

60. **Clemmys ornata** Bell in litt.

Emys ornata Gray. Synopsis Reptilium, p. 30.
Chrysemys ornata Boulenger. Catal. of the Chelonians etc. p. 80.
Emys ornata Gray. Catal. of Shield Reptiles, p. 24, pl. XII, A.
Clemmys ornata Strauch. Chelonol. Studien, p. 124, № 27.

113 ausgestopft (322 mm.)	Mexico.	Baron Karwinsky 1848.
2650 in Weingeist (35 mm.)	Mexico.	Herr Wessel 1870.
2651 in Weingeist (49 mm.)	Mexico.	Herr Wessel 1870.
3536 in Weingeist (122 mm.)	Mexico.	Herr Salmin 1872.
4052 Schale (380 mm.)	Fundort ?	Herr Gebhardt 1875.
4245 in Weingeist (36 mm.)	Mexico.	Herr H. Schilling 1876.
4245 in Weingeist (38 mm.)	Mexico.	Herr H. Schilling 1876.
4245 in Weingeist (40 mm.)	Mexico.	Herr H. Schilling 1876.
4887 ausgestopft (383 mm.)	Fundort ?	Herr E. Rost 1878.
4888 ausgestopft (352 mm.)	Fundort ?	Herr E. Rost 1878.
5329 ausgestopft (353 mm.)	Fundort ?	Herr E. Rost 1879.
7912 Schädel (65 mm.)	Fundort ?	Kunstkammer.

61. **Clemmys umbra** Bocourt.

Emys umbra Bocourt. Note sur quelq. Reptiles de l'isthme de Tehuantepec., p. 26.
Chrysemys Grayi Boulenger. Catal. of the Chelonians etc. p. 82.
Emys umbra Günther in Godman and Salvin. Biol. centr. americ. Rept., p. 5, pl. IV et V.

3372 in Weingeist (123 mm.)	Mexico.	Herr Salmin 1871.
4103 ausgestopft (181 mm.)	Tehuantepec.	Herr Boucard 1875.
4122 ausgestopft (231 mm.)	Tehuantepec.	Herr Boucard 1875.
7294 in Weingeist (171 mm.)	Guatemala.	Consul F. Sarg* 1886.
7295 ausgestopft (344 mm.)	Guatemala.	Consul F. Sarg* 1886.
7788 in Weingeist (167 mm.)	Mexico.	Herr Umlauff 1889.
7789 Schale (153 mm.)	Mexico.	Herr Umlauff 1889.
7841 Schädel (45 mm.)	Mexico.	Herr Salmin 1871.

Die Originalbeschreibung dieser Art findet sich in der Mission scientifique au Mexique Rept., p. 13, pl. III, f. 2, und zwar ist die Art dort mit dem Namen *Emys Grayi* Dum. et Boc. belegt, da jedoch dieser Namen bereits für 2 andere Arten der Gattung *Clemmys* (=*Emys* Boc.) verbraucht war, so proponirte Bocourt den Namen in *Emys umbra* abzuändern, der denn auch sowohl von Dr. Günther, als auch von Cope adoptirt worden ist. Der Vorschlag zu dieser Namensänderung findet sich am Schlusse des obencitirten Aufsatzes von Bocourt, aber leider nur in den vom Autor vertheilten Separatabdrücken, während in Gervais' Journal de Zoologie, wo dieser Aufsatz im V Bande auf p. 386—411 abgedruckt ist, die in Rede stehende Schlussnotiz fehlt. Dr. Günther, der im oben angeführten Werke auf p. 5 in einer Note zuerst auf diesen letzteren Umstand aufmerksam gemacht hat, citirt als Quelle für den Namen *umbra* den Zoological Record XIII Reptiles, wo O'Shaughnessy auf p. 6 dieser Namensänderung erwähnt, und will den Bocourt'schen Separatabdruck nicht als Quelle gelten lassen, weil derselbe «cannot legitimately be considered a publication». Um aus dieser Klemme herauszukommen, schien es mir am einfachsten, statt des Journal de Zoologie von Gervais, den Separatabdruck selbst als Quelle anzuführen, da derselbe am Ende doch nicht völlig ignorirt werden kann.

62. **Clemmys decussata** Bell in litt.

Emys decussata Gray. Synopsis Reptilium, p. 28.
Chrysemys scripta var. *rugosa* Boulenger. Catal. of the Chelonians etc. p. 79.
Emys decussata Bell. Monograph of the Testudinata, pl. (sine №).
Clemmys decussata Strauch. Chelonol. Studien, p. 127, № 29.

117 in Weingeist (192 mm.)	Port-au-Prince.	Dr. Jaeger 1829.
118 in Weingeist (121 mm.)	Port-au-Prince.	Dr. Jaeger 1829.
119 in Weingeist (72 mm.)	Port-au-Prince.	Dr. Jaeger 1829.

2384	in Weingeist (82 mm.)	Port-au-Prince.	Dr. Jaeger 1829.
	in Weingeist (63 mm.)	Port-au-Prince.	Dr. Jaeger 1829.
8078	Skelet[1]) (127 mm.)	Port-au-Prince.	Dr. Jaeger 1829.
8079	Skelet[1]) (113 mm.)	Port-au-Prince.	Dr. Jaeger 1829.

Boulenger fasst diese Art als blosse Varietät der *Cl. scripta* Schoepff (*Cl. serrata* Daud.) auf, jedoch sicherlich mit Unrecht, denn wenn sie auch in der Bildung der Kauflächen an den Kiefern mit ihr übereinstimmt, so weicht sie doch so ziemlich in allen anderen Beziehungen von ihr ab und muss als besondere Art angesehen werden, zumal sie auch in ihrem Vorkommen ausschliesslich auf die Antillen beschränkt und wenigstens bisher noch nirgends auf dem amerikanischen Continente beobachtet worden ist.

63. **Clemmys elegans** Wied.

Emys elegans Wied. Reise durch Nord-Amerika I, p. 213.
Chrysemys scripta var. *elegans* Boulenger. Catal. of the Chelonians etc. p. 78.
Emys elegans Wied. Nova Acta Acad. Leop.-Carol. XXXII, p. 37, tab. IV.

4167	in Weingeist (55 mm.)	Nord-Amerika.	Herr Effeldt 1876.
4890	in Weingeist (133 mm.)	Fundort ?	Herr E. Rost 1878.
5323	in Weingeist (195 mm.)	Fundort ?	Herr E. Rost 1879.
5472	in Weingeist (204 mm.)	Fundort ?	Herr E. Rost 1879.
	in Weingeist (193 mm.)	Fundort ?	Herr E. Rost 1879.
5954	ausgestopft (107 mm.)	Texas.	Herr G. Schneider 1882.

Auch diese Art fasst Boulenger als Varietät der *Cl. scripta* Schoepff (*Cl. serrata* Daud.) auf, ob mit Recht, wage ich nicht zu entscheiden, da mir kein Exemplar der echten *Cl. scripta* Schoepff zu Gebote steht. Von unseren Exemplaren besitzen die 3, unter № 5323 und 5472 aufgestellten, enorm lange und fast ganz gerade Krallen an den Vorderfüssen, genau von der Form, wie sie der Prinz von Wied für seine *Emys orthonyx* (l. c., tab. II und III) abgebildet hat.

64. **Clemmys concinna** Leconte.

Testudo concinna Leconte. Ann. Lyc. New-York III, p. 106.
Chrysemys concinna Boulenger. Catal. of the Chelonians etc. p. 83.
Emys concinna Holbrook. North Amer. Herpetology 2d Edit. I, p. 119, pl. XIX.
Clemmys elegans Strauch. Chelonol. Studien, p. 126, № 28.

114	ausgestopft (207 mm.)	New-Orleans.	Dr. Wiedemann 1838.
115	in Weingeist (122 mm.)	Carolina.	Herr Brandt 1855.
116	in Weingeist (86 mm.)	Nord-Amerika.	Herr Frank 1858.
2389	ausgestopft (104 mm.)	New-Orleans.	Dr. Wiedemann 1838.
4891	in Weingeist (205 mm.)	Fundort ?	Herr E. Rost 1878.

1) An diesem Skelet sind die Hornplatten von der Schale entfernt.

5326	in Weingeist (192 mm.)	Fundort ?	Herr E. Rost 1879.
	in Weingeist (190 mm.)	Fundort ?	Herr E. Rost 1879.
6276	in Weingeist (116 mm.)	Nord-Amerika.	Herr Frank 1884.

Diese Art lässt sich von der *Cl. elegans* Wied., mit welcher sie sowohl in der Form, als auch in der Färbung und Zeichnung grosse Aehnlichkeit zeigt, ganz abgesehen von der Beschaffenheit der Kauflächen an den Kiefern, schon auf den ersten Blick durch den verhältnissmässig viel grösseren und dickeren Kopf leicht unterscheiden. Unser Exemplar № 2389 hat genau solche Krallen an den Vorderfüssen, wie die Stücke № 5323 und 5472 der vorigen Art.

65. **Clemmys rubriventris** Leconte.

Testudo rubriventris Leconte. Ann. Lyc. New-York III, p. 101.
Chrysemys rubriventris Boulenger. Catal. of the Chelonians etc. p. 84.
Emys rubriventris Holbrook. North Amer. Herpetology 2d Edit. I, p. 55, pl. VI.

3747	in Weingeist (144 mm.)	Nord-Amerika.	Herr Salmin 1874.

Unser Exemplar stimmt in der Form, so wie auch in der Färbung und Zeichnung fasst vollkommen mit *Cl. concinna* Lec. überein, besitzt aber stark gezähnte Kiefer, von denen der obere in der Mitte ziemlich tief ausgeschnitten und zu jeder Seite dieses Ausschnittes mit einem vorspringenden Zahn versehen ist, und muss folglich nach Boulenger zu dieser Art gerechnet werden.

66. **Clemmys mobilensis** Holbr.

Emys mobilensis Holbrook. North Amer. Herpetology 2d Edit. I, p. 71, pl. IX.
Chrysemys mobiliensis Boulenger. Catal. of the Chelonians etc. p. 85.

211	in Weingeist (244 mm.)	Nord-Amerika.	Herr Effeldt 1865.
212	ausgestopft (233 mm.)	New-Orleans.	Herr Salmin 1870.

Boulenger, dem kein Exemplar dieser Art vorgelegen hat, unterscheidet dieselbe von den beiden vorhergehenden, der *Cl. concinna* Lec. und der *Cl. rubriventris* Lec. hauptsächlich durch die sehr schwache Zähnelung der Kiefer und durch den Besitz eines vorspringenden Zahnes jederseits neben dem Ausschnitte des Oberkiefers. Unsere beiden Stücke besitzen nun diesen Zahn zwar nicht, stimmen aber im Allgemeinen so gut mit der von Holbrook gegebenen Abbildung seiner *Emys mobilensis* überein, dass ich keinen Anstand nehme, sie zu dieser Art zu rechnen, um so mehr als ich beide Exemplare unter diesem Namen zugesandt erhalten habe und mit gutem Grunde annehmen kann, dass sie bereits so benannt aus Nord-Amerika eingeschickt worden sind.

67. **Clemmys ocellata** D. et B.

Emys ocellata D. et B. Erpétol. génér. II, p. 329, pl. XV, f. 1.
Morenia ocellata Boulenger. Catal. of the Chelonians etc. p. 66.
Batagur ocellata Gray. Proc. zool. Soc. of London 1856, p. 182, pl. X et Xa.

643 Schale (202 mm.)	Pegu.	Herr Cutter 1868.
644 Schale (122 mm.)	Pegu.	Herr Cutter 1868.
8133 Schale (184 mm.)	Pegu.	Herr E. Gerrard 1890.

68. **Clemmys tectum** Bell in litt.

Emys tecta Gray. Synopsis Reptilium, p. 23.
Kachuga tectum Boulenger. Catal. of the Chelonians etc. p. 58.
Emys tectum Bell. Monograph of the Testudinata, pl. (sine №).
Clemmys tectum Strauch. Chelonol. Studien, p. 131, № 33.

126 in Weingeist (61 mm.)	Fl. Ganges.	Berliner Museum 1856.
127 Schale (135 mm.)	Fundort ?	Herr Keitel 1865.
3250 in Weingeist (78 mm.)	Ost-Indien.	Herr Salmin 1871.
3251 in Weingeist (62 mm.)	Ost-Indien.	Herr Salmin 1871.
7938 Schale (73 mm.)	Ost-Indien.	Linnaea 1890.

69. **Macroclemmys Temminckii** Troost in litt.

Chelonura Temminckii Holbrook. North Amer. Herpetology 2[d] Edit. I, p. 147, pl. XXIV.
Macroclemmys Temminckii Boulenger. Catal. of the Chelonians etc. p. 25.
Macroclemmys Temminckii Strauch. Chelonol. Studien, p. 134, № 35.

132 ausgestopft (433 mm.)	Fundort ?	hier gekauft 1857.
4685 ausgestopft (391 mm.)	Fundort ?	Herr E. Rost 1877.
4686 ausgestopft (381 mm.)	Fundort ?	Herr E. Rost 1877.
4687 Schale [1]) u. Schädel (379 mm.)	Fundort ?	Herr E. Rost 1877.
5527 ausgestopft (597 mm.)	Fundort ?	Herr E. Rost 1879.

70. **Chelydra serpentina** L.

Testudo serpentina Linné. Syst. naturae. Edit. X, reform. I, p. 199.
Chelydra serpentina Boulenger. Catal. of the Chelonians etc. p. 20.
Testudo serpentina Schoepff. Historia Testudinum, p. 28, tab. VI.

1) Die Hornplatten sind von dieser Schale entfernt worden.

Chelydra serpentina Strauch. Chelonol. Studien, p. 139, № 36.

133 in Weingeist (160 mm.)	New-York.	Herr Brandt 1849.
2968 in Weingeist (120 mm.)	Nord-Amerika.	Herr Effeldt 1870.
5390 in Weingeist (27 mm.)	Erie-See.	Herr Deyrolle 1879.
5951 Schale (169 mm.)	Texas.	Herr G. Schneider 1882.
6301 ausgestopft (268 mm.)	Fundort ?	Herr J. Ananow 1884.
8036 in Weingeist (161 mm.)	Massachusetts.	Mus. Comp. Zool. 1890.

71. **Chelydra Rossignonii** Bocourt.

Emysaurus Rossignonii Bocourt. Miss. scient. au Mexique. Rept., p. 18, pl. V, f. 2.
Chelydra Rossignonii Boulenger. Catal. of the Chelonians etc. p. 23.

4806 in Weingeist (50 mm.)	Mexico.	Herr H. Schilling 1877.

72. **Dermatemys Mawii** Gray.

Dermatemys Mawii Gray. Proc. zool. Soc. of London 1847, p. 56.
Dermatemys Mawii Boulenger. Catal. of the Chelonians etc. p. 28.
Dermatemys Mawii Gray. Catal. of Shield Reptiles, p. 49, pl. XXI.

2844 in Weingeist (136 mm.)	Mexico.	Herr H. Schilling 1870.
3896 in Weingeist (108 mm.)	Mexico.	Herr H. Schilling 1870.
3897 in Weingeist (96 mm.)	Mexico.	Herr H. Schilling 1870.
4175 in Weingeist (105 mm.)	Mexico.	Herr Effeldt 1876.
4176 in Weingeist (107 mm.)	Mexico.	Herr Effeldt 1876.
5988 in Weingeist (73 mm.)	Central-Amerika.	Herr Umlauff 1883.

Diese Art, die einzige in der Familie *Testudinida*, welche durch den Besitz von 4, nach Boulenger mitunter auch von 5, besonderen Sternocostalplatten jederseits ausgezeichnet ist, scheint in der Beschilderung des Brustschildes nicht unbeträchtlich zu variiren. Schon Cope (Proc. Acad. Philadelphia XX (1868), p. 120) erwähnt eines anomalen Exemplars unter dem Namen *D. Berardii* Dum., dem er eine Intergularplatte zuschreibt, während es doch nur ein ganz kleines Plättchen hinter den Gularen, also eigentlich eine Postgularplatte besitzt, wie solches in ähnlicher Weise auch bei unseren Stücken № 2844, 4176 und 5988 der Fall ist. Bei diesen drei Exemplaren findet sich nämlich, weit hinter den Gularen, ein kleines knopfförmiges Plättchen, das genau an der Stelle liegt, wo die Näthe der beiden Brachial- und der beiden Pectoralplatten zusammenstossen. Alsdann scheinen die Gularplatten vielfachen Verbildungen unterworfen zu sein, denn bei unserem Exemplar № 3896 sind diese Platten zu einer einzigen verschmolzen, und bei den Stücken № 4175 und 4176 ist eine theilweise Verschmelzung vorhanden, indem die beiden Gularen im hinteren Theile verschmolzen, im vorderen Drittel aber durch eine Furche getrennt sind. Das

Stück № 4175 endlich zeigt ausserdem noch eine Anomalie ganz besonderer Art, denn es besitzt genau an der Stelle, wo bei den anderen das supplementäre knopfförmige Plättchen liegt, zwei dreieckige Platten, die genau so gestaltet, aber kleiner erscheinen, wie die Gularen, und auf Kosten der Pectoralplatten entstanden sind.

73. **Staurotypus triporcatus** Wiegm.

Terrapene triporcata Wiegmann in Oken's Isis 1828, p. 364.
Staurotypus triporcatus Boulenger. Catal. of the Chelonians etc., p. 31.
Staurotypus triporcatus Wagler. Icones et descript. Amphibior., tab. XXIII.

7296 ausgestopft (288 mm.)	Guatemala.	Consul Fr. Sarg* 1886.
7297 ausgestopft (308 mm.)	Guatemala.	Consul Fr. Sarg* 1886.
7298 ausgestopft (301 mm.)	Guatemala.	Consul Fr. Sarg* 1886.

Diese 3 Prachtstücke, die Hr. Fr. Sarg, Kaiserl. deutscher Consul in Guatemala, dem Museum nebst vielen anderen, im genannten Lande gesammelten Wirbelthieren und Insecten zum Geschenk dargebracht hat, weichen in so fern von den wenigen, bisher vorhandenen Beschreibungen und Abbildungen dieser in Sammlungen noch recht seltenen Art ab, als bei allen dreien, ungeachtet sie verschiedenen Geschlechts sind, der vordere Brustschildlappen zwar an der Spitze gerade abgestutzt ist, aber nach hinten divergirende Seitenränder besitzt, in der Form also weder mit der Wagler'schen, noch mit der von Gray im Catal. of Shield Reptiles, pl. XX b gegebenen Abbildung übereinstimmt, wo in beiden Fällen die Seitenränder des vorderen Sternallappens parallel oder doch fast parallel gezeichnet sind.

74. **Staurotypus marmoratus** Fischer.

Staurotypus marmoratus Fischer in Wiegmann. Archiv f. Naturg. 1872, I, p. 265, taf. X.

4169 in Weingeist (65 mm.)	Mexico?	Herr Effeldt 1876.

Boulenger führt diese Art unter den Synonymen des *St. Salvinii* Gray auf und hält sie somit für ein Junges desselben, jedoch sicherlich mit Unrecht, denn wenn sie überhaupt als das Junge einer der beiden bereits früher bekannten Arten aufgefasst werden soll, so hat sie, wie das mir vorliegende Exemplar lehrt, ungleich mehr Aehnlichkeit mit *St. triporcatus* Wiegm., als mit *St. Salvinii* Gray. Hr. von Fischer behauptet nun, dass Exemplare von etwas über 60 mm. Schalenlänge ausgewachsene Thiere seien, und wenn ich diese Ansicht auch für keineswegs erwiesen und über allen Zweifel erhaben halte, so glaube ich doch, dass *St. marmoratus* Fisch. als selbstständige Species aufgefasst werden muss und gewissermaassen ein Mittelglied zwischen den beiden bereits von früher her bekannten Arten bildet. Diese beiden Arten unterscheiden sich, abgesehen von der sehr verschiedenen Grösse und anderen

Differenzen, hauptsächlich durch den Brustschild, der bei *St. triporcatus* Wiegm. vorn mehr oder weniger deutlich gestutzt ist und dessen Flügel (bridge) an der schmalsten Stelle eine Dimension zeigen, die höchstens $4^1/_2$ mal in der Länge des Brustschildes enthalten ist, während er bei *St. Salvinii* Gray vorn bogenförmig zugerundet und dabei 6—7 mal länger erscheint, als die schmalste Stelle der Flügel. Bei *St. marmoratus* Fisch. ist der Brustschild vorn zugerundet, wie bei *St. Salvinii* Gray, dabei aber kaum mehr als 4mal so lang, wie die Flügel an der schmalsten Stelle, stimmt in letzterer Beziehung also mit dem Brustschilde von *St. triporcatus* Wiegm. überein. Alsdann sind auch die 3 Rückenkiele bei der in Rede stehenden Art durchaus anders beschaffen, nämlich unverhältnissmässig schwächer ausgebildet, als bei den beiden Anderen, und da bekanntlich bei allen Schildkröten diese Kiele, falls sie vorhanden sind, in der Jugend besonders stark entwickelt zu sein und mit zunehmendem Alter mehr oder weniger zu verschwinden pflegen, so müssten, falls die bisher bekannten Exemplare des *St. marmoratus* Fisch. wirklich Junge sind, bei den Ausgewachsenen so gut wie gar keine Rückenkiele vorhanden sein. Zieht man nun noch die Gesammtform der Schale, so wie die Färbung und namentlich Zeichnung derselben in Betracht, so wird man mir sicherlich darin beistimmen, dass *St. marmoratus* Fisch. eine selbstständige Art bilden muss, die von Hrn. von Fischer am oben angeführten Orte so ausführlich beschrieben worden ist, dass ich seinen Angaben nichts Wesentliches hinzuzufügen habe. Hinsichtlich des Fundortes muss ich noch bemerken, dass unser Exemplar, wie mir der verstorbene Effeldt bei Uebersendung desselben schrieb, nicht aus Texas stammt, sondern wahrscheinlich in Mexico gefangen worden ist.

75. **Staurotypus Salvinii** Gray.

Staurotypus (Stauremys) Salvinii Gray. Proc. zool. Soc. of London 1864, p. 127.
Staurotypus Salvinii Boulenger. Catal. of the Chelonians etc. p. 32.
Staurotypus Salvinii Bocourt. Mission scient. au Mexique. Rept., p. 22, pl. V, f. 3.

4104 ausgestopft (135 mm.)	Tehuantepec.	Herr Boucard 1875.
4105 ausgestopft (125 mm.)	Tehuantepec.	Herr Boucard 1875.
4111 in Weingeist (139 mm.)	Tehuantepec.	Herr Boucard 1875.
4112 in Weingeist (122 mm.)	Tehuantepec.	Herr Boucard 1875.
4113 ausgestopft (111 mm.)	Tehuantepec.	Herr Boucard 1875.
4114 ausgestopft (114 mm.)	Tehuantepec.	Herr Boucard 1875.

Bei dieser Art kommt nicht selten eine allerdings sehr rudimentäre Gularplatte vor und diesem Umstande ist es wohl auch beizumessen, dass Boulenger die beiden grossen Platten, welche den grösseren Theil des vorderen Sternallappens decken, bei *St. Salvinii* Gray als Humeral- (=Brachial-) Platten bezeichnet, während er dieselben Platten bei *St. triporcatus* Wiegm., der niemals ein Gulare zu besitzen scheint, für Pectoralplatten erklärt. Da diese Platten bei beiden Arten direct an die Abdominalia grenzen, so müssen sie als

Pectoralia aufgefasst werden und es ist daher das von Boulenger angeführte Unterscheidungsmerkmal, dass nämlich bei *St. triporcatus* Wiegm. «the suture between the pectorals is the longest» und bei *St. Salvinii* Gray «suture between the humerals the longest», durchaus hinfällig, da in beiden Fällen ein und dieselben Platten gemeint sind.

76. **Claudius angustatus** Cope.

Claudius angustatus Cope. Proc. Acad. Philadelph. XVII (1865), p. 187.
Claudius angustatus Boulenger. Catal. of the Chelonians etc. p. 33.
Claudius angustatus Bocourt. Mission scient. au Mexique. Rept., p. 20, pl. IV.

4174 in Weingeist (123 mm.) Mexico. Herr Effeldt 1876.

Unser Exemplar weicht in einzelnen Punkten etwas von der Cope'schen Beschreibung ab, hat aber auch mit der von Bocourt gegebenen Abbildung nur sehr wenig Aehnlichkeit und stimmt in der Gesammtform recht gut mit der Figur überein, welche Cope in den Proc. Amer. Philos. Soc. Philadelph. XI, pl. IX gegeben hat, wo das Thier aber leider nur von der Seite abgebildet ist. Die Abweichungen von der Cope'schen Beschreibung lassen sich, z. Th. wenigstens, daraus erklären, dass Cope ein weibliches Stück vor sich gehabt hat, während unser Exemplar, wie schon der viel massivere Kopf, der längere Schwanz und die stärkere Bewaffnung der Kiefer zeigen, ein Männchen ist. Der Schwanz unseres Stückes trägt zwar auf der Oberseite gleichfalls 2 Längsreihen rundlicher Warzen, ist aber ungleich länger, etwa so lang, wie die Distanz von der Schnauzenspitze bis zu der durchaus deutlichen Ohröffnung, und besitzt am Ende einen kleinen, an der Spitze zugerundeten Nagel. Die Hornscheiden der Kiefer sind sehr scharfkantig: die der Oberkinnlade zeigt an der Spitze einen starken Haken und jederseits, etwa in der Verticale des vorderen Orbitalrandes, noch einen scharfen dreieckigen Zahn, der an Grösse dem vorderen Haken nur wenig nachsteht; an dem Unterkiefer ist die Spitze der Hornscheide sehr lang, nach oben gegen die Oberkinnlade gekrümmt und liegt bei geschlossenem Maule in einer tiefen Grube des Zwischenkiefers. Der Rückenschild stimmt in der Wölbung sehr gut mit der obencitirten Cope'schen Figur überein und erinnert ganz auffallend an den Rückenschild von *Staurotypus Salvinii* Gray, nur sind die 3 Kiele ungleich schwächer ausgebildet. Die bedeutendsten Abweichungen von den vorhandenen Beschreibungen und Abbildungen bietet aber vor Allem der Brustschild dar: er ist zwar, ganz wie Cope angiebt, vorn breiter als hinten, dabei aber an beiden Enden stumpf zugerundet und seine Seitenränder verlaufen durchaus bogenförmig und nicht gerade, wie Bocourt es bei seinem Stück zeichnet; auch der Brustschild stimmt mit demjenigen von *St. Salvinii* Gray überein, und zwar namentlich mit der Figur desselben, welche Bocourt a. a. O. auf pl. V in Fig. 3 gegeben hat, nur sind die Abdominalplatten beträchtlich kürzer, so dass die Nath zwischen ihnen und den Femoralplatten, wie schon Cope bemerkt, den Brustschild der Quere nach in 2 gleiche Hälften theilt, und die Flügel viel schlanker, da

ihre Dimension von vorn nach hinten kaum halb so gross ist, wie dieselbe Dimension an der eben citirten Figur. Ein Gularschild, das bei dem Bocourt'schen Exemplar vorhanden ist, fehlt dem unserigen, dagegen stimmt es mit diesem Exemplar in der Duplicität der Analplatten überein, die von Cope als zu einer Platte verschmolzen angegeben werden. Axillar- und Inguinalplatten sind deutlich vorhanden, kleiner als bei den *Staurotypus*-Arten, aber von derselben Form und auch in der Lage übereinstimmend. Was endlich die Färbung und Zeichnung anbetrifft, so ist bei unserem Exemplar der Rückenschild von dunkel rothbrauner Farbe, die besonders auf der Mitte desselben sehr intensiv ist, gegen die Ränder hin aber heller wird und auf dem äusseren Theile der Costalplatten mehr oder weniger deutliche dunkle Radien unterscheiden lässt. Die Oberseite der Weichtheile und die Fusssohlen sind graubraun und durchaus einfarbig, die Unterseite der Weichtheile sammt dem Brustschilde dagegen bräunlich gelb und gleichfalls einfarbig. Die Hornscheiden der beiden Kiefer zeigen auf gelblichem Grunde dunkelbraune Zeichnungen, die auf der oberen Kinnlade eine unregelmässige Marmorirung bilden, während sie auf der unteren zu Streifen angeordnet sind, welche genau so, wie in der oben citirten Cope'chen Figur, schräge vom Unterrande zum Oberrande verlaufen. Ob nun die Differenzen, welche das Pariser Exemplar von dem Cope'schen und dem unserigen in der Gesammtfärbung und besonders in der Form des Brustschildes darbietet, individueller Natur sind, oder ob dieses Exemplar, wie Bocourt anfänglich vermuthet hat, einer besonderen Art (*Cl. megacephalus* Bocourt. Ann. d. Sc. natur. 5. sér. X (1868), p. 123) angehört, muss ich wegen Mangels an Material unentschieden lassen.

77. **Aromochelys odorata** Bosc in litt.

Testudo odorata Latreille. Hist. natur. des Reptiles I, p. 122, pl. V, f. 3.
Cinosternum odoratum Boulenger. Catal. of the Chelonians etc. p. 37.
Staurotypus odoratus D. et B. Erpétol. génér. II, p. 358, pl. XVII, f. 2.
Aromochelys odorata Strauch. Chelonol. Studien, p. 140, № 37.

134 ausgestopft (99 mm.)	New-Orleans.	Dr. Wiedemann 1838.
2654 in Weingeist (84 mm.)	La Paz.	Herr Wessel 1870.
2859 in Weingeist (65 mm.)	Süd-Carolina.	Herr Effeldt 1870.
2860 in Weingeist (98 mm.)	Texas.	Herr Effeldt 1870.
5460 Skelet (93 mm.)	Nord-Amerika.	Herr Braconnier 1879.
5984 in Weingeist (62 mm.)	Texas.	Herr Umlauff 1883.
7794 Skelet (103 mm.)	Nord-Amerika.	Herr Umlauff 1889.

Boulenger, der bekanntlich dem Prioritätsrechte bis zum Aeussersten huldigt und es für möglich hält, selbst einen geradezu widersinnigen Namen[1]), wenn er nur der älteste ist,

1) Ich erinnere nur an *Tetradactylus seps*. L. (Boulenger. Catal. of Lizards III, p. 124), der bekanntlich fünfzehige Extremitäten besitzt, also ein pentadactyler *Tetradactylus!*

in Anwendung zu bringen, citirt als Autor für diese Art Daudin, während es doch Latreille gewesen ist, der zuerst eine Beschreibung derselben veröffentlicht hat. Latreille's Histoire naturelle des Reptiles, die er in Verbindung mit Sonnini herausgegeben hat, und Daudin's Histoire naturelle des Reptiles, welche einen Theil von Sonnini's Ausgabe der Werke Buffon's bildet, tragen beide die Jahreszahl X der Republik (1802—03), doch ist Latreille's Werk früher erschienen, da seine Beschreibung der in Rede stehenden Art von Daudin auf p. 189 des II. Bandes citirt wird. Demzufolge wäre also Latreille als Autor der Art anzusehen, da jedoch beide Autoren, sowohl Latreille, als auch Daudin, ausdrücklich angeben, dass sie die Beschreibung dieser Schildkröte von Bosc erhalten haben, so führe ich auch Bosc in litt. als Autor der Art an.

Die vier bisher bekannten Arten dieser Gattung, von denen zwei, *A. tristycha* Agass. und *A. minor* Agass., aber freilich nur sehr oberflächlich charakterisirt sind, hat Boulenger auf zwei reducirt und sie zugleich in die Gattung *Cinosternon* Spix gestellt, wo sie die erste Gruppe bilden. Diese beiden von ihm anerkannten Arten werden hauptsächlich durch die An- oder Abwesenheit der Gularplatte und durch die Form des vorderen Sternallappens von einander unterschieden, und zwar ist bei *A. odorata* Bosc die Gularplatte vorhanden und der Brustschild vorn zugerundet, bei *A. carinata* Gray dagegen fehlt die Gularplatte entweder ganz, oder ist kaum wahrzunehmen und der Brustschild erscheint vorn gerade abgestutzt; ausserdem besitzt die erstere zu jeder Seite des Kopfes zwei nahezu parallele, gelbe Längsbinden, welche der letzteren durchaus fehlen.

Unsere 7 Exemplare besitzen nun sämmtlich eine ganz deutliche, wenn auch in der Grösse nicht unbeträchtlich variirende Gularplatte, so wie die beiden gelben Längsbinden an jeder Seite des Kopfes[1]) und vier von ihnen, nämlich № 134, 2654, 2860 und 5460, stimmen auch in der Form und Färbung der Schale, bis auf ganz geringe, kaum in Betracht kommende Differenzen, recht gut mit den vorhandenen Beschreibungen der *A. odorata* Bosc überein. Die 3 anderen dagegen bieten mehr oder weniger beträchtliche Abweichungen dar, so dass es wohl der Mühe verlohnt, sie speciell zu besprechen. So ist das Skelet № 7794 dadurch bemerkenswerth, dass sein Rückenschild, der sehr dunkel braun gefärbt ist, auf den 3 mittleren Vertebralplatten eine breite und seichte Längsfurche zeigt, in deren Mitte der deutliche, wenn auch niedrige Vertebralkiel verläuft; ähnliche Bildungen sind übrigens schon von den Verfassern der Erpétologie générale beobachtet worden, denn sie bemerken am oben angeführten Orte auf p. 359: «La seconde et la troisième écaille vertébrale sont ordinairement planes et quelquefois elles forment un peu la gouttière», so dass unser Stück nur dadurch etwas auffällt, dass bei ihm diese «Gouttière» auch auf der 4ten Vertebralplatte ganz deutlich vorhanden und wahrscheinlich überhaupt stärker entwickelt ist. Ausserdem zeigt dieses Skelet aber auch in der Form des Brustschildes in so fern eine Abweichung, als der vordere Sternallappen gerade abgestutzt ist, fast genau so, wie Gray ihn bei seiner

1) Die beiden Skelete habe ich im Rohzustande erhalten und daher die Möglichkeit gehabt, mich von dem Vorhandensein der gelben Kopfbinden zu überzeugen.

A. carinata (Catal. of Shield Reptiles, pl. XX A) zeichnet, da das Stück jedoch eine ganz deutliche Gularplatte und die gelben Kopfbinden besitzt, so kann es doch wohl nur zu *A. odorata* Bosc gerechnet werden. Das Weingeist-Exemplar № 5984 ferner besitzt, trotzdem es zum Mindesten doch halbwüchsig sein dürfte, noch sehr entwickelte und stark granulirte Areolen auf sämmtlichen Scheibenplatten des Rückenschildes und gleicht in dieser Beziehung, abgesehen von der fast doppelten Grösse, vollkommen der Abbildung des Jungen, welche Agassiz in seinen Contributions II, pl. IV, f. 6 gegeben hat; dabei ist sein Vertebralkiel beträchtlich stärker entwickelt, als bei den mir vorliegenden ausgewachsenen Stücken, zugleich schmäler und stellenweise sogar ganz deutlich comprimirt; ausserdem findet sich bei ihm auf den Costalplatten eine ziemlich stark ausgesprochene Kielandeutung, welche da verläuft, wo die Seitenecken der Vertebralia sich zwischen den oberen Theil der Costalia hineinschieben. Das Stück № 2859 endlich, das nur wenig grösser ist, wie das eben besprochene, besitzt auch keine Spur mehr von Areolen und zeigt auf dem Rückenschilde 3 Kiele, von denen die beiden seitlichen genau so verlaufen, wie bei № 5984, aber dem Vertebralkiel nur wenig an Höhe nachstehen. Das ganze Stück ist auffallend hell gefärbt, doch könnte es vielleicht auch durch langes Liegen in Weingeist abgebleicht sein: sein Rückenschild ist hellbraun und sämmtliche Platten desselben besitzen einen schmalen schwärzlichen Saum, der namentlich an den Costalen und Marginalen sehr deutlich hervortritt; sein bräunlichgelber Brustschild ist sonst ganz normal, zeigt aber in der Mitte des Vorderrandes einen kleinen bogenförmigen Vorsprung, der durch die etwas vorstehende Gularplatte gebildet wird. Ob dieses Stück vielleicht eine *A. tristycha* Agass. ist, wage ich nicht zu entscheiden, da Agassiz seine Art niemals genauer beschrieben hat, und die Abbildung, die er von derselben in seinen Contributions II, pl. V, f. 20—22 giebt, schon desshalb für die Entscheidung dieser Frage nicht ausreicht, weil sie nach einem ganz jungen, eben aus dem Ei gekrochenen Exemplar entworfen ist.

78. **Cinosternon pensylvanicum** Gmel.

Testudo pensylvanica Gmelin. Linnaei Syst. naturae. Edit. XIII, I, p. 1042.
Cinosternum pensylvanicum Boulenger. Catal. of the Chelonians etc. p. 39.
Kinosternon pensylvanicum Holbrook. North Amer. Herpetology 2d Edit. I, p. 127, pl. XXI.
Cinosternon pensylvanicum Strauch. Chelonol. Studien, p. 144, № 40.

140 in Weingeist (80 mm.)	Mexico.	Berliner Museum 1856.
141 ausgestopft (89 mm.)	Nord-Amerika.	Dr. Poeppig 1853.
142 in Weingeist (82 mm.)	Nord-Amerika.	Herr Effeldt 1865.
2374 in Weingeist (94 mm.)	Nord-Amerika.	Herr Effeldt 1868.
2375 in Weingeist (72 mm.)	Nord-Amerika.	Herr Effeldt 1868.
2376 in Weingeist (81 mm.)	Nord-Amerika.	Herr Effeldt 1868.
2382 in Weingeist (94 mm.)	Brasilien (?)	Herr Brandt 1868.

2965	in Weingeist (69 mm.)	Texas.	Herr Effeldt 1870.
2966	in Weingeist (66 mm.)	Texas.	Herr Effeldt 1870.
6280	in Weingeist (110 mm.)	Fundort ?	Herr Frank 1884.
6281	in Weingeist (80 mm.)	Fundort ?	Herr Frank 1884.
	in Weingeist (74 mm.)	Fundort ?	Herr Frank 1884.
6282	in Weingeist (84 mm.)	Fundort ?	Herr Frank 1884.
7783	in Weingeist (75 mm.)	Nord-Amerika.	Herr Umlauff 1889.
8029	in Weingeist (92 mm.)	Süd-Staaten d. Union.	Mus. Comp. Zool. 1890.
	in Weingeist (90 mm.)	Süd-Staaten d. Union.	Mus. Comp. Zool. 1890.

Wie alle *Cinosternon*-Arten, so variirt auch diese nicht unbeträchtlich, und zwar sowohl in der Gesammtform der Schale und in den gegenseitigen Lageverhältnissen der einzelnen Sternalplatten, als auch in der Grösse des Kopfes und in den Zeichnungen auf demselben. So ist bei unserem Exemplar № 2375 die Gularplatte, die gewöhnlich weniger als halb so lang erscheint, wie der vordere Sternallappen, genau halb so lang, wie dieser Lappen und ausserdem zeigt diese Gularplatte auch noch die Anomalie, dass ihre vordere Hälfte durch eine Längsfurche in 2 gleiche Hälften getheilt ist. Die Stücke № 2965 und 2966, welche gerade umgekehrt, wie es sonst der Fall zu sein pflegt, einen hell gefärbten Rückenschild und einen dunkel gefärbten Brustschild besitzen, zeigen auf dem Kopfe, jederseits hinter dem Auge, eine ziemlich breite gelbliche Längsbinde, die von einer zweiten, ihr etwa parallelen, aber schmäleren, schräge zum Mundwinkel ziehenden Binde begleitet wird, und gehören wohl zu der Form, welche Gray unter dem Namen *C. hippocrepis* (Catal. of Shield Reptiles, p. 46, pl. XX C., f. 3 et 4) als besondere Art unterschieden hat. Das Exemplar № 7783 besitzt diese Kopfbinden auch, hat aber einen auf dunkelbraunem Grunde schwarz gesprenkelten Rückenschild und sein Brustschild ist fast ganz schwarz, oder doch sehr dunkel braunschwarz. Die Exemplare № 2382, 6280, 6281 und 6282 stimmen in der Form des Brustschildes durchaus mit *C. pensylvanicum* Gml. überein, weichen aber durch einen beträchtlich grösseren Kopf und einen auf der Mitte ganz auffallend flach gedrückten Rückenschild ab, der bei № 6280 auf der 2ten und 3ten Vertebralplatte sogar einen seichten Längseindruck besitzt; zugleich sind bei diesen 5 zuletzt erwähnten Exemplaren alle Platten des Rückenschildes in grösserem oder geringerem Maasse pustulös, etwa wie bei *Clemmys leprosa* Schweigg. Leider ist der Fundort dieser grossköpfigen Varietät nicht bekannt, denn die Angabe, dass № 2382 aus Brasilien stammt, scheint mir mehr als zweifelhaft, ist jedenfalls nicht mit Sicherheit verbürgt.

79. **Cinosternon Henrici** Leconte?

Kinosternum Henrici Leconte. Proc. Acad. Philadelph. XI (1859), p. 4.

Cinosternum Henrici Boulenger. Catal. of the Chelonians etc. p. 40.

Cinosternum Henrici Yarrow in Wheeler. Rep. Geogr. Explor. Surv. West of 100th Merid. V, p. 583, pl. XVI.

6100	in Weingeist (95 mm.)	Dallas in Texas.	Herr G. Schneider 1883.

Das mir vorliegende Exemplar ist leider ziemlich schlecht erhalten und wird ohne Zweifel todt gefunden worden sein, denn es ist ganz hohl und seine Augen, so wie die Hautbekleidung auf den Schläfengruben und an einzelnen Stellen auf den Extremitäten sind, wahrscheinlich von Ameisen, ausgefressen. Es gehört in die Gruppe des *C. pensylvanicum* Gml., besitzt aber einen breiteren Vorderlappen am Brustschilde, der die Oeffnung des Rückenschildes nahezu ausfüllt, ähnlich wie es Yarrow bei *C. Henrici* Lec. zeichnet. Der Form nach stimmt das Stück auch ziemlich gut mit der ebengenannten Art überein, jedoch ist der Bogen, den die Contourlinie des Rückenschildes bildet, hinten nur wenig schroffer abfallend, als vorn, und auf dem Brustschilde hat die Gularplatte mehr Aehnlichkeit mit derjenigen von *C. flavescens* Agass., wie sie Coues in dem obencitirten Wheeler'schen Report auf pl. XVII zeichnet. Ferner ist die Nath zwischen den Pectoralplatten noch kürzer als in der Yarrow'schen Figur und das Charnier zwischen dem festen Mittelstück und dem Hinterlappen des Brustschildes ist wie gewöhnlich beschaffen und erscheint nicht doppelt, wie es sowohl Leconte, als Yarrow angeben. Eine fernere Abweichung besteht darin, dass alle Sternalplatten sehr deutliche concentrische Streifen besitzen, die noch stärker ausgebildet sind, wie in der Coues'schen Figur des *C. flavescens* Agass. Was endlich die Färbung anbetrifft, so ist der ganze Rückenschild ziemlich dunkel rothbraun gefärbt, während der Brustschild schwarz erscheint und nur auf den Brachial- und auf dem Seitenrande der Abdominalplatten je einen bräunlich gelben Fleck zeigt, welche Flecken aber ganz symmetrisch angeordnet sind. Ueber die Färbung der Weichtheile lässt sich nichts Näheres sagen, da dieselben z. Th. gänzlich fehlen, z. Th. in Folge der Eintrocknung durchweg schwärzlichgrau gefärbt erscheinen; nur auf der Oberseite des Kopfes lassen sich ziemlich grosse, mitunter zusammenfliessende schwarze Makeln erkennen und die Hornscheide der Kiefer zeigt auf bräunlichgelbem Grunde Spuren einer schwärzlichen Marmorirung. Obwohl das in Rede stehende Exemplar somit nicht unwesentlich von *C. Henrici* Lec. abweicht, will ich es doch bis auf Weiteres fraglich zu dieser Art stellen, da manche der Abweichungen individueller Natur sein können, während andere sich vielleicht auch daraus erklären liessen, dass mein Exemplar, wie der kurze Schwanz andeutet, ein Weibchen, das von Yarrow abgebildete aber ein Männchen ist.

80. **Cinosternon scorpioides** L.

Testudo scorpioides Linné. Syst. naturae. Edit. XII, reform. I, p. 352.
Cinosternum scorpioides Boulenger. Catal. of the Chelonians etc. p. 41.
Kinosternon scorpioides Bell. Monograph of the Testudinata, pl. (sine №).
Cinosternon scorpioides Strauch. Chelonol. Studien, p. 140, № 38.
Cinosternon longicaudatum Strauch. Chelonol. Studien, p. 142, № 39.

135 ausgestopft (139 mm.)	Surinam.	Herr Parreyss 1840.
136 in Weingeist (129 mm.)	Surinam.	Herr Werlemann 1842.
137 Schale (112 mm.)	Fundort ?	Kunstkammer.

138	in Weingeist (36 mm.)	Fundort ?	Kunstkammer.
	in Weingeist (34 mm.)	Fundort ?	Kunstkammer.
139	in Weingeist (136 mm.)	Fundort ?	Kunstkammer.
2370	in Weingeist (119 mm.)	Süd-Amerika.	Herr Effeldt 1868.
2371	in Weingeist (128 mm.)	Süd-Amerika.	Herr Effeldt 1868.
3608	in Weingeist (109 mm.)	Brasilien.	Herr Effeldt 1868.
5461	Skelet (147 mm.)	Brasilien.	Herr Braconnier 1879.
6277	in Weingeist (81 mm.)	Fundort ?	Herr Frank 1884.

Bei der grossen Variabilität, welcher sämmtliche *Cinosternon*-Arten unterworfen sind, ist es nicht unwahrscheinlich, dass das Stück № 139, das ich früher unter dem Namen *C. longicaudatum* Spix als besondere Art kurz beschrieben habe, nur eine abweichende Form des Männchens von *C. scorpioides* L. ist; ich habe es daher zu dieser Art gezogen, muss aber bemerken, dass mir kein zweites Exemplar vorgekommen ist, bei welchem die Kinn- und Kehlbärtel in 3 hinter einander liegenden Querreihen angeordnet gewesen wären.

81. **Cinosternon integrum** Leconte.

Kinosternum integrum Leconte. Proc. Acad. Philadelph. VII (1854), p. 183.
Cinosternum integrum Boulenger. Catal. of the Chelonians etc. p. 42.
Cinosternon hirtipes Günther in Godman and Salvin. Biol. centr.-amer. Rept. p. 15, pl. XII—XV.

2372	in Weingeist (148 mm.)	Mexico.	Herr Effeldt 1868.
4814	in Weingeist (165 mm.)	Laguna.	Herr H. Schilling 1877.
5816	in Weingeist (163 mm.)	Mazatlan.	Dr. Steindachner 1881.
5817	in Weingeist (135 mm.)	Mazatlan.	Dr. Steindachner 1881.
6211	ausgestopft (171 mm.)	Presidio.	Herr Forrer 1884.
6212	ausgestopft (165 mm.)	Presidio.	Herr Forrer 1884.
6213	ausgestopft (164 mm.)	Presidio.	Herr Forrer 1884.
6214	ausgestopft (176 mm.)	Presidio.	Herr Forrer 1884.
6215	ausgestopft (164 mm.)	Presidio.	Herr Forrer 1884.
6216	ausgestopft (166 mm.)	Presidio.	Herr Forrer 1884.
6217	ausgestopft (162 mm.)	Presidio.	Herr Forrer 1884.
6218	in Weingeist (132 mm.)	Presidio.	Herr Forrer 1884.
8037	in Weingeist (160 mm.)	Acapulco.	Mus. Comp. Zool. 1890.
8038	in Weingeist (128 mm.)	Acapulco.	Mus. Comp. Zool. 1890.

82. **Cinosternon leucostomum** Dum.

Cinosternon leucostomum Duméril. Catal. méth. des Reptiles, p. 17.
Cinosternum leucostomum Boulenger. Catal. of the Chelonians etc. p. 42.
Cinosternon leucostomum Duméril. Archives du Muséum. VI, p. 239, pl. XVII.

2373 in Weingeist (115 mm.)	Mexico.	Herr Effeldt 1868.
3253 in Weingeist (142 mm.)	Mexico.	Herr Salmin 1871.
7292 in Weingeist (129 mm.)	Guatemala.	Consul F. Sarg* 1886.
7787 in Weingeist (86 mm.)	Mexico.	Herr Umlauff 1889.
7790 Schale (126 mm.).	Mexico.	Herr Umlauff 1889.
7796 Skelet (135 mm.)	Mexico.	Herr Umlauff 1889.

83. **Cinosternon Berendtianum** Cope.

Cinosternon Berendtianum Cope. Proc. Acad. Philadelph. XVII (1865), p. 189.
Cinosternum Berendtianum Boulenger. Catal. of the Chelonians etc. p. 43.
Cinosternon Effeldtii Peters. Berliner Monatsberichte 1873, p. 603, Taf. V.

4170 in Weingeist (85 mm.)	Vera Cruz.	Herr Effeldt 1876.
5455 in Weingeist (85 mm.)	Mexico.	Herr Braconnier 1879.
7797 Skelet (94 mm.)	Mexico.	Herr Umlauff 1889.

84. **Cinosternon cruentatum** Dum.

Cinosternon cruentatum Duméril. Catal. méth. des Reptiles, p. 16.
Cinosternum cruentatum Boulenger. Catal. of the Chelonians etc. p. 44.
Cinosternon cruentatum Duméril. Archives du Muséum. VI, p. 238, pl. XVI.

2857 in Weingeist (91 mm.)	Costa Rica.	Herr Effeldt 1870.
2858 in Weingeist (71 mm.)	Costa Rica.	Herr Effeldt 1870.
3254 in Weingeist (118 mm.)	Mexico.	Herr Salmin 1871.
4106 ausgestopft (78 mm.)	Tehuantepec.	Herr Boucard 1875.
4107 ausgestopft (122 mm.)	Tehuantepec.	Herr Boucard 1875.
4108 Schale (128 mm.)	Tehuantepec.	Herr Boucard 1875.
4109 in Weingeist (115 mm.)	Tehuantepec.	Herr Boucard 1875.
4124 Schale u. Schädel (134 mm.)	Tehuantepec.	Herr Boucard 1875.
4171 in Weingeist (112 mm.)	Costa Rica.	Herr Effeldt 1876.
4172 in Weingeist (103 mm.)	Mexico.	Herr Effeldt 1876.
4173 in Weingeist (107 mm.)	Mexico.	Herr Effeldt 1876.
5392 ausgestopft (114 mm.)	Tehuantepec.	Herr Deyrolle 1879.
5393 ausgestopft (114 mm.)	Tehuantepec.	Herr Deyrolle 1879.
5394 ausgestopft (94 mm.)	San Matteo.	Herr Deyrolle 1879.
5456 Skelet (122 mm.)	Mexico.	Herr Braconnier 1879.
6278 in Weingeist (61 mm.)	Fundort ?	Herr Frank 1884.
6279 in Weingeist (62 mm.)	Fundort ?	Herr Frank 1884.
7784 in Weingeist (134 mm.)	Mexico.	Herr Umlauff 1889.
7785 in Weingeist (103 mm.)	Mexico.	Herr Umlauff 1889.
7786 in Weingeist (128 mm.)	Mexico.	Herr Umlauff 1889.
7842 Schädel (38 mm.)	Mexico.	Herr Salmin 1871.

Die 3 Exemplare aus Costa Rica, welche mir unter dem Namen *C. albogulare* Dum. zugesandt worden sind, haben einfarbige weisse Kiefer und die Unterseite ihres Halses ist gleichfalls weiss und fast ungefleckt, sonst unterscheiden sie sich aber in Nichts von den übrigen Exemplaren, so dass *C. albogulare* Dum., wie schon Boulenger vermuthet hat, höchstens als leichte Farbenvarietät des *C. cruentatum* Dum. angesehen werden muss.

Unter den übrigen Exemplaren dieser gleichfalls sehr variabelen Art verdient die Schale № 4124 speciell besprochen zu werden, die von einem augenscheinlich sehr alten Exemplar (nach einer auf dem Brustschilde vorhandenen Aufschrift einem ♀) herstammt und einen vollkommen glatten Rückenschild besitzt, da von den 3 Kielen auch nicht eine Spur mehr vorhanden ist. Ferner sind an derselben die Vertebral- und sämmtliche Costalplatten der linken Seite durch Zerfall verbildet, und zwar besitzt sie 6 meist sehr unregelmässig gestaltete Vertebralia und gleichfalls 6 linke Costalia, von denen auch nicht ein einziges die normale Gestalt behalten hat. Alsdann sind die Charniere zwischen den Sternallappen und dem festen Mittelstück, die auch bei anderen Exemplaren, z. B. bei № 5393, sehr entwickelt sind, hier ganz auffallend stark ausgebildet und stellen tiefe, breite Furchen dar, von denen namentlich die hintere sehr an die ähnlich gestaltete Furche bei *C. Henrici* Lec. (vergl. Wheeler Rep. Expl. Surv. W. 100th Merid. V, pl. XVI) erinnert, aber bedeutend tiefer ist. Diese Furche setzt sich auf der rechten Seite, wohl in Folge einer bei Lebzeiten erhaltenen Verletzung, auch auf den Rückenschild fort und ist namentlich am Rande der Schale so breit und tief, dass man den kleinen Finger darin placiren kann. Dadurch wird sowohl die rechte Inguinalplatte, als auch die darangrenzende 4te Marginolateralplatte in je 2 Theile getheilt und von der 2ten rechten Costalplatte, wo die Furche am Unterrande noch in derselben Breite und Tiefe vorhanden ist, sich aber rasch verengt und als deutlicher, der hinteren Intercostalseite dieser Platte etwa parallel laufender Spalt bis zur Aussenecke der 3ten Vertebralplatte zieht, erscheint ein langes Stück abgetrennt und bildet, so zu sagen, eine 5te Costalplatte von bandförmiger Gestalt, die zwischen die 2te und 3te eingeschoben ist. Endlich wäre noch zu bemerken, dass sämmtliche Platten des Rückenschildes bei diesem Exemplar sehr rauh und folglich auch matt erscheinen, während der ganze Brustschild, so wie die Unterseite der Randplatten den gewöhnlichen Glanz zeigen.

85. **Podocnemis expansa** Schweigg.

Emys expansa Schweigger. Prodr. monogr. Chelonior. p. 30.
Podocnemis expansa Boulenger. Catal. of the Chelonians etc. p. 204.
Emys amazonica Spix. Species novae Testudinum et Ran. p. 1, tab. I.
Podocnemis expansa Strauch. Chelonol. Studien, p. 146, № 42.

144	ausgestopft (257 mm.)	Fundort ?	Kunstkammer.
145	in Weingeist (54 mm.)	Brasilien.	Herr Parreyss 1838.
6669	in Weingeist (53 mm.)	Bolivia.	Linnaea 1885.
	in Weingeist (56 mm.)	Bolivia.	Linnaea 1885.

6773	in Weingeist (53 mm.)	Fonteboa.	Dr. Staudinger 1884.
8039	in Weingeist (54 mm.)	Teffé.	Mus. Comp. Zool. 1890.
	in Weingeist (50 mm.)	Teffé.	Mus. Comp. Zool. 1890.

Unter den echten *Podocnemis*-Arten, d. h. unter denjenigen, welche eine Längsrinne auf der Schnauze haben, unterscheidet Boulenger im Ganzen fünf, die je nach der Entwickelung der Längsleiste auf der Kaufläche des Oberkiefers in 2 Gruppen zerfallen. In wie weit dieses Merkmal wirklich stichhaltig ist, kann ich nicht entscheiden, da mir weder von *P. expansa* Schw.[1]), noch von *P. sextuberculata* Corn., welche die eine dieser Gruppen bilden, ausgewachsene oder doch grössere Stücke vorliegen, muss aber bemerken, dass ich bei sehr jungen Exemplaren von 4 Arten diese Leisten nahezu gleich entwickelt gefunden habe und nicht im Stande gewesen bin, die Arten nach diesem Merkmal zu gruppiren. Uebrigens giebt es noch andere Merkmale, nach welchen die Arten sich auch im Jugendzustande ziemlich leicht unterscheiden lassen, und zwar gehören dahin die Zahl der Kinnbärtel und die Zeichnungen auf dem Kopfe; die Zahl der grossen Schilder am Aussenrande der Hinterfüsse dagegen halte ich für unwesentlich, da ich mich überzeugt habe, dass bei ganz jungen Exemplaren von *P. sextuberculata* Corn. und von *P. Dumeriliana* Schweigg., die durch den Besitz von 2 solcher Schilder ausgezeichnet sein sollen, deren auch 3 vorkommen.

P. expansa Schweig., welche 2 Kinnbärtel besitzt, zeichnet sich durch den in seinem hinteren Abschnitte sehr stark erweiterten Rückenschild aus, dessen äusserster Rand an dieser Stelle fast horizontal gerichtet ist. Bei den ganz jungen Exemplaren ist diese Erweiterung zwar nur angedeutet, dafür ist aber der überhaupt viel flacher gewölbte, mehr dachförmig abfallende Rückenschild in der Marginofemoralgegend ganz deutlich breiter als in der Marginobrachialgegend. Bei dem einzigen, mir vorliegenden grösseren Stücke (№ 144) ist der Kopf einfarbig rothbraun, ohne alle Zeichnungen, bei den jungen dagegen zeigt er auf graubraunem Grunde 4 grosse, nicht ganz scharf begrenzte, gelbliche Makeln, von denen 2 neben einander auf dem breiten und kurzen Interparietale stehen, während von den beiden anderen je eine hinter dem Auge liegt und der Interparietalmakel an Grösse nicht nachsteht. Endlich sind auch beide Kiefer gelblich, genau von derselben Farbe, wie die ebenerwähnten Kopfmakeln.

86. **Podocnemis Dumeriliana** Schweigg.

Emys Dumeriliana Schweigger. Prodr. monogr. Chelonior. p. 31.
Podocnemis Dumeriliana Boulenger. Catal. of the Chelonians etc. p. 202.
Emys erythrocephala Spix. Species novae Testudinum et Ran. p. 9, tab. VII.

3576	in Weingeist (234 mm.)	Angostura.	Herr Salmin 1872.

1) An dem ausgestopften Exemplar dieser Art (№ 144), das übrigens lange nicht halbwüchsig ist, konnte ich die Kauflächen der Kiefer nicht untersuchen, ohne das Stück beträchtlich zu lädiren, wesshalb ich die Untersuchung zu unterlassen genöthigt war.

6007 Schale und Kopf (680 mm.)	Pebas.	Dr. Staudinger[1]) 1883.
6008 Schale und Kopf (653 mm.)	Pebas.	Dr. Staudinger 1883.
6187 in Weingeist (46 mm.)	Iquitos.	Dr. Staudinger 1883.
6204 in Weingeist (44 mm.)	Yurimaguas.	Dr. Staudinger 1883.
8056 ausgestopft (212 mm.)	Venezuela.	Herr W. Schlüter 1890.

Diese Art besitzt gleichfalls 2 Kinnbärtel und der Rückenschild ist sowohl bei ausgewachsenen und mittelwüchsigen, als auch bei jungen Stücken in seinem hinteren Abschnitte nicht erweitert, so dass er bei den ersteren in der Marginofemoralgegend kaum breiter, bei den letzteren sogar etwas schmäler als in der Marginobrachialgegend erscheint. Bei den ausgewachsenen Exemplaren (№ 6007 und 6008) ist der Kopf dunkelbraun und zeigt eine sehr unregelmässige, mitunter zu Flecken zusammenfliessende gelblichrothe Sprenkelung; bei beiden finden sich auf dem sehr langgestreckten Interparietalschilde 2 gelblichbraune, etwas verschwommene Makeln, die neben einander liegen, durch eine breite schwarze Binde getrennt sind, etwa $^2/_3$ der Schildlänge einnehmen und von denen jede in der Mitte mit einem länglichen tiefschwarzen Fleck geziert ist. Der Oberkiefer ist bei № 6008 eben so dunkel gefärbt, wie der Kopf, bei № 6007 heller, etwa dunkel hornfarben, der Unterkiefer dagegen erscheint bei beiden, soweit sein Hornüberzug reicht, hell gelblichbraun. Das mittelwüchsige Stück (№ 3576) zeigt auf dem Kopfe keine ausgesprochenen Zeichnungen, indem derselbe auf der Oberseite hell braun, an den Seiten mehr gelblichbraun gefärbt ist, doch erscheinen auf den einzelnen Kopfschildern die Näthe mehr dunkelbraun. Das Gleiche gilt auch von dem wenig kleineren ausgestopften Exemplar № 8056, nur ist die Färbung bei ihm eine gleichmässigere und nimmt gegen die Näthe hin kaum an Intensität zu. Bei diesen beiden Stücken sind die Kiefer hornfarben. Die beiden jungen Exemplare endlich stimmen in jeder Hinsicht mit den Jungen von *P. unifilis* Trosch. überein, zeigen auch die für die letztere Art so überaus charakteristischen gelben Kopfzeichnungen, besitzen aber paarige Kinnbärtel und müssen folglich zu dieser Art gerechnet werden, wenn man sie nicht etwa zum Typus einer besonderen Art erheben will.

87. **Podocnemis unifilis** Trosch.

Podocnemis unifilis Troschel in Schomburgk. Reisen in British Guiana III, p. 647.
Podocnemis unifilis Boulenger. Catal. of the Chelonians etc. p. 203.

5331	ausgestopft (60 mm.)	Süd-Amerika.	Herr Bouvier 1879.
5332	ausgestopft (63 mm.)	Süd-Amerika.	Herr Bouvier 1879.
6184	in Weingeist (46 mm.)	Iquitos.	Dr. Staudinger 1883.
	in Weingeist (46 mm.)	Iquitos.	Dr. Staudinger 1883.
6185	in Weingeist (47 mm.)	Iquitos.	Dr. Staudinger 1883.
	in Weingeist (48 mm.)	Iquitos.	Dr. Staudinger 1883.

1) Sämmtliche Exemplare der verschiedenen *Podocnemis*-Arten, die von Dr. Staudinger acquirirt worden sind, hat der verstorbene Dr. Hahnel im Gebiete des oberen Amazonenstromes gesammelt.

6186	in Weingeist (45 mm.)	Iquitos.	Dr. Staudinger 1883.
	in Weingeist (45 mm.)	Iquitos.	Dr. Staudinger 1883.
6190	Schale und Kopf (425 mm.)	Iquitos.	Dr. Staudinger 1883.
6191	Schale und Kopf (348 mm.)	Iquitos.	Dr. Staudinger 1883.
6201	in Weingeist (46 mm.)	Yurimaguas.	Dr. Staudinger 1883.
	in Weingeist (45 mm.)	Yurimaguas.	Dr. Staudinger 1883.
6202	in Weingeist (38 mm.)	Yurimaguas.	Dr. Staudinger 1883.
	in Weingeist (47 mm.)	Yurimaguas.	Dr. Staudinger 1883.
6203	in Weingeist (45 mm.)	Yurimaguas.	Dr. Staudinger 1883.
	in Weingeist (45 mm.)	Yurimaguas.	Dr. Staudinger 1883.
6205	in Weingeist (47 mm.)	Yurimaguas.	Dr. Staudinger 1883.
7675	in Weingeist (45 mm.)	Fonteboa.	Dr. Staudinger 1884.

P. unifilis Trosch. unterscheidet sich von *P. Dumeriliana* Schweigg., mit welcher sie auch im ausgewachsenen Zustande die meiste Aehnlichkeit hat, durch den Besitz eines unpaaren Kinnbartels und im ausgewachsenen Zustande auch durch den Mangel der Makeln auf dem gleichfalls sehr in die Länge gezogenen Interparietalschilde. Die beiden einzigen ausgewachsenen Stücke, die mir vorliegen, besitzen beide einen rothbraun gefärbten Kopf ohne alle Zeichnungen und nur die Margines supraorbitales zeigen eine schwarze Einfassung, die sich zur Nase hin erweitert, bei den Jungen dagegen ist der Kopf schwarz oder grauschwarz und mit gelben Makeln geziert, die ganz symmetrisch angeordnet sind. Zunächst finden sich auf der Schnauzenspitze 3 solcher Makeln, von denen die eine über der Nase steht und den vordersten Theil der Stirnrinne einnimmt, während die beiden anderen jederseits neben der Nase auf der Hornscheide des Oberkiefers liegen, aber den freien Unterrand derselben nicht erreichen. Nächstdem folgt auf derselben Hornscheide eine grössere Makel unter dem Auge, ferner eine noch grössere über dem Ohre, eine sehr kleine am Hinterrande der Orbita und endlich eine mittelgrosse auf dem sehr in die Breite gezogenen Interparietale, welche von der entsprechenden Makel der anderen Kopfseite durch einen Zwischenraum getrennt ist, der an Breite die Makel selbst übertrifft. Diese 11 Makeln sind nicht bloss bei allen mir vorliegenden Exemplaren dieser Art vorhanden und vollkommen gleich ausgebildet, sondern sie finden sich, wie schon bemerkt, genau in derselben Anordnung auch bei den beiden jungen Exemplaren von *P. Dumeriliana* Schweigg., welche letzteren ich nur der paarigen Kinnbärtel wegen nicht zu dieser Art gestellt habe. Schliesslich muss ich noch bemerken, dass mir ein Exemplar, № 6205, vorliegt, das in jeder Beziehung mit den übrigen übereinstimmt, aber auch nicht eine Spur von Kinnbärteln besitzt und das ich in Folge dessen provisorisch als neue Art, *P. imberbis*, in den Catalog eingetragen hatte. Gegenwärtig jedoch, nachdem ich sämmtliche Exemplare genau untersucht und verglichen habe, glaube ich, dass der Mangel der Kinnbärtel wohl nur auf einer Anomalie beruht, und es entsteht nun die Frage, zu welcher der beiden, im Jugendzustande nur durch die Zahl der Kinnbärtel unterschiedenen Arten dieses Stück zu stellen ist. Da das unterscheidende Merkmal fehlt, so lässt sich die Frage nicht definitiv entscheiden, zumal auch der Fundort keinen Anhalts-

punkt giebt, indem beide hier in Betracht kommenden Arten auch bei Yurimaguas, woher das anormale Stück stammt, gefangen worden sind, und wenn ich das fragliche Exemplar dennoch zu *P. unifilis* Trosch. und nicht zu *P. Dumeriliana* Schweigg. gestellt habe, so ist es nur desshalb geschehen, weil ich annehme, dass ein einzelner Kinnbartel leichter verschwinden kann, als deren zwei.

88. **Podocnemis sextuberculata** Cornal.

Podocnemis sextuberculata Cornalia. Vert. Syn. Mus. Mediol., p. 13, pl. III*).
Podocnemis sextuberculata Boulenger. Catal. of the Chelonians etc. p. 204.
Podocnemis Dumeriliana Strauch. Chelonol. Studien, p. 147, № 43.

146 in Weingeist (40 mm.)	Brasilien.	Herr Parreyss 1838.
2795 in Weingeist (40 mm.)	Brasilien.	Herr Erber 1870.
6188 in Weingeist (44 mm.)	Iquitos.	Dr. Staudinger 1883.

Von dieser Art, die gleichfalls durch den Besitz eines unpaaren Kinnbartels ausgezeichnet ist, liegen mir nur ganz junge Exemplare vor, an welchen die 6 Höcker auf dem Brustschilde sehr stark entwickelt sind. Diese Höcker sitzen am Seitenrande des Brustschildes und sind ganz symmetrisch angeordnet; das vorderste Paar befindet sich auf den Pectoralplatten, nahe ihrem Hinterrande, das mittlere Paar, das am stärksten ausgebildet ist und einen stumpfen dreieckigen Zahn darstellt, auf den Abdominalplatten und das hinterste auf den Femoralplatten, beide Paare gleichfalls nahe oder am Hinterrande der betreffenden Platten. Da schon bei den 3 mir vorliegenden Exemplaren, die in der Grösse nur sehr unbedeutend differiren, diese Höcker an dem grössten, № 6188, etwas schwächer ausgebildet sind, als bei den beiden anderen, so lässt sich annehmen, dass sie mit dem Alter immer mehr verschwinden werden, doch sollen, nach Boulenger, auch bei ausgewachsenen Exemplaren noch Spuren derselben vorhanden sein. Was die Zeichnungen auf dem Kopfe anbetrifft, so besitzt № 6188 hinter dem Auge eine sehr kleine und in der Temporalgegend eine grössere gelbliche Makel und sein Trommelfell erscheint ebenso hell gefärbt, der übrige Kopf dagegen ist braungrau, mit Ausnahme der Schnauzenspitze, auf welcher Spuren von gelblichen Flecken zu sehen sind, welche in Form und Anordnung denen von *P. unifilis* Trosch. gleichen. Die beiden anderen Exemplare sind in Folge des langen Liegens im Weingeist und durch Einwirkung des Lichts stark entfärbt, so dass sich über die Zeichnungen am Kopfe nichts Genaueres angeben lässt, doch scheinen dieselben ebenso beschaffen gewesen zu sein, wie bei № 6188. Zu bemerken wäre noch, dass bei den beiden kleineren Stücken sowohl der Rücken-, als auch der Brustschild braungelb gefärbt erscheinen, während bei dem Exemplar aus Iquitos beide genannten Theile eine graubraune Färbung besitzen.

*) Dieses Werk steht mir leider nicht zu Gebote.

89. **Podocnemis madagascariensis** Grand. Taf. I, f. 1—3, III, f. 1.

Dumerilia madagascariensis Grandidier in Guérin. Rev. et Mag. de Zoologie 2^de^ sér. XIX, p. 232.

Podocnemis madagascariensis Boulenger. Catal. of the Chelonians etc. p. 205.

6979 ausgestopft (279 mm.)	Madagascar.	Linnaea 1886.
7986 Skelet (288 mm.)	Ost-Betsileo.	Herr Gerrard 1890.
7987 Skelet (112 mm.)	Ost-Betsileo.	Herr Gerrard 1890.

Diese Art stimmt sowohl in der Form der Schale, als auch in der Beschilderung des Kopfes vollkommen mit den typischen *Podocnemis*-Arten überein, besitzt aber keine Längsrinne auf der Schnauze und bildet daher eine Uebergangsform zwischen den Gattungen *Podocnemis* und *Peltocephalus*, die in Folge dessen auch in eine Gattung zusammengezogen worden sind, und zwar mit Recht, denn der Typus der Gattung *Peltocephalus*, die *Emys tracaxa* Spix, stimmt auch im Schädelbau mit *Podocnemis madagascariensis* Grand. in so fern überein, als bei beiden das Joch- und das Quadratbein in directer Berührung stehen, während diese Knochen bei den echten *Podocnemis*-Arten getrennt bleiben. Da die in Rede stehende Art bisher noch nicht ausführlich beschrieben ist und keine Abbildung derselben existirt, so will ich nach den 3 mir vorliegenden Exemplaren eine Beschreibung entwerfen und füge derselben auch die nöthigen Abbildungen hinzu.

Der Rückenschild ist etwa dreimal länger als hoch und seine Breite in der Marginolateralgegend beträgt mehr als die Hälfte seiner Länge. Von vorn nach hinten ist er ziemlich stark und regelmässig gewölbt, nur fällt die Contourlinie im hinteren Theile beträchtlich schräger ab, als sie im vorderen Theile aufsteigt. Die Wölbung von rechts nach links ist noch bedeutender, denn die Contourlinie verläuft hier auf den Vertebralplatten in ziemlich flachem Bogen und fällt nach jeder Seite ziemlich schräge ab. Der horizontale Umkreis des Rückenschildes bildet eine fast eiförmige, mit der Spitze nach vorn gekehrte Figur, deren grösste Breite in der Gegend der jederseitigen letzten Marginolateralplatte liegt und deren Spitze am Nacken leicht gerundet oder selbst etwas ausgeschnitten ist. Der Rand des Rückenschildes, der nirgends gezackt erscheint und an den Seiten ziemlich steil abfällt, ist sowohl vorn, als auch namentlich hinten mehr schräge geneigt und nimmt in der Marginofemoralgegend zuweilen eine mehr horizontale Richtung an.

Von den 24 Randplatten, die sämmtlich vier- oder fünfeckig sind, erscheinen die Marginocollaren klein, die Marginobrachialen beträchtlich grösser und zugleich auch höher, als die Marginolateralen, die bis auf die jederseitige letzte sehr lang und niedrig (schmal) sind; die letzte jederseitige Marginolaterale ist fast eben so hoch, wie die Marginofemoralen, welche zugleich die grössten unter den Randplatten sind. Die beiden Caudalplatten endlich sind klein, etwa halb so gross, wie die erste Marginofemorale, aber mehr als doppelt so gross, wie die Marginocollaren.

Von den Scheibenplatten sind die 5 Vertebralen sämmtlich breiter als lang. Die 1te würde ein Trapez darstellen, wenn ihr vorderer, an die Marginocollaren und an einen Theil der jederseitigen 1ten Marginobrachialen stossender Rand nicht aus 4 kurzen, unter stumpfen Winkeln mit einander verbundenen Seiten bestände; ihre jederseitige Costalseite verläuft schwach bogenförmig oder auch gerade und die hintere oder Intervertebrale ist gerade, zeigt aber zuweilen einen kleinen Ausschnitt in der Mitte. Die 2te und 3te Vertebralplatte sind Sechsecke mit schwach winklig ausgerandeten hinteren Intervertebralseiten und mehr oder weniger bogenförmigen Costalseiten, dabei sind bei der 2ten die Vorderecken sehr stumpf abgerundet. Die 4te Vertebralplatte ist zwar gleichfalls sechseckig, besitzt aber sehr stark bogenförmig geschweifte, mit der Convexität nach innen gerichtete, hintere Costalseiten, ihre gleichfalls dreieckig ausgerandete hintere Intervertebralseite ist kaum halb so lang, wie die ihr gegenüberliegende vordere, und ihre beiden Vorderecken sind ausserordentlich stark zugerundet, am jungen Exemplar aber stumpfwinklig. Die letzte Vertebralplatte ist ein Siebeneck, das mit 4 kurzen bogenförmigen Seiten an die jederseitige letzte Marginofemorale und an die beiden Caudalen grenzt und dessen winklig gebogene vordere oder Intervertebralseite kaum länger ist, als jede einzelne der 4 Marginalen; die jederseitige Costalseite dieser Platte verläuft ganz gerade und die 7 Winkel oder Ecken sind alle stumpf, nur erscheint die mittlere Hinterecke, da sie durch den Zusammentritt zweier leicht bogenförmig geschweifter Seiten entsteht, in eine Spitze ausgezogen. Die jederseitige erste Costalplatte gleicht einem Dreieck, dessen Spitze durch die 2te Vertebralplatte schräge abgestutzt ist und dessen Basis bogenförmig geschweift erscheint und mit den beiden Marginobrachial- und den beiden ersten Marginolateralplatten ihrer Seite in Berührung steht. Die 2te Costalplatte, die um ein Drittel etwa breiter als lang ist, gleicht einem Parallelogramm, ist aber eigentlich ein Siebeneck, da ihre Marginalseite zweimal und ihre Vertebralseite einmal stumpfwinklig geknickt ist. Die 3te Costalplatte ist gleichfalls siebeneckig, aber von unregelmässiger Gestalt: sie hat 3 Marginalseiten, die mit den beiden letzten Marginolateral- und einem Theil der 1ten Marginofemoralplatte in Berührung stehen, 2 Vertebralseiten, von denen die hintere, an die 4te Vertebralplatte angrenzende, bogenförmig verläuft, und ihre hintere Intercostalseite erscheint wenig mehr als halb so lang, wie die derselben gegenüberliegende vordere. Die letzte Costalplatte endlich stellt ein irreguläres Fünfeck dar, an welchem die vordere oder Intercostalseite ebenso lang ist, wie die ihr gegenüberliegende, an die letzte Vertebralplatte angrenzende Hinterseite, und deren Marginalseite zweimal stumpfwinklig geknickt ist und mit allen 3 Marginofemoralplatten in Berührung steht.

Sämmtliche Platten des Rückenschildes sind sehr rauh und erscheinen daher auch matt, bis auf einige wenige zerstreute Stellen, besonders auf den Vertebralen, die ganz glatt und glänzend sind; dabei zeigen alle Platten ausserdem noch mehr oder weniger deutliche concentrische und radiäre Streifen, von denen die ersteren besonders auf dem unteren Theile der Costalen sehr scharf und deutlich ausgeprägt sind, während die letzteren mehr die Ver-

tebralregion einnehmen und namentlich auf den beiden letzten Vertebralen und den ihnen benachbarten Theilen der Costalen sehr deutlich hervortreten.

Der Brustschild ist lang und breit, sehr schwach gewölbt, vorn zugerundet, hinten dreieckig ausgerandet und an der Basis des Vorderlappens nur wenig breiter, als an derjenigen des Hinterlappens. Die Intergularplatte sehr klein, dreieckig, liegt am freien Rande des Brustschildes und ist ganz von den Gularen eingeschlossen, die hinter ihr eine Nath bilden, die fast eben so lang ist, wie die ganze Intergularplatte. Bei dem jungen Exemplar № 7987 ist die Intergularplatte durch eine seichte, den Vorderrand der Platte nicht ganz erreichende Längsfurche getheilt und erscheint auch etwas länger, da die Nath, welche die Gularen hinter ihr bilden, beträchtlich kürzer ist, als die Intergularplatte. Von den beiden Gularen würde jede ein rechtwinkliges Dreieck darstellen, wenn die Intergulare nicht an der Stelle eingeschoben wäre, wo der rechte Winkel liegen müsste; die Hypotenuse dieses Dreiecks, welche an die Brachialplatte grenzt, ist so lang, wie der Vorderrand der einzelnen Gular- und der Intergularplatte zusammen genommen. Die Brachialplatten sind sehr klein und bilden jede etwa ein Trapez, an welchem die Aussenseite etwas mehr als doppelt so lang ist, wie die Innenseite, mit welcher die gleichnamigen Platten an einander grenzen. Die Pectoralplatten sind sehr gross und jede derselben bildet, abgesehen von dem Theile, der auf dem Sternalflügel liegt, ein reguläres Viereck, an welchem die beiden der Innenseite anliegenden Winkel Rechte sind. Bei dem jungen Exemplar ist die Brachio-Pectoralsutur in ihrem inneren Abschnitt leicht bogenförmig, so dass an den Pectoralplatten nur der hintere Innenwinkel etwa ein Rechter, der vordere dagegen stumpf ist. Die Abdominalplatten haben dieselbe Gestalt, sind aber etwas kürzer als die Pectoralen. Die Femoralplatten sind gleichfalls viereckig, nahezu eben so lang, wie die Abdominalen, aber natürlich viel schmäler, und jede besitzt vorn 2 etwa rechte Winkel, während von den Hinterwinkeln, der innere stumpf, der äussere spitz ist. Die Analia endlich stellen unregelmässige Vierecke dar, an deren jedem die innere Seite etwas kürzer ist, als die äussere, und die vordere beträchtlich länger, als die hintere. Sämmtliche Platten des Brustschildes zeigen gleichfalls concentrische Streifen, die besonders am Vorder- und am Innenrande jeder Platte sehr deutlich erscheinen.

Der Kopf von pyramidaler Form mit steil abfallenden Seiten, ist nicht besonders gross und auf seiner horizontalen Oberfläche mit 4 grossen regulären Schildern bekleidet: ein Frontale von etwa herzförmiger Gestalt mit nach vorn gerichteter abgestutzter Spitze und sehr stark (durch die Orbiten) ausgeschnittenen Seitenrändern, zwei sehr grosse Parietalia und ein grosses dreieckiges, vorn zugerundetes und mit der Spitze nach hinten gerichtetes Interparietale, das aber kürzer ist, als die Parietalia, woher die letzteren hinter der Spitze des Interparietale an einander treten und eine kürzere oder längere Nath bilden. An jeder Kopfseite findet sich ein grosses Schläfenschild, das vom Hinterrande der Orbita bis zum Vorderrande der Trommelhöhle reicht und bei dem Stücke № 6979 auf der rechten Seite in 2 über einander gelegene Schilder getheilt erscheint, von denen das obere beträchtlich kleiner ist, als das untere, und am oberen Theile des vorderen Ohrrandes liegt. Die Hornscheiden

der Kiefer sind sehr stark und die des Oberkiefers an der Spitze stumpf gerundet. Am Kinn ein ziemlich kurzer Bartel, nicht 2, wie Grandidier angiebt. Die Haut des Halses und der übrigen Weichtheile durch feine Furchen in polygonale Compartimente getheilt, zeigt am Aussenrande der Vorderarme zwei Längsreihen grösserer Schilder und auf den Hinterfüssen finden sich ausser mehreren in die Quere gezogenen, halbmondförmigen Schildern auf der Oberseite, noch am Aussenrande 2—3 grosse flache Hornplatten. Der ziemlich kurze, nagellose Schwanz zeigt auf seiner Oberseite jederseits eine Reihe schräger Einschnitte, die in der Mittellinie unter spitzem, nach vorn gerichtetem Winkel zusammenstossen und der Schwanzspitze das Aussehen geben, welches sie nach der von A. Duméril[1]) veröffentlichten Figur bei *Podocnemis Lewyana* besitzt.

Was die Färbung und Zeichnung anbetrifft, so zeigen Rückenschild und Kopfschilder auf dunkelem braunem Grunde feine bräunlichgelbe Vermiculationen, die auf dem Kopfe ganz regellos zerstreut sind, während sie auf dem Rückenschilde Neigung zeigen, sich strahlenförmig anzuordnen. Diese Vermiculationen sind aber nicht bei allen Exemplaren in gleicher Weise deutlich; bei unseren beiden Skeleten sind sie überall zu sehen, bei dem ausgestopften Stück dagegen lassen sie sich nur auf den Vertebralplatten, die, wie schon bemerkt, stellenweise nicht rauh sind, auf eben diesen blanken Stellen erkennen, während auf den übrigen Platten kaum eine Spur derselben zu sehen ist. Der Brustschild zeigt auf gelbem Grunde mehr oder weniger deutliche, aber stets verwaschene braune Flecken von ganz unregelmässiger Gestalt, die besonders auf den Flügeln, auf dem Aussenrande des Hinterlappens und auf der Unterseite der Marginalplatten Ueberhand nehmen. Die Kiefer sind gelb und mit vertical verlaufenden braunen Streifen geziert. Hals, Extremitäten und Schwanz sind einfarbig schwarzbraun.

90. **Podocnemis tracaxa** Spix. Taf. II, f. 1—4, III, f. 2.

Emys tracaxa Spix. Species novae Testudinum et Ranar. p. 6, tab. V.
Podocnemis tracaxa Boulenger. Catal. of the Chelonians etc. p. 206.
Peltocephalus tracaxa D. et B. Erpétol. génér. II, p. 378, pl. XVIII, f. 2.
Peltocephalus tracaxa Strauch. Chelonol. Studien, p. 145, № 41.

143 ausgestopft (380 mm.)	Fundort ?	Kunstkammer.
7248 Schädel (166 mm.)	Amazonenstrom.	Herr W. Schlüter 1885.

Soweit sich durch die Hautbekleidung ermitteln lässt, misst der Schädel des ausgestopften Exemplares 108 mm. und wenn man annimmt, dass das Verhältniss zwischen der Länge des Schädels und des Rückenschildes ein constantes ist, was doch wohl zu erwarten steht, so würde der Schädel № 7248 von einem Exemplare stammen, dessen Rückenschild weit über 500 mm. lang gewesen ist.

1) Archives du Muséum. VI, pl. XVIII, f. 1.

91. **Sternothaerus nigricans** Donnd.

Testudo nigricans Donndorff. Zool. Beiträge III, p. 34.
Sternothaerus nigricans Boulenger. Catal. of the Chelonians etc. p. 195.
Sternothaerus Leachianus Bell. Zool. Journal II, p. 306, Suppl. pl. XIV[1]).

5462 Skelet (167 mm.)	Madagascar.	Herr Braconnier 1879.
5949 in Weingeist (138 mm.)	Insel Mauritius.	Herr G. Schneider 1882.
5950 ausgestopft (123 mm.)	Insel Mauritius.	Herr G. Schneider 1882.

92. **Sternothaerus Derbianus** Gray.

Sternotherus Derbianus Gray. Catal. of Tortoises, Crocodiles and Amphisb., p. 37.
Sternothaerus Derbianus Boulenger. Catal. of the Chelonians etc. p. 195.
Sternothaerus Derbianus Gray. Catal. of Shield Reptiles, p. 52, pl. XXII.
Sternothaerus nigricans Strauch. Chelonol. Studien, p. 148, № 44.

147 ausgestopft (177 mm.)	Port Natal.	Dr. Krauss 1841.
148 ausgestopft (188 mm.)	Capland.	Dr. Poeppig 1843.
2377 in Weingeist (144 mm.)	West-Afrika.	Herr Effeldt 1868.
2378 in Weingeist (86 mm.)	Afrika.	Herr Effeldt 1868.
5334 ausgestopft (211 mm.)	Dakar.	Herr Bouvier 1879.
5335 ausgestopft (173 mm.)	Dakar.	Herr Bouvier 1879.
5336 ausgestopft (176 mm.)	Dakar.	Herr Bouvier 1879.
5337 ausgestopft (137 mm.)	Dakar.	Herr Bouvier 1879.
5522 in Weingeist (70 mm.)	West-Afrika.	Herr H. Schilling 1879.
5747 in Weingeist (217 mm.)	Zanzibar.	Dr. Reichenow 1881.
6711 in Weingeist (54 mm.)	Junk-River (Liberia).	Herr W. Schlüter 1885.
6972 in Weingeist (64 mm.)	Porto Novo.	Linnaea 1886.
6973 in Weingeist (79 mm.)	Porto Novo.	Linnaea 1886.
7545 in Weingeist (69 mm.)	Liberia.	Dr. Büttikofer 1888.
7772 in Weingeist (158 mm.)	Süd-Afrika.	Herr Umlauff 1889.
7773 in Weingeist (111 mm.)	Süd-Afrika.	Herr Umlauff 1889.
7791 ausgestopft (139 mm.)	Afrika.	Herr Umlauff 1889.
7792 Skelet (142 mm.)	Afrika.	Herr Umlauff 1889.
7838 in Weingeist (90 mm.)	Goldküste.	Herr W. Schlüter 1889.

Ein Theil der verzeichneten Exemplare ist mir unter verschiedenen Namen, wie *St. sinuatus* Smith, *St. castaneus* Schweigg. und selbst *St. Adansonii* Schweigg. zugegangen, leider haben sich aber alle, nach näherer Untersuchung, als zu dieser Art gehörig erwiesen.

1) Diese Tafel trägt in unserem Exemplar die № XV; da jedoch noch eine andere Tafel XV (*Isocardia cor*) vorhanden ist, so wird in der Nummerirung der Tafeln wohl ein Versehen vorliegen, zumal im Text bei *Sternothaerus Leachianus* die Tafel XIV citirt wird.

Das grösste der 4 Exemplare aus Dakar in Senegambien, № 5334, ist, wohl in Folge einer in der Jugend erhaltenen Verletzung, ganz abnorm gebildet: einerseits sind seine 3 mittleren Vertebralplatten derartig verbildet und z. Th. in kleine, ganz irreguläre und unsymmetrische Plättchen zerfallen, dass von ihrer ursprünglichen Form kaum noch etwas zu erkennen ist, und andererseits ist der Rückenschild in seiner vorderen Hälfte ganz enorm hoch gewölbt und fällt etwa von der Stelle, wo bei normalen Stücken die 3te Vertebralplatte beginnt, in sanfter und schwach bogenförmiger Neigung nach hinten ab; dabei beträgt die Höhe des Rückenschildes an der höchsten Stelle fast das Doppelte der normalen Höhe, denn bei dem nächstgrossen Stück aus Dakar, № 5336, ist die Schale in der Gegend zwischen der 2ten und 3ten Vertebralplatte 62 mm. hoch, während sie bei dem abnormen Exemplar № 5334 eine Höhe von 115 mm. zeigt, so dass bei dem ersteren die Höhe der Schale etwas mehr als ein Drittel, bei letzterem dagegen mehr als die Hälfte der Länge ausmacht.

93. **Pelomedusa galeata** Schoepff.

Testudo galeata Schoepff. Historia Testudinum, p. 12, tab. III.
Pelomedusa galeata Boulenger. Catal. of the Chelonians etc. p. 197.
Hydraspis galeata Sowerby and Lear. Tortoises, Terrapins and Turtles, p. 10, pl. XLIX et L.
Pelomedusa galeata Strauch. Chelonol. Studien, p. 150, № 45.

149 ausgestopft (149 mm.)	Port Natal.	Dr. Poeppig 1853.
150 in Weingeist (87 mm.)	Capland.	Dr. Peters 1856.
151 in Weingeist (64 mm.)	Mossambique.	Berliner Museum 1856.
152 in Weingeist (60 mm.)	Capland.	Herr Parreyss 1841.
6287 in Weingeist (74 mm.)	West-Afrika.	Herr Frank 1884.
7933 ausgestopft (135 mm.)	Madagascar.	Linnaea 1890.
7934 Skelet (119 mm.)	Madagascar.	Linnaea 1890.

Die beiden Exemplare aus Madagascar, die kleiner, also wohl auch jünger sind, wie das Exemplar aus Port Natal, besitzen einen fast glatten Rückenschild und zeigen entweder gar keine, oder doch nur sehr schwache concentrische Streifen auf den Platten, während bei dem zuletzt genannten Stück, wie ich bereits in meinen Chelonologischen Studien ausdrücklich hervorgehoben habe, auf sämmtlichen Platten des Rückenschildes nicht bloss die concentrischen, sondern auch die radialen Streifen ausserordentlich stark entwickelt sind.

94. **Platemys Hilarii** D. et B.

Platemys Hilarii D. et B. Erpétol. génér. II, p. 428.
Hydraspis Hilarii Boulenger. Catal. of the Chelonians etc. p. 222.
Platemys Hilarii Guichenot in Castelnau. Expéd. de l'Amér. du Sud. Rept., p. 7, pl. I.

5345 ausgestopft (207 mm.)	Uruguay.	Pariser Museum 1879.

6459 in Weingeist (129 mm.)	Rio Grande do Sul.	Dr. v. Ihering 1885.
7939 Schale (303 mm.)	Brasilien.	Linnaea 1890.
8057 Schale (193 mm.)	Brasilien.	Herr W. Schlüter 1890.

95. **Platemys tuberosa** Ptrs.

Platemys tuberosa Peters. Berliner Monatsberichte 1870, p. 311, tab. I—II.
Hydraspis tuberosa Boulenger. Catal. of the Chelonians etc. p. 223.
Platemys depressa part. Strauch. Chelonol. Studien, p. 159, № 48 b.
Platemys Geoffroana Strauch. Chelonol. Studien, p. 152, № 47.

154 ausgestopft (69 mm.)	Fundort ?	Kunstkammer.
156 in Weingeist (45 mm.)	Fundort ?	Dr. Mertens 1829.
157 in Weingeist (42 mm.)	Bahia.	Herr Luschnath 1840.

96. **Platemys Geoffroyana** Schweigg.

Emys Geoffroana Schweigger. Prodr. monogr. Chelonior. p. 33.
Hydraspis Geoffroyana Boulenger. Catal. of the Chelonians etc. p. 223.
Emys depressa Wied. Abbild. z. Naturgesch. Brasiliens. Lief. IX, tab. (sine №).
Platemys depressa part. Strauch. Chelonol. Studien, p. 163, № 48 a.

155	in Weingeist (141 mm.)	Brasilien.	Herr Parreyss 1841.
2805	in Weingeist (92 mm.)	Süd-Amerika.	Herr Erber 1870.
6823	in Weingeist (74 mm.)	Rio Grande do Sul.	Dr. v. Ihering 1885.
	in Weingeist (70 mm.)	Rio Grande do Sul.	Dr. v. Ihering 1885.
	in Weingeist (66 mm.)	Rio Grande do Sul.	Dr. v. Ihering 1885.
	in Weingeist (55 mm.)	Rio Grande do Sul.	Dr. v. Ihering 1885.
	in Weingeist (51 mm.)	Rio Grande do Sul.	Dr. v. Ihering 1885.

97. **Platemys radiolata** Mikan.

Emys radiolata Mikan. Delect. Florae et Faunae Brasil. Fasc. I, tab. (sine №).
Hydraspis radiolata Boulenger. Catal. of the Chelonians etc. p. 225.

976 ausgestopft (144 mm.)	Bahia.	Herr Boucard 1869.

98. **Platemys nasuta** Schweigg.

Emys nasuta Schweigger. Prodr. monogr. Chelonior. p. 29.
Rhinemys nasuta Boulenger. Catal. of the Chelonians etc. p. 218.
Hydraspis raniceps Gray. Catal. of Shield Reptiles, p. 55, pl. XXIII.
Platemys nasuta Strauch. Chelonol. Studien, p. 160, № 49.

158 in Weingeist (56 mm.)	Fundort ?	Kunstkammer.
977 ausgestopft (291 mm.)	Surinam.	Dr. Krauss 1869.
3032 in Weingeist (52 mm.)	Fundort ?	Kunstkammer.
3986 ausgestopft (256 mm.)	Surinam.	Dr. Krauss 1875.
3987 ausgestopft (280 mm.)	Surinam.	Dr. Krauss 1875.
6189 ausgestopft (258 mm.)	Iquitos.	Dr. Staudinger 1883.
6775 Schale u. Schädel (279 mm.)	Fonteboa.	Dr. Staudinger 1884.

Das kleine Exemplar № 3032, das ich gegen Ende der 60ger Jahre zufällig in einem Glase mit aus der Kunstkammer stammenden, sehr abgebleichten Fischen fand, ist augenscheinlich aus dem Ei herausgenommen worden, denn sein Rückenschild ist sowohl von vorn nach hinten, als auch von rechts nach links ganz regelmässig gekrümmt und sein Kopf auf den in der Mitte etwas eingeknickten Brustschild herabgebogen und zwischen die Extremitäten gelagert, so dass das Stück in seiner Gesammtform genau die Gestalt eines Eies hat und sich auch auf keine Weise aus einander gebogen erhalten lässt.

99. **Platemys Spixii** D. et B.

Platemys Spixii D. et B. Erpétol. génér. II, p. 409.
Platemys Spixii Boulenger. Catal. of the Chelonians etc. p. 227.
Emys depressa Spix. Species novae Testudinum et Ran., p. 4, tab. III, f. 2.
Platemys Spixii Strauch. Chelonol. Studien, p. 152, № 46.

153 in Weingeist (145 mm.)	Brasilien.	Herr Parreyss 1841.

100. **Platemys planiceps** Schneider.

Testudo platycephala Schneider. Schrift. der Gesellsch. naturf. Freunde zu Berlin X, p. 259, tab. VII.
Platemys platycephala Boulenger. Catal. of the Chelonians etc. p. 227.
Platemys planiceps Wagler. Natürl. Syst. d. Amphibien, p. 135, tab. IV, f. 1—2.

4954 ausgestopft (123 mm.)	Surinam.	Dr. Krauss 1878.

Schneiders Beschreibung dieser Art beginnt im citirten Bande allerdings auf p. 259, der Namen aber findet sich erst auf p. 261 und lautet *platycephala*, während auf der Tafel der Namen *planiceps* gebraucht ist. Da jedoch Schoepff, der die Art mehrere Jahre[1]) später in seiner Historia Testudinum auf p. 115 beschrieben und auf tab. XXVII abgebildet

1) Schoepff's Historia Testudinum führt zwar auf dem Titel die Jahreszahl 1792, ist aber in Lieferungen edirt worden, von denen die 6te (und letzte), welche die Beschreibung und Abbildung der in Rede stehenden Art enthält, erst 1801 erschienen ist, wie man sich in Engelmann's Bibliotheca historico-naturalis, p. 423 leicht überzeugen kann.

hat, die Originalbeschreibung mit der Bezeichnung «*T. planiceps* s. *platycephala* Schneider» citirt und Schweigger in seinem 1814 erschienenen Prodromus monographiae Cheloniorum (p. 34) den Namen *ptatycephala* ganz fortlässt und die Art als *Emys planiceps* Schneider aufführt, so ist es sehr wahrscheinlich, dass Schneider diese Schildkröte ursprünglich mit dem Namen *Testudo planiceps* belegt und diesen Namen erst später, als er die Beschreibung für die bereits fertige Abbildung abfasste, in *Testudo platycephala* abgeändert hat. Ich ziehe daher, nach dem Vorgange der älteren Autoren und im Gegensatz zu Boulenger, die lateinische Benennung der griechischen vor. Ausserdem möchte ich noch bemerken, dass sowohl Schoepff, als auch Schweigger den Band, in welchem Schneider die in Rede stehende Art beschrieben hat, als vol. IV bezeichnen, während es doch vol. X ist, und dass dieses Versehen sich wohl durch den Umstand, dass das betreffende Sammelwerk vom VII Bande an einen doppelten Titel führt, erklären, aber nicht entschuldigen lässt. Die letzten 5 Bände der Schriften der Gesellschaft naturforschender Freunde zu Berlin führen ausser dem Haupttitel nämlich noch den Nebentitel «Beobachtungen und Entdeckungen aus der Naturkunde von der Gesellschaft naturforschender Freunde zu Berlin I—V», so dass also der IV Band der letzteren zugleich auch der X Band der ersteren ist. Da nun aber sowohl Schoepff, als auch Schweigger das Werk unter dem Haupttitel anführen, so hätten sie auch vol. X und nicht vol. IV setzen müssen.

101. **Emydura Macquaria** Cuvier[1]).

Hydraspis Macquarri Gray. Synopsis Reptilium, p. 40.
Emydura Macquariae Boulenger. Catal. of the Chelonians etc. p. 230.
Chelymys Macquaria M'Coy. Prodr. Zool. Victoriae I, pl. LXXXII et LXXXIII.

4058	in Weingeist (167 mm.)	Gayndah.	Mus. Godeffroy 1875.
4059	in Weingeist (145 mm.)	Gayndah.	Mus. Godeffroy 1875.
5065	in Weingeist (110 mm.)	Gayndah.	Mus. Godeffroy 1878.
	in Weingeist (80 mm.)	Gayndah.	Mus. Godeffroy 1878.
8138	Skelet (287 mm.)	Süd-Australien.	Herr E. Gerrard 1890.

Diese und die folgende Art sind einander ausserordentlich nahe verwandt und ähnlich und unterscheiden sich nach Boulenger nur dadurch, dass bei *Emydura Macquaria* Cuv. ein Paar sehr kurzer Kinnbärtel, die sogar als «tubercles» bezeichnet werden, vorhanden ist, dass der Rückenschild in seinem hinteren Theile erweitert erscheint und dass der Kopf jederseits eine gelbliche Binde zeigt, die vom Mundwinkel zum Halse zieht und unter der Ohröffnung liegt, während bei *Emydura Krefftii* Gray keine Spur von Kinnbärteln zu sehen ist, der Rückenschild in seinem hinteren Theile nicht erweitert, sondern einfach oval erscheint und dass der Kopf jederseits mit einer gelben Binde geschmückt ist, die vom Hinterrande

1) In der 2ten, im Jahre 1829 edirten Ausgabe seines Règne animal II, p. 11 führt Cuvier in einer Anmerkung diese Art unter dem Namen *Emys Macquaria* Cuv. auf, freilich ohne jegliche Charakteristik.

der Orbita zum vordern Ohrrande zieht. Die 4 Weingeist-Exemplare, die ich zu *Emydura Macquaria* Cuv. gerechnet habe, besitzen nun alle zwei sehr kurze, tuberkelförmige, aber doch auf den ersten Blick erkennbare Kinnbärtel, unterscheiden sich aber sonst in nichts von den 7 Exemplaren ohne Kinnbärtel, die ich als *Emydura Krefftii* Gray bestimmt habe, denn alle 11 Stücke besitzen sowohl die gelbliche, überhaupt schwach ausgesprochene und mehr oder weniger verschwommene Binde am Mundwinkel, als auch die sehr in die Augen fallende, scharf begrenzte und oft sogar noch schwarz umrandete Postorbitalbinde und, was den Rückenschild anbetrifft, so ist er bei den 4 jungen Exemplaren in seinem hinteren Abschnitt erweitert, in der Art etwa, wie bei *Podocnemis expansa* Schweigg., bei den älteren Stücken dagegen erscheint er oval mit bald mehr, bald weniger deutlich ausgesprochener, aber immer nur sehr schwacher Erweiterung in seiner hinteren Hälfte.

102. **Emydura Krefftii** Gray.

Chelymys Krefftii Gray. Ann. and Mag. Nat. Hist. 4 ser. VIII, p. 366.
Emydura Krefftii Boulenger. Catal. of the Chelonians etc. p. 231.
Chelymys Krefftii Gray. Proc. zool. Soc. of London 1872, p. 506, pl. XXVIII.

3871	in Weingeist (221 mm.)	Port Bowen.	Mus. Godeffroy 1874.
3872	in Weingeist (89 mm.)	Port Bowen.	Mus. Godeffroy 1874.
4055	in Weingeist (225 mm.)	Gayndah.	Mus. Godeffroy 1875.
4056	in Weingeist (172 mm.)	Gayndah.	Mus. Godeffroy 1875.
4057	in Weingeist (160 mm.)	Gayndah.	Mus. Godeffroy 1875.
5066	in Weingeist (113 mm.)	Port Bowen.	Mus. Godeffroy 1878.
	in Weingeist (83 mm.)	Port Bowen.	Mus. Godeffroy 1878.

103. **Emydura latisternum** Gray.

Elseya latisternum Gray. Ann. and Mag. Nat. Hist. 3 ser. XX, p. 44.
Emydura latisternum Boulenger. Catal. of the Chelonians etc. p. 233.
Elseya latisternum Gray. Proc. zool. Soc. of London 1872, p. 511, pl. XXIX.

3527	in Weingeist (130 mm.)	Port Mackay.	Mus. Godeffroy 1872.
4053	in Weingeist (169 mm.)	Gayndah.	Mus. Godeffroy 1875.
4054	in Weingeist (154 mm.)	Gayndah.	Mus. Godeffroy 1875.
5723	Schale (225 mm.)	Moreton-Bay.	Herr W. v. Niedmann 1880.

104. **Chelodina longicollis** Shaw.

Testudo longicollis Shaw. Zoology of New Holland. I, p. 19, tab. VII.
Chelodina longicollis Boulenger. Catal. of the Chelonians etc. p. 215.
Chelodina longicollis Bell. Monograph of the Testudinata, pl. (sine №).
Chelodina longicollis Strauch. Chelonol. Studien, p. 164, № 51.

161 ausgestopft (187 mm.)	Melbourne.	Herr Niehoff 1862.
162 ausgestopft (180 mm.)	Melbourne.	Herr Niehoff 1862.
2843 in Weingeist (176 mm.)	Australien.	Herr H. Schilling 1870.
3528 in Weingeist (185 mm.)	Rockhampton.	Mus. Godeffroy 1872.
3862 in Weingeist (91 mm.)	Rockhampton.	Mus. Godeffroy 1874.
4077 in Weingeist (144 mm.)	Australien.	Herr Boucard 1875.
4078 in Weingeist (145 mm.)	Australien.	Herr Boucard 1875.
4079 in Weingeist (111 mm.)	Australien.	Herr Boucard 1875.
6101 in Weingeist (156 mm.)	Australien.	Herr G. Schneider 1883.
7950 in Weingeist (155 mm.)	Australien.	Herr V. Frič 1890.

105. **Chelodina oblonga** Gray.

Chelodina oblonga Gray in Grey. Journ. of two Exped. in Australia. II, p. 466, pl. VII.
Chelodina oblonga Boulenger. Catal. of the Chelonians etc. p. 216.
Chelodina oblonga Gray. Catal. of Shield Reptiles, p. 58, pl. XXIV.
Chelodina oblonga Strauch. Chelonol. Studien, p. 165, № 52.

163 ausgestopft (216 mm.)	Fl. Avon.	Herr Preiss 1840.
164 ausgestopft (166 mm.)	Fl. Avon.	Herr Preiss 1840.
6210 in Weingeist (177 mm.)	Prince of Wales Insel.	Herr G. Schneider 1884.

106. **Hydromedusa Maximiliani** Mikan.

Emys Maximiliani Mikan. Delect. Florae et Faunae Brasil. fasc. IV, tab. (sine №).
Hydromedusa Maximiliani Boulenger. Catal. of the Chelonians etc. p. 210.
Chelodina flavilabris Guichenot in Castelnau. Expéd. d. l'Amér. du Sud. Rept. p. 8, pl. II.
Hydromedusa flavilabris Strauch. Chelonol. Studien, p. 162, № 50.

159 in Weingeist (166 mm.)	Fundort ?	Herr Brandt 1855.
160 in Weingeist (c. 150 mm.)	Fundort ?	Herr Frank 1858.

Diese beiden Exemplare, die ich bereits früher, am oben angeführten Orte, eines Näheren besprochen habe, stimmen hinsichtlich des auf den Discus hinaufgerückten Nuchalschildes sowohl mit einander, als auch mit der Figur in Castelnau's Reise vollkommen überein.

107. **Hydromedusa tectifera** Cope.

Hydromedusa tectifera Cope. Proc. Amer. Philosoph. Soc. XI, p. 147.
Hydromedusa tectifera Boulenger. Catal. of the Chelonians etc. p. 212.
Hydromedusa Maximiliani Wagler. Natürl. Syst. d. Amph., p. 135, tab. III, f. XXV, XXVI.

2662 Schale (202 mm.)	Santa Catharina.	Mus. Godeffroy 1870.

2663 Schale (215 mm.)	Santa Catharina.	Mus. Godeffroy 1870.
2693 in Weingeist (46 mm.)	Süd-Amerika.	Herr Erber 1870.
5346 ausgestopft (259 mm.)	Buenos-Ayres.	Pariser Museum 1879.
5724 Schale (198 mm.)	Buenos-Ayres.	Dr. C. Berg* 1880.
6999 in Weingeist (189 mm.)	Rio Grande do Sul.	Herr G. Schneider 1886.
7940 in Weingeist (50 mm.)	Santa Catharina.	Herr V. Frič 1890.

Dr. Günther, der im Jahre 1884[1]) eine Uebersicht über die Arten der Gattung *Hydromedusa* veröffentlicht hat, unterscheidet 2 Arten mit persistirenden Tuberositäten auf den hinteren Scheibenplatten, nämlich *H. Wagleri* n. sp. und *H. platanensis* Gray, die dadurch von einander abweichen, dass bei der ersteren die Nuchalplatte mit der jederseitigen 1ten Costalen in Berührung steht, bei der letzteren dagegen durch einen jederseitigen Fortsatz der 1ten Vertebralplatte von der 1ten Costalen in ähnlicher Weise getrennt ist, wie bei *H. Maximiliani* Mikan; zugleich fügt er noch hinzu, dass *H. tectifera* Cope wahrscheinlicher Weise mit einer dieser beiden Arten identisch sein wird und dass alsdann die betreffende Art nach dem Rechte der Priorität die Cope'sche Benennung erhalten müsse. Boulenger dagegen zieht die beiden von Günther unterschiedenen Arten unter dem Namen *H. tectifera* Cope in eine zusammen, und zwar mit Recht, denn auch ich bin nach Untersuchung des mir vorliegenden Materials zu der Ueberzeugung gelangt, dass das gegenseitige Lagenverhältniss zwischen der Nuchal- und der 1ten Costalplatte variabel ist und sich daher nicht zum specifischen Merkmal eignet.

Bei unserem ausgestopften Stück, № 5346, steht die Nuchalplatte mit der jederseitigen 1ten Costalen in Berührung und die 1te Vertebrale, die beträchtlich schmäler ist, als die Nuchale, reicht nicht bis an die Marginalen heran. Dasselbe Verhältniss zeigt auch die Schale № 2663, nur ist hier die Berührungsstelle zwischen der Nuchalen und der jederseitigen 1ten Costalen beträchtlich kürzer, als bei № 5346. Ebenso findet auch bei den beiden Weingeist-Exemplaren № 2693 und 7940 die Berührung zwischen der Nuchal- und der jederseitigen 1ten Costalplatte statt, nur ist bei № 7940 diese Berührungsstelle auf der linken Seite beträchtlich kürzer, als auf der rechten. Diese 4 Exemplare würden somit mit derjenigen Form zusammenfallen, welche Dr. Günther mit dem Namen *H. Wagleri* belegt hat. Die beiden Schalen № 2662 und 5724 zeigen dagegen die Anordnung, welche von Dr. Günther als für *H. platanensis* Gray charakteristisch angegeben wird, indem bei beiden die Nuchalplatte von der Berührung mit der 1ten Costalen ausgeschlossen ist, und zwar dadurch, dass die 1te Vertebrale, ähnlich wie bei *H. Maximiliani* Mikan, mit ihrer jederseitigen vorderen Aussenecke die 2te Marginocollarplatte der entsprechenden Seite berührt. Bei dem Weingeist-Exemplar № 6999 endlich steht die Nuchalplatte auf der rechten Seite mit der 1ten Costalen in Berührung, auf der linken Seite dagegen nicht, da hier die 1te Vertebrale mit ihrer Aussenecke bis an die 2te Marginocollare reicht und die Berührung zwischen der Nuchal- und 1ten Costalplatte verhindert; dieses Stück liefert also den directen

1) Ann. and Mag. Nat. Hist. 5 ser. XIV, p. 421.

Beweis für die Unbrauchbarkeit des von Dr. Günther eingeführten Unterscheidungsmerkmals, da es seiner rechten Seite nach zu *H. Wagleri* Gnthr., der linken nach dagegen zu *H. platanensis* Gray gehört. Ein ganz ähnlich gebildetes Exemplar hat auch Boulenger[1]) zu untersuchen Gelegenheit gehabt, und zwar stammte dasselbe merkwürdiger Weise gleichfalls aus der Provinz Rio Grande do Sul.

108. **Chelys fimbriata** Schneider.

Testudo fimbriata Schneider. Allg. Naturgesch. d. Schildkröten, p. 349.
Chelys fimbriata Boulenger. Catal. of the Chelonians etc. p. 209.
Chelys fimbriata Günther. Transact. zool. Soc. of London XI, p. 215, pl. XLII.
Chelys fimbriata Strauch. Chelonol. Studien, p. 171, № 53.

165 ausgestopft (219 mm.)	Fundort ?	Herr Parreyss 1839.
166 ausgestopft (383 mm.)	Fundort ?	Kunstkammer.
3981 ausgestopft (307 mm.)	Fl. Oyapok.	Dr. Krauss 1875.
3982 ausgestopft (331 mm.)	Fl. Oyapok.	Dr. Krauss 1875
5989 in Weingeist (109 mm.)	Süd-Amerika.	Herr Umlauff 1883.

Bekanntlich haben Cuvier[2]), Gray[3]) und Wagler[4]) behauptet, dass der Matamate die hornigen Scheiden auf den Kiefern fehlen und dass die letzteren von einer weichen Haut überzogen sind, doch war diese Ansicht bereits von den Verfassern der Erpétologie générale[5]) widerlegt worden, welche ausdrücklich bemerken, dass bei dieser Art die hornigen Kieferscheiden ebenso wie bei allen übrigen Schildkröten vorhanden, dass sie aber hier nur äusserst dünn sind. Auch Dr. Günther[6]) bemerkt in seiner Beschreibung einer lebenden Matamate «the jaws with their horny covering are narrow, feeble and remarkably flexible», trotzdem vertritt Boulenger[7]) in neuester Zeit wieder die alte Cuvier'sche Ansicht und bezeichnet die Kiefer der in Rede stehenden Art als «very weak without horny beak», hat aber durchaus Unrecht, denn die Hornscheiden sind, wie ich mich mit Bestimmtheit überzeugen konnte, ganz sicher vorhanden, ja ich finde sie nicht einmal so auffallend dünn. Bei dem einen unserer ausgestopften Exemplare (№ 166) hat sich nämlich die Bekleidung am Unterkiefer beim Trocknen auf der linken Seite etwas geworfen und steht jetzt als dünne Platte vom dem Kiefer ab; bestände die Bekleidung aus einer weichen Haut, so hätte dieselbe sich in dem vorliegenden Falle wohl eher in einzelnen Läppchen losgelöst oder sich beim Trocknen zum Mindesten doch ein- oder aufgerollt, während an unserem Stück der losgelöste Ueberzug

1) Ann. and Mag. Nat. Hist. 5 ser. XVI, p. 85.

2) Cuvier. Règne animal. Nouv. Edit. II, p. 15 (leur gueule fendue en travers n'est point armée d'un bec de corne, comme celle des autres Chéloniens).

3) Gray. Synops. Reptil., p. 43 (the jaws covered with a soft skin), im Catal. of Shield Rept., p. 60 heisst es sogar «jaws covered with soft lips».

4) Wagler. Natürl. Syst. der Amphibien, p. 134 (rhamphotheca cutanea).

5) D. et B. Erpétol. génér. II, p. 454.

6) Transact. of the Zool. Soc. of London XI, p. 215.

7) Boulenger. Catal. of the Chelonians etc. p. 209.

seine ursprüngliche Form behalten hat und also nicht als weiche Haut, sondern als Horngebilde aufgefasst werden muss.

109. **Trionyx gangeticus** Cuv.

Trionyx gangeticus Cuvier. Ossemens fossiles V, pt. 2, p. 186, pl. XI, f. 5—8[1]).
Trionyx gangeticus Boulenger. Catal. of the Chelonians etc. p. 248.
Trionyx gangeticus Gray. Catal. of Shield Reptiles, p. 66, pl. XLII, f. 1.

7703 Schädel (139 mm.)	Fundort ?	Kunstkammer.
7985 Skelet (discus 298 mm.)	Calcutta.	Herr E. Gerrard 1890.

110. **Trionyx hurum** Gray.

Trionyx hurum Gray. Synopsis Reptilium, p. 47, pl. X.
Trionyx hurum Boulenger. Catal. of the Chelonians etc. p. 249.
Trionyx hurum Gray in Hardwicke. Illustr. of Indian Zoology, II, p. LXVI.

8139 Skelet (discus 337 mm.)	Fl. Ganges.	Herr E. Gerrard 1890.
8140 Skelet (discus 322 mm.)	Fl. Ganges.	Herr E. Gerrard 1890.

Von diesen beiden Skeleten ist das weibliche, № 8140, vollkommen normal und vorzüglich erhalten, das männliche dagegen zeigt auf dem Discus verschiedene, sehr beträchtliche Verletzungen, welche das Thier aber noch bei Lebzeiten erlitten hat, da sie sämmtlich wieder verheilt sind. So findet sich auf der linken Seite, auf dem äusseren Drittel des 7ten und 8ten Costalknochens, eine starke Vertiefung, die wohl in Folge eines Keulenschlages entstanden sein könnte, und vorn auf dem 2ten Costalknochen sieht man eine lange, nur z. T. vernarbte Schmarre, die sich schräge von vorn und aussen nach hinten und innen zieht und noch eine Abzweigung auf den 3ten Costalknochen entsendet, welche das innerste Viertel von dem übrigen Theile dieses Knochens völlig abgetrennt hat. Noch ungleich beträchtlicher sind die Verletzungen auf der rechten Seite und bestehen in 2 zwar vollständig, aber mit einigem Substanzverlust verheilten Wunden, von denen die innere, in der Nähe der Neuralknochen liegende, sich vom Vorderrande des 2ten bis zum Hinterrande des 5ten Costalknochens als zackige Linie hinzieht, während die äussere aus einem tiefen, geschälten Hiebe besteht, der vom Vorderrande des 2ten bis zum Hinterrande des 3ten Costalknochens reicht und dabei so vernarbt ist, dass der äussere Theil beider Knochen um etwa 5 mm. über den inneren herüberragt. Dabei ist bei diesen Verletzungen der Knochenschild natürlich gebrochen und der abgebrochene Theil hat bei der Verheilung eine ganz abnorme Lage angenommen, so dass der Discus auf der rechten Seite nur vorn und hinten die normale Wölbung

1) Diese Ausgabe (die 2te) der Recherches sur les Ossemens fossiles steht mir leider nicht zu Gebote, so dass ich das Citat aus Boulenger's Catalog copirt habe; in der 4ten, der einzigen hier vorhandenen Ausgabe des genannten Werkes findet sich die Beschreibung in vol. IX, p. 440 note 2; Figuren dazu existiren im Atlas nicht.

zeigt, während der dazwischen liegende Theil, von der vorhin erwähnten zackigen Linie an, unter stumpfem, abgerundetem Winkel viel steiler nach aussen abfällt und der Discus an dieser Stelle tief eingedrückt erscheint. Alle übrigen Theile des Skelets sind vollkommen unverletzt. Von diesem Stück ist auch die Haut des Kopfes und Halses mitgeschickt worden und ich kann nur bemerken, dass, trotzdem das Exemplar wohl nahezu ausgewachsen sein dürfte, die hellen Zeichnungen nur auf dem Halse verschwunden sind, sich auf dem Kopfe aber vollkommen erhalten haben: sie bestehen aus länglichen hellgelben Flecken, die besonders auf der Schnauze und in der Temporalgegend zu grösseren Makeln zusammenfliessen und auf dem Rücken der ersteren so Ueberhand nehmen, dass dieser Theil auf gelbem Grunde schwarze Makeln zu besitzen scheint.

111. **Trionyx cartilagineus** Boddaert.

Testudo cartilaginea Boddaert. Epist. de Testudine cartilaginea, p. 21 c. tab.
Trionyx cartilagineus Boulenger. Catal. of the Chelonians etc. p. 253.
Trionyx caviniferus Gray. Catal. of Shield Reptiles, p. 67, pl. XXXII.
Trionyx javanicus Strauch. Chelonol. Studien, p. 177, № 58.

174	ausgestopft (351 mm.)	Java.	Dr. Kollmann 1838.
176	in Weingeist (97 mm.)	Java.	Berliner Museum 1869.
5554	in Weingeist (285 mm.)	Samarang.	Dr. Winkel* 1880.
5555	in Weingeist (276 mm.)	Samarang.	Dr. Winkel* 1880.
5556	in Weingeist (240 mm.)	Samarang.	Dr. Winkel* 1880.
5557	in Weingeist (201 mm.)	Samarang.	Dr. Winkel* 1880.
5558	in Weingeist (214 mm.)	Samarang.	Dr. Winkel* 1880.
5559	in Weingeist (93 mm.)	Samarang.	Dr. Winkel* 1880.
5560	in Weingeist (62 mm.)	Samarang.	Dr. Winkel* 1880.
	in Weingeist (56 mm.)	Samarang.	Dr. Winkel* 1880.
5561	in Weingeist (50 mm.)	Samarang.	Dr. Winkel* 1880.
	in Weingeist (43 mm.)	Samarang.	Dr. Winkel* 1880.
5741	in Weingeist (145 mm.)	Ngawi.	Dr. Winkel* 1881.
	in Weingeist (129 mm.)	Ngawi.	Dr. Winkel* 1881.
5742	in Weingeist (153 mm.)	Ngawi.	Dr. Winkel* 1881.
	in Weingeist (149 mm.)	Ngawi.	Dr. Winkel* 1881.
	in Weingeist (101 mm.)	Ngawi.	Dr. Winkel* 1881.
5743	in Weingeist (104 mm.)	Ngawi.	Dr. Winkel* 1881.
	in Weingeist (84 mm.)	Ngawi.	Dr. Winkel* 1881.
5744	in Weingeist (92 mm.)	Salatiga.	Dr. Winkel* 1881.

Das Skelet, das ich in meinen Chelonologischen Studien unter b aufgeführt und später unter № 175 in den Generalcatalog der Reptiliensammlung eingetragen habe, ist leider nicht mehr vorhanden und wird ohne Zweifel bei der Ausräumung der osteologischen Abtheilung, die im Jahre 1878 wegen Erweiterung der Localitäten vorgenommen wurde und

wobei, wie ich schon weiter oben angegeben habe, auch noch mehrere andere Schildkrötenskelete verloren gegangen sind, abhanden gekommen sein. Zwar haben wir im Beginne der 80ger Jahre durch die ausserordentliche Freundlichkeit des Herrn Dr. Winkel, damals Advocaten in Samarang auf Java, eine beträchtliche Zahl von Exemplaren dieser Art erhalten und können daher leicht ein neues Skelet anfertigen lassen, nichts desto weniger ist der erwähnte Verlust doch sehr zu bedauern, schon allein desshalb, weil das abhanden gekommene Stück ganz auffallend gross (Discus 325 mm. lang), fast doppelt so gross, wie das grösste unserer Weingeist-Exemplare gewesen ist.

112. **Trionyx triunguis** Forskål.

Testudo triunguis Forskål. Descriptiones animalium, p. IX.
Trionyx triunguis Boulenger. Catal. of the Chelonians etc. p. 254.
Trionyx labiatus Bell. Monograph of the Testudinata, pl. (sine №.)
Trionyx aegyptiacus Strauch. Chelonol. Studien, p. 175, № 56.

170 ausgestopft (651 mm.)	Aegypten.	Dr. Clot-Bey* 1842.
171 ausgestopft (465 mm.)	Fundort ?	Menagerie v. Hartmann 1852.
172 Skelet (discus 345 mm.)	Aegypten.	Dr. Marcusen 1859.
173 Discus u. Schädel (233 mm.)	Aegypten.	Dr. Clot-Bey* 1843.
4682 ausgestopft (592 mm.)	Beirut.	Dr. Staudinger 1877.
7673 in Weingeist (323 mm.)	Aegypten.	Dr. Clot-Bey* 1843.

Auch an dieser Art ist der im Jahre 1878 vorgenommene Umbau und die damit verbundene Umkramung nicht spurlos vorübergegangen, denn von dem früheren vollständigen Skelet № 173 existiren gegenwärtig nur noch der Discus und der Schädel, während alle übrigen Skelettheile abhanden gekommen sind. Ausserdem möchte ich noch bemerken, dass das Exemplar aus Beirut sich durch einen auffallend grossen Discus auszeichnet, denn während bei № 170, dessen Rückenschild 651 mm. lang ist, der Discus eine Länge von 400 mm. besitzt, zeigt derselbe bei № 4682, dessen Rückenschild nur 592 mm. lang ist, eine Länge von 424 mm. und dabei ist bei beiden der knorpelige Rand des Rückenschildes vollkommen glatt und nicht etwa durch das Trocknen zusammengeschrumpft. Das Exemplar № 171 stimmt in dieser Beziehung mehr mit № 170 überein, denn es besitzt bei einer Schildlänge von 465 mm. einen 296 mm. langen Discus.

113. **Trionyx vertebralis** n. sp. Taf. III, f. 3—4.

5391 in Weingeist (77 mm.)	Fl. Gabon.	Herr Deyrolle 1879.

Das vorliegende, noch sehr junge Exemplar stammt, nach Angabe des Hrn. Deyrolle, aus dem Flusse Gabon im aequatorialen West-Afrika und trug ausserdem noch eine Etiquette mit der Aufschrift «Voyage de Mr. Rousseau». Obwohl ich nun nicht weiss, welcher

Rousseau gemeint ist, ob Hr. Louis Rousseau, der, wie ich aus einer Mittheilung von Auguste Duméril[1]) entnehme, in den 40ger oder 50ger Jahren eine Reise nach Madagascar unternommen und möglicherweise auf der Hin- oder Rücktour, die damals noch um das Cap der guten Hoffnung ging, die französische Colonie am Gabon berührt hat, oder ein anderer Herr dieses in Frankreich, wie es scheint, nicht seltenen Namens, so glaube ich dennoch, dass die obige Etiquette eine gewisse Garantie für die Richtigkeit der Fundortsangabe bietet. Aber auch selbst, wenn man annehmen wollte, dass das Exemplar, das jederseits 8 Costalknochen besitzt, nicht aus Afrika, sondern aus irgend einem Theile Süd-Asiens stammt, so wäre ich doch nicht im Stande, es mit einer der bekannten Arten zu identificiren, denn die asiatischen Arten, wenigstens die vom Continente, haben zwar so ziemlich alle in der Jugend Augenflecken auf dem Rückenschilde, nur sind diese Flecken nicht bloss unverhältnissmässig grösser, sondern auch ganz anders vertheilt, und eine Art mit einer dunklen Vertebralbinde ist mir überhaupt nicht bekannt.

Da somit kein zwingender Grund vorliegt, die Richtigkeit der Fundortsangabe zu bezweifeln, so halte ich das Exemplar für afrikanisch, obwohl mir nicht unbekannt ist, dass die Trionychiden Afrika's in der Jugend keine Augenflecken auf dem Rückenschilde zu haben pflegen. Nun kommt nach den neuesten Untersuchungen von Boulenger in Afrika überhaupt nur eine einzige Art aus der Gattung *Trionyx* vor, nämlich der *Trionyx triunguis* Forsk., und zu diesem kann das fragliche Exemplar nicht gehören, da es in den Zeichnungen auf dem Rückenschilde doch gar zu sehr von demselben abweicht. Wir besitzen zwar kein junges Exemplar des *Trionyx triunguis* Forsk. und ich habe auch niemals Gelegenheit gehabt, ein solches zu untersuchen, doch geben alle Autoren übereinstimmend an, dass die Jungen der genannten Art sowohl auf der Schale, als auch auf den Weichtheilen weisse Flecken besitzen, die bei unserem Stück (№ 5391) fehlen, und auch die beiden einzigen, mir bekannten Abbildungen des jungen *Trionyx triunguis* Forsk., die Hr. Rochebrune[2]) gegeben hat, zeigen nicht die geringste Aehnlichkeit mit unserem Exemplar, weichen aber freilich auch von den vorhandenen Beschreibungen nicht unbeträchtlich ab. Nun sind allerdings noch 2 *Trionyx*-Arten aus West-Afrika beschrieben worden, doch werden beide von Boulenger als Synonyme zu *Trionyx triunguis* Forsk. gezogen, und wohl auch mit Recht, denn die eine, *Trionyx Mortonii*, die Hallowell[3]) auf ein junges Exemplar begründet hat, ist, wie sich schon aus der kurzen Beschreibung ergiebt, sicherlich ein junger *Trionyx triunguis* Forsk., und die andere, *Aspidonectes aspilus* Cope[4]), scheint gleichfalls zu der ebengenannten Art zu gehören, kommt aber bei der hier erörterten Frage nicht weiter in Betracht, da Cope keine jungen Exemplare unter Händen gehabt hat.

Unter so bewandten Umständen blieb mir kein anderer Ausweg übrig, als unser Exemplar für eine neue Art zu erklären und dasselbe, so weit möglich, genau zu beschreiben, doch

1) Archives du Museum X, p. 141.
2) A. de Rochebrune. Faune de la Senegambie. Reptiles, pl. III, f. 1, 2.
3) Proc. Acad. Philadelph. II, p. 120.
4) Proc. Acad. Philadelph. XI, p. 295.

muss ich von vornherein bemerken, dass ich über die morphologischen Merkmale so gut wie nichts angeben kann und gezwungen bin, mich auf die Beschreibung der Färbung und Zeichnung zu beschränken, und zwar fast nur derjenigen auf der Schale und auf den Extremitäten, da ich den Kopf, den das Thier tief unter die Schale eingezogen hat, nicht hervorziehen kann, ohne das Stück beträchtlich zu lädiren. Dass das Exemplar jederseits 8 Costalknochen besitzt, habe ich bereits oben gesagt, über die Zahl und Anordnung der Neuralknochen dagegen kann ich leider nichts mittheilen, da dieselben sich durch die Haut nicht erkennen lassen. Der Rückenschild ferner, der die gewöhnliche Form hat und sehr schwach gewölbt ist, zeigt eine Menge von stumpfen, mehr oder weniger in die Länge gezogenen Tuberkeln, die in Längsreihen angeordnet sind und oft zu Leisten zusammenfliessen. Dabei sind diese Tuberkeln besonders auf dem ziemlich grossen knöchernen Discus stark entwickelt, während sie auf dem knorpeligen Rande beträchtlich schwächer erscheinen. Die meisten Tuberkelreihen verlaufen etwas schräge und convergiren nach hinten, die beiden mittleren dagegen, die auf den Neuralknochen liegen, erscheinen mehr parallel und begrenzen die weiter unten zu erwähnende dunkle Vertebralbinde. Auf dem Brustschilde endlich ist keine Spur von Callositäten wahrzunehmen und das einzige, was ich über denselben berichten kann, ist, dass die Episternalknochen auffallend weit von einander gerückt sind, und dass das Entosternale einen sehr stumpfen Winkel bildet.

Was die Färbung und Zeichnung anbetrifft, so zeigt der Rückenschild auf der Oberseite eine helle bräunlichgraue Grundfarbe, die in der hinteren Hälfte des Schildes, zum Rande hin, noch heller wird und an diesen Stellen eine wenig deutliche, dunkle Marmorirung besitzt. Längs der Vertebrallinie zieht sich vom Vorderrande bis zum Hinterrande eine Längsreihe von schwarzbraunen Makeln hin, die so dicht stehen, dass sie eine Vertebralbinde darstellen, die jederseits einen sehr feinen gelben Saum zeigt. Ausserdem sind auf dem ganzen Rückenschilde kleine schwarzbraune Flecken zerstreut, die weder in der Form, noch in der Anordnung irgendwelche Regelmässigkeit zeigen. In der Höhe der Schulterblätter etwa finden sich 3 grössere braune Makeln mit hellem Centrum und ebensolcher Umrandung, die in eine Querreihe angeordnet sind und von denen die mittlere, die am kleinsten ist, auf der Vertebralbinde liegt, während die beiden seitlichen auf dem 2ten Costalknochenpaar stehen; dabei sind diese beiden seitlichen Makeln nicht ganz symmetrisch angeordnet, indem die rechte nur etwa halb so weit von der Centralmakel entfernt ist, wie die linke. Zwischen diesen 3 Augenmakeln oder Ocellen sind die auf dem Rückenschilde zerstreuten schwarzbraunen Flecken mehr oder weniger deutlich zu Querreihen angeordnet und verschmelzen theilweise zu unregelmässigen Querbinden, welche die 3 Ocellen mit einander verbinden. Alsdann findet sich auf der Vertebralbinde, und zwar auf dem Neuralknochen, der gerade auf der Grenze zwischen dem 5ten und 6ten Costalknochenpaar liegt, noch eine weitere Augenmakel, die etwas grösser erscheint, als die vorhin erwähnte Centralmakel und von ihr etwa eben so weit entfernt ist, wie die linke Seitenmakel. Jederseits von dieser 2ten, auf der Vertebralbinde stehenden Augenmakel findet sich noch ein Ocellus, der aber etwas kleiner und dabei

so stark nach aussen gerückt ist, dass er schon auf dem knorpeligen Rande, ganz nahe am äusseren Ende des jederseitigen 5ten Costalknochens, liegt. Alle 6 Augenmakeln sind einander sehr ähnlich und unterscheiden sich nur durch geringe Differenzen in der Grösse. Die Extremitäten haben auf der Oberseite dieselbe Farbe, wie der Rückenschild und sind auch mit kleinen, unregelmässig geformten, schwärzlichen Flecken geziert, die aber nur sehr vereinzelt auftreten. Der Kopf, den ich, wie schon bemerkt, nicht hervorziehen kann, ohne das Stück beträchtlich zu beschädigen, besitzt auf der Stirn zwischen den Augen eine, allem Anscheine nach, recht tiefe Längsgrube, die auf dem Grunde dunkel gefärbt erscheint, und zeigt ausserdem jederseits eine schwärzliche Längsbinde, die an der vorderen Augenlidercommissur beginnt und bis an die Rüsselspitze verläuft, gegen Ende aber beträchtlich an Intensität abnimmt. Die Unterseite aller Theile endlich ist weiss, ohne Spur von Zeichnungen.

114. **Trionyx sinensis** Wiegm. Taf. IV, f. 4.

Trionyx (Aspidonectes) sinensis Wiegmann. Nova Act. Acad. Leop. Carol. XVII, p. 189.
Trionyx sinensis Boulenger. Catal. of the Chelonians etc. p. 256.
Trionyx stellatus var. *japonica* Schlegel in Siebold. Fauna japonica. Rept. p. 33, pl. VII.
Trionyx sinensis Strauch. Chelonol. Studien, p. 177, № 59.

177	in Weingeist (133 mm.)	Peking.	Dr. A. v. Bunge 1833.
178	ausgestopft (145 mm.)	Japan.	Marine-Capitain Birilew* 1863.
179	in Weingeist (158 mm.)	Siam.	Herr Salmin 1870.
2841	in Weingeist (187 mm.)	China.	Herr H. Schilling 1870.
2846	in Weingeist (168 mm.)	China.	Herr H. Schilling 1870.
3690	in Weingeist (30 mm.)	Unterer Ussuri.	Herr R. Maack 1860.
3906	in Weingeist (86 mm.)	Oberer Chuan-che.	Oberst N. Przewalski 1874.
3907	in Weingeist (84 mm.)	Oberer Chuan-che.	Oberst N. Przewalski 1874.
3908	in Weingeist (66 mm.)	Oberer Chuan-che.	Oberst N. Przewalski 1874.
3909	in Weingeist (49 mm.)	Oberer Chuan-che.	Oberst N. Przewalski 1874.
	in Weingeist (42 mm.)	Oberer Chuan-che.	Oberst N. Przewalski 1874.
3910	in Weingeist (43 mm.)	Oberer Chuan-che.	Oberst N. Przewalski 1874.
	in Weingeist (42 mm.)	Oberer Chuan-che.	Oberst N. Przewalski 1874.
4215	in Weingeist (27 mm.)	China.	Dr. Pjassetzki* 1876.
4661	ausgestopft (342 mm.)	Amur-Fluss.	Herr R. Maack 1857.
4947	in Weingeist (160 mm.)	Fl. Chou-Kiang.	Herr Salmin 1878.
4948	in Weingeist (134 mm.)	Fl. Chou-Kiang.	Herr Salmin 1878.
5526	ausgestopft (296 mm.)	Chanka-See.	Prof. S. v. Glasenapp* 1879.
5658	in Weingeist (63 mm.)	Tamsuy.	British Museum 1880.
5659	in Weingeist (94 mm.)	China.	British Museum 1880.
5660	in Weingeist (64 mm.)	China.	British Museum 1880.
5725	in Weingeist (329 mm.)	Ussuri-Fluss.	Herr R. Maack 1855.
5726	in Weingeist (322 mm.)	Ussuri-Fluss.	Herr R. Maack 1855.
	in Weingeist (318 mm.)	Ussuri-Fluss.	Herr R. Maack 1855.

5943	in Weingeist (145 mm.)	Tokio.	Herr G. Schneider 1882.
	in Weingeist (152 mm.)	Tokio.	Herr G. Schneider 1882.
5944	in Weingeist (82 mm.)	Tokio.	Herr G. Schneider 1882.
6743	in Weingeist (212 mm.)	Fu-tschau.	Mag. I. Poljakow 1884.
	in Weingeist (207 mm.)	Fu-tschau.	Mag. I. Poljakow 1884.
6744	in Weingeist (241 mm.)	Fu-tschau.	Mag. I. Poljakow 1884.
	in Weingeist (173 mm.)	Fu-tschau.	Mag. I. Poljakow 1884.
6745	in Weingeist (138 mm.)	Fu-tschau.	Mag. I. Poljakow 1884.
	in Weingeist (97 mm.)	Fu-tschau.	Mag. I. Poljakow 1884.
	in Weingeist (95 mm.)	Fu-tschau.	Mag. I. Poljakow 1884.
	in Weingeist (91 mm.)	Fu-tschau.	Mag. I. Poljakow 1884.
6746	in Weingeist (211 mm.)	Fu-tschau.	Mag. I. Poljakow 1884.
	in Weingeist (192 mm.)	Fu-tschau.	Mag. I. Poljakow 1884.
	in Weingeist (206 mm.)	Fu-tschau.	Mag. I. Poljakow 1884.
6747	in Weingeist (178 mm.)	Schanghai.	Mag. I. Poljakow 1884.
	in Weingeist (161 mm.)	Schanghai.	Mag. I. Poljakow 1884.
6748	in Weingeist (123 mm.)	Schanghai.	Mag. I. Poljakow 1884.
	in Weingeist (117 mm.)	Schanghai.	Mag. I. Poljakow 1884.
	in Weingeist (102 mm.)	Schanghai.	Mag. I. Poljakow 1884.
	in Weingeist (96 mm.)	Schanghai.	Mag. I. Poljakow 1884.
7676	Skelet def. (disc. 159 mm.)	Amur-Fluss.	Akad. L. v. Schrenck 1854.

115. **Trionyx Emoryi** Agass.

Aspidonectes Emoryi Agassiz. Contribut. Nat. Hist. U. S. I, p. 407, II, pl. VI, f. 4.
Trionyx Emoryi Boulenger. Catal. of the Chelonians etc. p. 258.

168	in Weingeist (85 mm.)	Texas.	Herr Schrader 1849.

Dieses Exemplar, das ich erst nach Veröffentlichung meiner Chelonologischen Studien in einer der Vorrathskammern des Museums auffand, stimmt vollkommen mit der obencitirten Beschreibung und Abbildung in Agassiz's Werke überein und besitzt auch am Vorderrande des Rückenschildes eine Querreihe zwar kleiner, aber sehr deutlicher Tuberkeln, deren Vorhandensein Agassiz gleichfalls ausdrücklich constatirt. Es ist daher um so auffallender, dass Boulenger dieser Art die Tuberkeln am vorderen Rückenschildrande gänzlich abspricht und diesen Mangel sogar als Merkmal benutzt, und den *Trionyx Emoryi* Ag. von *Trionyx ferox* Schneid. und *Trionyx spiniferus* Lesueur zu unterscheiden.

116. **Trionyx spiniferus** Lesueur.

Trionyx spiniferus Lesueur. Mém. du Muséum XV, p. 258, pl. VI.
Trionyx spinifer Boulenger. Catal. of the Chelonians etc. p. 259.
Gymnopus olivaceus Wied. Nova Acta Acad. Leop. Carol. XXXII, p. 55, tab. V.

Trionyx ferox Strauch. Chelonol. Studien, p. 173, № 54.

167 in Weingeist (196 mm.)	Nord-Amerika.	Herr Parreyss 1839.
3757 in Weingeist (225 mm.)	Nord-Amerika.	Herr Salmin 1874.
3758 in Weingeist (178 mm.)	Nord-Amerika.	Herr Salmin 1874.
3759 in Weingeist (280 mm.)	Nord-Amerika.	Herr Salmin 1874.
3760 in Weingeist (233 mm.)	Nord-Amerika.	Herr Salmin 1874.

117. **Trionyx muticus** Lesueur.

Trionyx muticus Lesueur. Mém. du Muséum XV, p. 263, pl. VII.
Trionyx muticus Boulenger. Catal. of the Chelonians etc. p. 260.
Trionyx muticus Holbrook. North Amer. Herpetology 2d Edit. II, p. 19, pl. II.
Trionyx muticus Strauch. Chelonol. Studien, p. 174, № 55.

169 in Weingeist (190 mm.)	Nord-Amerika.	Herr Parreyss 1839.
3996 in Weingeist (236 mm.)	Nord-Amerika.	Herr Salmin 1875.
4157 in Weingeist (162 mm.)	Nord-Amerika.	Herr Salmin 1875.

118. **Pelochelys Poljakowii** n. sp. Taf. IV, f. 1—3.

7896 Skelet (472 mm.)	Fu-tschau.	Mag. I. Poljakow 1884.
7897 Skelet (disc. 267 mm.)	Fu-tschau.	Mag. I. Poljakow 1884.

Unter den ziemlich zahlreichen Schildkröten, welche der verstorbene Conservator I. Poljakow in Fu-tschau gesammelt und in Weingeist conservirt dem Museum eingesandt hatte, befanden sich auch die beiden oben verzeichneten Exemplare, die im Aeusseren keine irgend wie in die Augen fallenden Unterschiede von *Trionyx sinensis* Wiegm. zeigten und die ich daher auch als zu genannter Art gehörig bestimmte. Auffallend erschien mir allerdings die bedeutende Grösse derselben, da wir jedoch aus dem Ussuri-Flusse mehrere Exemplare des *Trionyx sinensis* Wiegm. besitzen, die gleichfalls beträchtlich grösser sind, wie die bisher bekannten japanischen und chinesischen, so sah ich keinen Grund, diese beiden Stücke für etwas anderes zu halten, zumal alle übrigen Trionychiden, die Poljakow in Futschau und in Schanghai erbeutet hat, ganz unzweifelhaft zu der genannten chinesischen Art gehörten. Beide Stücke müssen von vornherein in sehr starken Weingeist gelegt worden sein, denn sie waren so hart geworden, dass sich der mehr oder weniger eingezogene Kopf auf keine Weise hervorziehen liess, und da wir überhaupt nur ein einziges, dazu noch defectes (von Fahrhunden auf der Reise angefressenes) Skelet des *Trionyx sinensis* Wiegm. besassen, so entschied ich mich dafür, beide Exemplare, die zur Aufbewahrung sehr grosse Gläser und sehr viel Weingeist erfordert hätten, skeletiren zu lassen. Als die Skelete fertig gestellt waren — das eine mit Erhaltung der knorpeligen und häutigen Theile des Rücken- und Brustschildes — und mir präsentirt wurden, fiel mir sofort die eigenthümliche Gestalt

des Schädels auf, und nach directem Vergleich mit dem Schädel von *Trionyx sinensis* Wiegm. blieb gar kein Zweifel übrig, dass beide einer ganz anderen Art angehören, die ich aber bei der heillosen Confusion, die Gray in der Systematik der Trionychiden angerichtet hat, nicht früher bestimmen konnte, als bis mir Boulenger's Catalog zuging. Aus dem genannten Cataloge ersah ich sofort, dass die fraglichen Exemplare in die Gattung *Pelochelys* Gray gehören, aber schwerlich mit der einzigen, bisher bekannten Art dieser Gattung, der *Pelochelys Cantoris* Gray, identificirt werden können, wesshalb ich sie zum Typus einer neuen Art erheben muss, die ich zum Andenken an meinen, leider so früh verstorbenen Freund I. Poljakow mit dem Namen *Pelochelys Poljakowii* zu belegen vorschlage.

Mir steht kein Exemplar von *Pelochelys Cantoris* Gray zu Gebote und leider existiren auch nur 2 Abbildungen dieser Art, nämlich eine Xylographie des Schädels von oben und von unten, die Gray ursprünglich in den Proceed. of the zool. Soc. of London 1864, p. 90, fig. 9 et 10 gegeben hat und die später sowohl in seinem Supplement to the Catal. of Shield Reptiles auf p. 91 in Fig. 29, als auch in Boulenger's Catal. of the Chelonians etc. auf p. 292 in Fig. 69 reproducirt worden sind, und eine Lithographie des ganzen Thieres von oben in Günther's Reptiles of British India, pl. VI, f. C, wo die Art aber als *Chitra indica* Gray bestimmt ist. Von diesen Abbildungen kann ich zum Vergleiche eigentlich nur die Xylographie benutzen, doch genügt sie auch vollkommen, um die Differenzen zwischen den beiden in Rede stehenden Arten anschaulich zu machen.

Wie man aus einem Vergleiche der vorzüglich gelungenen Phototypie des Schädels auf Taf. IV dieser Abhandlung mit der xylographischen Fig. 69 in Boulenger's Catalog ersehen kann, bietet der Schädel von *Pelochelys Poljakowii* in der Gesammtform viel Aehnlichkeit mit dem Schädel von *Pelochelys Cantoris* Gray dar, nur erscheint der Schnauzentheil bei der neuen Art viel länger und daher ist auch die Orbita viel weiter von der Schnauzenspitze entfernt. Der Abstand zwischen dem vorderen Orbitalrande und dem Hinterrande der Nasalapertur ist bei *Pelochelys Poljakowii* höchstens um $^1/_4$ geringer, als der Abstand zwischen dem hinteren Orbitalrande und dem Vorderrande der Fossa temporalis, während bei *Pelochelys Cantoris* Gray die erstere Distanz kaum die Hälfte der letzteren beträgt. Ferner liegen die Augenhöhlen weiter aus einander, da das Spatium interorbitale an Breite nicht bloss den Quer-, sondern auch den Längsdurchmesser der Orbita beträchtlich übertrifft, bei *Pelochelys Cantoris* Gray dagegen ist, so weit sich aus der Figur entnehmen lässt, der Längsdurchmesser der Augenhöhle grösser als das Interorbitalspatium, obwohl Boulenger ausdrücklich angiebt: «interorbital space broader than the greatest diameter of the orbit». Alsdann ist auch die Form der Parietalbeine eine völlig verschiedene, denn sie sind bei der neuen Art sehr in die Breite gezogen und bilden jederseits einen dreieckigen Vorsprung, bevor sie in den schmalen, sich mit dem Supraoccipitale verbindenden Fortsatz auslaufen, während bei *Pelochelys Cantoris* Gray keine Spur von diesem dreieckigen Vorsprung vorhanden ist. Auf der Unterseite des Schädels endlich fällt besonders das Os basi-occipitale auf, denn es besitzt auf der dem Beschauer zugekehrten Fläche eine breite und tiefe Rinne,

die bei der Gray'schen Art zu fehlen scheint, und ist überhaupt sehr in die Länge gezogen, in Folge dessen ragt auch der Hinterhaupts-Condylus sehr weit nach hinten vor, ähnlich, wie es Gray in seinem oben citirten Supplement auf p. 92 in der Seitenansicht des Schädels von *Heptathyra Aubryi* Dum. gezeichnet hat.

Der Discus, der bei dem Exemplar № 7896 eine Länge von 263 mm. besitzt, stimmt sowohl in der Form und Zusammensetzung, als auch in der Sculptur recht gut mit der oben citirten Günther'schen Figur überein, nur finde ich keine Spur des Rückenkieles, der bei jener Figur auf den Neuralknochen angegeben ist. Ausserdem ist auch die Form des letzten Costalknochenpaares eine etwas verschiedene, indem jeder dieser Knochen nach Aussen hin etwas zugespitzt ist, wesshalb denn auch der Hinterrand des ganzen Discus weniger stark ausgeschnitten erscheint und nicht einen flachen Bogen, sondern eine sehr stumpfwinklige Figur mit geraden Schenkeln darstellt. Am Brustschilde sind die Episternalia schwach und weit aus einander gerückt, das starke Entosternale bildet nach vorn hin einen spitzen Winkel und die mit einander verwachsenen Hyo- und Hyposternalia, so wie die Xiphisternalia bieten nichts Besonderes dar, zeigen aber auf ihrer ganzen Oberfläche sehr grosse Callositäten, die mit erhabenen Vermiculationen und einzelnen kleinen Tuberkeln übersäet sind und daher ausserordentlich rauh erscheinen.

Ueber das äussere Aussehen dieser Art kann ich, wie schon bemerkt, nichts Genaueres mittheilen, da ich es leider versäumt habe, eine Beschreibung der Exemplare anzufertigen, bevor sie skeletirt waren. Nur soviel kann ich mit Bestimmtheit sagen, dass von solchen Zeichnungen, wie sie auf der von Günther veröffentlichten Figur angegeben sind, keine Spur vorhanden gewesen ist, sondern dass die Thiere ebenso einfarbig waren, wie sämmtliche Exemplare des *Trionyx sinensis* Wiegm., die Poljakow mitgebracht hat.

119. **Chitra indica** Gray.

Trionyx indicus Gray. Synopsis Reptilium, p. 47.
Chitra indica Boulenger. Catal. of the Chelonians etc. p. 264.
Trionyx aegyptiacus var. *indica* Gray in Hardwicke. Illustr. of Indian Zool., I, pl. LXXX.

8059 Skelet (disc. 421 mm.) Ost-Indien. Herr Gerrard 1890.

120. **Emyda granosa** Schoepff.

Testudo granosa Schoepff. Historia Testudinum, p. 127, tab. XXX.
Emyda granosa Boulenger. Catal. of the Chelonians etc. p. 269.

8141 Skelet (119 mm.) Ost-Indien. Herr Gerrard 1890.

Dieses Skelet, an welchem leider der Unterkiefer, der Schwanz, so wie mehrere Finger- und Zehenphalangen fehlen, ist mit Erhaltung der knorpeligen und häutigen Theile der

Schale präparirt und stimmt sowohl in der Form und Sculptur des Discus, als auch der Sternalcallositäten recht gut mit der oben citirten Schoepff'schen Abbildung überein, besitzt aber nur sehr rudimentäre Randknochen, von denen jederseits nur die 3 vordersten, die den jederseitigen 3 letzten rippenförmigen Fortsätzen gegenüber liegen, deutlich sind, während der ganze Hinterrand der Schale noch keine Spur von Knochenablagerungen zeigt.

121. **Emyda vittata** Ptrs.

Emyda vittata Peters. Berliner Monatsberichte 1854, p. 216.
Emyda vittata Boulenger. Catal. of the Chelonians etc. p. 269.
Emyda ceylonensis Gray. Catal. of Shield Reptiles, p. 64, pl. XXIX A.

6402 Skelet (346 mm.)	Ceylon.	Dr. E. Riebeck* 1885.
7129 in Weingeist (84 mm.)	Ceylon.	Herr G. Schneider 1886.
7130 in Weingeist (40 mm.)	Ceylon.	Herr G. Schneider 1886.
7133 Skelet (186 mm.)	Newera Ellia.	Herr G. Schneider 1886.
8052 in Weingeist (41 mm.)	Ceylon.	Herr W. Schlüter 1890.
8058 Skelet (218 mm.)	Ceylon.	Herr W. Schlüter 1890.

122. **Emyda scutata** Ptrs.

Emyda scutata Peters. Berliner Monatsberichte 1868, p. 449.
Emyda scutata Boulenger. Catal. of the Chelonians etc. p. 270.
Emyda scutata Anderson. Anat. et Zool. Researches Yunnan Exp. I, p. 779, pl. LXXIV, LXXV.

1204 in Weingeist (111 mm.)	Ost-Indien.	Berliner Museum 1869.

Unser Exemplar, das noch jung ist, besitzt nur sehr schwach entwickelte Randknochen, dennoch lässt sich schon erkennen, dass die beiden vordersten dieser Knochen, die allein auf jeder Seite ganz deutlich sichtbar sind, in der Grösse kaum oder doch nur sehr unbedeutend differiren. Uebrigens unterliegt die Richtigkeit der Bestimmung schon desshalb keinem Zweifel, weil das Stück von Peters selbst eingetauscht worden ist.

123. **Chelone imbricata** L.

Testudo imbricata Linné. Syst. naturae. Edit. XII reform. I, p. 350.
Chelone imbricata Boulenger. Catal. of the Chelonians etc. p. 183.
Chelonia imbricata D. et B. Erpétol. génér. II, p. 547, pl. XXIII, f. 2.
Chelone imbricata Strauch. Chelonol. Studien, p. 181, № 61.

182 ausgestopft (638 mm.)	Insel Carmen.	Herr Wosnessensky 1845.

183	ausgestopft (315 mm.)	Atlantischer Ocean.	Berliner Museum 1856.
184	ausgestopft (332 mm.)	Insel Carmen.	Herr Wosnessensky 1845.
185	Schale (316 mm.)	Fundort ?	Kunstkammer.
186	in Weingeist (96 mm.)	Rockhampton.	Museum Godeffroy 1868.
4246	in Weingeist (52 mm.)	Mexico.	Herr H. Schilling 1876.
	in Weingeist (50 mm.)	Mexico.	Herr H. Schilling 1876.
4674	ausgestopft (348 mm.)	Fundort ?	Prof. Eversmann 1877.
4675	in Weingeist (107 mm.)	Insel Baby.	Herr Salmin 1877.
5689	in Weingeist (42 mm.)	Insel Ternate.	Dr. Fischer* 1880.
5749	ausgestopft (269 mm.)	Insel Ternate.	Dr. Fischer* 1880.
7674	Schale (569 mm.)	Fundort ?	Kunstkammer.
7697	Schädel (97 mm.)	Fundort ?	Kunstkammer.
7698	Schädel (82 mm.)	Fundort ?	Kunstkammer.

124. **Chelone Mydas** L.

Testudo Mydas Linné. Syst. naturae. Edit. X reform. I, p. 197.
Chelone mydas Boulenger. Catal. of the Chelonians etc. p. 180.
Chelonia mydas Sowerby and Lear. Tortoises, Terrapins and Turtles, p. 13, pl. LIX, LX.
Chelone virgata Strauch. Chelonol. Studien, p. 183, № 62.
Chelone viridis Strauch. Chelonol. Studien, p. 185, № 63.
Chelone maculosa Strauch. Chelonol. Studien, p. 186, № 64.
Chelone marmorata Strauch. Chelonol. Studien, p. 187, № 65.

187	ausgestopft (495 mm.)	Fundort ?	Kunstkammer.
188	ausgestopft (424 mm.)	Fundort ?	Dr. Isenbeck* 1829.
189	ausgestopft (400 mm.)	Fundort ?	Kunstkammer.
190	ausgestopft (c. 391 mm.)	Fundort ?	Kunstkammer.
191	in Weingeist (53 mm.)	Fundort ?	Kunstkammer.
192	ausgestopft (587 mm.)	Fundort ?	Kunstkammer.
193	ausgestopft (477 mm.)	Fundort ?	Kunstkammer.
194	in Weingeist (54 mm.)	Fundort ?	Kunstkammer.
195	in Weingeist (55 mm.)	Fundort ?	Kunstkammer.
196	in Weingeist (46 mm.)	Fundort ?	Kunstkammer.
197	Rückenschild (1052 mm.)	Fundort ?	Kunstkammer.
198	ausgestopft (1108 mm.)	Fundort ?	Kunstkammer.
2379	ausgestopft (982 mm.)	Golf v. Mexico.	Herr Gebhardt 1866.
7677	Skelet (903 mm.)	Golf v. Mexico.	Herr Gebhardt 1866.
7699	Schädel (154 mm.)	Fundort ?	Dr. Mertens 1829.
7700	Schädel (128 mm.)	Californien.	Herr Wosnessensky 1843.

Die Exemplare № 2379 und 7677 sind beide im hiesigen zoologischen Garten kurze Zeit lebend gehalten worden und gehören zu einer Partie von 25 Meerschildkröten, welche

ein Schiffscapitain im Jahre 1866 direct aus dem Golf von Mexico nach St. Petersburg gebracht und hier an verschiedene Restaurants verkauft hat.

125. **Thalassochelys corticata** Rondelet.

Testudo corticata Rondelet. De piscibus marinis, lib. XVI, cap. III, p. 445.
Thalassochelys caretta Boulenger. Catal. of the Chelonians etc. p. 184.
Chelonia caretta Bonaparte. Iconografia della Fauna italica. Anfibi, tab. (sine №.)
Thalassochelys corticata Strauch. Chelonol. Studien, p. 187, № 66.

199	ausgestopft (432 mm.)	Fundort ?	Berliner Museum 1856.
200	ausgestopft (397 mm.)	Fundort ?	Kunstkammer.
201	in Weingeist (51 mm.)	Fundort ?	Kunstkammer.
645	in Weingeist (39 mm.)	Bai v. Bengalen.	Herr Cutter 1868.
2380	ausgestopft (585 mm.)	Fundort ?	Herr Gebhardt 1866.
2645	in Weingeist (44 mm.)	Californien.	Herr Wessel 1870.
4263	in Weingeist (45 mm.)	Indischer Ocean.	Herr H. Schilling 1876.
4683	ausgestopft (381 mm.)	Fundort ?	Herr E. Rost 1877.
4684	ausgestopft (316 mm.)	Fundort ?	Herr E. Rost 1877.
5946	in Weingeist (39 mm.)	Surinam.	Herr G. Schneider 1882.
	in Weingeist (36 mm.)	Surinam.	Herr G. Schneider 1882.
7694	Schädel (152 mm.)	Fundort ?	Kunstkammer.
7695	Schädel (76 mm.)	Fundort ?	Kunstkammer.
7696	Schädel [1]) (105 mm.)	Fundort ?	Kunstkammer.
7913	Schädel (113 mm.)	Fundort ?	Kunstkammer.

126. **Dermochelys coriacea** Rondelet.

Testudo coriacea Rondelet. De piscibus marinis, lib. XVI, cap. IV, p. 450.
Dermochelys coriacea Boulenger. Catal. of the Chelonians etc. p. 10.
Sphargis mercurialis Schlegel in Siebold. Fauna japonica. Rept., p. 6, pl. I.
Dermatochelys coriacea Strauch. Chelonol. Studien, p. 180, № 60.

180	in Weingeist (57 mm.)	Fundort ?	Kunstkammer.
181	in Weingeist (58 mm.)	Fundort ?	Kunstkammer.
2381	ausgestopft (1168 mm.)	Westküste von Amerika.	Museum Godeffroy 1868.
6289	in Weingeist (57 mm.)	Atlantischer Ocean.	Herr Frank 1884.

1) Unterkiefer fehlt.

ERKLÄRUNG DER TAFELN.

Tafel I.

Fig. 1 Podocnemis madagascariensis Grand. Exemplar № 6979 von oben; $^5/_8$ natürl. Grösse.
» 2 » » » Schädel des Skelets № 7986 von oben; natürl. Grösse.
» 3 » » » derselbe Schädel von der Seite; natürl. Grösse.

Tafel II.

Fig. 1 Podocnemis tracaxa Spix. Schädel № 7248 von oben
» 2 » » » Unterkiefer desselben von aussen
» 3 » » » derselbe Schädel von unten
» 4 » » » derselbe Unterkiefer von innen
} natürl. Grösse.

Tafel III.

Fig. 1 Podocnemis madagascariensis Grand. Skelet № 7987 von unten
» 2 Podocnemis tracaxa Spix. Schädel № 7248 von der Seite.
» 3 Trionyx vertebralis n. sp. Exemplar № 5391 von oben
» 4 » » » » dasselbe Exemplar von unten
} natürl. Grösse.

Tafel IV.

Fig. 1 Pelochelys Poljakowii n. sp. Schädel des Exemplars № 7896 von oben
» 2 » » » » Schädel des Exemplars № 7897 von oben
} natürl. Grösse.
» 3 » » » » Discus des Exemplars № 7897 von oben; halbe natürl. Grösse.
» 4 Trionyx sinensis Wiegm. Schädel des Skelets № 7676 von oben, natürl. Grösse.

INHALTSVERZEICHNISS.

Seite.

Einleitung 1
Uebersicht über das Schildkröten-System 9
Ordnung Chelonia 9
I. Unterordnung Thecophora 10
1. Familie Testudinida 10
1. Tribus Chersemyda 10
1. Gattung Testudo L. 11
2. » Pyxis Bell. 12
3. » Cinixys Bell. 13
4. » Cistudo Gray 14
5. » Emys Duméril 14
6. » Geoemyda Gray 15
7. » Clemmys Wagler 16
8. » Platysternon Gray 20
9. » Macroclemmys Gray 21
10. » Chelydra Schweigger 22
11. » Dermatemys Gray 22
12. » Staurotypus Wagler 23
13. » Claudius Cope 23
14. » Aromochelys Gray 24
15. » Cinosternon Spix 25
2. Tribus Chelyda 26
16. Gattung Podocnemis Wagler 27
17. » Sternothaerus Bell. 28
18. » Pelomedusa Wagler 28
19. » Platemys Wagler 29
20. » Emydura Bonaparte 30
21. » Chelodina Fitzinger 31
22. » Hydromedusa Wagler 31
23. » Chelys Duméril 32
2. Familie Trionychida 33

Seite.

24. Gattung Trionyx Geoffroy 33
25. » Pelochelys Gray 34
26. » Chitra Gray 34
27. » Cycloderma Peters 34
28. » Emyda Gray 35
3. Familie Carettochelyda 36
29. Gattung Carettochelys Ramsay 36
4. Familie Cheloniida 37
30. Gattung Chelone Brongniart 37
31. » Thalassochelys Fitzinger 37
II. Unterordnung Atheca 38
5. Familie Sphargida 38
32. Gattung Dermochelys Blainville 38
Dichotomische Tabelle zur Bestimmung der Schildkröten-Gattungen 39
Verzeichniss der im zoologischen Museum der Kaiserlichen Akademie der Wissenschaften aufgestellten Schildkröten 44
1. Testudo campanulata Walbaum 44
2. » Leithii Günther 45
3. » pusilla Shaw 45
4. » graeca L. 47
5. » Horsfieldii Gray 47
6. » elongata Blyth 48
7. » tabulata Walbaum 48
8. » carbonaria Spix 49
9. » Berlandieri Agassiz 49
10. » polyphemus Daudin 50
11. » argentina Sclater 50
12. » sulcata Miller 52
13. » pardalis Bell 52

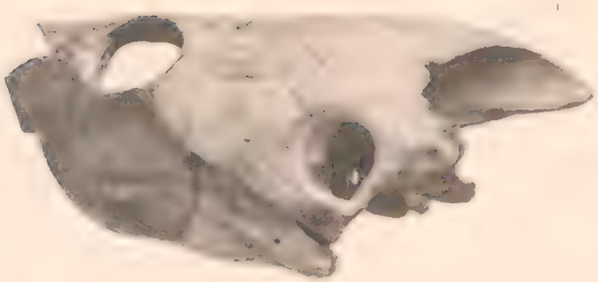
		Seite.
14.	Testudo nigrita Duméril et Bibron	52
15.	» nigra Quoy et Gaimard	53
16.	» microphyes Günther	53
17.	» elephantina Duméril et Bibron	53
18.	» radiata Shaw	54
19.	» oculifera Kuhl	54
20.	» geometrica L.	56
21.	» elegans Schoepff	56
22.	» platynota Blyth	57
23.	» angulata Duméril	57
24.	» areolata Thunberg	58
25.	» femoralis Boulenger	58
26.	Cinixys erosa Schweigger	61
27.	» Homeana Bell.	61
28.	» Belliana Gray.	62
29.	Cistudo carolina L.	62
30.	Emys lutaria Marsili	63
31.	» Blandingii Holbrook	64
32.	» dhor Gray	64
33.	» Mouhotii Gray	65
34.	» trifasciata Bell.	65
35.	» amboinensis Daudin	65
36.	Geoemyda spinosa Bell.	66
37.	» grandis Gray	66
38.	Clemmys trijuga Schweigger	66
39.	» punctularia Daudin	67
40.	» areolata A. Duméril	67
41.	» incisa Bocourt	68
42.	» rubida Cope	68
43.	» caspica Gmelin	68
44.	» leprosa Schweigger	69
45.	» japonica Schlegel	70
46.	» insculpta Leconte	70
47.	» Muhlenbergii Schoepff	71
48.	» guttata Schneider	72
49.	» marmorata Baird et Girard	72
50.	» crassicollis Gray	73
51.	» Hamiltonii Gray.	74
52.	» subtrijuga Schlegel	74
53.	» Reevesii Gray	74
54.	» terrapin Schoepff	75
55.	» Lesueurii Gray	75
56.	» picta Schneider	76
57.	» cinerea Bonnaterre	76
58.	» Troostii Holbrook	77
59.	Clemmys Dorbignyi Duméril et Bibron	77
60.	» ornata Bell.	77
61.	» umbra Bocourt	78
62.	» decussata Bell.	78
63.	» elegans Wied.	79
64.	» concinna Leconte	79
65.	» rubriventris Leconte	80
66.	» mobilensis Holbrook	80
67.	» ocellata Duméril et Bibron	81
68.	» tectum Bell.	81
69.	Macroclemmys Temminckii Troost	81
70.	Chelydra serpentina L.	81
71.	» Rossignonii Bocourt	82
72.	Dermatemys Mawii Gray	82
73.	Staurotypus triporcatus Wiegmann	83
74.	» marmoratus Fischer	83
75.	» Salvinii Gray	84
76.	Claudius angustatus Cope	85
77.	Aromochelys odorata Bosc.	86
78.	Cinosternon pensylvanicum Gmelin	88
79.	» Henrici Leconte ?	89
80.	» scorpioides L.	90
81.	» integrum Leconte	91
82.	» leucostomum A. Duméril	91
83.	» Berendtianum Cope	92
84.	» cruentatum A. Duméril	92
85.	Podocnemis expansa Schweigger	93
86.	» Dumeriliana Schweigger	94
87.	» unifilis Troschel	95
88.	» sextuberculata Cornalia	97
89.	» madagascariensis Grandidier	98
90.	» tracaxa Spix	101
91.	Sternothaerus nigricans Donndorff	102
92.	» Derbianus Gray	102
93.	Pelomedusa galeata Schoepff	103
94.	Platemys Hilarii Duméril et Bibron	103
95.	» tuberosa Peters.	104
96.	» Geoffroyana Schweigger	104
97.	» radiolata Mikan	104
98.	» nasuta Schweigger	104
99.	» Spixii Duméril et Bibron	105
100.	» planiceps Schneider	105
101.	Emydura Macquaria Cuvier	106
102.	» Krefftii Gray	107
103.	» latisternum Gray	107

	Seite.
104. Chelodina longicollis Shaw.	107
105. » oblonga Gray	108
106. Hydromedusa Maximiliani Mikan	108
107. » tectifera Cope	108
108. Chelys fimbriata Schneider	110
109. Trionyx gangeticus Cuvier	111
110. » hurum Gray	111
111. » cartilagineus Boddaert	112
112. » triunguis Forskål	113
113. » vertebralis n. sp.	113
114. » sinensis Wiegmann	116
115. » Emoryi Agassiz	117
116. Trionyx spiniferus Lesueur	117
117. » muticus Lesueur	118
118. Pelochelys Poljakowii n. sp.	118
119. Chitra indica Gray	120
120. Emyda granosa Schoepff	120
121. » vittata Peters	121
122. » scutata Peters	121
123. Chelone imbricata L.	121
124. » Mydas L.	122
125. Thalassochelys corticata Rondelet	123
126. Dermochelys coriacea Rondelet	123
Erklärung der Tafeln	124

CORRIGENDA.

p.	4	Zeile	6	von	oben	statt	Schilkröten	zu lesen	Schildkröten.
»	65	»	16	»	»	»	1879	» »	1889.
»	69	»	15	»	»	»	1878	» »	1875.
»	77	»	15	»	»	»	269 mm.	» »	229 mm.
»	80	»	15	»	»	»	fasst	» »	fast.

2



3

1

1/1

1

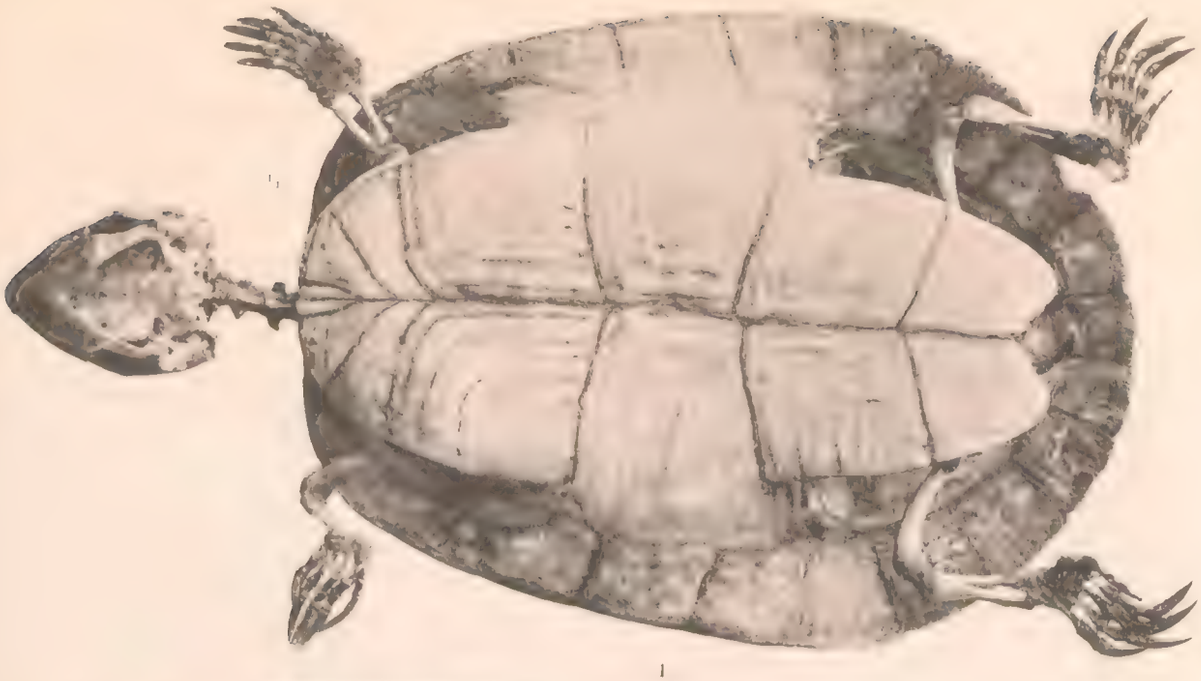
2

3

1/1

4

Phototypie W. Clasen, St. Petersburg Kadettenlinie



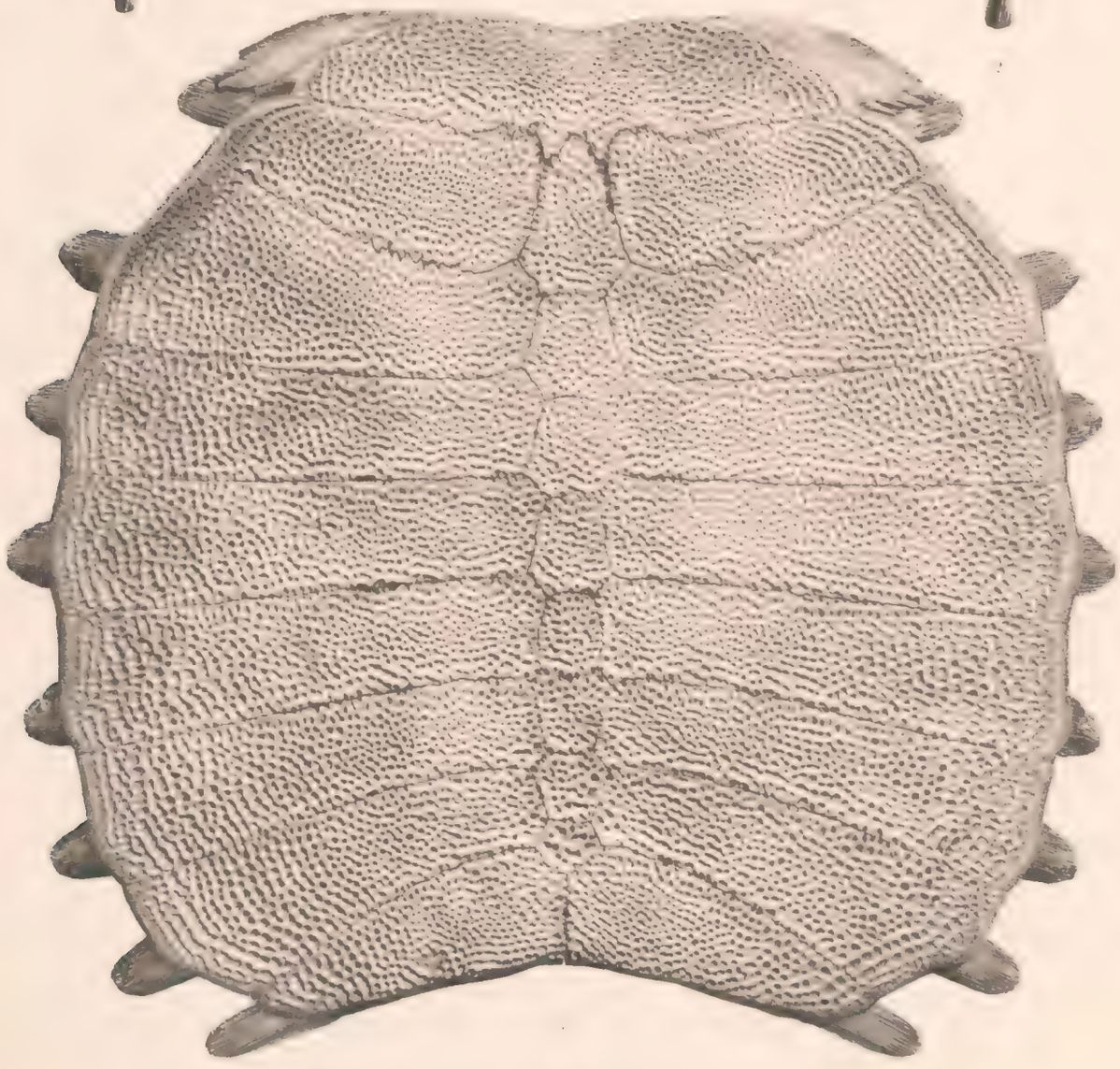
1

2.

3

4

St. Petersburg. Kais. Hofdr.



MÉMOIRES
DE
L'ACADÉMIE IMPÉRIALE DES SCIENCES DE ST.-PÉTERSBOURG, VII[E] SÉRIE.
TOME XXXVIII, N° 3.

INDUCTIONS-INCLINATORIUM

NEUER CONSTRUCTION

UND

BESTIMMUNG DER ABSOLUTEN INCLINATION MIT DEMSELBEN IN PAWLOWSK.

VON

H. Wild.

Mit 2 Tafeln.

(*Lu le 20 novembre 1890.*)

ST.-PÉTERSBOURG, 1891.

Commissionnaires de l'Académie Impériale des sciences:

à S.-Pétersbourg: M. Eggers & C[o] et J. Glasounof.

à Riga: M. N. Kymmel.

à Leipzig: Voss' Sortiment (Haessel).

Prix: 1 Rbl. 35 Cop. = 3 Mark 40 Pf.

Imprimé par ordre de l'Académie Impériale des sciences.

Février 1891. A. Strauch, Secrétaire perpétuel.

Imprimerie de l'Académie Impériale des sciences.
Vass.-Ostr., 9 ligne, № 12.

EINLEITUNG.

Seit der Begründung des Observatoriums in Pawlowsk im Jahr 1878 sind meine Bemühungen darauf gerichtet gewesen, entsprechend den dortigen günstigen äusseren Bedingungen die Genauigkeit sowohl der absoluten Bestimmungen der Elemente des Erdmagnetismus wie diejenige ihrer Variationen auf eine höhere Stufe zu bringen.

Was zunächst die Variationsbeobachtungen betrifft, so dürfte durch meine kürzlich beschriebenen magnetischen Variationsapparate[1]) wohl in der That eine grössere Sicherheit dieser Bestimmungen für alle 3 Elemente erreicht worden sein.

Wie aus der Einleitung zum 1. Theil der Annalen des physik. Central-Observatoriums pro 1889 (S. XXV) hervorgeht, ist ferner durch unser Declinatorium in seiner neusten Einrichtung, welches ich demnächst detaillirter beschreiben werde, ein erheblicher Fortschritt in der Genauigkeit der absoluten Declinationsmessungen erzielt worden, indem der mittlere Fehler einer Normalstandsbestimmung des Unifilarmagnetometers nach einer absoluten Declinationsmessung vom früheren Werth: $\pm$ 0′,23 auf $\pm$ 0′,08 herunterging. Angenommen, dass an diesem Fehler zu gleichen Beträgen das Variationsinstrument und das Declinatorium participiren, so wäre darnach zur Zeit der mittlere Fehler einer absoluten Declinationsmessung zu Pawlowsk:

$$\pm\ 0',056 \text{ oder } \pm\ 3'',4.$$

Durch Einführung des neuen magnetischen Unifilar-Theodolithen[2]) in die absoluten Bestimmungen der Horizontal-Intensität ist der mittlere Fehler einer Normalstands-

1) H. Wild, neue Form magnetischer Variationsinstrumente etc. Mém. de l'Acad. Imp. des sc. de St.-Pétersbourg VII série, T. XXXVII, № 4, 1889.

2) H. Wild, neuer magnetischer Unifilar Theodolith. T. XXXVI, № 1, 1887.

bestimmung des Bifilarmagnetometers nach denselben von ± 0,00017 auf ± 0,00008 mm. mg. s. heruntergegangen. Nun ist der Fehler einer Herleitung der Horizontal-Intensität aus der Ablesung am Bifilar zu ± 0,00005 anzusetzen und es würde somit zur Zeit der mittlere Fehler einer Bestimmung der Horizontal-Intensität in Pawlowsk: **± 0,00006 mm. mg. s. betragen**[1]).

Dass es uns jetzt endlich auch gelungen ist, den bisherigen Fehler der absoluten Messungen der Inclination von ± 0′,5 noch weiter bis ± 0′,07 zu vermindern und damit das wichtige Problem befriedigender Inclinationsbestimmungen überhaupt zu lösen, **dieses darzulegen, ist der Zweck dieser Mittheilung**[2]).

In meiner Abhandlung: «Ueber die Bestimmung der absoluten Inclination mit dem Inductions-Inclinatorium»[3]) habe ich seiner Zeit nachgewiesen, dass die Messung der absoluten Inclination mit dem Inductions-Inclinatorium nach der von W. Weber selbst angegebenenen Methode bei Benutzung verschiedener Instrumente dieser Art und je nachdem man die Multiplikations- oder Zurückwerfungs-Methode dabei anwendet gegen ein und dasselbe Nadel-Inclinatorium ganz verschiedene Differenzen ergebe, die z. B. bei den beiden von mir benutzten Instrumenten volle 10′ erreichten. Im Buda-Pester Observatorium ergab das Inductions-Inclinatorium um 5—6′ grössere Inclinationen als das dortige Nadel-Inclinatorium[4]) und im Observatorium zu Utrecht erhielt man damit um 5—10′ kleinere Werthe der Inclination als mit dem Nadel-Inclinatorium[5]). Diesen und ähnlichen Erfahrungen ist es wohl beizumessen, dass das Weber'sche Inductions-Inclinatorium trotz seiner theoretischen Vorzüge selbst in den grösseren magnetischen Observatorien bei den regelmässigen Beobachtungen der Inclination keinen Eingang gefunden hat und offenbar auch nicht finden konnte, ehe die Ursache jener Differenzen befriedigend erklärt worden war.

In der erwähnten Abhandlung habe ich nun weiterhin nachgewiesen, dass diese Ursache offenbar in der von der Weber'schen Beobachtungs-Methode und ihrer Theorie gemachten, in Wirklichkeit aber im Allgemeinen nicht erfüllten Voraussetzung zu suchen sei, wonach die Multiplikatorfunction der angewandten Galvanometer bis zu den vorkommenden Ablenkungswinkeln des schwingenden Magnets eine constante Grösse sein soll. Daran schloss ich die Bemerkung an, dass das Inductions-Inclinatorium so lange nicht zu absoluten Incli-

---

1) Dieser Fehler ist doppelt so gross als der in der vorerwähnten Abhandlung S. 42 angegebene, was dem Umstand beizumessen ist, dass dort nur eine kurze Zeit umfassende absolute Messungen von mir i. e. einer Person aufgeführt sind, während den vorstehenden Daten diejenigen zweier Beobachter in längerer Zeit zu Grunde liegen. Hiebei muss ich aber, wie dies schon in jener Abhandlung S. 55 hervorgehoben ist, hinzufügen, dass diese Grössen nur den relativen Fehler der einzelnen absoluten Messungen mit diesem Theodolithen untereinander repräsentiren, welche ihrerseits noch mit einem constanten Fehler von ± 0,000122 mm. mg. s. behaftet sein können.

2) Den Druck dieser Mittheilung habe ich absichtlich verzögert, da es nachträglich wünschenswerth erschien, alle Beobachtungen mit dem neuen Inductions-Inclinatorium bis zum Schluss des Jahres 1890 hier aufzunehmen.

3) Diese Memoiren VII série, T. XXVI, № 8, 1878.

4) Jahrbücher der K. ungar. Centralanstalt für Meteorologie und Erdmag. Bd. I, u. folg. Budapest 1814 u. folg.

5) Niederländisch. meteorol. Jahrbuch für 1876, 77, etc. I Theil.

nations-Messungen zu verwenden sein dürfte, ehe es gelänge, entweder ein Galvanometer mit wirklich constanter Multiplikatorfunction bei genügender Empfindlichkeit herzustellen oder dann die Gesetze der Bewegung eines Magnets innerhalb eines Multiplikators mit Berücksichtigung der Abhängigkeit seiner Function vom Ablenkungswinkel des Magnets mathematisch zu entwickeln.

Mit der letzteren Aufgabe haben sich in der That im folgenden Jahr zwei Physiker beschäftigt, nämlich Herr O. Chwolson in St. Petersburg[1]) und Herr K. Schering in Göttingen[2]) und dieselbe auch mit gewissen Annäherungen gelöst. Herr Chwolson hat dann seine Theorie auf meine Messungen an den beiden Inductions-Inclinatorien von Meyerstein und Leyser im Observatorium zu Pawlowsk angewendet, nachdem er zu dem Ende im Sommer 1880 die Constanten der beiden, zu diesen Inductoren gehörenden Multiplikatoren experimentel bestimmt hatte[3]). Darnach ergeben meine Messungen als Differenzen zwischen den, mit den betreffenden Inductions-Inclinatorien gefundenen Inclinationen und den nach den Magnetographen-Aufzeichnungen auf gleiche Zeit reducirten absoluten Inclinationsbestimmungen mit dem Nadel-Inclinatorium von Dover folgende Werthe, je nachdem man die Beobachtungen an den ersteren, wie von mir geschehen war, einfach nach den W. Weber'schen Formeln berechnet oder dann die von Chwolson aus der vollständigeren Theorie abgeleiteten Correction daran anbringt:

Differenzen von Induct.-Inclinat. — Nadel-Inclinat.

bei Benutzung des Induct.-Inclinat.	der Multiplik.-Methode Theorie Weber	— Chwolson.	Reflexions-Methode Theorie Weber	— Chwolson.
von Meyerstein	15′,24	0′,32	2′,88	0′,68
von Leyser	4,99	1,12	2,14	0,45

Hieraus ist ersichtlich, dass die Theorie von Chwolson die Unterschiede der mit den beiderlei Induct.-Inclinatorien und nach den beiderlei Beobachtungsmethoden erhaltenen Inclinationen auf eine Grösse reducirt, welche die Fehlergrenze meiner Beobachtungen (± 0′,6) nicht übersteigt.

In einem Artikel des Bulletin unserer Akademie[4]) habe ich selbst sodann wenig später eine neue Beobachtungsmethode mit dem Inductions-Inclinatorium beschrieben, welche den aus der Inconstanz der Multiplikatorfunction entspringenden Fehler ganz umgeht und somit genauere Resultate als die Weber'sche Beobachtungs-Methode mit Drehungen der Inductor-Rolle abwechselnd um eine vertikale und horizontale Axe verspricht, selbst wenn dabei

1) Diese Memoiren VII sér., T. XXVI, № 14, April 1879 und T. XXVIII, № 3, April 1880.

2) Ann. der Phys. und Chemie. Neue Folge, Bd. IX, S. 287, Juni 1879.

3) Memoiren T. XXVIII, № 3, Anhang., p. 100 u. folg.

4) Bulletin de l'Acad. Imp. des sc. T. XXVII, p. 320, 12 avril 1881.

die Berechnung nach der vervollständigten Theorie benutzt wird. Wie schon bemerkt, sind nämlich die verbesserten Theorien bloss als Annäherungen zu betrachten und machen gewisse Voraussetzungen, deren thatsächliche Erfüllung nur unsicher zu constatiren ist.

Die Idee der neuen Methode der Beobachtung besteht darin, die beiderlei Stellungen der Drehungsaxe der Inductor-Rolle im magnetischen Meridian so zu wählen, dass dieselbe mit der durch die Inclination gegebenen Richtung der erdmagnetischen Kraft beiderseits nahe gleiche Winkel einschliesse und somit auch die Ablenkungen des Multiplikator-Magnets in beiden Fällen nahezu gleich gross werden. Alsdann wird aus dem Resultat offenbar der störende Einfluss der Veränderung der Multiplikatorfunction mit dem Ablenkungswinkel eliminirt werden.

An und für sich erscheint es nicht von Belang, welchen Winkel der Drehungsaxe zur wahren Inclination man hiebei wähle, und man könnte daher nach dem Vorschlag von Schering[1]) zur Erhöhung der Empfindlichkeit des Erdinductors und damit caeteris paribus der Genauigkeit des Messungresultates ganz kleine Neigungen derselben zur Inclinationsrichtung benutzen. Ich habe indessen am citirten Orte aus den für diesen Fall abgeleiteten Formeln deducirt, dass die Sicherheit der Inclinationsbestimmung hiebei nur im Verhältniss von 10 zu 9 verkleinert wird, wenn man den Winkel zwischen Drehungsaxe und Inclinationsrichtung von 0 bis zu 26° anwachsen lässt und demgemäss habe ich schliesslich aus praktischen Gründen für die Messungen nach dieser Methode in Pawlowsk den Winkel von 19° 20′ gewählt, der mit Rücksicht auf die damalige mittlere Inclination in Pawlowsk: 70° 40′ gestattete, für die eine Stellung der Drehungsaxe die Vertikallage derselben zu benutzen.

Zur Ausführung dieser neuen Methode muss nämlich der die Drehungsaxe der Inductor-Rolle tragende Ring oder Rahmen um eine horizontale senkrecht auf dem magnetischen Meridian stehende Axe drehbar sein, an welcher dann auch ein vertikaler Kreis mit Theilung befestigt ist, um den Winkel der Drehungsaxe mit dem Horizont oder mit der Vertikalen messen zu können. Es ist also behufs Auffindung der, der Vertikal-Lage der Drehungsaxe der Rolle entsprechenden Ablesung am Theilkreise jedenfalls nöthig, die Letztere zu Anfang der Versuche jeweilen vertikal zu stellen resp. dieselbe nach dem an der Rolle befestigten Niveau vermittelst der Fussschrauben des Gestells einzunivelliren und da erspart man denn eine ganze Einstellung der Rollenaxe und Ablesung am Vertikalkreis, wenn man diese Vertikal-Lage gleich als die eine Hauptstellung derselben für die Versuche benutzt. Nachdem die Strommessung bei dieser Stellung erfolgt ist, hat man nur um das Doppelte des Complementwinkels der Inclination zu 90° nach dem Vertikalkreis die Rollenaxe mit dem Rahmen zu drehen, um gleich zur zweiten Strommessung in der zweiten Hauptstellung schreiten zu können.

Wie in dem erwähnten Artikel weiterhin kurz mitgetheilt ist, habe ich im Winter

1) Tageblatt der 51. Versammlung Deutscher Naturforscher in Cassel. 1878, S. 42.

1879 auf 80 diejenigen Aenderungen am Inductor von Meyerstein in der Werkstätte des Observatoriums zu Pawlowsk machen lassen, welche zur Bestimmung der Inclination nach der neuen Methode nothwendig waren, worauf ich im Sommer 1880 zunächst noch bei Winkeln von bloss $\pm 1^{\circ}$ zur Inclinationsrichtung und unter Benutzung des Meyerstein'schen Multiplikators eine Serie von Versuchen ausführte. Wegen des grossen Eisengehalts dieses Multiplikators wurde darauf bei den späteren Versuchen nach der zuletzt angegebenen Methode ein anderer, breiterer und nur sehr wenig eisenhaltiger Multiplikator, den ich bei meiner Bestimmung des absoluten Widerstandes der Siemens'schen Widerstandseinheit [1]) benutzt und auch da genauer beschrieben habe, angewendet. Die Resultate dieser späteren Messungen sind in den Einleitungen zum I. Theil der Annalen des phys. Central-Observatoriums für 1884, 1885 und 1886 kurz mitgetheilt. Nachstehend gebe ich eine Zusammenstellung aller nach der neuen Methode mit dem Meyerstein'chen Inductor gewonnenen Resultate und zwar wieder in der Form von Differenzen der gleichzeitig mit dem Inductions-Inclinatorium und mit dem Dover'schen Nadel-Inclinatorium (durch das Mittel des Magnetographs) erhaltenen Inclinationswerthe.

Differenzen von Inductions-Inclinatorium — Nadel-Inclinatorium.

Zeit.	Mittl. Differenz.	Mittl. Abweich.	Zahl der Beob.	Beobachter.
1880 Juni und Juli	—0′,85	±0′,53	15	Wild.
1881 und 1882 . .	—0,67	±0,47	5	Wild, Trautvetter, Abels.
1884	0,37	±0,57	12	Trautvetter, Leyst.
1885 Januar	1,59		2	Leyst.
» Februar	2,27		4	»
» März	1,16		4	»
» April	2,34		4	»
» Mai	1,20		4	»
» Juni	0,96		4	»
» Juli	0,87		4	»
» August	1,18		4	»
» September . .	—0,06		4	»
» October	0,95		4	»
» November . . .	1,16		4	»
» December . . .	2,98		4	»
» Jahr	1,36	± 0,70	16	»
1886 Januar	2,9		4	Leyst, Rosenthal.
» Februar	3,6		4	»
» März	4,7		4	»

1) Diese Memoiren T. XXXII, № 2, S. 35, 1883.

Zeit.	Mittl. Differenz.	Mittl. Abweich.	Zahl der Beob.	Beobachter.
1886 April	2′,5		4	Leyst, Rosenthal.
» Mai	3,2		4	»
» Juni	2,0		4	»
» Juli	0,2		4	»
» August	2,5		4	»
» September . .	4,3		4	»
» October	3,0		4	»
» November . . .	1,9		4	»
» December . . .	5,5		4	»
» Jahr	3,00	±0′,98	48	»

Der Vergleich der Angaben der 6 einzelnen Nadeln des Inclinatoriums von Dover mit ihrem Gesammt-Mittel zu verschiedenen Epochen hat nun allerdings relative Veränderungen dieser Nadeln bis zu 2′ ergeben[1]) und es ist daher mehr als wahrscheinlich, dass auch das Gesammt-Mittel, mit dem die Angaben des Inductions-Inclinatoriums oben verglichen sind, gewisse absolute Veränderungen im Laufe der Zeit erfahren habe und so ein Theil der Variation vorstehender Differenzen beider Instrumente von 1880 bis 1886 sich erklären lasse. Angenommen aber, es sei sogar die ganze Veränderung der mittleren Differenz von — 0′,85 im Jahre 1880 zu 3′,00 im Jahre 1886 bloss auf eine Aenderung der absoluten Correction des Nadel-Inclinatoriums zurückzuführen, so kann dies jedenfalls nicht von den beträchtlichen unregelmässigen Variationen desselben innerhalb eines und desselben Jahres gelten und wir müssen also die Schuld davon zum grösseren Theil doch dem Inductions-Inclinatorium beimessen. Da nun theoretisch[2]) der absolute Fehler einer Bestimmung der Inclination mit dem Inductions-Inclinatorium nach der neuen Methode nur 0′,2 sein sollte und jedenfalls 0′,4 nicht übersteigen darf, so muss der über doppelt so grosse Fehler bei den späteren der vorstehenden Messungen anderen störenden Umständen beigemessen werden. Als solche weitere Fehlerquellen bei dem Inductor von Meyerstein müssen nun in der That bezeichnet werden: 1. die durch die Construction bedingte Unmöglichkeit einer genauen Justirung und Orientirung des Instruments, 2. die allzugeringe Stabilität des hölzernen Gestells desselben, welche besonders bei der geneigten Lage der Axe nicht zu controlirende Versetzungen der Theile zuliess, 3. der starke Eisengehalt aller, von Meyerstein herstammenden Messingtheile des Apparats, der erst Anfang 1887 constatirt wurde, als das Instrument zur Ausführung einer Reparatur der Axe zerlegt wurde.

Diese Umstände verbunden mit der Ueberzeugung, dass das Inductions-Inclinatorium bei schicklicher Construction berufen sei, sichere Werthe der absoluten Inclination zu liefern,

1) Siehe Einleitung zum I. Theil der Annalen pro 1886, S. XXXV.

2) Siehe Bulletin T. XXVII, p. 474.

veranlassten mich, in der Werkstätte des physikalischen Central-Observatoriums ein neues Instrument dieser Art ausführen zu lassen. Nachdem ich gegen Ende 1887 mit dem Mechaniker des Observatoriums Herrn Freiberg einen genauen Plan desselben ausgearbeitet hatte, wurde dasselbe Anfang 1888 begonnen und bis zum Frühjahr 1890 vollendet. Ausser Herrn Freiberg selbst hat ganz besonders Herr Domoroschtschew an demselben gearbeitet; einzelne Theile sind auch von Herrn Rohrdanz, der seither zum Mechaniker des Observatoriums in Pawlowsk befördert wurde, sowie von Herrn Petermann, Mechaniker des physikalischen Cabinets der Akademie, ausgeführt worden. Ich halte es für meine Pflicht, die Verfertiger hier ausdrücklich zu nennen, da sie alle, wie ich mich bei der steten Beaufsichtigung des Fortgangs der Arbeit selbst überzeugte, mit grossem Eifer sich dieser Sache gewidmet und so ein wirklich vollkommenes Instrument seiner Art geschaffen haben.

Beschreibung des neuen Inductors.

Der neue Inductor, den Tafel I in perspectivischer Ansicht nach photographischer Aufnahme darstellt, besteht aus einem grossen, in seiner Mittellinie 890 mm. im Durchmesser haltenden Messingring von Π-förmigem Querschnitt, bei dem nur an den 3 Stellen, wo die Stellschraubenfüsse darin eingeschraubt sind, der Hohlraum je auf 100 mm. Länge ausgefüllt ist. Die Schrauben der Füsse gehen ganz durch, so dass oberhalb 5-eckige Muttern zum Klemmen aufgesetzt werden können. Unterhalb dienen 6-eckige Theile der Füsse zum Ansetzen von messingenen Schraubenschlüsseln behufs Drehung derselben beim Nivelliren des Apparats. Der eine, in der Zeichnung nicht sichtbare hintere Fuss ruht mit seinem spitzen Ende in einem Körner der messingenen Fussplatte, während der Fuss rechter Hand vorn mit abgerundetem Ende auf einer ebenen Fussplatte schiebbar aufliegt und der dritte, ebenfalls unten abgerundete Fuss linker Hand in einer passenden cylindrischen Hülse sitzt, welche zwischen zwei Nasen auf dieser Fussplatte vermittelst Schrauben verschoben werden kann. Diese Vorrichtung dient dazu, kleinere Drehungen des grossen Ringes im Azimut um den hinteren Fuss als Axe zu bewerkstelligen und darnach durch beiderseitiges Anziehen der Schrauben den Ring festzustellen.

Der grosse Ring repräsentirt das Gestell für die Horizontalaxe des die Inductor-Rolle umschliessenden zweiten Ringes, zu welchem Ende auf seiner oberen Seite an den Enden eines Durchmessers zwei Lagerstützen angegossen sind. In halbcylindrischen Lagern derselben liegen genau passend die cylindrischen Zapfen des zweiten Ringes von *T*-förmigem Querschnitt, welche durch halbcylindrische Lagerdeckel beim Anziehen der sie haltenden Schrauben, angepresst werden und so die Durchbiegung der Axen durch das Gewicht des inneren Ringes und der Rolle wieder grösstentheils aufheben. Hiedurch wurde aber die Reibung der

Zapfen sehr vermehrt und die Drehung um die Horizontalaxe erschwert; man hat daher zur Entlastung der Lager beiderseits auf die Zapfen Ringe aufgesetzt, die in einer inneren Rinne 29 Hartgusskugeln enthalten, von vertikalen Stützen getragen werden und durch diese auf kräftigen, am grossen Ring innen befestigten Messingfedern ruhen (siehe in der Figur links). Durch Verlängerung der aus zwei Theilen bestehenden vertikalen Stützen vermittelst Schraube und Mutter können die Federn so lange gespannt werden, dass sie den inneren Ring mit seinen Zapfen aus den Lagern heben und derselbe dann nur auf den Kugeln ruht und ganz leicht drehbar ist. Man lässt darauf die Spannung so weit nach, bis die Zapfen eben wieder sicher in ihren eigentlichen Lagern ruhen. An dem einen Zapfen ist zwischen dem Lager und inneren Ring der, in $^1/_4$ auf Silber getheilte Kreis befestigt, welcher mit zwei Mikrometer-Mikroskopen abzulesen ist. Diese werden von zwei, an die betreffende Lagerstütze angegossenen Haltern getragen, in welchen sie durch Schrauben allseitig justirbar befestigt sind. Zwei Umgänge der Schraubenmikrometer mit Doppelfaden entsprechen den 10′ der Theilung, und da die Trommeln je in 60 Theile getheilt sind, so entspricht also einem Theil derselben 5″. Bei der angewandten Vergrösserung der Mikroskope können die Einstellungen des Doppelfadens auf den Theilstrich des Kreises noch ganz sicher auf 2″,5 gleich einem halben Trommeltheil erfolgen.

Zwischen den beiden Füssen der die Mikroskope tragenden Lagerstütze ist ein Niveau mit justirbarer Messingfassung senkrecht zur Horizontalaxe des drehbaren Ringes und entsprechend bei der anderen Lagerstütze ein ebensolches, parallel zu dieser Axe auf dem Gestellring befestigt, welche die unveränderte Erhaltung der Nivellirung desselben anzeigen sollen. Beide haben einen Pars-Werth von 3″.

Der innere Ring besitzt an den Enden eines auf der Verbindungslinie der Zapfen senkrechten Durchmessers, entsprechend wie bei diesen, Verstärkungen, in welchen die Lager für die beiden Zapfen des massiven Messing-Rahmens der Inductor-Rolle angebracht sind (siehe auch Tafel II, Fig. 1). Die beiden Zapfen und entsprechend ihre Lager sind hier konisch und zwar ist bei der Stellung des Rahmens in unserer Figur der untere Zapfen Z nach aussen verjüngt und der obere Z' zur Rolle hin. Durch Anziehen einer Schraube J im Lagerdeckel L, deren stumpfes Ende gegen den unteren Zapfen drückt, kann in üblicher Weise die Reibung der Rahmen-Zapfen in ihren Lagern beliebig vermindert werden. Damit aber auch in der umgekehrten Lage d. h. nach Umdrehung des inneren Ringes um seine Zapfen um 180° das Instrument benutzt werden könne resp. der Rahmen mit seinen Zapfen nicht aus den Lagern herausgleite, drückt auch oben auf die Basis des Konus eine, ihrer Axe nach durchbohrte — warum dies, werden wir weiterhin sehen — Schraube J', welche wieder von einem über das Ende des Zapfens und das Lager befestigten Deckel L' gehalten wird. Durch passendes Anziehen der oberen und unteren auf die Zapfen drückenden Schrauben und ihrer Klemm-Muttern K und K' wird leicht erzielt, dass der Rollen-Rahmen mit seinen Zapfen zwar sicher in den Lagern ruht, aber doch sehr leicht in denselben trotz seines beträchtlichen Gewichts drehbar ist. Um den Rahmen mit seinen Zapfen in die Lager

am Ring einlegen und herausnehmen zu können, ist die in der Zeichnung nicht sichtbare hintere Hälfte der Lager nach Lösen der sie haltenden 4 Schrauben herauszuheben, wobei durch ein sehr genaues Einpassen dieser Stücke in den Ring dafür gesorgt wurde, dass die Festigkeit desselben darunter nicht wesentlich leide. Die Axe des Rahmens soll nun offenbar genau senkrecht auf der Horizontalaxe des grossen Ringes sein; dass der Winkel beider, wie wir unten sehen werden, nur um 7″ von 90° abweicht, beweist, mit welcher Sorgfalt gearbeitet worden ist. In den Hohlraum des Messingrahmens, der, wie erwähnt in der Tafel II, Fig. 1 noch besonders im Querschnitt und in halber natürlicher Grösse dargestellt ist, ist die Drahtrolle centrisch eingeschoben und mit Schrauben an ihm sehr solide befestigt. Die Rolle selbst besteht aus mehrfach verleimtem Mahagoni-Holz, ist dem obenerwähnten Inductor von Leyser entnommen, also über 22 Jahre alt und somit hinlänglich ausgetrocknet. Statt des früheren, eisenhaltigen Kupferdrahtes habe ich schon im Jahr 1884 in den Hohlraum derselben von Herrn Freiberg 8,5 Kilogramm eisenfreien, 1 mm. dicken, mit weisser Seide bespommenen und mit Schellack firnisirten Kupferdrahts in 17 Lagen (im Ganzen 880 Umgänge) aufwinden lassen, wobei jede Lage mit Wachspapier bedeckt wurde. Um jeweilen den Schellackfirniss gut austrocknen zu lassen, wurde nach jeder gewickelten Lage einen Tag bis zur Wicklung der folgenden zugewartet, so dass die ganze Bewicklung die Zeit vom 3. Februar bis zum 10. März in Anspruch nahm. Die Enden dieses Drahts gehen schliesslich durch den, in der Zeichnung nach oben gekehrten durchbohrten Zapfen des Rahmens und ein auf seiner Basis aufgeschraubtes dünnwandiges Messingröhrchen zu zwei darauf sitzenden, voneinander durch Hartgummi isolirten Messingklötzen, auf die wieder zwei Messingklemmen zur Verbindung der den inducirten Strom zum Multiplikator hinführenden isolirten Kupferdrähte (in der Tafel I als Spirale oben sichtbar) aufgeschraubt sind. Das Messingröhrchen mit seinem Hartgummikopf ist, frei drehbar, in den Hohlraum der Schraube eingeschlossen, welche durch den Lagerdeckel durchgeht und mit ihrem Rand den oberen konischen Zapfen in seinem Lager festhält.

An dem Rahmen sind aussen zwei Niveaux befestigt, das eine (vorn in der Tafel I) zur Nivellirung der Drehungsaxe in der dargestellten Lage, das andere (hinten) zur Nivellirung derselben nach Umkehr der Axe um 180°. Diese Niveaux besitzen beide einen Pars-Werth von 3″ und sind in vertikalem Sinne excentrisch placirt, um die centrisch in dem mittleren verbreiterten Theil des Rahmens angebrachten, runden, durch planparallele Glasplatten verschlossenen Oeffnungen freizulassen. Durch die letzteren kann man von beiden Seiten in den Hohlraum des Rahmens sehen, der zur Suspension eines Doppelmagnets mit einem Spiegel an einem Coconfaden benutzt ist und seitlich durch mit Schrauben anzupressende Mahagoniwände ganz abgeschlossen werden kann. Die nähere Einrichtung des Magnets und seiner Suspension ist aus der Tafel II, Fig. 1 ersichtlich, welche einen Durchschnitt nicht bloss durch den Metallrahmen mit seinen Zapfen und deren Lager im äusseren Messingring, sondern auch der erwähnten Magnetsuspension darstellt. Es ist diese Magnetsuspension, wie aus der Figur ersichtlich, eine doppelte, so dass der Magnet auch in der umgekehrten Lage

des Rahmens (hohler Zapfen nach unten gewendet) aufgehängt werden kann. In der Mitte des Holzringes resp. in der Verlängerung seiner vertikalen Drehungsaxe ist in denselben je ein axial durchbohrtes Messingstück a eingeschraubt, in welchem sich ein Stift b mit Oese am äusseren Ende verschieben und drehen lässt. Derselbe ist durch die Schraube c, die durch den Rahmen nach aussen hin durchgeht und mittelst Schraubenziehers von dort anzuziehen ist, zu klemmen; um ihn bequemer behufs Aufhebung der Fadentorsion fassen und drehen und doch zur Oese behufs Anknüpfung des Coconfadens leicht zukommen zu können, ist eine glockenförmige, am äusseren unteren Rand ränderirte Schale auf sein Ende aufgeschraubt. Am unteren Ende des Coconfadens l ist wieder vermittelst einer Oese der cylindrische Stift e mit concentrischer Kreisscheibe f und Haken g befestigt. In diesen Haken g lässt sich vermittelst der Oese h der Doppelmagnet $m\,m'$ mit zwischenliegendem Plan-Spiegel s einhängen oder auch statt seiner zur Aufhebung der Torsion ein gleichschweres kugelförmiges Messinggewicht. Um diese Vertauschung bequem und ohne Risiko für Aenderung der Torsion ausführen zu können, ist eine Vorrichtung zur Klemmung des Stiftes e angebracht. Dieselbe besteht aus einem in die Wand fest eingeschraubten Messingcylinder i, welcher nahe dem Stift e in zwei y-förmigen übereinander liegenden Lagern, etwa wie die Lager einer horizontalen Drehungsaxe, endigt, so dass der Stift e für gewöhnlich frei zwischen den Zinken dieser Lager herabhängt. Gegenüber diesem Cylinder befindet sich ein zweiter kürzerer k, welcher gegen den Stift e hin in einem einzelnen concentrischen y-förmigen Lager endigt und am anderen Ende durch den Querstift r an einem dünneren Messingcylinder q befestigt ist. Dieser Cylinder mit ränderirtem Kopf s am äusseren Ende durchsetzt die Wand des Rahmens und wird durch eine zwischen k und dieser befindliche Spiralfeder gegen den Stift e hin getrieben, sowie man durch Drehung desselben um 90° von der Stellung in der Figur aus den Arretirungsstift o in eine entsprechende Rinne der Wand seitlich von der Bohrung für den Cylinder q einfallen lässt. Alsdann schiebt sich das gabelförmige Ende von k in den Zwischenraum zwischen den beiden Gabeln am Ende von i ein und presst den zwischenliegenden Stift e in die Lager der letzteren ein, so dass er vollkommen fest gelagert ist und man somit den Magnet von ihm abhängen kann, ohne eine Verrückung des Stiftes zu riskiren. In der Figur erscheinen beide Cylinder der obere e und der untere e', wo alle Theile in gleicher Weise angeordnet sind, in die betreffenden Oesen h und h' des Magnets mit ihren Haken g und g' eingehakt; dies ist in Wirklichkeit nur je für den Stift der Fall, an welchem der Magnet je nach der Stellung des Rahmens hängen soll, während dann zur gleichen Zeit der andere Stift in seiner Ruhelage sich befindet. Diese wird dadurch erhalten, dass man den Stift, an dem der Magnet hängt, klemmt und dann nach Abhängen des Magnets oder Torsionsgewichts von ihm durch ein momentanes geringes Zurückziehen des Cylinders q durch den hiemit losgespannten Faden l den Stift bis zum Anschlagen der Kreisscheibe f an die Arretirung heben lässt. Beim Anhängen des Magnets oder Torsionsgewichts an den anderen Stift e' in der umgekehrten Lage des Rahmens berührt dann dieser mit seinem Haken g noch nicht die betreffende Oese h am Magnet. In ihrer festen Ruhelage nach Ent-

fernen des Torsionsgewichts beziehungsweise des Magneten verharren beide Stifte, wenn das Instrument zur Induction benutzt wird.

Gegenüber dem Magnetspiegel s befinden sich beiderseits im Rahmen kreisförmige, über doppelt so grösse Oeffnungen, welche durch planparallele Glasplatten v und v' verschlossen werden. Die letzteren sind in ihrer relativen Lage zum Rahmen dadurch justirbar, dass sie durch eine eingelegte ringförmige Feder gegen drei übergreifende Schraubenköpfe u, u' im letzteren angedrückt werden und so ihre Lage durch die Stellung dieser bedingt wird.

Zum Umlegen der Inductor-Rolle um 180° habe ich statt einer Kurbel mit Anschlägen wie bei den Inductorien von Meyerstein und Leyser die Einrichtung gewählt, welche die Herren Mascart, de Nerville und Benoit bei dem grösseren Inductor in ihrer Untersuchung über die Bestimmung des Ohm[1]) verwendet haben. An den Enden eines, auf der Rahmenaxe senkrecht stehenden Durchmessers der hölzernen Drahtrolle sind nämlich, wie die Fig. 2 des Näheren darstellt, Messingbügel BB' vermittelst zweier, den massiven Theil des Holzringes durchsetzender Bolzen AA' mit Klemm-Muttern bei A und zweier in die Holzwand eingreifender Schrauben CC' beiderseits sehr solide befestigt. In einem an der Basis bb' dieses Bügels ausgehobelten Schlitz lässt sich ein die Nase D tragender, von rückwärts durch die Platte dd' gehaltener Schlitten vermittelst der an ihm sitzenden Schrauben E und E' durch die Doppelmuttern F und F' in der Ebene der Zeichnung verschieben und sehr solide nach Anziehen der letzteren beiderseits fixiren. An der Innenseite des Messingringes M ist sodann gegenüber dem Zapfen ohne Vertikalkreis eine Messingplatte N mit Schrauben und Stellstiften befestigt, welche beiderseits die durch die punktirten Linien angedeuteten Halter der Axen der Klappen K und K' tragen. Diese fassen mit ihren einen Enden x und x' die Nase D an der Rolle zwischen sich und werden durch eine in der Zeichnung weggelassene Feder gegen diese angedrückt resp. überhaupt nach aussen gestossen bis ihre hinteren Ansätze λ und λ' an die Ringwand sich anlehnen. Sind, wie in der Figur beide Klappen an die Nase angepresst, so wird die Nase D und damit die Drahtrolle in einer ganz bestimmten Lage fixirt. Drücken wir aber mit der Hand z. B. den Griff K mit der oberen Klappe vom Ring M weg gegen die Rolle hin, so wird die Nase D auf dieser Seite frei und man kann jetzt etwa durch einen Stoss von unten auf die Rollenwand die Rolle um ihre Axe drehen, bis die andere Nase, von unten auf die zweite Klappe K' stossend, diese in Ueberwindung der Federkraft zurückdrückt, über sie hingleitet und auf das Ende x der inzwischen losgelassenen Klappe K aufstösst, worauf auch K' mit dem Ende x' von der anderen Seite wieder einfällt und so die Rollenlage neu fixirt. Nach einiger Uebung gelingt es leicht, den Stoss auf die Rolle so zu bemessen, dass die Rolle nach einer Drehung um 180° durch Niederdrücken der Klappe fast ohne Stoss auf die zweite trifft und arretirt wird.

---

1) Résumé d'expériences sur la détermination de l'Ohm et de sa valeur en colonne mercurielle par M. M. Mascart, F. de Nerville et R. Benoit. Paris, Gauthier-Villars, 1884.

Wir haben jetzt endlich noch die Theile zu erwähnen, welche dazu dienen, den die Drahtrolle tragenden Messingring nach seiner Drehung um die Horizontalaxe und Einstellung am Vertikalkreise in einer bestimmten Lage zu fixiren. Zu dem Ende ist unten am Gestell in einer Ebene senkrecht zur Horizontalaxe eine starke Messingschiene angeschraubt, welche den Sector eines Kreises bildet, dessen Centrum in die horizontale Drehungsaxe des grossen Ringes fällt (siehe Tafel I). In Tafel II, Fig. 3 und Fig. 4 stellt AA' ein Stück dieser Schiene dar, längs welcher zwei identische Hülsen (siehe Tafel I) zu verschieben und zu klemmen sind, wie sie durch BB in Fig. 3 von oben und in Fig. 4 von der Seite dargestellt sind. Vermittelst der Schraube X ist diese Hülse an der gradbogenförmigen Schiene festzuklemmen. Auf der anderen, oberen Seite trägt die Hülse zunächst eine Messingplatte CC', auf der Justirungsschrauben E und E' in zwei festen Nasen D und D' beiderseits sitzen; durch sie ist eine Querlamelle F auf der Messingplatte C verschiebbar, indem sie auf ihr nur durch zwei in Schlitzen sich bewegende Schrauben G gehalten wird. Diese Lamelle ist an ihrem inneren Rande, wie dies Fig. 4 deutlich zeigt, abgerundet. (Dass der mittlere Theil dieser Lamelle der Figur 3 gemäss ausgenommen und auch da wieder abgerundet ist, ist nicht wesentlich, sondern wurde nur durch eine spätere Verdickung der hier zu klemmenden Zapfen veranlasst). An diese abgerundete Kante legt sich je nach der Stellung der Rolle der cylindrische Endtheil H der massiven unteren oder der hohlen oberen, auf die Vertikalaxe des Rollen-Rahmens pressenden Schrauben an, die am Messingring M durch die Lagerdeckel L und die Schrauben N befestigt sind. An den abgerundeten Rand aber dieser Lamelle F wird der Cylinder H angepresst durch eine zweite gleichgeformte Querlamelle PP', welche vermittelst eines Schlitzes Q und einer Schraube R einerseits in die ebenfalls auf der Platte C durch Schraube und geschlitzte Oeffnung befestigte Doppel-Schiene S (mit der Schraube T ihrer Länge nach etwas verstellbar) eingelenkt ist und mit ihrem anderen Ende P' in die Hülse U eingeschoben ist. Diese Hülse ist wieder auf der Platte C bei V drehbar befestigt und gestattet, durch Anziehen der Schraube W die Lamelle PP' sehr fest gegen den Cylinder H zu pressen.

Es könnte auf den ersten Blick scheinen, dass diese Klemmvorrichtung unnütz complicirt sei; wenn man indessen die Bedingungen erwägt, welche sie zu erfüllen hat, so wird man ihre Construction wohl gerechtfertigt finden. Erstlich lassen sich durch Bewegen der Schrauben E und E' unter gleichzeitigem Anziehen oder Nachlassen von W mikrometrische Verschiebungen des Zapfens H und damit der Drehungsaxe der Rolle bewirken; sodann findet durch Klemmen dieses cylindrischen Zapfens zwischen den geradlinigen abgerundeten Rändern der Lamellen F und P keinerlei Zug oder seitlicher Druck auf jenen statt, also auch keine seitliche Verschiebung oder Neigung der Drehungsaxe; endlich gestattet die Klemme, sehr leicht und rasch den Zapfen H nach der einen Seite ganz frei zu machen, um sodann die Rolle mit ihrer Drehungsaxe durch Drehen des Ringes um seine Horizontalaxe in eine andere Lage überzuführen; zu dem Ende löst man die Schraube W, schlägt die Schiene U nach aussen durch Drehen um V zurück, schiebt P nach links etwas zurück

und dreht dann diese Lamelle um R in eine parallele Lage mit S, alsdann kann der Ring mit seinem Zapfen frei gegen A hin aus der Klemme herausgedreht und zur zweiten Klemme übergeführt werden, welche ihre offene Seite dieser ersten zukehrt. Um ihn eventuell auch nach der Seite A' hin herausführen zu können — was z. B. beim Umlegen um 180° nothwendig ist — muss nach Lösen der Schrauben G die Lamelle F ganz entfernt werden.

Beschreibung des Multiplikators.

Der Multiplikator zum Inductor ist äusserlich ganz dem gleich, den ich seiner Zeit bei der «Bestimmung des Werthes der Siemens'schen Widerstands-Einheit in absolutem electromagnetischen Maasse» angewendet und in meiner bezüglichen Abhandlung beschrieben und abgebildet habe[1]).

In die 110 mm. breite und 45 mm. tiefe Rinne des Mahagoniholzrahmens sind aber hier in 17 Lagen und 1560 Windungen 8 Kilogramm desselben Drahtes gewickelt, der auch zur Bewicklung der Inductor-Rolle gedient hatte. Die Bewicklung erfolgte ebenfalls durch Herrn Freiberg vom 16. Juli—16. August 1883, so dass bis zum Moment der jetzigen Benutzung des Multiplikators jedenfalls eine vollständige Austrocknung der Firnissschichten erfolgt ist. Der Hohlraum zwischen diesen Drahtwindungen, also mit Einschluss der 3 mm. dicken Holzunterlage, ist bei obiger Breite 320 mm. lang und 41 mm. hoch. Wie beim früheren Multiplikator sind die Seitenwände des Rahmens auf einem 240 mm. breiten und 490 mm. langen Mahogonibrett aufgeschraubt, das unterhalb in seiner Mitte und damit auch unter der Mitte des Multiplikators einen konischen Messingzapfen trägt, der in eine entsprechende Messingbüchse im Centrum einer grossen, kreisrunden Mahagoniholzscheibe von 730 mm. Durchmesser passt, so dass also der Multiplikator um eine Axe auf dieser Scheibe drehbar ist. Zur Messung der Grösse dieser Drehung trägt die letztere an ihrem Rande eine Kreistheilung in ganze Grade, auf welche ein am Multiplikatorgrundbrett befestigter Index weist und um die Drehungsaxe des letzteren vertikal machen zu können, sind am Rande der Scheibe vier messingene Stellschrauben angebracht.

An einem, den Multiplikatorrahmen seitlich umfassenden Messingbügel sind drei Hülsen angebracht, von denen zwei gleiche, die eine zwischen den Windungen, die andere oberhalb derselben, zur Aufnahme zweier gleicher Magnete, je von 230 g. Gewicht, 290 mm. lang, 23,8 mm. breit und 4,5 mm. dick dienen, während in die dritte der 460 g. schwere Messingstab für Aufhebung der Torsion nach Entfernung der Magnete einzuschieben ist. An der letzteren obersten Hülse sitzt ein vertikales Stäbchen, an welchem der in üblicher Weise mit

---

1) Diese Memoiren T. XXXII, № 2, S. 35 u. folg., December 1883.

Schrauben und Feder justirbare Planparallel-Spiegel drehbar angeklemmt ist, während eine Gabel am oberen Ende zur Aufnahme der Zäpfchen an einer Doppelplatte dient, zwischen deren Theilen das untere Ende des Aufhängedrahts geklemmt ist. In gleicher Weise ist derselbe am oberen Ende an einem Cylinder befestigt, der die hohle Axe der Alhidade eines Horizontalkreises mit Dreifuss durchsetzt, in ihr höher und niedriger gestellt und geklemmt werden kann und dann mit der Alhidade um, bis auf 10″ vermittelst der Verniere zu messende Winkel zu drehen ist.

Zum Schutz der Magnete resp. des messingenen Torsionsstabs vor Luftströmungen ist der Multiplikator mit einem an sein Grundbrett anschliessenden, zerlegbaren Gehäuse aus Glas und Holz umgeben, das oben einen kleineren den Spiegel und Drahthalter umgebenden cylindrischen Aufsatz mit planparalleler Glasplatte vor dem Spiegel trägt, aus dem dann durch eine kleine Oeffnung oben nur der Suspensionsdraht frei austritt.

Die Beobachtung der Lage und Bewegung der Magnete an ihrem Spiegel erfolgt in der üblichen Weise mit Fernrohr und Scale. Die letztere ist von Edelmann in München in Millimeter auf Glas getheilt und wird von hinten durch einen Spiegel beleuchtet, der das Himmelslicht auf dieselbe wirft. Das Steinheil'sche Ablesefernrohr mit Dreifuss giebt eine 95-malige Vergrösserung.

Beschreibung der Aufstellung der Apparate im Observatorium zu Pawlowsk.

Der beschriebene Inductor ist im südlichen, der Multiplikator im nördlichen Arm des kreuzförmigen Centralsaals des eisenfreien hölzernen Pavillons für absolute magnetische Messungen im Observatorium zu Pawlowsk aufgestellt worden, so dass ihre Mittelpunkte um 10,2 m. von einander abstehen.

Um dem Inductor eine solide und behufs genauer Nivellirung von dem, in seiner Nähe sich bewegenden, Beobachter unabhängige Aufstellung zu geben, wurde am ersteren Ort der Mosaik-Fussboden des Saales innerhalb eines gleichseitigen Dreiecks von über 2 Meter Seite auf 112 cm. Tiefe, d. h. bis auf den festen natürlichen Sandboden hinunter ausgehoben und darauf zunächst aus eisenfreien Kalkbruchsteinen ein 40 cm. dickes Fundament mit einem 4 cm. dicken Cementguss darüber aufgemauert. Nachdem dies gut ausgetrocknet war, liess ich über den Ecken eines gleichseitigen Dreiecks von 77 cm. Seite je als Centren drei, 58 cm. hohe und 40 cm. im Durchmesser haltende Säulen aus je drei Kalksteinblöcken mit Cement aufrichten und jede dieser Säulen in 5 cm. Abstand mit einer dünnen Mauer aus eisenfreien englischen Ziegeln von 63 cm. Höhe umgeben, so dass diese Mauern also 5 cm. höher als die Säulen waren. Nunmehr wurden auf diese Fundamentsäulen solche von Marmor von 31 cm. Durchmesser und 89 cm. Höhe mit Cement aufgesetzt, der Raum zwischen den Ziegelmauern und dem stehengebliebenen Zimmerboden bis zur Höhe der

Ziegel mit Schutt ausgefüllt, festgestampft, cementirt und darauf um die Säulen Marmor-Ringe von 5 cm. Dicke, 35 cm. innerem und 71 cm. äusserem Durchmesser auf die Ziegelmauern gelegt, mit Cement befestigt und das Mosaik des Zimmerbodens, mit dem die Ringe jetzt im gleichen Niveau lagen, bis zu diesen hin wieder ergänzt. So kann man also ohne Gefahr einer Erschütterung oder Biegung ganz nahe an die Säulen herantreten, da sie durch einen 2 cm. breiten Zwischenraum von den Marmor-Ringen und weiterhin durch einen 5 cm. breiten Zwischenraum bis zu 68 cm. Tiefe hinab vom umgebenden Fussboden getrennt sind. Der Zwischenraum zwischen der Säule und dem Ring wurde schliesslich mit einem an die Säule dicht anschliessenden 4 cm. breiten Filzring bedeckt, um das Hinabfallen von kleineren Gegenständen in den Zwischenraum zu verhüten.

Die Säulen sind so disponirt, dass zwei in einer Senkrechten zum magnetischen Meridian liegen und die dritte von ihnen aus nach Süden steht. Wie die photographische Ansicht des Inductors zeigt, ist nun derselbe mit seinen drei Stellschraubenfüssen vermittelst der erwähnten Fussplatten auf die Marmorsäulen so aufgesetzt, dass die Platte mit dem Körner und die Fussspitze des Gestells, die am einen Ende der Gradbogen-Schiene steht, auf die Säule nach Süden zu liegen kommen und damit diese Schiene nahezu im magnetischen Meridian sich befindet. Nach erfolgter definitiver Justirung wurden, wie weiter unten noch erwähnt werden wird, die messingenen Fussplatten, welche trotz des grossen Gewichts des Instruments — über 150 Kilogramm — eine Verschiebung auf den glatten Endflächen der Marmorsäulen erleiden konnten, an diesen mit Kitt — Mischung von Colophonium, Wachs und Terpentin — befestigt.

Bei dieser Stellung des Inductors ist das Kreisende der horizontalen Drehungsaxe gegen Westen gerichtet und befindet sich das letztere nahezu in der Mitte des südlichen Zimmerarms und vor einem daselbst nach Süden gerichteten Fenster, so dass die Beleuchtungsvorrichtung für das südliche Mikrometer-Mikroskop unmittelbar von dort genügend Licht empfängt. Um dasselbe auch für das nördliche, vom Fenster abgewandte Mikroskop zu erzielen, wird ein, um 2 aufeinander senkrechte Axen drehbarer Spiegel mit seinem ringförmigen Halter auf den Fussschraubenkopf unmittelbar links vom Kreis in der Tafel I gesetzt — er steht in der Photographie gegenüber auf dem anderen Fuss, um das Bild nicht zu stören — und durch ihn das Licht vom Fenster auf jene Beleuchtungsvorrichtung geworfen. Die letztere besteht einfach aus einem, in der Figur sichtbaren Stück weissen Carton, der schräg zur Mikroskop-Axe und seitlich von ihr an einem leichten Messinghalter befestigt ist, so dass die polirte Theilungsfläche des Kreises diese beleuchteten weissen Flächen eben noch in die mit ihren Axen unter einem Winkel von ungefähr 15° zur Normalen der Theilungsfläche orientirten Mikroskope hineinreflectiren. Man erhält so im Gesichtsfeld sehr scharf und gleichförmig begrenzte Bilder der Theilstriche, auf hellem mattweissen Grunde, was die Sicherheit der Einstellung der Mikrometer-Doppelfaden wesentlich erhöht. Der Inductor ist auf Säulen gestellt, die sich 79 cm. über den umgebenden Fussboden erheben, damit die Mikroskope für einen, vor ihnen auf einem gewöhnlichen Stuhle sitzenden Beob-

achter gerade in Augenhöhe zu liegen kommen und so zur Kreisablesung möglichst bequem sind.

Der Multiplikator ist im nördlichen Kreuzarm des Saales auf demselben steinernen Tisch aufgestellt, wie dies in meiner oben erwähnten Schrift, «Bestimmung des Werthes der Siemens'schen Widerstandseinheit etc.» S. 42 beschrieben und ebendaselbst in Tafel I in perspectivischer Ansicht und in Tafel IV im Grundriss (siehe auch S. 58 und folg. des Textes) abgebildet ist. Wie dort steht der Theodolith-artige Torsionskreis mit der Aufhängevorrichtung für den Magnet auf einem Dreifuss, der im Dachboden über einer entsprechenden Oeffnung der Saaldecke am Gebälk des Daches solid befestigt ist. Ein Doppelfenster im Dach gewährt genügendes Licht für die Kreisablesung daselbst und zur Verhütung störender Luftströmungen wegen Temperatur-Ungleichheiten besonders im Winter habe ich um den Dreifuss eine von der Luftheizung des Gebäudes aus zu erwärmende Kammer mit doppelten Wänden und doppelter Thür einrichten lassen, wobei überdies während der eigentlichen Inclinationsmessungen der Torsionskreis etc. und damit auch die Oeffnung zum Saal hin durch einen übergestülpten Deckel noch ganz von dieser Kammer abgeschlossen wird. Wie am angeführten Orte näher angegeben ist, lässt sich durch eine Verschiebung des Theodolith-artigen Torsionskreises auf Schienen leicht eine genaue Centrirung des Magnets im Multiplikator erzielen. Als Aufhängedraht wurde schliesslich ein Platin-Iridium-Draht (10 % Iridium auf 90 % Platin) gewählt; derselbe ist 3560 mm. lang und 0,51 mm. dick. Er hat den Zweck, dem zu einem astatischen Nadelpaar vereinigten System der beiden Magnete die nöthige Richtkraft bei einer Schwingungsdauer von höchstens 20^s zu verleihen.

Ich habe hier nicht sowohl wegen grösserer Empfindlichkeit ein astatisches Magnetpaar benutzt als zur Verminderung des Einflusses der Declinations-Variationen einerseits und zur Beseitigung störender Einwirkung des Magnets sowohl auf den Inductor als auf die übrigen magnetischen Apparate in diesem Local anderseits. In der That ist derselbe erfahrungsgemäss auf alle dort befindlichen Instrumente als Null zu betrachten und wir brauchen daher diese Magnete zur Zeit der anderen absoluten Messungen nicht zu entfernen.

Multiplikator und Inductor sind durch zwei längs der benachbarten Wände und der Decke hinlaufende gut isolirte Kupferdrähte von 2 mm. Dicke leitend verbunden.

Auf einem Granitpfeiler nahe der Mitte des Saales unter der daselbst befindlichen grossen Laterne ist in 4 m. Entfernung vom Spiegel des Multiplikatormagnets das schon erwähnte Steinheil'sche Ablesefernrohr aufgestellt, die zugehörige Scale aber mit ihrem Beleuchtungsspiegel ist rückwärts vom Beobachter auf einem zweiten Pfeiler ebenfalls noch unter der Laterne angebracht und befindet sich da in einem horizontalen Abstand von 5842 mm. vom Spiegel, so dass der Winkelwerth eines Scalentheils (1 mm.) 17,″66 oder nahezu 0,′3 beträgt. Trotz der bedeutenden Entfernung ist die 95-malige Vergrösserung des Fernrohrs hinreichend, um die 0,1 Scalentheile bei guter Beleuchtung noch sicher schätzen zu können. Letztere ist selbst bei trübem Himmel genügend, wenn der Beleuchtungs-Spiegel das Himmelslicht direct ohne zwischengeschaltete matte Glasplatte auf die Scale

und durch dieselbe hindurch über den Kopf des Beobachters am Fernrohr hin zum Magnetspiegel wirft.

Auf einem den Fernrohr-Pfeiler umgebenden Tisch dem Beobachter zur Hand sind ferner noch angebracht: 1) ein Doppeltaster, der durch Niederdrücken der einen oder andern der beiden Tasten gestattet, den Strom eines Meidinger-Elements durch einen besonderen, nur eine Windung am Multiplikator bildenden Draht zu schicken, um unter eventuellem Einschalten eines grösseren Flüssigkeitswiderstandes die schwingenden Magnete im Multiplikator rascher zu beruhigen; 2) ein einfacher Taster, um electrische Glocken-Signale zum unterirdischen magnetischen Pavillon zu geben behufs Ablesung der Variations-Apparate daselbst zu gewissen Zeitpunkten; 3) ein Gyrotrop, um den durch passende Abzweigung und durch einen eingeschalteten Siemens'schen Stöpsel-Rheostaten nach Wunsch geschwächten Strom des obigen galvanischen Elements durch eine besondere Drahtleitung, die dann statt der zum Inductor führenden mit den Enden des Multiplikatordrahts verbunden wird, in der einen oder anderen Richtung in letzterem circuliren zu lassen und so constante Ablenkungen der Multiplikatormagnete nach beiden Seiten zu erzielen.

Sowohl beim Multiplikator als beim Inductor, beim ersteren innerhalb des Kastens beim letzteren zwischen den Mikroskopen, sind Thermometer angebracht, um die Variation der Temperatur bei beiden Instrumenten während der Dauer der Versuche beurtheilen zu können.

Endlich ist ein etwas kleineres Ablesefernrohr mit Scale ebenfalls unter der centralen Laterne in ungefähr 3,4 m. Distanz vom Centrum des Inductors und im magnetischen Meridian durch dieses ebenfalls auf einem Granitpfeiler zur Beobachtung der Stellung der planparallelen Verschlussplatten im Rollen-Rahmen und des Spiegels des eventuell eingehängten Doppelmagnets aufgestellt.

Theorie des Instruments.

Die gesammte electromotorische Kraft E, welche in der Drahtrolle von der Stromfläche F durch den Erdmagnetismus inducirt wird, wenn dieselbe um eine Axe parallel zur Ebene von F[1]) von einer Stellung in eine andere gedreht wird, ist gegeben durch den Ausdruck:

$$E = a.F.K.\sin\delta\,(\cos\psi_I - \cos\psi_{II}), \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad 1.$$

wo K die ganze Kraft des Erdmagnetismus, δ den Winkel, welchen die Drehungsaxe der Rolle mit ihr einschliesst, ψ_1 den Winkel der Ebene durch die Richtung der erdmagnetischen

1) Ist diese Axe nicht parallel zur Stromebene, sondern um irgend einen Winkel dazu geneigt, so ist statt F die Projection dieser Fläche auf eine Ebene durch die Axe zu nehmen.

Kraft und durch die Drehungsaxe mit der Ebene durch letztere und die Normale der Windungsebene in der ersten und ψ_{II} den entsprechenden Winkel für die letztere Normale in der zweiten Lage der Rolle und a eine constante Grösse darstellen. Hiebei ist also die Grösse E unabhängig von der Geschwindigkeit der Drehung, sondern nur durch die Anfangs- und Endstellung selbst bedingt.

Bezeichnen wir ferner den Widerstand der ganzen Leitung: Inductor + Multiplikator, in welcher diese electromotorische Kraft einen Strom erzeugt, mit W, so ist die Intensität I des Integralstroms:

$$2. \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots I = \frac{a.F.K.\ \sin\delta\ (\cos\psi_I - \cos\psi_{II})}{W}.$$

Der Strom I, der bei nicht zu geringer Drehungsgeschwindigkeit als momentaner aufzufassen ist, ertheilt dem Multiplikatormagnet einen Stoss und damit eine gewisse Anfangsgeschwindigkeit v_0, die gegeben ist durch

$$v_0 = \frac{I.M.C}{N},$$

wo M das magnetische Moment des Magnets und N sein Trägheitsmoment sammt dem seiner Suspension, C aber den Empfindlichkeitscoefficienten des Multiplikators für den Ablenkungswinkel 0° darstellen.

Es ist also auch unter Einsetzung des Werthes von I

$$3. \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots v_0 = \frac{a.K.\sin\delta.(\cos\psi_I - \cos\psi_{II})F.M.C}{W.N}.$$

Dieselbe Anfangsgeschwindigkeit v_0 des Magnets beim ersten Stoss kann aber auch aus der constanten End-Amplitude der Schwingungen desselben erhalten werden, welche er bei wiederholten Stössen nach der Weber'schen Multiplikationsmethode schliesslich annimmt. Heissen wir diese End-Amplitude Φ, so hat man nämlich auch:

$$4. \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots v_0 = \Phi\sqrt{\frac{D}{N}}\left(1 - e^{-\lambda}\right)e^{\frac{\lambda}{\pi}\operatorname{arctg}\frac{\pi}{\lambda}},$$

wo D die Torsionskraft des Aufhängedrahts und λ das natürliche logarithmische Decrement bei geschlossener Leitung, also mit Dämpfung, darstellen und vorausgesetzt ist, dass das Magnetsystem ein astatisches sei, also bloss die Fadentorsion richtend darauf einwirke.

Aus den beiden Gleichungen 3 und 4 folgt aber:

$$5. \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \Phi = \frac{a.K.\sin\delta\ (\cos\psi_I - \cos\psi_{II})\,F.M.C}{W\sqrt{N.D}} \cdot \frac{e^{-\frac{\lambda}{\pi}\operatorname{arctg}\frac{\pi}{\lambda}}}{1 - e^{-\lambda}}.$$

Hier haben wir noch, um die Abhängigkeit der End-Amplitude Φ von den einzelnen Constanten des Apparates F, M, C, W, N und D zu erfahren, die mit λ behafteten Glieder

durch Functionen dieser Grössen zu ersetzen. Wir gehen zu dem Ende zur Bewegungsgleichung des gedämpften Magnets, wie sie für eine constante Multiplikatorfunction gilt, zurück:

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + 2\beta \frac{d\varphi}{dt} + \alpha^2\varphi = 0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad \mathbf{6.}$$

Wirkt bei offenem Multiplikatordraht nur der Luftwiderstand dämpfend ein, so hat man die Relationen:

$$2\beta = \frac{b}{N} = \frac{2\lambda_0}{T_0}, \alpha^2 = \frac{D}{N} = \frac{\pi^2 + \lambda_0^2}{T_0^2}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad \mathbf{7.}$$

wo b eine den Luftwiderstand repräsentirende Constante, λ_0 das logarithmische Decrement und T_0 die Schwingungsdauer des Magnets bei geöffnetem Multiplikator darstellen.

Wenn dagegen bei geschlossener Leitung auch noch die im Multiplikatordraht durch den schwingenden Magnet inducirten Ströme dämpfend auf diesen einwirken, so ist:

$$2\beta = \frac{M^2C^2}{NW} + \frac{b}{N} = \frac{2\lambda}{T}, \alpha^2 = \frac{D}{N} = \frac{\pi^2 + \lambda^2}{T^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad \mathbf{8.}$$

Aus 7. und 8. folgt aber:

$$\frac{M^2C^2}{NW} = \frac{2\lambda}{T} - \frac{2\lambda_0}{T_0} = \frac{2}{T_0}\left(\lambda\sqrt{\frac{\pi^2+\lambda_0^2}{\pi^2+\lambda^2}} - \lambda_0\right) = 2\sqrt{\frac{D}{N(\pi^2+\lambda_0^2}}\left(\lambda\sqrt{\frac{\pi^2+\lambda_0^2}{\pi^2+\lambda^2}} - \lambda_0\right).$$

Hieraus ergiebt sich schliesslich:

$$\lambda = \frac{\pi\left(\frac{M^2C^2\sqrt{\pi^2+\lambda_0^2}}{2W\sqrt{ND}} + \lambda_0\right)}{\sqrt{\pi^2 + \lambda_0^2 - \left(\frac{M^2C^2\sqrt{\pi^2+\lambda_0^2}}{2W\sqrt{ND}} + \lambda_0\right)^2}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \mathbf{9.}$$

Nun ist λ_0 eine kleine Grösse und daher in erster Annäherung gleich Null zu setzen; alsdann wird

$$\lambda = \frac{\pi . M^2 . C^2}{\sqrt{4W^2 . N . D - M^4 . C^4}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad \mathbf{9'.}$$

Der Vergleich von 9'. mit 5. zeigt, dass in den Ausdrücken für Φ und λ die beiden Producte: $M . C$ und $W . \sqrt{N . D}$ stets ungetheilt vorkommen. Setzen wir also der Kürze halber:

$$\left.\begin{aligned} \frac{2}{\sqrt{\pi}} K \sin\delta (\cos\psi_I - \cos\psi_{II}) &= B \\ \sqrt{\pi} . M . C &= x \\ 2W\sqrt{N . D} &= y \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \mathbf{10.}$$

so gehen 5. und 9′. über in:

$$11. \quad \Phi = aBF \begin{matrix} x \\ y \end{matrix} \frac{e^{-\frac{\lambda}{\pi} \operatorname{arctg} \frac{\pi}{\lambda}}}{1 - e^{-\lambda}},$$

$$12. \quad \lambda = \frac{x^2}{\sqrt{y^2 - \frac{x^4}{\pi^2}}}.$$

Da die bloss von der Inductor-Rolle abhängigen Grössen B und F nicht in den Ausdruck für λ eingehen, so folgt aus 10. unmittelbar, dass die schliessliche Maximal-Amplitude bei der Multiplikationsmethode B und F direct proportional ist.

Unter übrigens gleichen Umständen wächst also gemäss den Relationen 10. die Amplitude Φ bei gleicher Kraft K des Erdmagnetismus mit δ und nimmt für $\delta = 90°$ d. h. wenn die Drehungsaxe auf der Inclinationsrichtung senkrecht steht, den grössten Werth an und andererseits wird ihr Betrag am bedeutendsten, insofern er von der Anfangs- und Endstellung der Rollendrehung abhängt, wenn $\psi_I = 0$ und $\psi_{II} = 180°$ oder umgekehrt i. e. $\cos\psi_I - \cos\psi_{II} = 2$ gewählt werden.

Des Ferneren nimmt also Φ mit Vergrösserung der Stromfläche F der Drahtrolle zu.

Durch Logarithmiren folgt aus Gleichung 11. zunächst:

$$\log \Phi = \log (a.B.F) + \log x - \log y - \left[\log (1 - e^{-\lambda}) + \frac{\lambda}{\pi} \operatorname{arctg} \frac{\pi}{\lambda}\right],$$

und hieraus durch Differentiren nach x und y:

$$\frac{1}{\Phi}\frac{\partial\Phi}{\partial x} = \frac{1}{x} - \left[\frac{1}{e^{\lambda} - 1} + \frac{1}{\pi} \operatorname{arctg} \frac{\pi}{\lambda} - \frac{\lambda}{\pi^2 + \lambda^2}\right] \frac{\partial\lambda}{\partial x},$$

$$\frac{1}{\Phi}\frac{\partial\Phi}{\partial y} = -\frac{1}{y} - \left[\frac{1}{e^{\lambda} - 1} + \frac{1}{\pi} \operatorname{arctg} \frac{\pi}{\lambda} - \frac{\lambda}{\pi^2 + \lambda^2}\right] \frac{\partial\lambda}{\partial y}.$$

Durch Differentiren der Gleichung 12. nach x und y ergiebt sich aber:

$$\frac{\partial\lambda}{\partial x} = \frac{2}{x}\lambda\left(1 + \frac{\lambda^2}{\pi^2}\right),$$

$$\frac{\partial\lambda}{\partial y} = -\frac{1}{y}\lambda\left(1 + \frac{\lambda^2}{\pi^2}\right).$$

Und die Einsetzung dieser Werthe in die vorigen zwei Gleichungen ergiebt schliesslich:

$$\frac{x}{\Phi} \cdot \frac{\partial\Phi}{\partial x} = 1 - 2\lambda\left(1 + \frac{\lambda^2}{\pi^2}\right)\left[\frac{1}{e^{\lambda} - 1} + \frac{1}{\pi} \operatorname{arctg} \frac{\pi}{\lambda} - \frac{\lambda}{\pi^2 + \lambda^2}\right],$$

$$\frac{y}{\Phi} \cdot \frac{\partial\Phi}{\partial y} = \lambda\left(1 + \frac{\lambda^2}{\pi^2}\right)\left[\frac{1}{e^{\lambda} - 1} + \frac{1}{\pi} \operatorname{arctg} \frac{\pi}{\lambda} - \frac{\lambda}{\pi^2 + \lambda^2}\right] - 1;$$

oder wenn wir der besseren Uebersichtlichkeit halber:

$$\lambda\left(1+\frac{\lambda^2}{\pi^2}\right)\left[\frac{1}{e^{\lambda}-1}+\frac{1}{\pi}\operatorname{arctg}\frac{\pi}{\lambda}-\frac{\lambda}{\pi^2+\lambda^2}\right]=f(\lambda) \quad \ldots\ldots\ldots \quad 13.$$

setzen, so ist auch:

$$\left.\begin{aligned}\frac{x}{\Phi}\frac{\partial\Phi}{\partial x}&=1-2f(\lambda),\\ \frac{y}{\Phi}\frac{\partial\Phi}{\partial y}&=f(\lambda)-1\end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad 14.$$

Aus diesen Gleichungen ist unmittelbar ersichtlich, dass der Charakter der Veränderung von Φ durch eine Zu- oder Abnahme von x und y ganz durch den Werth von $f(\lambda)$ bestimmt wird. Es sind nun offenbar drei Fälle möglich.

1. Es sei

$$f(\lambda) < {}^1/_2;$$

alsdann wird in den Gleichungen 14. der Ausdruck rechts vom Gleichheitszeichen bei der ersten positiv und bei der zweiten negativ oder es wird Φ mit wachsendem x und andererseits mit abnehmendem y anwachsen. Wenn aber x wächst und y abnimmt, so wird nach 12. jedenfalls λ grösser werden.

2. Es kann ferner

$$f(\lambda) > {}^1/_2 \text{ und } < 1$$

sein; alsdann werden die Ausdrücke rechts vom Gleichheitszeichen in beiden Gleichungen 14. negativ und es wird somit Φ sowohl mit wachsendem x als y abnehmen. Dies ist nach 12. möglich, ohne den Werth von λ erheblich zu verändern. Mit Berücksichtigung der auf S. 20 gegebenen Werthe von $\frac{\partial\lambda}{\partial x}$ und $\frac{\partial\lambda}{\partial y}$ wird sogar durch gleichzeitige Aenderungen ∂x und ∂y von x und y der Werth von λ gar nicht verändert, wenn die Relation:

$$\frac{\partial x}{\partial y}=\frac{x}{2y} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad 14'.$$

eingehalten wird.

3. Das logarithmische Decrement λ sei der Art, dass

$$f(\lambda) > 1$$

wird; alsdann muss zur Vergrösserung von Φ der Werth von x verkleinert und der von y vermehrt werden. Die Folge davon wäre, dass nach 12. der Werth von λ abnehmen würde.

Hiernach ist es bereits wahrscheinlich, dass der zweite Fall der praktisch brauchbarste sein dürfte, da er allein die Vergrösserung von Φ ohne Aenderung von λ gestattet. Man hätte somit zur Erzielung der grössten Empfindlichkeit des Apparats resp. eines grossen Werthes von Φ denselben so einzurichten, dass der Werth von $f(\lambda)$ zwischen $^1{}_2$ und 1 fällt.

Wir wollen jetzt zusehen, in welcher Weise der Werth von $f(\lambda)$ vom Zahlenwerth von λ abhängt. Die Rechnung ergiebt folgende correspondirende Werthe:

λ	$f(\lambda)$
0,100	0,9998
0,250	0,9989
0,400	0,9972
0,550	0,9947
0,700	0,9912
0,850	0,9871
1,000	0,9823

Wenigstens innerhalb der vorstehenden Grenzen nimmt also $f(\lambda)$ continuirlich mit wachsendem λ ab.

Da nun bei dem vorliegenden Apparat λ jedenfalls nicht kleiner als 0,25 und nicht grösser als etwa 0,90 sein darf, weil die Dämpfung sonst zu schwach resp. zu stark würde, so wird wirklich der Werth von $f(\lambda)$ stets zwischen $^1/_2$ und 1 fallen und es werden somit die Bedingungen des obigen zweiten Falls auf unsere Versuche passen.

Bei unserem Instrument ergaben sich aus der Beobachtung der abnehmenden Amplituden bei, durch den Inductor geschlossenem Multiplikator unmittelbar folgende Werthe für λ, ausgedrückt in Briggischen Logarithmen:

$$\begin{aligned} \lambda_g &= 0{,}2430 \\ &\quad 0{,}2436 \\ &\quad 0{,}2423 \\ &\quad 0{,}2421 \\ &\quad 0{,}2424 \\ \text{Mittel:} &\quad 0{,}2427 \end{aligned}$$

und daraus folgt nach der Relation:

$$\lambda = \lambda_g \,.\, 2{,}30258$$

für natürliche Logarithmen:

$$\lambda = 0{,}5588,$$

woraus durch Einsetzung in die Gleichung 13. erhalten wird:

$$f(\lambda) = 0{,}9945.$$

Wollten wir also die Empfindlichkeit des Apparates durch Vergrösserung der End-Amplitude Φ von Seite des Multiplikators her noch mehr steigern, so müssten wir dem

Obigen zufolge einerseits einen schwächeren Magnet und einen weniger empfindlichen Multiplikator anwenden und andererseits das Trägheitsmoment des Magnets, die Torsionskraft des Aufhängedrahts und den Gesammt-Widerstand der Leitung entsprechend kleiner wählen, wie es die Bedingung 14'. erheischt.

Durch solche Betrachtungen und gleichzeitige empirische Versuche mannigfacher Art geleitet habe ich bei unserem vorliegenden neuen Apparat gegenüber den älteren Apparaten von Meyerstein und Leyser sowohl im Inductor wie auch im Multiplikator einen dünneren Draht in mehr Windungen verwendet, um beim Inductor F und in Folge der dadurch bewirkten Vergrösserung von W auch beim Multiplikator C zu vermehren. Der Vergrösserung von C wirkte ich innerhalb der thunlichen Grenzen durch eine Verkleinerung des magnetischen Moments M der Magnete entgegen. Die Magnete besassen nämlich im Sättigungszustand beide die magnetischen Momente: $10^7 12{,}81$ und wurden dann nach und nach so geschwächt, bis dieselben den Betrag: $10^7 9{,}10$ erreichten.

Das Trägheitsmoment der Suspension wurde möglichst verringert, um das Gesammtträgheitsmoment N im Wesentlichen auf das der Magnete zu reduciren und es wurde dann ein Platin-Iridium-Draht von 0,51 mm. Dicke auf 3560 mm. Länge zur Suspension gewählt, um die Schwingungsdauer des astatischen Systems im, durch den Inductor geschlossenen Multiplikator, also mit Dämpfung, auf den praktischen Werth von 20^s zu vermindern.

Ehe wir zur Entwicklung der Formeln für die Berechnung der Beobachtungen übergehen, haben wir noch zu berücksichtigen, dass im Ausdruck 5. für Φ und sein Supplement 9' die Grössen F, M, C, W, N, D sämmtlich mit der Temperatur variabel sind, so dass z. B. der Werth von F bei $t°$ gegeben ist durch

$$F_t = F_0 (1 + \alpha_1 t),$$

wo F_0 den Werth bei 0° und α_1 den Temperatur-Coefficienten dieser Grösse darstellt und die Variation mit der Temperatur als lineare in Bezug auf diese angenommen ist. Setzen wir unter derselben Voraussetzung zunächst kurz:

$\alpha_1 =$ Temperaturcoefficient von F
$\alpha_2 =$ » » M
$\alpha_3 =$ » » C
$\alpha_4 =$ » » W
$\alpha_5 =$ » » N
$\alpha_6 =$ » » D

und nehmen an, dass diese Coefficienten kleine Grössen, also die Quadrate derselben zu vernachlässigen seien, so können wir zur Ermittlung der Abhängigkeit des Resultats Φ von ihnen die Function Φ nach t differentiren. Halten wir uns dabei zunächst an die vereinfachten Ausdrücke 11. und 12., so können wir uns zur Gewinnung der Differentialquotienten

$\frac{\partial \Phi}{\partial x}$ und $\frac{\partial \Phi}{\partial y}$ offenbar ganz derselben Entwicklung wie oben S. 20 bedienen und finden schliesslich:

$$15. \quad \Phi_t = \Phi_0 (1 + \chi t) = \frac{aK \sin \delta (\cos \psi_I - \cos \psi_{II}) F_0 M_0 C_0}{W_0 \sqrt{N_0 D_0}} \cdot \frac{e^{-\frac{\lambda_0}{\pi} \operatorname{arctg} \frac{\pi}{\lambda_0}}}{1 - e^{-\lambda_0}} (1 + \chi t),$$

wo

$$16. \quad \chi = \alpha_1 - \alpha_2 - \alpha_3 - [f(\lambda) - 1] \left(2\alpha_2 + 2\alpha_3 - \alpha_4 - \frac{\alpha_5}{2} - \frac{\alpha_6}{2}\right);$$

und entsprechend hat man:

$$17. \quad \lambda_t = \lambda_0 (1 + \gamma t) = \frac{\pi M_0^2 C_0^2}{\sqrt{4 W_0^2 N_0 D_0 - M_0^2 C_0^4}} (1 + \gamma t),$$

wo

$$18. \quad \gamma = \left(2\alpha_2 + 2\alpha_3 - \alpha_4 - \frac{\alpha_5}{2} - \frac{\alpha_6}{2}\right)\left(1 + \frac{\lambda^2}{\pi^2}\right).$$

Hier bedeutet λ_0 den für 0° geltenden Werth von λ (logarithm. Decrement mit Dämpfung) und ist also nicht zu verwechseln mit dem oben durch λ_0 dargestellten Werth des logarithmischen Decrements bei geöffnetem Multiplikator.

Das Princip meiner Methode der Inclinationsbestimmung mit dem Inductions-Inclinatorium besteht, wie früher mitgetheilt, darin, in zwei, um sehr nahe gleiche Winkel zur Inclinationsrichtung geneigten Lagen der Drehungsaxe des Inductors die maximalen Ausschlagswinkel der Nadel des Multiplikators bei Benutzung der Multiplikationsmethode zu beobachten und daraus die Inclination zu berechnen.

Nehmen wir an, dass in beiden Lagen der Drehungsaxe des Inductors die Inductionsstösse je dadurch hervorgebracht werden, dass man, wie dies Seite 20 erörtert worden ist, zur Erlangung der Maximalwirkung die Rolle je von $\psi_I = 0$ bis $\psi_{II} = 180°$ und umgekehrt drehe, so dass also die Windungsfläche derselben in der Anfangs- und Endstellung je senkrecht auf den magnetischen Meridian stehe, so wird sein

$$\cos \psi_I - \cos \psi_{II} = 2$$

und die Gleichung 15. lässt sich dann auch so schreiben:

$$19. \quad K \sin \delta = A_0 \Phi_0 (1 - \chi t),$$

wo

$$20. \quad A_0 = \frac{W_0 \sqrt{N_0 D_0} (1 - e^{-\lambda_0})}{2a F_0 M_0 C_0 e^{-\frac{\lambda_0}{\pi} \operatorname{arctg} \frac{\pi}{\lambda_0}}}$$

und χ den durch 16. gegebenen Werth hat. Hier ist A_0 nun wirklich für denselben unveränderten Apparat eine constante Grösse.

Diese Formeln gelten aber nur für den Fall, dass die Multiplikatorfunction eine wirklich constante Grösse ist, was, wie in der Einleitung bemerkt worden ist, im Allgemeinen nicht zutrifft. Setzen wir deshalb mit Herrn Chwolson an Stelle der Bewegungsgleichung 6. unter Berücksichtigung der Abhängigkeit derselben vom Ablenkungswinkel φ die allgemeinere Gleichung:

$$\frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2} + 2\beta\frac{\partial\varphi}{\partial t}(1 - b\varphi^2) + \alpha^2\varphi\left(1 - \frac{1}{6}\varphi\right) = 0, \quad \ldots\ldots\ldots \quad 21.$$

wo b eine von der Dämpfung und der Gestalt des Multiplikators abhängige Constante repräsentirt, so nimmt die Gleichung 19. allgemeiner folgende Form an:

$$K \sin\delta = A_0\Phi_0(1 - \chi t - \xi\Phi_0^2), \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad 22.$$

wo ξ wieder eine von der obigen Constante b abhängige constante Grösse darstellt.

Macht man nun zwei Beobachtungen der Maximal-Elongationen: Φ_1 und Φ_2 bei verschiedenen Neigungswinkeln δ_1 und δ_2 der Drehungsaxe der Rolle und unterscheidet durch dieselben Ziffern die Werthe der anderen veränderlichen Grössen, so erhält man durch Division der dem Ausdruck 22. entsprechenden zwei Gleichungen:

$$\frac{K_1 \sin\delta_1}{K_2 \sin\delta_2} = \frac{\Phi_1}{\Phi_2}[1 - \chi(t_1 - t_2) - \xi(\Phi_1 - \Phi_2)].$$

Da die ganze Kraft des Erdmagnetismus K nicht direct sondern durch die Horizontal-Componente H derselben und durch die Inclination i gegeben ist, so giebt die Einsetzung dieser Grössen:

$$\frac{\sin\delta_1}{\sin\delta_2} = \frac{H_2\cos i_1}{H_1\cos i_2}\frac{\Phi_1}{\Phi_2}[1 - \chi(t_1 - t_2) - \xi(\Phi_1 - \Phi_2)]. \quad \ldots\ldots\ldots \quad 23.$$

Die eine Beobachtung finde nun, wie S. 4 angegeben ist, in der vertikalen Lage der Drehungsaxe der Rolle statt; alsdann ist z. B.:

$$\delta_2 = 90 - i_2.$$

Bei der anderen Beobachtung haben wir um einen nahe gleichen Winkel die Drehungsaxe auf die andere Seite der Inclinationsrichtung zu neigen, so dass der Winkel O der Drehungsaxe mit der Vertikalen angenähert sein wird: $O = 180 - 2i_2$. Da indessen die Inclination i_2 nicht bekannt ist, sondern erst gesucht wird, so werden wir in Wirklichkeit nach dem Vertikalkreise die Drehungsaxe nur angenähert um einen solchen Winkel O drehen resp. nach erfolgter Fixirung in der neuen Lage aus der Differenz O der jetzigen Ablesung am Vertikalkreise und der früheren bei der Vertikalstellung der Axe einen Winkel z ableiten, der etwas verschieden von i_2 sein wird und gegeben ist durch

$$z = 90 - \frac{O}{2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad 24.$$

Der Winkel δ_1, den alsdann die Drehungsaxe mit der neuen Inclinationsrichtung i_1 zu dieser Zeit einschliesst, wird somit zu dieser und dem am Vertikalkreise abgelesenen Winkel O in der Relation:

$$\delta_1 = 90^0 - (2z - i_1)$$

stehen. Führen wir diese Winkelwerthe in Gleichung 23. ein und bedenken dabei, dass in Folge der Stellung der Drehungsaxe der Rolle auf der anderen Seite der Inclinationsrichtung das Zeichen von Φ_1 entgegengesetzt dem von Φ_2 sein wird, so kommt:

$$\cos(2z - i_1) = \cos i_1 \cdot \frac{H_2}{H_1} \cdot \frac{\Phi_1}{\Phi_2} [1 - \chi (t_1 - t_2) - \xi (\Phi_1^2 - \Phi_2^2)]$$

oder:

$$\text{tang } i_1 = \frac{H_2}{H_1} \frac{\Phi_1}{\Phi_2} [1 - \chi (t_1 - t_2) - \xi (\Phi_1^2 - \Phi_2^2)] \frac{1}{\sin 2z} - \text{cotang } 2z$$

und endlich:

$$\textbf{25.} \quad \text{tang } i_1 = \text{tang } z + \frac{1}{\sin 2z} \left(\frac{\Phi_1}{\Phi_2} \frac{H_2}{H_1} [1 - \chi (t_1 - t_2) - \xi (\Phi_1^2 - \Phi_2^2)] - 1 \right).$$

Da die Winkel Φ_1 und Φ_2 mit Fernrohr und Scale beobachtet werden, so erhalten wir unmittelbar nur die entsprechenden Scalen-Ablesungen S_1 und S_2 und auch diese erst als die halben Differenzen der links und rechts von der Gleichgewichtslage bei den äussersten Elongationen direct abgelesenen Scalentheile, wobei zugleich vorausgesetzt wird, dass die halbe Summe dieser Ablesungen resp. die Gleichgewichtslage des Magnets einer centrischen und parallelen Lage seiner magnetischen Axe zu den Windungen des Multiplikators entspreche. Nun ist, wenn E die horizontale und reducirte Entfernung des Magnet-Spiegels und der Scale in Scalentheilen darstellt:

$$\Phi_1 = \frac{S_1}{2E} \left(1 - \frac{S_1^2}{3E^2}\right), \quad \Phi_2 = \frac{S_2}{2E} \left(1 - \frac{S_2^2}{3E^2}\right),$$

also:

$$\frac{\Phi_1}{\Phi_2} = \frac{S_1}{S_2} \left(1 - \frac{S_1^2 - S_2^2}{3E^2}\right).$$

Bei unserem Apparat ist aber: $E = 5842$ und somit wird

$$\frac{\Phi_1}{\Phi_2} = \frac{S_1}{S_2} [1 - 0{,}00000000977 (S_1^2 - S_2^2)].$$

Das mit dem Factor ξ behaftete Correctionsglied von Φ_1 wird entsprechend:

$$\xi (\Phi_1^2 - \Phi_2^2) = \frac{\xi}{4E^2} (S_1^2 - S_2^2)$$

oder, da bei unserem Multiplikator angenähert

$$b = 5{,}1 \text{ und } \xi = 1{,}5$$

ist, so hat man auch

$$\xi\,(\Phi_1^2 - \Phi_2^2) = 0{,}00000001099\,(S_1^2 - S_2^2).$$

Bei unserem Apparate haben wir ferner zur angenäherten Berechnung des Temperaturcoefficienten χ nach Gleichung 16. folgende Werthe zu setzen:

$$\alpha_1 = 2m = 0{,}000034,$$

da α_1 sich auf die Vergrösserung einer Kreisfläche durch die lineare Ausdehnung m des sie bildenden Kupferdrahts bezieht,

$$\alpha_2 = -\mu = -0{,}000500,$$

wo wir für den Temperaturcoefficienten des Magnets einen angenäherten Werth gesetzt haben,

$$\alpha_3 = -m = -0{,}000017,$$

da die Multiplikator-Constante C angenähert $\frac{1}{r}$ proportional ist, wenn r die reducirte Entfernung der Drahtwindungen vom Magnet bezeichnet,

$$\alpha_4 = \omega = 0{,}003810,$$

i. e. der Coefficient der Widerstandsänderung von Kupfer nach Arndtsen,

$$\alpha_5 = 2e = 0{,}000022,$$

indem wir einfach den Ausdehnungscoefficienten des Stahls wählten, da die Hauptmasse des suspendirten trägen Körpers durch die Stahlmagnete repräsentirt wird; endlich

$$\alpha_6 = -\tau = -0{,}001,$$

wo wir nach den Bestimmungen von Kohlrausch und Pisati für andere Metalle nur einen ganz approximativen Werth des Temperaturcoefficienten der Torsion für Platin-Iridium annehmen konnten.

Es ist also:

$$\chi = 0{,}000551 + [f(\lambda) - 1].0{,}004355 \text{ und } \gamma = -0{,}004355\left(1 + \frac{\lambda^2}{\pi^2}\right)$$

oder gemäss unserem Werth von λ und $f(\lambda)$ nach S. 22:

$$\chi = 0{,}000527,\ \gamma = -0{,}004493.$$

Da χ einen positiven Werth hat, so folgt daraus nach 15., dass die constante Elongation mit Erhöhung der Temperatur caeteris paribus bei unserem Apparat zunehmen wird

und zwar angenähert pro 10° um 0,5 Procent ihres Betrages und aus der Zusammensetzung von γ ergiebt sich sofort, dass der Temperatur-Coefficient des Magnets den Betrag von γ im Wesentlichen bestimmt. λ nimmt dagegen mit Erhöhung der Temperatur stark ab.

Was endlich den Factor: $\frac{H_2}{H_1}$ betrifft, so wird das Verhältniss der beiderlei Horizontalintensitäten zur Zeit der ersten und zweiten Beobachtung nach den gleichzeitigen Ablesungen am Bifilarmagnetometer berechnet. Es sei das Mittel der letzteren zur Zeit der ersten Beobachtung m_1 und das zur Zeit der zweiten m_2, so hat man für das Bifilarmagnetometer für directe Ablesungen im unterirdischen magnetischen Pavillon:

$$\frac{H_2}{H_1} = \frac{1 + (m_2 - m_0)\,0{,}000155}{1 + (m_1 - m_0)\,0{,}000155} = 1 + (m_2 - m_1)\,0{,}000155,$$

wo wir die Scalentheile m_2 und m_1 bereits auf die Normaltemperatur resp. auf gleiche Temperatur reducirt angenommen haben.

Für unseren speciellen Apparat geht also die Gleichung 25. über in:

$$\textbf{26.}\quad \left\{ \begin{aligned} \operatorname{tang} i_1 = \operatorname{tang} z + \frac{1}{\sin 2z} \left\{ \begin{matrix} S_1 \\ S_2 \end{matrix} \right. [1 &+ 0{,}000155\,(m_2 - m_1) + 0{,}000527\,(t_2 - t_1) + \\ &+ 0{,}00000002076\,(S_2^2 - S_1^2)] - 1 \end{aligned} \right\},$$

wo die Buchstaben die oben angegebene Bedeutung haben.

Um zu ermitteln, mit welcher Genauigkeit die einzelnen Grössen bestimmt werden müssen, um eine gewisse Sicherheit des Endresultates i_1 zu erzielen, differentiren wir 26. nach S_1, $(m_2 - m_1)$ und $(t_2 - t_1)$ und $(S_2 - S_1)$, indem wir $S_2^2 - S_1^2$ durch $(S_2 + S_1)(S_2 - S_1)$ ersetzen, und erhalten so:

$$\begin{aligned} \partial S_1 &= \partial i_1\, 2 \operatorname{tang} i_1 \cdot S_1, \\ \partial\,(m_2 - m_1) &= \partial i_1\, 2 \operatorname{tang} i_1 \cdot \frac{1}{0{,}000155}, \\ \partial\,(t_2 - t_1) &= \partial i_1\, 2 \operatorname{tang} i_1 \cdot \frac{1}{0{,}000527}, \\ \partial\,(S_2 - S_1) &= \partial i_1\, 2 \operatorname{tang} i_1 \cdot \frac{1}{2S_1 . 0{,}0000000208}, \end{aligned}$$

wo wir nach der Differentiation mit genügender Annäherung: $z = i_1$ und $S_1 = S_2$ gesetzt haben.

Angenommen, es soll die Inclination i_1 mit einem mittleren Fehler von höchstens: $\partial i = \pm 3'' = 0'{,}05$ gefunden werden, so ergiebt, da in unserem Fall: $S_1 = 278$ Scalentheile und $i_1 = 70° 42'$ war, die Einsetzung dieser Werthe oben:

$$\begin{aligned} \partial S_1 &= \pm 0{,}023 \text{ Scalentheile} \\ \partial\,(m_2 - m_1) &= \pm 0{,}53 \quad \text{»} \\ \partial\,(t_2 - t_1) &= \pm 0{,}16 \quad \text{Grade} \\ \partial\,(S_2 - S_1) &= \pm 7{,}18 \quad \text{Scalentheile.} \end{aligned}$$

Da nun nach Seite 8 auch die Einstellungen und Ablesungen am Vertikalkreis mit einer Sicherheit von $\pm 2''5$ erfolgen können und die Nivellirung eine mindestens ebenso grosse Sicherheit gewährt, so könnte es scheinen, dass Nichts im Wege stehe, eine Genauigkeit von 3—4″ in der Bestimmung der Inclination zu erzielen. Nur die Bestimmung nämlich von S mit einer Sicherheit von $^1/_{40}$ Scalentheil dürfte bloss angenähert möglich sein, obschon wir je mindestens 3 constante Werthe von S_1 und S_2 ermitteln und dabei die Differenz der äussersten Elongationen zu halbiren haben, aus denen dann das Mittel zu nehmen ist; die Differenz S_2—S_1 dagegen erreichte bei unsern Versuchen nur 4 Scalentheile, so dass die bezügliche Correction ganz vernachlässigt werden konnte; die Ermittelung von m_2—m_1 mit der geforderten Sicherheit von bloss $^1/_2$ Scalentheil hat keinerlei Schwierigkeit. Selbstverständlich können endlich auch die S. 17 erwähnten Thermometer beim Inductor und beim Multiplikator mit einer grösseren Sicherheit als $\pm 0^\circ16$ abgelesen werden, dass aber ihr Mittel auch wirklich die mittlere Temperatur des Inductor- und Multiplikatordrahts sowie des Magnets mit dieser Genauigkeit angebe, ist jedenfalls nur bei einer ausserordentlichen Constanz der Temperatur während der Beobachtungen denkbar. Obschon nun in der That unser Local bei geeigneter Handhabung der bezüglichen Vorkehrungen eine hohe Temperatur-Constanz erzielen lässt, so dass z. B. beim Multiplikator, dem keiner der Beobachter während der Dauer der Versuche auf mehr als 5 Meter sich annäherte, die Temperatur von Anfang bis zum Ende durchweg nur um $0^\circ01$—$0^\circ02$ sich änderte, trat doch beim Inductor während dieser Zeit wegen der Nähe des Beobachters, der die Ablesung am Vertikalkreis und das Umlegen der Rolle besorgte, stets eine allmähliche Erhöhung der Temperatur um durchschnittlich $0^\circ2$ ein. Gesetzt aber auch, die Thermometer gäben wirklich die richtige Mitteltemperatur der Apparate an, so wäre doch die Anbringung einer bezüglichen Correction nach Gleichung 26. illusorisch, da die Ableitung des numerischen Werthes des Coefficienten γ eine höchst unsichere ist. Wir müssen also suchen, der Unsicherheit, mit welcher die Berechnung dieser bedeutendsten Correction behaftet ist, dadurch zu begegnen, dass wir ihren Einfluss auf das Endresultat durch eine geeignete Beobachtungsweise abschwächen. Da die Temperatur der erwähnten Veränderungsursache halber während der Versuche sehr gleichförmig ansteigt, so ist dies leicht möglich. Wir haben angenommen, dass wir die Beobachtungen mit der vertikalen Lage der Drehungsaxe beginnen, wobei die Temperatur t_2 stattfindet und darauf die bei geneigter Lage und der Temperatur t_1 folgen lassen; alsdann wird t_2—t_1 eine negative Grösse sein. Wenn wir nun gleich an diese zwei zusammengehörigen Beobachtungen zwei weitere anschliessen, indem wir nochmals in geneigter Lage und darauf zum Schluss wieder bei vertikaler Lage der Rollendrehungsaxe beobachten, so wird in dem Ausdruck 26. bei Berechnung dieser Beobachtungen t_2—t_1 eine positive Grösse sein und nahe denselben Werth wie oben haben. Demzufolge wird unter vollständiger Vernachlässigung der Temperatur-Correction bei der ersten Messung S_1 um sehr nahe ebensoviel zu gross als bei der zweiten Messung zu klein erhalten werden und es wird sich somit der Fehler im Mittel resp. Endresultat der Doppelmessung sehr nahe ganz herausheben.

Für die bequemere Berechnung der Beobachtungen bringen wir den Ausdruck 26. auf die Form:

$$27. \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{tang } i_1 = \text{tang } z + \frac{S_1 - S_2 - \Delta S_1}{S_2 . \sin 2z}, \\ \text{wo:} \\ \Delta = k\,(m_1 - m_2) + \chi\,(t_1 - t_2) - \eta\,(S_1 + S_2)\,(S_1 - S_2) \\ \text{und hier sind angenähert die Zahlenwerthe der Coefficienten:} \\ k = 0{,}000155,\ \chi = 0{,}000527, \\ \eta = 0{,}0000000208. \end{array} \right.$$

In dem Ausdruck für tang i_1 dürfen wir, wie leicht ersichtlich, für S_1 und S_2 auch die ganzen Differenzen der äussersten constanten Elongationen (beiderseits der Gleichgewichtslage) setzen, dagegen darf dies nicht in dem Ausdruck für Δ geschehen oder es muss dann im letzten Glied der Coefficient η durch $\frac{\eta}{4}$ ersetzt werden. Da bei unseren Versuchen die Grösse $S_1 - S_2$ nie 4 Scalentheile überschritt und durch Anordnung derselben in der angegebenen Weise aus dem Resultat einer Doppelmessung der Einfluss des unsicheren Correctionsgliedes für die Temperatur eliminirt wurde, so haben alle Berechnungen derselben nach der einfachen Formel:

$$28. \quad \text{tang } i_1 = \text{tang } z + \frac{S_1 - S_2 - 0{,}0001548 . (m_1 - m_2)}{S_2 \sin 2z},$$

stattgefunden. Hier ist also:

$$29. \quad z = 90 - \frac{O}{2},$$

wo O die Differenz der Ablesungen am Vertikalkreis bei der vertikalen und geneigten Lage der Drehungsaxe der Inductor-Rolle repräsentirt; ferner S_1 die Differenz der constanten Maximal-Elongationen beiderseits in Scalentheilen bei geneigter Drehungsaxe, i_1 die alsdann stattfindende absolute Inclination und m_1 den am Bifilarmagnetometer Wild-Edelmann zu dieser Zeit im unterirdischen Pavillon abgelesenen mittleren Stand, endlich S_2 und m_2 die entsprechenden Grössen zur Zeit der Beobachtung in der vertikalen Lage der Drehungsaxe darstellen. Die Zahl 0,0001548 ist der zur Zeit gültige Empfindlichkeitscoefficient des erwähnten bestimmten Bifilars. Dabei ist ausdrücklich zu bemerken, dass nur das Mittel für i_1 aus zwei nacheinander in entgegengesetzter Folge angestellten Messungen einen ganz richtigen Werth liefern wird.

Der Vorzug meiner Methode der Beobachtung mit dem Inductionsinclinatorium besteht nun eben darin, dass wir wegen der Kleinheit von $S_1 - S_2$ für die Berechnung von i_1 die einfache Formel 28. statt der complicirteren 27. benutzen können, in welch' letzteren der Factor η nur unsicher zu bestimmen ist.

Justirung und Verification der Apparate.

Alle zur Construction des Instrumentes verwendeten Messingmassen sind unmittelbar vor ihrer Bearbeitung und ebenso nach ihrer Vollendung so scharf als dies durch Annähern derselben an einen Declinationsmagnet bis auf 20 mm. und durch Beobachtung des Magnets vermittelst Fernrohr und Scale, wo ein Scalentheil 30 Bogen-Secunden entspricht, geschehen konnte, auf Eisenfreiheit geprüft worden.

Nachdem das Gestell des Instrumentes nach einem Compass zunächst so gerichtet worden war, dass die Horizontalaxe angenähert senkrecht zum magnetischen Meridian stand und darauf durch eine über den Ring auf seine obere Fläche in zwei zueinander senkrechten Lagen gelegte Latte mit Niveau im Rohen horizontal gemacht worden war, erfolgte die genaue Einnivellirung der Drehungsaxe der Rolle in eine vertikale Lage vermittelst des an dem Rahmen sitzenden Niveaus, indem man bei der Ost-West-Lage der Rollenscheibe unter Umdrehen derselben je um 180° einmal das Niveau und sodann die östliche resp. westliche Fuss-Schraube corrigirte, bis in jeder der beiden Lagen die Blasen-Mitte auf denselben Theilstrich fiel, worauf dann nur noch in der Nord-Süd-Lage der Rollenscheibe durch die früher erwähnte Justirung der Schrauben E, E' und W an der Axen-Klemme dasselbe Einstehen des Niveaus zu erzielen war. Auf diese Weise gelingt es leicht, die Drehungsaxe mit einer Sicherheit von 0,2 Niveautheil $= \pm 0''{,}6$ vertikal zu machen.

Ist die Unsicherheit erheblich grösser, so ist dies ein Zeichen, dass die Entlastungsschraube H (siehe Fig. 1, Tafel II) zu stark, eventuell auch die obere Pressschraube H' zu wenig angezogen ist und man hat dann nach Lösen der Klemmmuttern K und K' Correcturen vorzunehmen, bis unbeschadet der leichten Drehbarkeit der Rolle die Nivellirung ganz sicher ausgeführt werden kann, worauf auch K und K' wieder fest anzuziehen sind.

Die Benutzung des Inductors nach meiner Methode auch bei geneigter Lage der Drehungsaxe der Rolle setzt voraus, dass mit dieser Nivellirung derselben auch zugleich die Drehungsaxe des grossen Ringes genau horizontal geworden sei d. h. also die beiden Axen aufeinander senkrecht stehen und so die Drehungsaxe der Rolle beim Drehen des Ringes um seine Axe genau in einer vertikalen Ebene sich bewege. Um die Erfüllung dieser Bedingung durch die Anfertiger des Apparats zu prüfen, wurde die Rolle mit ihrem Ring um die Horizontalaxe um 180° umgedreht, nachdem man zu dem Ende die Klemme am Gradbogen gelöst und zur Ermöglichung des Durchschlagens die beiden über den Cylinder H' vorstehenden Drahtklemmen am oberen Axenende ausgeschraubt hatte, so dass dann dieser Cylinder in der Klemme am Gradbogen befestigt werden konnte. Da dieser Cylinder nicht einen genau gleichen äusseren Durchmesser wie H hat, so ist jeweilen eine kleine Justirung der Schrauben E und E' und damit der Lamelle F' nöthig, um nach der Klemmung mit W' die Drehungsaxe der Rolle wieder in der Richtung Nord-Süd nivellirt zu erhalten resp. in eine Vertikalebene durch die Drehungsaxe des Ringes gebracht zu sehen. Wäre die erstere nun wirklich senk-

recht auf der letzteren, so müsste damit die Drehungsaxe der Rolle auch im Sinne Ost-West vollständig nivellirt, also wieder, ohne Justirung der Fussschrauben des Gestells, vertikal stehen. Schliesst dagegen beispielsweise das Kreisende der Horizontalaxe des Ringes den Winkel $90^0 - v$ mit dem in der Normallage nach oben gerichteten Ende H' der vertikalen Drehungsaxe der Rolle ein, so wird nach der genauen Vertikalstellung dieser die Drehungsaxe des Ringes mit dem Horizont den Winkel v einschliessen und zwar so, dass das Kreisende derselben höher liegt und nach Umdrehung des Ringes um 180^0 wird dann die Drehungsaxe der Rolle in der Vertikalebene durch die Drehungsaxe des Ringes einen Winkel von $2\,v$ mit der Vertikalen bilden, welcher Winkel unmittelbar mit dem zweiten Niveau zu messen ist, wenn man dasselbe in der Ost-West-Lage der Rollenscheibe und darauf nach Umdrehen um 180^0 um ihre Axe abliest. Drei unabhängige Messungen dieser Art zu verschiedenen Zeiten, nämlich bei einer ersten Verification des Instrumentes noch in St. Petersburg, sodann unmittelbar nach der Aufstellung in Pawlowsk und endlich bei einer zweiten Justirung einen Monat später ergaben übereinstimmend, dass der Winkel v nicht gleich Null sei, sondern in dem oben angenommenen Sinne

$$v = 7''{,}0 \pm 1''{,}0$$

betrage. Dies ist aber eine so kleine Grösse, dass der dadurch bedingte Fehler im Endresultat ein ganz verschwindender und daher nicht weiter zu berücksichtigender sein wird.

Es handelt sich jetzt weiterhin darum, die Windungsebene der Rolle in der Lage, wie sie durch die Anschläge fixirt wird, parallel der horizontalen Drehungsaxe des Ringes und beide genau senkrecht zum magnetischen Meridian zu orientiren. Zu dem Ende wird in der Normallage der Rollenaxe, nachdem der Faden mit dem Torsionsgewicht daran während mehrerer Tage austordirt worden ist — der Coconfaden hat 60 g. Tragkraft und der Magnet mit Spiegel 25 g. Gewicht —, der Doppelmagnet mit Spiegel eingehängt und nach erfolgter Beruhigung des letzteren der Magnetspiegelstand mit dem zugehörigen Fernrohr an der Scale abgelesen. Hängt man nunmehr das Magnetsystem um, so dass der obere der beiden Magnete nach unten und der untere nach oben zu liegen kommt, so werden im Allgemeinen zwei Veränderungen im Spiegelbild der Scale erfolgen; erstlich wird ein anderer Scalentheil hinter dem Vertikalfaden des Fernrohrs erscheinen, wenn nicht zufällig die Spiegelnormale einer Vertikalebene durch die magnetische Axe des Magnetsystems parallel ist und sodann wird das Scalenbild im Gesichtsfeld des Fernrohrs steigen oder fallen, weil im Allgemeinen die Verbindungslinie der beiden Oesen noch nicht durch den Schwerpunkt des Magnetsystems geht und die Spiegelnormale nicht zugleich senkrecht zu dieser Linie ist. Durch Verschieben der Magnete in ihren Hülsen unter Lösen der betreffenden Klemmschrauben, sowie durch Justiren des Spiegels in seinem Rahmen, in welchem er durch eine gegen seine Rückseite drückende federnde Platte gegen vier übergreifende Schraubenköpfe vorn am Rahmen angepresst wird, vermittelst Anziehen der oberen oder Losschrauben der beiden unteren Schrauben wird zunächst erzielt, dass beim Umhängen des Magnets das Scalenbild weder

steigt noch fällt und sodann macht man die Spiegelnormale durch gleichzeitiges Drehen der beiden linken resp. rechten Schrauben an der Spiegelfassung auch noch in der Horizontalebene parallel der magnetischen Axe des Systems, was am Erscheinen desselben Scalentheils hinter dem Vertikalfaden des Fernrohrs beim Umhängen zu erkennen ist. Ist dieser Scalentheil der vertikal über der optischen Axe des Fernrohrs befindliche, — was durch ein seitliches Verschieben des Fernrohrs mit seiner Scale erzielt werden kann - , so liegt dann offenbar auch diese optische Axe im magnetischen Meridian durch das Centrum des Inductors.

Man hebt nun die Verbindung der Zuleitungsdrähte zum Multiplikator mit den Polklemmen des Inductordrahtes auf und verbindet die letzteren leitend mit den Polen eines Meidinger'schen Elements, wobei in die Leitung ein Flüssigkeits-Rheostat und ein Doppeltaster, ähnlich wie für den besonderen Draht beim Multiplikator (siehe S. 17) in der Nähe des Fernrohrs eingeschaltet sind. Lässt man jetzt durch Niederdrücken des einen Tasters einen Strom in der Rolle circuliren, so wird der Magnet in ihrem Centrum nur ruhig bleiben, wenn die Ebene ihrer Windungen senkrecht auf dem magnetischen Meridian steht. Erfolgt eine Bewegung, so kann man aus dem Sinne derselben erkennen, nach welcher Seite man das ganze Gestell vermittelst der auf den einen Fuss seitlich einwirkenden Schrauben zu drehen hat, bis diese Bedingung erfüllt ist. Dies lässt sich sehr scharf daran erkennen, dass das Hindurchsenden eines Stromes durch die Rolle in der einen und anderen Richtung keinerlei Ablenkung am Magnet in ihrem Centrum bewirkt.

Ist dieses erzielt, so besteht die nächste Operation darin, die beiden planparallelen Verschlussplatten des Magnetgehäuses im Rollen-Rahmen mit ihren Schrauben so zu justiren, dass sie denselben Scalentheil in das Fernrohr reflectiren wie der Magnetspiegel und dabei das Scalenbild des einen über, das des anderen unmittelbar unter dem Scalenbild vom Magnetspiegel erscheinen, so dass sie alle drei zugleich im Fernrohr gesehen werden können[1]). Selbstverständlich ist dabei das Bild von der hinteren Verschlussplatte etwas weniger deutlich, da der Doppelmagnet einen Theil der Strahlen von ihm abhält; bei der Grösse dieser Platten im Verhältniss zum Magnetspiegel ist indessen dieses Hinderniss nicht sehr störend. Nach dieser Justirung sind offenbar die Normalen der beiden Glasplatten in eine Vertikalebene gebracht, welche auf der Windungsebene der Rolle senkrecht steht.

Hätte nun zur Zeit die seitliche Anschlagsnase an der Rolle eine solche Stellung zu deren Windungen, dass in ihrer Ruhelage zwischen den beiden Anschlaghebeln die Windungsebene auch der horizontalen Drehungsaxe des Ringes parallel wäre, so würde nach der ersten dieser Justirungen auch diese Axe, wie verlangt, senkrecht auf dem magnetischen

1) Da die eine dieser Platten um die halbe Rollenbreite vor und die andere um ebensoviel hinter dem Magnetspiegel sich befindet, so werden die Scalenbilder von ihnen in dem für das Bild vom Magnetspiegel eingestellten Fernrohr nicht scharf erscheinen. Bei der angenommen Entfernung der Scale und der mässigen Vergrösserung des Fernrohrs ist indessen die Deutlichkeit derselben ganz genügend, um die Coincidenz desselben Scalentheils mit dem Vertikalfaden des Fernrohrs in allen 3 Bildern bestimmt erkennen zu können.

Meridian stehen. Um zu erkennen, ob ersteres der Fall ist, haben wir nur nach Entfernung des Magnets wieder den Ring mit Rolle um die horizontale Drehungsaxe um 180° umzudrehen. Wird dann von den planparallelen Verschlussplatten derselbe Scalentheil wie vorher in's Fernrohr reflectirt, so ist obige Bedingung erfüllt. Fällt dagegen die Normale der Windungsebene nicht in eine, zur Horizontalaxe senkrechte Vertikalebene, sondern bildet mit dieser etwa einen Winkel w, so wird, da wir die erstere in den magnetischen Meridian gebracht haben, die letztere einen Winkel w damit bilden und folglich, nach Umdrehung der Rolle um die Horizontalaxe um 180°, alsdann die Normale ihrer Windungsebene mit dem magnetischen Meridian — wenn sich derselbe inzwischen nicht erheblich geändert hat — einen Winkel von $2w$ einschliessen und um denselben Winkel erscheinen dann auch die Scalenbilder von den Verschluss-Glasplatten seitlich verschoben, da ja diese nach der obigen Justirung als Repräsentanten der Windungsebene gelten können. Zur Rectification des Instrumentes hat man also bloss bis zur Annulation der an der Scale abgelesenen Winkeländerung je um die Hälfte derselben zunächst das Gestell zu drehen, wodurch nunmehr die horizontale Drehungsaxe senkrecht zum Meridian orientirt wird und sodann die Nase am Rahmen vermittelst ihrer Justirungsschrauben (E und E', Fig. 2, Tafel II) zu verstellen, wodurch die Windungsebene parallel zur horizontalen Drehungsaxe und also auch in dieser Lage wieder senkrecht zum magnetischen Meridian gemacht wird. Will man sich von der richtigen Ausführung dieser Correctionen noch auf andere Weise überzeugen, so kann man in dieser Lage der Rolle an den zweiten, ebenfalls vorher detordirten Faden wieder den bereits berichtigten Doppelmagnet einhängen, worauf dann, mit Berücksichtigung der inzwischen allenfalls eingetretenen Declinationsänderung, derselbe wieder durch einen in der Rolle kreisenden Strom keine Ablenkung erfahren soll. Dasselbe kann zum Ueberfluss auch nach Zurückdrehen des Ringes in seine normale Lage nochmals wie zu Anfang ausgeführt werden, wobei eventuell noch einige kleine Verbesserungen der gemachten Justirungen anzubringen sind. Bedenken wir, dass beim Nadelinclinatorium eine Abweichung der Schwingungsebene der Magnet-Nadel um $^1/_2{}^\circ$ vom magnetischen Meridian und entsprechend also auch beim Inductions-Inclinatorium eine Abweichung der Normalen der Windungsebene der Rolle um denselben Betrag vom Meridian das Resultat für die absolute Inclination bei uns noch nicht um volle $2''{,}5$ unrichtig macht, so liegt es auf der Hand, dass bei der vorliegenden Justirung die gewöhnlichen Declinationsvariationen ganz unschädlich sind.

Schliesslich bleibt nur noch übrig die zweite Nase auf der anderen Seite des Rahmens so zu justiren, dass durch ihre Stellung eine genaue Umdrehung der Rolle um ihre Axe von je 180° garantirt wird. Dies erkennt man, wie leicht ersichtlich, daran, dass die planparallelen Verschlussplatten je nach dem Einschnappen der einen oder anderen Nase genau denselben Scalentheil hinter dem Vertikalfaden im Fernrohr erscheinen lassen.

Was nun die Justirung des Multiplikators betrifft, so haben wir nach den früheren Bemerkungen und Deductionen über die Herstellung passender Empfindlichkeit

desselben jetzt nur noch kurz die Verifikation seiner relativen Lage zum Magnet zu betrachten.

Nachdem der Multiplikator vermittelst eines Niveaus, das auf ein, durch seinen Hohlraum durchgestecktes Lineal gelegt wurde, in Betreff seiner inneren Windungsfläche allseitig horizontal gemacht war, wurde durch Schiebung des Grundbrettes einerseits und der Suspension andererseits eine möglichst genaue Centrirung des zwischen den Windungen befindlichen Magnetes zu diesen erzielt. Um sodann die Magnete in ihrer Ruhelage genau parallel den Windungen des Multiplikators zu erhalten, war zuerst jene Ruhelage aufzusuchen. Ich verstehe darunter die Lage, welche die Magnete ohne Einwirkung der Torsion bloss unter dem Einflusse des Erdmagnetismus annehmen würden; es ist dies sehr nahe der magnetische Meridian, da der innere, mit Nordpol nach Nord gewendete, Magnet ein wenig stärker ist als der andere. Diese Lage wurde dadurch gefunden, dass man abwechselnd den Torsionsstab und die Magnete einlegte und am Torsionskreis jeweilen nachdrehte, bis endlich beide dieselbe Ablesung an der Scale ergaben, worauf dann durch Justirung des Spiegels als solcher Scalentheil 520,0 erzielt wurde. Vermittelst der S. 17 erwähnten Vorrichtung schickte ich sodann abwechselnd in der einen und anderen Richtung den durch Abzweigung passend geschwächten Strom einen constanten Elementes durch den Multiplikator, verglich die Mittel der beiderseitigen constanten Ablenkungen aus der Gleichgewichtslage 520,0, die zunächst ungleich ausfielen, und drehte dann den Multiplikator nach und nach um seine vertikale Axe, bis endlich diese Ablenkungen beiderseits gleich gross wurden.

Da es hiebei wegen der nicht vollständigen Constanz der electromotorischen Kraft des Elementes wünschenswerth ist, rasch zu operiren, so ist sowohl für die erste Schliessung als für die späteren Umkehrungen des Stromes die Benutzung des von Gauss angegebenen Verfahrens[1]) zu empfehlen, welches gestattet, den Magnet in der neuen Lage gleich wieder ruhig zu erhalten. Das briggische logarithmische Decrement für den hiebei benutzten Stromkreis erhielt ich in unserem Fall: $\lambda = 0{,}486$ und für die Schwingungsdauer fand ich: $T = 20^s$. Gemäss den Gauss'schen Formeln war daher nach Schliessung resp. Umkehr des Stromes zur Zeit 0, derselbe um $0{,}53 \,.\, 20^s = 10^s{,}6$ wieder zu öffnen resp. in die ursprüngliche Richtung zu bringen und um $0{,}15 \,.\, 20^s = 3^s{,}0$ darauf oder nach $13^s{,}6$ von Anfang an gerechnet definitiv zu schliessen resp. umzukehren.

Es fragt sich schliesslich noch, wie lange der Apparat, nachdem die erwähnten Justirungen ausgeführt sind, sich unverändert erhält oder also wie oft man ungefähr dieselben zu wiederholen hat. Hierüber hat die bisherige, sechsmonatliche Erfahrung Folgendes ergeben.

Nachdem am 28. Mai 1890 das untere Fundament für den Inductor vollendet und am

1) Gauss, Ueber ein Mittel die Beobachtung von Ablenkungen zu erleichtern. Resultate des magnet. Vereins für 1839, S. 52.

5. Juni die Marmorsäulen auf ihre Pfeiler aufgestellt, sowie der umgebende Mosaikboden des Saales, wie oben mitgetheilt, in Ordnung gebracht war, wurde der Inductor am 6. Juni auf die Säulen gestellt, in den folgenden Tagen ganz zusammengesetzt und im Allgemeinen berichtigt. Am 11. Juni führte ich eine genaue Justirung aller Theile in der oben mitgetheilten Weise aus, welche dann am 13. Juni im Beisein der Herren Leyst und Dubinsky wiederholt wurde. Nachdem darauf am 14. Juni der mit dem zugehörigen Fernrohr und Scale noch etwas anders, als oben beschrieben, aufgestellte Multiplikator (auch der Doppelmagnet hing damals noch an einem Neusilberdraht von $0^{mm},53$ Durchmesser und 1420 mm. Länge und die Schwingungsdauer betrug 19[s]) justirt und einige Probe-Versuche gemacht waren, führte ich am 17. Juni mit Beihülfe des Herrn Leyst eine erste vollständige Doppel-Messung der Inclination mit dem Apparat aus. Die constante doppelte Amplitude betrug hiebei nur 446 Scalentheile. Es schien darnach räthlich, zur Vergrösserung der Dämpfung die Magnete etwas zu verstärken, was am 20. Juni ausgeführt wurde, worauf dann am 23. Juni eine neue und vollständige Justirung des Multiplikators erfolgte. Bis dahin hatten auch beim Inductor in Folge der Austrocknung und des sich Senkens des Fundamentes erhebliche Veränderungen der Lage stattgefunden, welche, durch die festen Niveaus am Gestell angezeigt, häufige Nivellirungen erforderten. Mit Beginn der definitiven Messungen am 24. Juni, die wir auch in der Folge mittheilen werden, traten bereits stabilere Verhältnisse ein, so dass vor jeder Messung Correctionen der Nivellirung bloss um einige Niveau-Theile also von ungefähr 6—8″ nothwendig waren. Trotz des namentlich zu Anfang, wo die Uebung im Umlegen des Inductors noch geringer war, bisweilen etwas zu starken Anschlags der Nasen an ihre Arretirungshebel hielt sich die Stellung der ersteren und der planparallelen Glasplatten scheinbar recht gut und im Azimut schien das Gestell durch seine grosse Schwere gegen erhebliche Verschiebungen gesichert zu sein. Im Laufe des August wiesen indessen Veränderungen in den Resultaten, welche wir in der Folge des Näheren werden kennen lernen, auf grössere eingetretene Abweichungen beim Inductor hin, weshalb ich am 3. September eine neue allseitige Verification und Berichtigung desselben in der oben angegebenen Weise vornahm, welche denn auch eine Abweichung der Windungsebene der Rolle vom Parallelismus mit der Horizontalaxe von 11′,2 in Folge Verstellung der Nasen — es war inzwischen immer nur die eine Nase nach der anderen so corrigirt worden, dass der Drehungswinkel beim Umlegen 180° betrug — und eine Verrückung des ganzen Gestells resp. der Horizontalaxe im Azimut um 1°,2 aus dem magnetischen Meridian ergab[1]). Nach erfolgter Berichtigung wurden jetzt die Messingfussplatten auf den Marmorsäulen zur Verhütung solcher Verschiebungen festgekittet. Zugleich gab ich auch dem Fernrohr nebst Scale zur Ablesung des Standes der planparallelen Platten am Rollen-Rahmen eine sicherere

1) Ich lasse es dahingestellt, ob nicht auch ein Theil dieser Verrückung im Azimut auf eine entsprechende Aenderung in der Stellung der Marmorsäulen in Folge des sich Senkens des Fundamentes zurückzuführen ist. Wie dem auch sei, in Folge des vorstehenden Azimutes muss also zuletzt das Instrument die Inclination um 14″ zu gross angegeben haben.

Aufstellung, so dass schon diese Beobachtung in Zukunft über Veränderungen in der Orientirung des Instrumentes Andeutungen geben wird. Eine neue Verification am 10. December 1890 durch Herrn Leyst ergab nur sehr geringe weitere Aenderungen, indem die Rollenebene nur ganz innerhalb der Declinationsvariationen, nämlich um 1′ vom augenblicklichen magnetischen Meridian abwich und die Arretirungs-Nasen sogar ganz ihre Stellung bis auf diese gleiche Grenze beibehalten hatten.

Die Erfahrung hat ferner gezeigt, dass die Klemme für Feststellung der Rollen-Axe am Gradbogen sehr fest angezogen werden muss, damit nicht während der wiederholten Stösse beim Umlegen eine Veränderung in deren Stellung eintrete. Beobachtet man diese Vorsicht, so sind zu Anfang und Ende einer Beobachtungsreihe die Ablesungen am Vertikalkreise höchstens um 5″ verschieden.

Im Laufe der 6 Monate seit der Aufstellung des Inductors hat nur einmal ganz zu Anfang, nämlich nach etwa 2 Wochen, die Rollen-Axe durch ein geringes Nachlassen des Druckes von unten auf dieselbe und ein entsprechendes Anziehen der oben auf sie drückenden Gegenschraube wieder etwas fester in ihre Lager eingesetzt werden müssen, um die Nivellirungen sicherer zu machen. Seither hat keinerlei Veränderung der leichten Drehbarkeit der Rolle, und zwar ohne dass frisches Oel gegeben wurde, bemerkt werden können. Die viel stärker belastete Horizontalaxe wird alle 2 Monate einmal frisch geölt.

Was den Multiplikator betrifft, so wurden bei ihm wiederholt die eingetretenen Torsionen des Aufhängedrahts, die übrigens allmählich immer kleiner ausfielen, aufgehoben und ebenso wiederholt die Parallelstellung von Magnet- und Multiplikator-Windungen geprüft resp. berichtigt. Am 5. Juli liess ich bei der erwähnten ersten Aufstellungsart des Multiplikators den Neusilber-Suspensionsdraht zu eventuellem besseren Schutz gegen Luftströmungen mit einer oben an den Torsionskopf und unten an den Umhüllungscylinder des Spiegels anschliessenden Glasröhre umgeben. Eine Verbesserung der Beobachtungsresultate wurde indessen damit nicht erzielt. Als ich daher am 1. August den Multiplikator an seinen oben (S. 16) beschriebenen definitiven Standort versetzte, wurde der Suspensionsdraht dort nicht in eine Röhre eingeschlossen, sondern frei gelassen. Am 4. August war diese Neu-Aufstellung und neue Justirung des Multiplikators in allen Theilen vollendet.

Zur Beurtheilung der Constanz der Angaben des Inductions-Inclinatoriums und zum Vergleich derselben mit den Inclinations-Werthen der beiden Nadel-Inclinatorien durch das Mittel der Variations-Apparate für Horizontal- und Vertikal-Intensität ist es wichtig, auch der eventuellen plötzlichen Veränderungen der letzteren durch äussere Eingriffe während dieser Periode der Beobachtungen besonders Erwähnung zu thun. Ich theile sowohl die bei den Variationsapparaten für directe Beobachtung, welche besonders hier benutzt wurden, als auch diejenigen beim Magnetographen mit.

Solche Veränderungen können zunächst durch die, in den letzten Jahren und so auch im Jahre 1890, vier Male im Jahr ausgeführten Empfindlichkeitsbestimmungen bei denselben durch Ablenkungsbeobachtungen bedingt werden, da schon ein schwaches Anstossen an die

Ablenkungsschiene kleine Verstellungen zur Folge haben kann. Solche Bestimmungen am Bifilarmagnetometer und an der Lloyd'schen Wage fanden zuletzt statt am 29. April, in der Nacht vom 31. Juli zum 1. August und vom 25. zum 26. sowie vom 27. zum 28. October 1890; von welchen nur die letztere eine Verstellung zur Folge hatte. Beim Magnetograph erfolgten solche Empfindlichkeitsbestimmungen am 26. April, 1. und 6. Juli und 25. October 1890 ohne bemerkbare Störung.

Von anderen Aenderungen ist nur zu erwähnen eine unabsichtliche Verstellung am Torsionskreise des Bifilarmagnetometers um 2′, wahrscheinlich durch Anstossen an den Arretirungshebel am 26. Mai, welche die Normalstandsbestimmung dieses Instrumentes aus der absoluten Messung am 27. Mai unmöglich machte. Nach Richtigstellung am 31. Mai ergaben die folgenden Messungen keine bleibende Veränderung.

Noch ist zu bemerken, dass am 6. September die Einrichtung zur Ersetzung der bisherigen Beleuchtung mit Petroleum-Lampen durch electrisches Glühlicht sowohl der Scalen für directe Beobachtung der magnetischen Variationen als des Magnetopraphs und der Collimatoren der photographisch selbstregistrirenden Apparate für Erdströme im unterirdischen Pavillon vollendet war und von da an functionirte. Da indessen bei der Anlage alle nöthigen Vorsichtsmaassregeln getroffen worden waren, so hat diese Aenderung auf die Function dieser Variationsapparate keinen bleibenden Einfluss gehabt.

Die Beobachtungen.

Die Beobachtungen, an denen stets zwei Beobachter zugleich sich betheiligten, wurden ohne Unterschied in folgender Anordnung und Reihenfolge ausgeführt.

Ablesung der Temperatur im Multiplikator und beim Inductor.

Nivellirung der Drehungsaxe der Inductor-Rolle in vertikaler Lage. (Die anzubringenden Correctionen an den Fussschrauben und an der Gradbogen-Klemme sind gewöhnlich sehr klein).

Einstellung und Ablesung der beiden Mikroskope am Vertikalkreise.

Mikrometrische Einstellung des Vertikalfadens im Fernrohr auf den gespiegelten Scalentheil 520 bei vollkommener Ruhe des Magnets. (Dies setzt voraus, dass man sich mindestens einige Stunden vor Beginn der Beobachtung versichert habe, dass die optische Axe des Fernrohrs noch auf die Drehungsaxe (Faden) des Magnetsystems gerichtet sei (durch Ausziehen des Oculars), dabei der Scalentheil 520 in dieselbe reflectirt werde und die dadurch bedingte Stellung der Magnete dem Parallelismus zu den Windungen entspreche. Man hatte also bei eingetretener Torsion des Aufhängedrahts um eine entsprechende Grösse am Torsionskreis zu drehen. Bis zum Moment der Beobachtung kann dann nur eine ganz geringe, durch Drehen des Fernrohrs zu beseitigende Veränderung erfolgt sein).

Der eine Beobachter stellt sich am Klappenende der Horizontalaxe des Inductors auf, um auf Commando des Beobachters am Fernrohr die Rolle nach Niederdrücken der einen Klappe durch einen Stoss auf die Rolle um 180° umzudrehen.

Der Beobachter am Fernrohr giebt ein electrisches Signal (ein Schlag) zum unterirdischen Pavillon behufs Beginns der minutlichen Ablesungen des Bifilars und der Lloyd'schen Wage durch den Beobachter daselbst, und notirt die Uhrzeit nach einem bei ihm befindlichen Chronometer.

Commando zum ersten Umlegen der Inductor-Rolle.

Ablesung und Notirung der äussersten Elongation an der Scale.

Commando zum Umlegen der Inductor-Rolle im entgegengesetzten Sinne resp. Zurückdrehung derselben im Moment des Durchgangs des zurückkehrenden Magnets durch die Gleichgewichtslage, Scalentheil 520. (Damit der Inductionsstoss wirklich auf diesen Moment falle, erscheint es wünschenswerth, dass die Rollen-Scheibe zu dieser Zeit bereits durch den Meridian gehe, also ihre Bewegung etwas früher beginne und etwas später aufhöre. Da nun der Beobachter am Fernrohr sowohl das Lösen als Einschnappen der Klappen hört, so kann er durch Ablesen der Scale in diesen Momenten leicht feststellen, um wie viel Scalentheile vor oder nach 520 er das Commando geben muss, damit die Mitte der Bewegung der Rolle mit dem Durchgang des Magnets durch seine Gleichgewichtslage coïncidire, und darnach dann zwei bewegliche Indices an der Scale ein für alle Mal einstellen, welche ihm ohne weitere Ueberlegung beim Durchgang durch den Vertikalfaden im Fernrohr den Moment des zu ertheilenden Commandos anzeigen).

Ablesung und Notirung der äussersten Elongation am anderen Ende der Scale.

Commando zum Umlegen der Inductor-Rolle im gleichen Sinne wie zuerst.

Dies wird in gleicher Weise so lange fortgesetzt, bis man beiderseits je mindestens 3 Elongationen beobachtet und notirt hat, die bis auf 0,1 Scalentheil je genau gleich sind. (Diese Constanz der Elongationen tritt gewöhnlich nach 14 einzelnen Stössen ein.)

Notirung der Uhrzeit und Signal zum unterirdischen Pavillon (2 Schläge) zum Aufhören der correspondirenden Beobachtungen.

Ablesung mit den Mikroskopen am Vertikalkreis. (Sollte die neue Ablesung um mehr als 10″ von der ersten verschieden sein, so muss die Beobachtung verworfen und nach festerem Anziehen der Klemme eine neue Serie bei gleicher Lage der Drehungsaxe ausgeführt werden.)

Lösen der Klemme am Gradbogen und Herausführen des Zapfens (H) aus ihr, durch Drehen des Ringes um die horizontale Axe, bis zum Anschlag (F') in der zweiten Klemme, wo er nun wieder geklemmt wird. (Dieser Klemme hat man durch Vorversuche bereits eine solche Lage gegeben, dass die Drehungsaxe nach der Klemmung des Zapfens in ihr sehr nahe um $180° - 2i$ zur Vertikalen geneigt ist, wenn i die mittlere Inclination in Pawlowsk darstellt).

Ablesung des Vertikalkreises mit den Mikroskopen.

Signal zum unterirdischen Pavillon (ein Schlag) zum Beginn der minutlichen Variationsbeobachtungen und Notirung der Uhrzeit.

Commando zum ersten Umlegen der Inductor-Rolle u. s. w. dieselbe Reihenfolge der Ablesungen an der Scale und der Inductionsstösse wie oben bis zum Aufhören der letzteren nach Erzielung der genügenden Zahl constanter Elongationen.

Notirung der Uhrzeit und Signal zum unterirdischen Pavillon (2 Schläge) behufs Aufhören der dortigen Beobachtungen.

Ablesung mit den Mikroskopen am Vertikalkreis (unter Beachtung derselben Vorsicht wie oben).

Notirung der Temperatur im Multiplikator und beim Inductor.

Bei derselben Stellung der Drehungsaxe der Rolle wird hierauf genau in derselben Reihenfolge eine zweite Beobachtungsserie ausgeführt, sodann die Drehungsaxe wieder in die frühere vertikale Lage gebracht, neu einnivellirt (wobei durchweg nur an den Justirungsschrauben E der Klemme eine kleine Correction wegen ungleichen Anziehens der Klemmschraube W nothwendig ist) und endlich eine zweite Beobachtungsserie auch in dieser Lage der Rollen-Axe angestellt.

Den Schluss des Ganzen bildet wieder die Ablesung der Temperatur im Multiplikator und beim Inductor.

Als Beispiel gebe ich nachstehend die Daten der am 6. September 1890 von Herrn Leyst und mir gemeinsam ausgeführten Messung. Bei ihr wurde in der geneigten Lage nicht, wie gewöhnlich, mit der Drehung der Rolle in gleichem Sinne, wie bei der vertikalen Lage begonnen, sondern zwischen hinein die Rolle umgelegt und somit der erste Inductions-Stoss bei der geneigten Lage in gleichem Sinne wie bei der vertikalen Lage gegeben, also auch die Ausschläge des Magnets in gleichem Sinne erhalten. Man wollte damit prüfen, ob dies auf das Resultat Einfluss habe. Der Effect war jedenfalls, wie zu erwarten, ein unmerklicher.

6. September 1890.

1. Wild beobachtet am Fernrohr, Leyst dreht den Inductor.

Multiplikator: 17°,98.		Inductor: 17°,70.	
Axe vertikal.		Axe geneigt.	
Mikroskop I	298° 5′ 20″		336° 37′ 15″
» II	118 3 55		156 37 0
$9^h\ 59^m\ 30^s$ a.		$10^h\ 12^m\ 0^s$	
520,0		520,0	
636,5	336,0	704,3	296,3
743,1	274,2	766,3	260,4

779,2	253,1	787,4	248,2
791,3	246,2	794,5	244,1
795,4	244,0	797,0	242,9
796,7	243,2	797,8	242,3
797,2	242,9	798,0	242,2
797,4	242,8	798,0	242,1
7,4	2,8	798,1	242,0
7,4	2,8	8,1	2,1
7,4	2,8	8,1	2,1
		8,1	2,1

$10^h\ 6^m\ 30^s$ a. $10^h\ 21^m\ 0^s$

Mikroskop I	298° 5′ 15″	336° 37′ 15″
» II	118 3 50	156 37 5

Multiplikator: 18°,00 Inductor: 17°,84.

2. Leyst beobachtet am Fernrohr, Wild dreht den Inductor.

	Axe geneigt.	Axe vertikal.
Mikroskop I	336° 37′ 20″	298° 5′ 15″
Mikroskop II	156 37 5	118 3 55

$10^h\ 25^m\ 0^s$ $10^h\ 41^m\ 0^s$

520,0 520,0

637,0	336,0	636,5	336,5
743,7	273,8	743,0	274,2
779,8	252,8	779,0	253,6
792,0	245,8	791,0	246,5
795,9	243,4	795,1	244,0
797,2	242,7	796,7	243,2
797,8	242,2	797,0	243,0
798,0	242,2	797,2	242,9
797,8	242,3	797,2	242,9
798,0	242,2	797,2	242,9
8,0	2,1	7,25	2,9
8,0	2,1	7,25	2,9

$10^h\ 33^m\ 0^s$ $10^h\ 48^m\ 0^s$

Mikroskop I	336° 37′ 20″	298° 5′ 15″
» II	156 37 5	118 3 55

Multiplikator: 18°,03 Inductor: 18°,00.

Von den gleichzeitig im unterirdischen Pavillon alle Minuten abgelesenen Magnetometerständen sind für die Berechnung selbstverständlich bloss die mit den constant gewordenen Amplituden correspondirenden zu benutzen, weshalb ich hier auch nur diese mittheile.

	Bifilar. m		Bifilar. m	Lloyd's Wage w
$10^h\ 3^m$ a.	291,5	$10^h\ 17^m$ a.	291,1	320,0
4	6	18	0	0
5	5	19	2	0
6	4	20	1	0
7	2	21	1	0
Mittel:	291,44	Mittel:	291,10	320,00
Reduction auf 21°	+0,17	Red. auf 21°	+0,17	+0,11
	291,61		291,27	320,11

		Lloyd's Wage. w		
$10^h\ 30^m$ a.	291,2	319,8	$10^h\ 45^m$ a.	292,0
31	2	8	46	1,9
32	1	8	47	1,6
33	1	8	48	1,6
Mittel:	291,15	319,80	Mittel:	291,78
Red. auf 21°	+0,15	+0,11	Red. auf 21°	+0,14
	291,30	319,91		291,92

Wenn wir in der ersten Serie als constante Amplitude je das Mittel der 4 letzten Elongationen und im zweiten das Mittel der 3 letzten, ferner die Mittel der Ablesungen am Vertikalkreis vor und nach den Elongationsbeobachtungen nehmen, so erhalten wir also aus der ersten Serie für die Grössen in der Formel

$$S_2'' = 797{,}40 - 520 = 257{,}40 \qquad S_1'' = 798{,}10 - 520 = 278{,}10$$
$$S_2' = 242{,}80 - 520 = 257{,}20 \qquad S_1' = 242{,}08 - 520 = 277{,}92$$
$$S_2 = 554{,}60 \qquad S_1 = 556{,}02$$

ferner:

$$\left.\begin{aligned} O_I &= 38^\circ\ 31'\ 57''{,}5 \\ O_{II} &= 37\ \ 33\ \ 10{,}0 \end{aligned}\right\} O = 38^\circ\ 32'\ 33''{,}8, \qquad z = 70^\circ\ 43'\ 43''$$

endlich:

$$\begin{array}{lll} m_2 = 291{,}61 & t_2 = 17^\circ\!,84 & w_1 = 320{,}11 \\ m_1 = 291{,}27 & t_1 = 17{,}92 & \\ \hline m_2 - m_1 = \quad 0{,}34 & t_2 - t_1 = -\ 0^\circ\!,08 & \end{array}$$

Aus der zweiten Serie finden wir entsprechend:

$$\begin{array}{ll} S_1'' = 798{,}00 - 520 = 278{,}00 & S_2'' = 797{,}23 - 520 = 277{,}23 \\ S_1' = 242{,}13 - 520 = 277{,}87 & S_2' = 242{,}90 - 520 = 277{,}10 \\ \hline S_1 = 555{,}87 & S_2 = 554{,}33 \end{array}$$

ferner:

$$\left.\begin{array}{l} O_I = 38^\circ\ 32'\ 5'' \\ O_{II} = 38\ \ 33\ \ 10 \end{array}\right\} O = 38^\circ\ 32'\ 37''\!,5, \qquad z = 70^\circ\ 43'\ 41''$$

endlich:

$$\begin{array}{lll} m_1 = 291{,}30 & t_1 = 17^\circ\!,92 & w_1 = 319{,}91 \\ m_2 = 291{,}92 & t_2 = 18{,}01 & \\ \hline m_2 - m_1 = \quad 0{,}62 & t_2 - t_1 = \quad 0{,}09 & \end{array}$$

Wir ersehen hieraus, dass in der That t_2—t_1 bei den beiden Beobachtungen sehr nahe gleiche Grösse aber entgegengesetztes Vorzeichen hat, somit im Mittel beider Beobachtungsergebnisse der Temperatur-Einfluss herausgehen wird.

Führen wir nun die obigen Zahlenwerthe in die Formel 28. ein und berücksichtigen dabei, dass nach 29.: $2z = 180 - O$ ist, also in sin $2z$ für $2z$ unmittelbar die Werthe von O einzuführen sind, so erhält man:
aus der 1. Serie:

$$i_1' = 70^\circ\ 45'\ 17'' \qquad \left\{\begin{array}{l} m_1 = 291{,}27 \\ w_1 = 320{,}11 \end{array}\right.$$

und aus der 2. Serie:

$$i_1'' = 70^\circ\ 45'\ 24'' \qquad \left\{\begin{array}{l} m_1 = 291{,}30 \\ w_1 = 319{,}91 \end{array}\right.$$

wo wir die für dieselbe Zeit jeweilen erhaltenen mittleren Ablesungen am Bifilar-Magnetometer und der Lloyd'schen Wage beigefügt haben.

Diese Daten können in zweierlei Weise verwendet werden. Einmal kann man vermittelst derselben und den nach den normalen absoluten Messungen im betreffenden Monat in üblicher Weise bestimmten Normalständen dieser Variations-Instrumente nach den für sie gültigen Formeln die Werthe der Horizontal-Intensität H_1 und Vertikal-Intensität V_1 für diese Zeit berechnen und daraus nach der Formel:

$$\text{tang } i_1 = \frac{V_1}{H_1}$$

die Inclination ableiten, um sie dann mit dem durch das Inductions-Inclinatorium gefundenen Werth zu vergleichen.

Beim Bifilar Wild-Edelmann ist, wie wir weiter unten noch des Näheren sehen werden, die Formel für den September zur Berechnung von H_1 aus dem abgelesenen, auf 21° C. reducirten Scalentheil m_1

$$H_1 = 1{,}64095 + 0{,}0002540\ (m_1 - 294{,}60),$$

und bei der Lloyd'schen Wage Wild-Edelmann wurde im September entsprechend zur Berechnung von V_1 aus dem abgelesen, auf 21° reducirten Scalentheil w_1 benutzt:

$$V_1 = 4{,}6923 + 0{,}0002541\ (w_1 - 300),$$

wobei, wie wir weiter unten des Näheren erörtern werden, den Werthen für die Horizontal-Intensität die absoluten Intensitäts-Messungen im September und denen für die Vertikal-Intensität ausserdem noch das Mittel der absoluten Inclinations-Messungen im August, September und October mit dem Nadel-Inclinatorium von Dover im Mittel aller 4 Nadeln desselben zu Grunde liegen.

Zum Vergleich mit dem Inductions-Inclinatorium erhalten wir also nach diesen Variationsapparaten:

$$H_1' = 1{,}64010 \qquad H_1'' = 1{,}64011$$
$$V_1' = 4{,}69741 \qquad V_1'' = 4{,}69736$$

und folglich:

$$i_1' = 70^\circ\ 45'\ 12'', \qquad i_1'' = 70^\circ\ 45'\ 11'',$$

welche um 5″ resp. 13″ kleiner sind als die obigen Grössen. Im Mittel beider Serien kommt

1890.	Induct.-Incl.	Inclinat. Dover.	Differenz.
6. September $10^h\ 3^m - 10^h\ 48^m$ a.	$70^\circ\ 45'\ 20''$	$70^\circ\ 45'\ 11''$	$+ 9''$

Die zweite Verwendungsart der mit dem Inductions-Inclinatorium erhaltenen Daten besteht darin, vermittelst des für die absolute Inclination gewonnenen Werthes und der gleichzeitigen, aus den Angaben des Bifilars berechneten Horizontalintensität nach der Formel:

$$V_1 = H_1 \text{ tang } i_1$$

die Vertikalintensität abzuleiten und diese, sowie den an der Lloyd'schen Wage abgelesenen Scalentheil w_1 durch Einsetzung in die Formel:

$$V_1 = V_0 + 0{,}0002541\ (w_1 - 300)$$

zur Berechnung des sogenannten Normalstandes V_0 der Lloyd'schen Wage zu benutzen.

Thut man dies im vorliegenden Beispiel, indem man dabei das Mittel von i'_1 und i''_1 und ebenso der entsprechenden H und w nimmt, nämlich:

$$i_1 = 70^\circ\ 45'\ 20'', \qquad H_1 = 1{,}64010, \qquad w_1 = 320{,}01,$$

so kommt:

1890.	V_1	V_0
6. September	4,69799	4,69291.

Diesen Werth von V_0 kann man dann, da er nur ganz allmählichen und kleinen Veränderungen unterliegt, sehr gut mit den ungefähr um dieselbe Zeit durch andere Inclinatorien und sogar mit den dabei durch jede einzelne Nadel in analoger Weise gewonnenen Werthen von V_0 vergleichen.

In der nachstehenden Tabelle gebe ich eine Zusammenstellung aller Beobachtungen mit dem Inductions-Inclinatorium und zwar zunächst die zur Berechnung von i_1 nach der Formel 28. nöthigen Daten, wie sie sich aus den unmittelbaren Beobachtungen in der eben erörterten Weise herleiten.

Dabei ist als Zeit diejenige angegeben, welche sich auf die Beobachtung der constanten Amplitude in der geneigten Lage bezieht und für die also auch der Werth i_1 gilt. Bei der betreffenden Beobachtungsserie ist jeweilen derjenige der beiden Beobachter genannt, der die Ablesungen an der Scale ausführte. Entschiedene persönliche Differenzen haben sich in den Resultaten nicht ergeben. Mit mir hat nur Herr Leyst gemeinsam beobachtet und später die Herren Leyst und Dubinsky zusammen.

Tabelle I.

Datum 1890.	Zeit.	Beobachter.	z	S_1	S_2	m_1	m_2	w_1	i_1
24. Juni	$10^h 41^m$ a.	Wild.	70°44′47″	446,65	446,46	290,62	292,55	316,96	70°45′10″
» »	56	Leyst.	44 48	446,32	445,74	290,84	290,76	316,09	45 34
26. Juni	3 24 p.	Wild.	70 44 43	445,90	446,90	306,25	305,26	318,22	70 43 17
» »	36	Wild.	44 44	445,90	447,25	306,99	305,91	318,75	42 50
27. Juni	9 59 a.	Leyst.	70 44 40	446,15	446,35	296,33	295,87	315,66	70 44 21
» »	10 13	Leyst.	44 44	446,17	446,58	296,73	297,55	315,51	44 16
» »	3 48 p.	Wild.	70 44 40	445,95	446,75	301,99	301,77	318,31	70 43 34
» »	3 59	Wild.	44 39	446,30	446,80	299,69	299,76	318,58	43 59

Datum 1890.	Zeit.	Beobachter.	z	S_1	S_2	m_1	m_2	w_1	i_1
28. Juni	2^h54^m p.	Wild.	70°44′41″	445,65	446,40	305,82	300,44	316,56	70°43′10″
» »	3 6	Leyst.	44 41	445,75	447,00	306,99	305,26	317,06	42 50
1. Juli	11 19 a.	Wild.	70 44 47	446,00	445,48	292,24	289,71	314,31	70 45 15
» »	11 34	Leyst.	45 15	445,80	446,14	295,07	297,48	313,96	45 1
8. Juli	2 2 p.	Wild.	70 45 1	447,80	447,85	294,08	293,25	318,08	70 44 52
» »	2 13	Leyst.	45 4	447,42	447,70	298,08	298,03	318,58	44 42
14. Juli	3 23 p.	Leyst.	70 45 2	445,98	447,18	303,40	299,79	317,40	70 43 5
» »	3 45	Wild.	44 59	446,30	447,90	303,58	304,10	317,58	42 53
15. Juli	2 58 p.	Wild.	70 45 4	447,30	448,15	303,14	302,26	318,73	70 43 51
» »	4 44	Leyst.	45 1	447,28	448,60	304,59	303,74	321,69	43 10
18. Juli	2 16 p.	Leyst.	70 43 49	448,43	448,03	298,84	293,62	319,95	70 43 52
» »	2 28	Wild.	43 46	448,45	448,30	300,84	300,06	320,53	43 54
19. Juli	2 12 p.	Wild.	70 43 40	448,49	448,00	297,82	296,17	318,76	70 44 11
» »	24	Leyst.	43 40	448,45	448,31	300,53	301,85	319,85	43 59
21. Juli	2 7 p.	Dubinsky.	70 43 50	448,68	447,74	293,32	296,16	319,60	70 45 22
» »	2 28	Leyst.	43 49	448,80	448,18	295,32	297,48	320,88	44 51
22. Juli	2 53 p.	Dubinsky.	70 43 46	448,31	447,60	297,93	297,12	319,63	70 44 38
» »	3 9	Leyst.	43 50	448,28	448,64	302,82	307,42	320,38	43 47
26. Juli	10 44 a.	Leyst.	70 43 48	448,79	447,75	289,94	290,34	316,05	70 45 14
» »	10 59	Dubinsky.	43 48	448,94	447,32	288,96	288,80	316,77	45 58
28. Juli	10 2 a.	Dubinsky.	70 43 53	448,51	447,31	288,92	290,09	319,84	70 45 36
» »	10 17	Leyst.	43 49	448,90	447,50	288,20	287,33	319,94	45 37
31. Juli	10 4 a.	Leyst.	70 43 49	448,85	447,46	290,22	289,40	319,82	70 45 36
» »	10 18	Dubinsky.	43 46	448,57	447,50	290,43	292,18	319,68	45 22
6. August	3 5 p.	Leyst.	70 43 50	556,00	555,61	298,08	298,16	322,68	70 44 16
» »	3 19	Dubinsky.	43 48	555,00	554,83	301,23	299,95	323,15	43 52
13. August	10 29 p.	Dubinsky.	70 43 43	555,62	553,79	290,34	290,00	319,41	70 45 40
» »	10 36	Leyst.	43 44	556,10	554,33	290,00	290,98	319,81	45 44
20. August	4 15 p.	Leyst.	70 43 42	556,75	555,25	295,65	293,87	327,76	70 45 10
» »	4 26	Dubinsky.	43 44	556,46	554,80	296,58	295,23	327,86	45 24
27. August	10 58 a.	Leyst.	70 43 31	557,58	554,74	288,18	287,70	324,08	70 46 33
» »	11 11	Dubinsky.	43 30	557,20	554,52	288,38	289,88	324,88	46 33
5. Sept.	11 17 a.	Dubinsky.	70 43 55	554,80	554,10	295,10	294,66	322,03	70 44 38
» »	11 29	Leyst.	43 56	555,16	554,48	296,38	296,14	321,98	44 39
6. Sept.	10 20 a.	Wild.	70 43 43	556,02	554,60	291,27	291,61	320,11	70 45 17
» »	32	Leyst.	43 41	555,87	554,33	290,30	291,92	319,91	45 24
9. Sept.	2 6 p.	Leyst.	70 43 47	555,73	555,52	299,98	299,22	323,48	70 43 56
» »	2 29	Dubinsky.	43 45	555,43	555,34	299,92	300,17	323,76	43 52
16. Sept.	11 23 a.	Dubinsky.	70 43 43	557,10	554,00	277,12	283,06	322,73	70 47 38
» »	11 38	Leyst.	43 42	557,12	553,17	280,40	272,98	324,27	47 17
23. Sept.	3 17 p.	Leyst.	70 43 37	556,00	554,73	296,33	297,61	326,50	70 45 7
» »	3 35	Dubinsky.	43 33	555,76	554,79	296,76	297,49	327,30	44 40

Datum 1890.	Zeit.	Beobachter.	z	S_1	S_2	m_1	m_2	w_1	i_1
2. October	9^h49^m a.	Dubinsky.	70°43′40″	555,85	554,97	295,23	296,68	323,98	70°44′45″
» »	9 59	Leyst.	43 34	555,97	554,82	295,61	294,65	324,06	44 44
8. October	10 26 a.	Leyst.	70 43 33	555,90	554,40	294,78	292,69	323,47	70 44 59
» »	10 39	Dubinsky.	43 30	556,08	554,08	290,31	290,81	322,92	45 43
14. October	1 42 p.	Dubinsky.	70 43 27	555,81	554,10	293,99	293,84	327,42	70 45 17
» »	1 56	Leyst.	44 41	554,42	554,18	294,77	294,95	327,52	44 58
22. October	10 2 a.	Leyst.	70 44 41	554,00	553,88	295,79	295,79	325,43	70 44 49
» »	10 13	Dubinsky.	44 34	553,92	553,95	295,14	294,72	325,33	44 29
29. October	10 6 a.	Dubinsky.	70 44 32	554,05	553,90	292,52	293,32	329,28	70 44 46
» »	10 29	Leyst.	44 27	554,23	553,74	291,43	290,65	329,25	44 54
4. Nov.	10 9 a.	Leyst.	70 44 10	554,25	553,90	293,61	293,79	328,13	70 44 34
» »	10 20	Dubinsky.	44 9	554,29	553,67	293,46	293,46	328,23	44 49
13. Nov.	1 56 p.	Dubinsky.	70 44 6	554,11	553,17	293,00	292,80	329,53	70 45 6
» »	2 8	Leyst.	43 57	553,87	553,04	293,30	292,77	330,22	44 48
19. Nov.	2 16 p.	Leyst.	70 44 9	553,21	552,93	295,83	295,87	331,34	70 44 27
» »	2 28	Dubinsky.	44 8	553,25	552,90	295,63	295,36	331,34	44 30
26. Nov.	1 45 p.	Dubinsky.	70 44 6	552,42	551,80	294,90	296,03	330,08	70 44 53
» »	1 55	Leyst.	44 6	552,70	551,90	293,53	293,88	329,93	45 0
4. Dec.	1 38 p.	Leyst.	70 44 33	550,97	550,15	294,94	294,96	329,33	70 44 56
» »	1 50	Dubinsky.	44 1	550,67	550,01	294,09	294,78	329,37	44 48
11. Dec.	10 36 a.	Dubinsky.	70 44 2	551,38	551,16	298,34	299,24	328,21	70 44 22
» »	10 47	Leyst.	44 2	551,60	550,87	297,89	296,48	328,20	44 42
19. Dec.	11 22 a.	Leyst.	70 44 3	550,90	550,10	295,44	295,17	328,51	70 44 54
» »	11 35	Dubinsky.	43 58	551,13	550,59	295,09	295,90	328,60	44 38
24. Dec.	11 47 a.	Dubinsky.	70 44 1	551,18	550,36	293,29	294,03	328,14	70 44 58
» »	11 58	Leyst.	43 54	551,27	550,20	293,18	293,91	327,82	45 8
31. Dec.	11 14 a.	Leyst.	70 44 18	549,93	549,15	295,04	295,83	327,77	70 45 14
» »	11 25	Dubinsky.	44 13	549,95	549,40	294,22	294,36	327,78	44 50

Die Abnahme der Werthe von S_1 und S_2 von 555 am 6. August bis 549 am 31. December ist lediglich dem Umstande beizumessen, dass das Magnetpaar sich durch Dehnung des Suspensionsfadens erheblich gesenkt hatte. Als ich am 18. Januar 1891 durch Hebung die Magnete wieder in die alte normale Lage zurückgebracht hatte, stieg auch die Ablenkungsgrösse wieder auf 555 an.

Die gefundenen Werthe für i_1 in der letzten Columne dieser Tafel wollen wir gemäss dem Verfahren im obigen Beispiel in erster Linie mit den Inclinationswerthen vergleichen, welche man aus den gleichzeitigen, auf 21° C. reducirten Ablesungen m_1 und w_1 der magnetischen Variationsapparate im unterirdischen Pavillon ableiten kann.

Für das Bifilarmagnetometer gilt die Formel:

$$H_1 = H_0 [1 + k (m_1 - m_0)], \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad \mathbf{30.}$$

oder wenn wir: $H_0 k = \varepsilon$ setzen:

$$H_1 = H_0 + \varepsilon (m_1 - m_0). \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad 30'.$$

und für die Lloyd'sche Wage:

$$31. \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots V_1 = V_0 [1 + p (w_1 - w_0)],$$

oder wenn wir: $V_0 p = q$ setzen:

$$31'. \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots V_1 = V_0 + q (w_1 - w_0).$$

Bei dem hiefür benutzten Bifilar-Magnetometer Wild-Edelmann war nun nach den wiederholten Empfindlichkeitsbestimmungen während der ganzen Zeit:

$$k = 0{,}0001548;$$

und gemäss den allwöchentlichen absoluten Intensitätsmessungen mit dem neuen Unifilar-Theodolith Wild-Freiberg hat man für den, dem Scalentheil:

$$m_0 = 294{,}60$$

entsprechenden Normalstand H_0 im Mittel der 4—5 Messungen in jedem Monat erhalten:

Juni.....	$H_0 = 1{,}64082$
Juli	1,64095
August....	1,64096
September .	1,64095
1.—27. October ...	1,64095
27.—30. Oct. u. Nov.	1,64141
December .	1,64145

Die October-Werthe sind in zwei Gruppen getrennt, weil bei der Empfindlichkeitsbestimmung am 27. October eine 0,0005 mm. mg. s. betragende Verrückung am Bifilarmagnetometer erfolgte.

Für die Lloyd'sche Wage Wild-Edelmann sind nach den Empfindlichkeitsbestimmungen am 27. April, 31. Juli und 27. October folgende Werthe von q benutzt worden:

Juni	$q = 0{,}0002546$
Juli—September	$= 0{,}0002541$
October—December	$= 0{,}0002552$

Die dem Scalentheil:

$$w_0 = 300{,}00$$

entsprechenden Werthe der Vertikal-Intensität: V_0 resp. der Normalstand dieser Wage für einen bestimmten Monat sind hier mit einziger Ausnahme des December wegen Unsicher-

heit der einzelnen absoluten Inclinationsmessungen mit dem Nadel-Inclinatorium von Dover № 22 nicht bloss aus den 4—5 Beobachtungen in dem betreffenden Monat, sondern jeweilen als Mittel aller Beobachtungen in diesem und den beiden angrenzenden Monaten berechnet worden, wie z. B. in dem obigen Beispiel für den September das Mittel aller im August, September und October erhaltenen Werthe von V_0 genommen wurde. Die hiebei benutzten Inclinationen der einzelnen Nadeln sind jeweilen vorher auf das Mittel aller 4 Nadeln dieses Inclinatoriums nach den seiner Zeit bestimmten Relationen derselben reducirt worden. Demgemäss ist in Gleichung 31′. zu setzen für den

Juni	$V_0 = 4{,}6946$	bezogen auf 21°0.
Juli	$= 4{,}6942$	
August	$= 4{,}6926$	
September ..	$= 4{,}6923$	
October	$= 4{,}6919$	
November ..	$= 4{,}6935$	
December ..	$= 4{,}6956$	

Bei diesem Instrument hatten weder die Empfindlichkeitsbestimmungen vom Juli noch die vom October eine Verstellung zur Folge gehabt.

Die Inclinationswerthe, welche wir nach Einsetzung der Werthe von m_1 und w_1 aus der Tabelle I, sowie der bezüglichen vorstehenden Constanten in die Formeln 30. und 31′. aus den so erhaltenen Horizontal- und Vertikal-Intensitäten nach der Formel:

$$\text{tang } I_1 = \frac{V_1}{H_1}$$

berechnen, repräsentiren offenbar Inclinationen, wie sie mit dem Nadel-Inclinatorium Dover № 22 erhalten würden und es ergiebt daher die Zusammenstellung der Werthe von i_1 und I_1 in der nachstehenden Tabelle II einen Vergleich des Inductions-Inclinatoriums mit dem Nadel-Inclinatorium Dover № 22 im Mittel seiner 4 Nadeln № 3, 4, 5 und 6.

In ganz analoger Weise sind auch aus den gleichzeitigen Aufzeichnungen der Lloyd'schen Wage des Magnetographen die Vertikal-Intensitäten für die Zeitpunkte der Messungen mit dem Inductions-Inclinatorium abgeleitet und daraus wieder durch Combination mit den vom Bifilar Wild-Edelmann gelieferten Horizontal-Intensitäten die absoluten Inclinationen I_{II} berechnet worden.

Dabei wurden als Empfindlichkeitscoefficienten der Lloyd'schen Wage die Grössen:

im Juni	$q' = 0{,}0005740$
Juli — September	$= 0{,}0005860$
October — December	$= 0{,}0006032$

benutzt und als Normalstände V'_0 dieser Wage (hier für $w_0 = 0$) sind folgende, nur je aus den absoluten Inclinationsmessungen mit Dover № 22 im betreffenden Monat abgeleiteten Werthe verwendet worden:

Juni	$V'_0 = 4{,}6943$	bezogen auf 21°0.
Juli	$= 4{,}6921$	
August	$= 4{,}6922$	
September ..	$= 4{,}6887$	
October	$= 4{,}6911$	
November ..	$= 4{,}6902$	
December ..	$= 4{,}6943$	

Die so gefundenen Werthe von I_{II} sind ebenfalls in Tabelle II zusammen mit ihren Differenzen gegen i_1 mitgetheilt.

Tabelle II.

Datum 1890.	Induction i_1	Dover 22 I_1	Differenz $i_1 - I_1$	Mittlere Differenz.	Dover 22 I_{II}	Differenz. $i_I - I_{II}$	Mittlere Differenz.
24. Juni	70°45′10″	45′44″	−34″	−20″	46′15″	−65″	−50″
» »	45 34	45 39	− 5		10	−36	
26. Juni	70 43 17	43 13	4	− 7	43 37	−20	−30
» »	42 50	43 7	−17		30	−40	
27. Juni	70 44 21	44 43	−22	−22	45 5	−44	−44
» »	44 16	44 38	−22		1	−45	
27. Juni	70 43 34	43 56	−22	−21	44 16	−42	−41
» »	43 59	44 20	−21		39	−40	
28. Juni	70 43 10	43 12	− 2	− 7	43 32	−22	−27
» »	42 50	43 2	−12		22	−32	
1. Juli	70 45 15	45 8	7	14	45 0	15	23
» »	45 1	44 39	22		44 30	31	
8. Juli	70 44 52	45 3	−11	3	44 56	− 4	10
» »	44 42	44 25	17		18	24	
14. Juli	70 43 5	43 28	−23	−28	43 23	−18	−24
» »	42 53	43 27	−34		22	−29	
15. Juli	70 43 51	43 35	16	− 3	43 26	25	8
» »	43 10	43 31	−21		19	− 9	
18. Juli	70 43 52	44 22	−30	−20	44 13	−21	−11
» »	43 54	44 4	−10		43 55	− 1	
19. Juli	70 44 11	44 28	−17	−12	44 15	− 4	2
» »	43 59	44 5	− 6		43 52	7	

Datum 1890.	Induction i_1	Dover 22 I_1	Differenz $i_1 - I_1$	Mittlere Differenz.	Dover 22 I_{II}	Differenz $i_I - I_{II}$	Mittlere Differenz.
21. Juli	70°45′22″	45′16″	6″	— 2″	45′ 4″	18″	10″
» »	44 51	45 1	—10		44 50	1	
22. Juli	70 44 38	44 30	8	5	44 19	19	16
» »	43 47	43 44	3		43 35	12	
26. Juli	70 45 14	45 37	—23	— 7	45 22	— 8	8
» »	45 58	45 49	9		34	24	
28. Juli	70 45 36	46 0	—24	—27	45 40	— 4	— 8
» »	45 37	46 8	—31		48	—11	
31. Juli	70 45 36	45 47	—11	—17	45 27	9	3
» »	45 22	45 45	—23		25	— 3	
6. August	70 44 16	44 17	— 1	2	44 15	1	4
» »	43 52	43 47	5		43 45	7	
13. August	70 45 40	45 22	18	18	45 29	11	11
» »	45 44	45 27	17		33	11	
20. August	70 45 10	44 58	12	23	45 0	10	21
» »	45 24	44 50	34		44 52	32	
27. August	70 46 33	46 0	33	32	46 5	28	28
» »	46 33	46 1	32		5	28	
5. Sept.	70 44 38	44 40	— 2	4	44 23	15	22
» »	44 39	44 28	11		10	29	
6. Sept.	70 45 17	45 12	5	9	44 57	20	24
» »	45 24	45 11	13		56	28	
9. Sept.	70 43 56	43 57	— 1	— 4	43 29	27	25
» »	43 52	43 59	— 7		30	22	
16. Sept.	70 47 38	47 42	— 4	— 1	47 25	13	17
» »	47 17	47 15	2		46 57	20	
23. Sept.	70 45 7	44 44	23	12	44 19	48	35
» »	44 40	44 42	— 2		18	22	
2. Oct.	70 44 45	44 41	4	6	44 53	— 8	— 6
» »	44 44	44 37	7		49	— 5	
8. Oct.	70 44 59	44 43	16	17	44 54	5	6
» »	45 43	45 26	17		36	7	
14. Oct.	70 45 17	45 5	12	6	45 15	2	— 4
» »	44 58	44 58	0		8	—10	
22. Oct.	70 44 49	44 41	8	— 5	44 57	— 8	—21
» »	44 29	44 46	—17		45 3	—34	
29. Oct.	70 44 46	45 8	—22	—23	45 17	—31	—32
» »	44 54	45 19	—25		28	—34	
4. Nov.	70 44 34	45 15	—41	—34	44 49	—15	— 9
» »	44 49	45 17	—28		51	— 2	
13. Nov.	70 45 6	45 26	—20	—29	44 58	8	— 1
» »	44 48	45 26	—38		57	— 9	

Datum 1890.	Induction i_1	Dover 22 I_1	Differenz $i_1 - I_1$	Mittlere Differenz.	Dover 22 I_{II}	Differenz $i_I - I_{II}$	Mittlere Differenz.
19. Nov.	70°44′27″	45′ 5″	—38″	—37″	44′37″	—10″	— 9″
» »	44 30	45 7	—37		39	— 9	
26. Nov.	70 44 53	45 9	—16	—19	44 41	12	9
» »	45 0	45 22	—22		54	6	
4. Dec.	70 44 56	45 33	—37	—45	45 36	—40	—48
» »	44 48	45 42	—54		45	—57	
11. Dec.	70 44 22	44 56	—34	—26	44 54	—32	—24
» »	44 42	45 0	—18		58	—16	
19. Dec.	70 44 54	45 26	—32	—42	45 23	—29	—38
» »	44 38	45 30	—52		26	—48	
24. Dec.	70 44 58	45 46	—48	—43	45 41	—43	—39
» »	45 8	45 46	—38		42	—34	
31. Dec.	70 45 14	45 27	—13	—29	45 26	—12	—28
» »	44 50	45 35	—45		34	—44	

Da beim Inductions-Inclinatorium unseren früheren Erörterungen zufolge im Allgemeinen nur je das Mittel der zwei zusammengehörigen Messungen einen richtigen Werth liefert, so haben wir unsere Betrachtungen auch nur an die Columne mit den mittleren Differenzen in der vorstehenden Tabelle anzuknüpfen.

Dem Obigen zufolge haben wir je innerhalb eines Monats dieselben Constanten in den Formeln 30. und 31′. benutzt, so dass also die damit berechneten Werthe von V_1 und H_1 und folglich auch von I_I in jedem Monat unabhängig sind von den Fehlern sowohl der einzelnen absoluten Horizontal-Intensitätsmessung als auch der einzelnen absoluten Beobachtung mit dem Nadelinclinatorium. Die relative Unsicherheit der Werthe von I_I und I_{II} innerhalb desselben Monats wird somit allein durch die Beobachtungsfehler beim Ablesen der Variationsinstrumente und die den letzteren sonstwie anhaftenden Fehlerquellen bedingt; der erstere Fehler ist indessen bei unseren Instrumenten so gering, dass von daher in I_I und I_{II} jedenfalls keine grössere mittlere Unsicherheit als $\pm$ 2″,3 entstehen kann, wie wir weiterhin noch sehen werden. Wenn also in der obigen Tabelle die Variation der Differenz beider Instrumente (Columne mittlere Differenz nach der obigen Bemerkung) innerhalb eines Monats obige Grenze überschreitet, so muss der Fehler entweder dem Inductions-Inclinatorium oder Veränderungen der Variationsinstrumente beigemessen werden. Zur Beurtheilung dieser Fehler geben wir daher in der nachstehenden Tabelle III die Monatsmittel der Differenzen und die mittleren Abweichungen der einzelnen Differenzen von ihnen, wobei wir gemäss der Bemerkung auf S. 38 und S. 48 die October-Beobachtungen vom 28. an zum November gerechnet haben.

Tabelle III.

1890.	$i_1 - I_1$	mittlere Abweichung.	$i_I - I_{II}$	mittlere Abweichung.	Zahl der Beobachtungen.
Juni	—15″	± 7″	—38″	± 8″	5
Juli	— 9	±11	3	±10	11
August	19	± 9	16	± 8	4
September	4	± 5	25	± 5	5
October	6	± 5	—11	±12	4
November	—28	± 6	— 2	± 6	5
December	—37	± 8	—25	±11	5

Im Mittel aller 7 Monate ist sonach die Unsicherheit der Differenzen zwischen den Angaben für die absolute Inclination des Inductions-Inclinatoriums und denen der beiden fraglichen Variationsapparate beim Instrument für directe Beobachtung: ± 7″,3 und beim Magnetograph: ± 8″,6; da nun die Unsicherheit der aus den letzteren abgeleiteten Inclinationen im Allgemeinen nicht mehr als 2″,3 betragen kann, so wäre also annähend der mittlere Fehler einer Bestimmung der absoluten Inclination mit dem Inductions-Inclinatorium gegeben durch:

$\partial i_1 = \pm$ 6″,9 nach Vergleich mit Lloyd's Wage für directe Ablesung
$= \pm$ 8,3 » » » » » des Magnetographen.

Die Differenz dieser mit den beiden Variationsapparaten erhaltenen Unsicherheiten von ∂i_1 weist darauf hin, dass mindestens beim zweiten noch andere als durch die blossen Ablesungsfehler bedingte Fehlerquellen vorkommen müssen.

Vergleichen wir aber die absoluten Werthe der Monatsmittel der Differenzen $i_I - I_I$ und $i_I - I_{II}$, auf welche sowohl die zeitlichen Veränderungen des Inductions-Inclinatoriums als ganz besonders diejenigen des Nadel-Inclinatoriums ihren vollen Einfluss behalten, so bemerken wir viel grössere Variationen als die oben betrachteten. Die grosse Veränderung der mittleren Differenz vom Juli zum August um + 34″ resp. + 54″ und vom August zum September zurück um — 15″ wenigstens für $i_1 - I_I$ erklärt sich nun wohl theilweise durch die oben erörterte Verrückung des Inductions-Inclinatoriums, die sehr wahrscheinlich zu Anfang des Augusts stattfand, und ihre Berichtigung durch die neue Justirung zu Anfang des Septembers; doch kann, wie wir Seite 36 in der Anmerkung gezeigt haben, der Antheil an obigen Grössen nur 14″ betragen haben; dagegen muss die Differenz von + 19″ resp. + 63″ vom Juni zum September und von — 41″ resp. — 50″ vom September zum December wohl hauptsächlich Veränderungen des Nadel-Inclinatoriums beigemessen werden, da die Verification des Inductions-Inclinatoriums am 10. December keine erhebliche Aenderung desselben

ergab. Immerhin kann der blosse Vergleich zweier Instrumente nichts Positives über die Veränderung des einen oder anderen ergeben; um daher sicherer zu erfahren, welches von beiden sich wohl geändert habe, wollen wir die Daten der Tabelle I in zweiter Linie nach dem Beispiel auf Seite 44 und 45 zur Berechnung des Normalstandes der Lloyd'schen Wage Wild-Edelmann und ebenso die gleichzeitigen Aufzeichnungen der Lloyd'schen Wage des Magnetographs auch zur Berechnung des Normalstandes der letzteren nach den Angaben des Inductions-Inclinatoriums benutzen. Dabei werden wir uns aber nur an die Mittelwerthe der beiden je zusammengehörigen Messungen am letzteren halten.

In der nachstehenden Tabelle stellen wir also die aus den Mitteln der Scalenablesung m_1 am Bifilar Wild-Edelmann für jede vollständige Beobachtung am Inductions-Inclinatorium (in Tabelle I gegeben) nach der Formel 30. berechnete Horizontal-Intensität H_1, die aus der Beobachtung am Inductions-Inclinatorium abgeleitete Inclination i_1 (ebenfalls nach Tabelle I) und die daraus nach der Formel:

$$V_1 = H_1 \text{ tang } i_1$$

berechnete Vertikalintensität V_1 zusammen, erstlich mit den daraus nach der Formel:

$$V_0 = V_1 - q\,(w_1 - 300)$$

für die Lloyd'sche Wage Wild-Edelmann berechneten Normalständen V_0 derselben (die Werthe von w_1 findet man ebenfalls in Tabelle I als Mittel der zwei zusammengehörigen Daten und die Werthe von q sind oben für verschiedene Zeiten gegeben), und zweitens mit den nach der Formel:

$$V_0 = V_1 - q'.n$$

für die Lloyd'sche Wage des Magnetographen berechneten Normalständen V_0 der letzteren, wobei die Grösse n aus den zur Zeit der Messungen am Inductions-Inclinatorium registrirten Angaben dieser Lloyd'schen Wage entnommen worden ist und q' die früher angegebenen Werthe hatte.

Bei der Mittelbildung für die Monate wurde aus den oben bereits angegeben Gründen auch wieder die Beobachtung vom 29. October zum November geschlagen.

Tabelle IV.

1890.	Dat.	H_1	i_1	V_1	V_0	Mittel.	V_0'	Mittel.	$V_0 - V_0'$	Mittel.
Juni	24.	1,63984	70°45′22″	4,69739	4,69318		4,69065		+0,00253	
	26.	4388	43 4	886	416	4,69348	217	4,69149	199	0,00199
	27.	4131	44 18	692	295	± 0,00052	101	± 0,00061	194	± 0,00023
	27.	4240	43 46	770	300		127		173	
	28.	4382	43 0	839	411		234		177	
Juli	1.	4071	45 8	886	526		378		148	
	8.	4132	44 47	907	411		284		157	
	14.	4321	42 59	658	214		035		179	
	15.	4330	43 30	910	396		261		135	
	18.	4228	43 53	786	272		131		141	
	19.	4212	44 5	828	338	4,69357	223	4,69233	115	0,00124
	21.	4088	45 6	920	406	± 0,00082	275	± 0,00071	131	± 0,00029
	22.	4242	41 12	965	457		320		137	
	26.	3961	45 36	784	367		268		99	
	28.	3942	45 36	721	215		154		61	
	31.	3986	45 29	796	294		232		62	
August . .	6.	4224	44 4	855	273		251		22	
	13.	3984	45 42	69885	387	4,69396	302	4,69338	85	0,00058
	20.	4134	45 17	70132	426	± 0,00066	371	± 0,00061	55	± 0,00020
	27.	3936	46 33	121	499		427		72	
September	5.	4124	44 38	4,69818	258		028		230	
	6.	4010	45 20	799	291	4,69257	040	4,69048	251	0,00209
	9.	4231	43 54	802	202	± 0,00034	050	± 0,00033	152	± 0,00035
	16.	3692	47 28	825	227		4,68993		234	
	23.	4144	44 54	992	308		4,69128		180	
October . .	2.	4116	44 44	839	226		9061		165	
	8.	4043	45 21	901	309	4,69233	9153	4,69064	156	0,00168
	14.	4090	45 8	940	239	± 0,00041	9085	± 0,00055	154	± 0,00015
	22.	4117	44 39	805	157		8958		199	
	29.	4074	44 50	763	017		8871		146	
November	4.	4114	44 42	818	099		8958		141	
	13.	4104	44 57	900	138	4,69107	9015	4,68975	123	0,00132
	19.	4170	44 28	876	076	± 0,00052	8949	± 0,00059	127	± 0,00009
	26.	4132	44 56	973	207		9083		124	
December	4.	4143	44 52	4,69975	226		9074		152	
	11.	4234	44 32	70089	369	4,69289	9255	4,69161	114	0,00129
	19.	4162	44 46	69985	256	± 0,00055	9149	± 0,00045	107	± 0,00026
	24.	4110	45 3	69961	217		9147		100	
	31.	4146	45 2	70057	348		9178		170	

Angenommen, dass je innerhalb eines Monats die beiden Lloyd'schen Wagen keine erheblichen Aenderungen erleiden, so können wir die Veränderlichkeit der Normalstände ders elben innerhalb dieser Zeitintervalle als allein durch die Unsicherheit der Messungen mit dem Inductions-Inclinatorium bedingt betrachten und nach der Formel:

$$di = \pm dV_0 \frac{\cos i}{H} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad 32.$$

aus den mittleren Abweichungen ∂V_0 der Normalstände in einem Monat, wie sie in der Rubrik «Mittel» angegeben sind, die entsprechenden Fehler ∂i in Bestimmung der absoluten Inclination ableiten, wobei wir den Fehler in der Bestimmung von H als verschwindend betrachtet haben.

Es ist nun im Mittel aller Monate:

$$\partial V_0 = \partial V_0' = \pm 0{,}00055$$

und da: $i = 70°45'$ und $H = 1{,}6400$ zu setzen ist, so folgt daraus für die Lloyd'sche Wage:

$$\partial i = \pm 7''{,}3,$$

also ein Werth von derselben Ordnung wie oben.

Die Vergleichung der Mittelwerthe der Normalstände in den aufeinanderfolgenden Monaten ergiebt für beide Lloyd'sche Wagen vom August zum September einen Sprung gemäss der Neujustirung des Inductions-Inclinatoriums zu Anfang des September. Dieser Sprung beträgt aber bei der Wage für directe Ablesung bloss: 0,00183, bei der des Magnetopraphen aber: 0,00339 mm. mg. s. Während ferner vom Juni zum August bei der ersteren der Normalstand nur um rund 0,00100 anwächst, vergrössert er sich beim Magnetograph um 0,00230; vom September zum November nimmt ferner bei der ersteren der Normalstand um 0,00150 ab und darauf zum December um 0,00182 zu, während beim Magnetograph jene Abnahme nur 0,00073, die Zunahme aber nahe gleich gross ist, nämlich: 0,00190. Wir finden somit nicht einen vollständigen Parallelismus im Verhalten der Normalstände bei den beiden Variationsapparaten, woraus bereits folgt, dass die Variabilität dieser Normalstände auch innerhalb eines Monats nicht allein den Fehlern der Messungen am Inductions-Inclinatorium beizumessen ist, sondern zum Theil auch auf zeitlichen Veränderungen dieser Variationsapparate selbst beruht. Um dies noch besser zu illustriren und zugleich für die Sicherheit der einzelnen Angaben der Variationsapparate einen Maassstab zu gewinnen, habe ich in der letzten Columne der Tabelle IV noch die Differenzen $V_0 - V'_0$ der Normalstände der beiden Lloyd'schen Wagen beigefügt und auch da Mittelwerthe für die Monate gebildet. Die Unsicherheit dieser Mittelwerthe (mittlere Abweichung der Einzeldaten) nun betrachte ich als Repräsentanten der Unsicherheit der Angaben der beiderlei Variationsinstrumente. Sie ist, wie wir sehen, in einigen Monaten etwas grösser als in anderen und beruht dann wohl zum Theil, wie z. B. ganz offenbar im Juli, auf einer allmählichen Veränderung des einen Instruments. Das Mittel aus allen, nämlich:

$$\pm 0{,}00024$$

stellt also jedenfalls eher einen zu grossen als zu kleinen Werth dieser Unsicherheit dar. Nehmen wir an, dass an derselben beide Instrumente zu gleichen Theilen participiren, so ist nach den Principien der Wahrscheinlichkeitsrechnung der Fehler einer Bestimmung

der Vertikal-Intensität mit der einen oder anderen dieser Lloyd'schen Wagen:

$$\partial V = \pm 0{,}00016 \text{ mm. mg. s.}$$

im Maximum anzusetzen, dem nach Gleichung 32. als Fehler der Inclination:

$$\partial i = \pm 2''{,}3$$

entsprechen würde.

Dass die mittlere Differenz $(V_0 - V'_0)$ in den aufeinanderfolgenden Monaten weit über diese Unsicherheit hinaus verschieden ausfällt, weist auch auf gewisse zeitliche Veränderungen des einen oder anderen Instrumentes hin. Da nun aus den Mittelwerthen für V_0 und V'_0 im Juni, Juli und August bei der Lloyd'schen Wage für directe Ablesungen nur ein geringes Anwachsen des Normalstandes, dagegen für die des Magnetographen ein über doppelt so grosses sich ergiebt, so könnte man geneigt sein, die erstere, gemäss der wahrscheinlich zu Anfang des August erfolgten Verschiebung des Inductions-Inclinatoriums und der dadurch bedingten Fehlerhaftigkeit seiner Angaben, als ziemlich constant in dieser Periode zu betrachten und somit den Ueberschuss in der Normalstandsänderung der Lloyd'schen Wage des Magnetographen i. e. 0,000130 als allein durch eine zeitliche Veränderung der letzteren bewirkt, zu erklären. Da aber die Correction des Inductions-Inclinatoriums zu Anfang des September den Normalstand der Lloyd'schen Wage des Magnetographen um nahe die doppelte Grösse plötzlich erniedrigte, als den des Variationsinstruments für directe Beobachtungen und damit beide zu absolut zwar um 0,00100 (rund) niedrigeren, aber relativ wieder entsprechenden Normalständen wie zu Anfang der Beobachtungsperiode zurückführte, so können an der Richtigkeit jener Interpretation Zweifel entstehen. Vom September bis December zeigen, abgesehen von einer allmählichen Verminderung der Differenz, die Normalstände beider Apparate einen mehr parallelen Gang, woraus man als Ursache der Aenderung auf eine entsprechende zeitliche Veränderung der Angaben des Inductions-Inclinatoriums schliessen könnte, da eine gleichartige Veränderung zweier ganz unabhängiger, in verschiedenen Zimmern aufgestellter, in ihrer Orientirung und Construction differenter Variations-Instrumente auf den ersten Blick nicht wahrscheinlich ist. Andererseits ist aber auch eine absolute Veränderung der Angaben des Inductions-Inclinatoriums in dieser Periode nicht verständlich, da die Verification desselben zu Anfang des December keinerlei Verstellungen constatiren liess.

Um also bestimmter darüber Aufschluss zu erhalten, ob die vorstehenden zeitlichen Aenderungen der Normalstände der beiden Lloyd'schen Wagen mehr entsprechenden Veränderungen dieser selbst oder mehr solchen des Inductions-Inclinatoriums beizumessen seien, bleibt nur übrig, in gleicher Weise auch die Normalstände dieser Instrumente zusammenzustellen, wie sie in derselben Periode nach den Inclinations-Messungen mit dem Nadel-Inclinatorium erhalten worden sind. Es ist dies in der umstehenden Tabelle V geschehen und zwar geben wir da die für jede einzelne Nadel erhaltenen Werthe der Normalstände getrennt und dabei der geringeren Genauigkeit der Messungen halber bloss bis zur 4. Decimale an.

Tabelle V.

1890. Datum.		Normalstände der Lloyd'schen Wagen für directe Ablesung nach Dover № 22 Nadel:				des Magnetographen nach Dover № 22 Nadel:			
		3.	4.	5.	6.	3.	4.	5.	6.
		V_0				V_0'			
Juni	3.			4,6960	4,6925			4,6937	4,6901
	10.	4,7021	4,6956			4,6997	4,6932		
	19.		6942	6958			921	937	
	25.	6927			7037	903			7014
Juli	1.	6959		6972		945		958	
	9.		6896		6971		879		6955
	18.	6906	6872			892	858		
	23.			6938	6957			924	940
	30.	6965			6906	958			899
August	6.		6930	6926			926	922	
	12.		6954		6928		946		921
	19.	6961		6906		955		900	
	26.			6884	6938			877	932
September	4.	6908	6891			885	866		
	11.		6878	6874			856	851	
	17.	6968			6932	945			908
	23.	6924		6918		906		899	
	30.		6856		6947		833		923
October	8.	6951	6951			935	936		
	15.			6908	6946			896	936
	21.	6923			6949	909			936
	29.		6876	6897			860	880	
November	4.	6925		6908		910		892	
	12.		6877		6947		863		932
	18.	6961	6881			944	864		
	25.			6905	6939			888	922
December	4.	6984			6967	966			949
	10.		6915	7004			904	993	
	16.		6947		6989		934		976
	24.	6920		6931		906		918	
	30.			6961	6945			948	932

Dass die einzelnen Beobachtungen mit dem Nadel-Inclinatorium viel weniger genau sind als mit dem Inductions-Inclinatorium, ergiebt sich ohne Weiteres aus dem Vergleich dieser Tabelle mit Tabelle IV. Während dort die Maximal-Differenzen zwischen den einzelnen Normalständen innerhalb eines Monats in allen Monaten zwischen den Grenzen 0,00106 bis 0,00312 schwanken, betragen diese Grenzen hier für die einzelnen Nadeln 0,0022 bis 0,0112.

Zur besseren Uebersicht geben wir in der folgenden Tabelle die Monatsmittel dieser Normalstände sowohl für die einzelnen Nadeln als auch im Mittel aller 4 Nadeln, wobei, da es uns hier nicht auf Ableitung wahrer absoluter Werthe, sondern nur auf Vergleichungen ankömmt, wir die Monatsmittel je aus allen 4 Nadeln ohne Rücksicht darauf gebildet haben, dass die in der Tabelle für diese angegebenen Daten ungleichen Werth haben, indem sie bald nur das Resultat einer Messung bald das von 2—3 Messungen mit dieser Nadel im betreffenden Monat darstellen. Die gleiche Vereinfachung haben wir uns auch beim Bilden der Gesammt-Mittel aller Monate für die einzelnen Nadeln erlaubt.

Tabelle VI.

1890.	Normalstände der Lloyd'schen Wage für directe Ablesung					Normalstände der Lloyd'schen Wage des Magnetographen				
	Nadel					Nadel				
	3	4	5	6	Mittel.	3	4	5	6	Mittel.
Juni	4,6974	4,6949	4,6959	4,6981	4,69658	4,6950	4,6926	4,6937	4,6957	4,69425
Juli	4,6943	4,6884	4,6955	4,6945	4,69317	4,6932	4,6868	4,6941	4,6931	4,69180
August . .	4,6961	4,6942	4,6905	4,6933	4,69352	4,6955	4,6936	4,6900	4,6927	4,69295
September . .	4,6933	4,6875	4,6896	4,6939	4,69107	4,6912	4,6852	4,6875	4,6915	4,68885
October . . .	4,6935	4,6951	4,6908	4,6947	4,69352	4,6922	4,6936	4,6896	4,6936	4,69225
November . .	4,6943	4,6879	4,6903	4,6943	4,69170	4,6927	4,6862	4,6887	4,6927	4,69007
December . .	4,6952	4,6931	4,6965	4,6967	4,69537	4,6936	4,6919	4,6953	4,6952	4,69400
Mittel	4,69487	4,69159	4,69273	4,69507		4,69329	4,68997	4,69119	4,69350	
±	0,00117	0,00314	0,00284	0,00134		0,00121	0,00336	0,00284	0,00114	

Aus dieser Tabelle ergiebt sich zunächst, dass die Variabilität der Normalstände von Monat zu Monat, wie sie sich in der letzten Rubrik als Unsicherheit der Mittelwerthe aller Monate ausspricht, für die Nadeln 4 und 5 je 2—3 Mal grösser erscheint als für die Nadeln 3 und 6, so dass man es für besser halten könnte, statt für alle 4, nur für diese 2 letzteren Nadeln die Monatsmittel zu nehmen. Ein Versuch zeigte, dass die Resultate aus den oben angegebenen Gründen für unsere vorliegenden Zwecke nicht erheblich modificirt werden; somit können wir uns an die Mittelwerthe der Tabelle halten.

Die Vergleichung der Monatsmittel der Normalstände der beiderlei Lloyd'schen Wagen, wie sie durch die Tabellen IV und VI bezogen auf zwei ganz verschiedene Inclinatorien gegeben sind, liefert uns nun die gewünschten Aufschlüsse, wenn wir dabei folgende Erwägungen berücksichtigen.

1) Wenn für die absoluten Bestimmungen mit ein und demselben Inclinatorium die Normalstände zweier Variations-Apparate einen genau parallelen zeitlichen Verlauf zeigen, so ist es wahrscheinlich, dass die zeitlichen Veränderungen dieser Normalstände entsprechenden Aenderungen des Inclinatoriums beizumessen sind.

2) Wenn dagegen die absoluten Messungen mit zwei verschiedenen Inclinatorien für ein und denselben Variationsapparat Normalstände mit genau parallelem zeitlichen Verlauf ergeben, so ist es wahrscheinlich, dass die zeitlichen Veränderungen der Normalstände auf Aenderungen des Variationsapparates beruhen.

3) Wenn aber beide Variationsapparate nach beiden Inclinatorien parallele Veränderungen zeigen, so erscheint es wahrscheinlicher, dass diese gleichen Veränderungen der Normalstände eher gleichen Aenderungen der analogen Variationsapparate als gleichen Aenderungen in den Angaben der beiderlei ganz verschiedenartigen Inclinatorien entsprechen.

Aus der nachstehenden Zusammenstellung der Normalstände nach beiden Inclinatorien und für beide Variationsapparate ergiebt sich dann unmittelbar Folgendes:

Tabelle VII.

1890.	Inductions-Inclinatorium				Nadel-Inclinatorium			
	directe Ablesung.		Magnetograph.		directe Ablesung.		Magnetograph.	
Juni	4,69348	9	4,69149	84	4,69658	—341	4,69425	—245
Juli	357	39	233	105	317	35	180	115
August	396	—139	338	—290	352	—245	295	—410
September . . .	257	— 24	048	16	107	245	8885	340
October	233	—126	064	— 89	352	—182	9225	—218
November . .	107	182	8975	186	170	367	007	393
December . . .	289		9161		537		400	

Nimmt man an, dass der Magnetograph vom Juni zum Juli seinen Normalstand um 0,00075 erhöht habe, so würden nach Beseitigung dessen die Normalstände soweit sie bloss durch die Messungen am Inductions-Inclinatorium bedingt werden, sich übereinstimmend nach beiden Apparaten bloss um 0,00009 gehoben haben und dagegen bezogen auf das Nadelinclinatorium ebenfalls beide nahe um dieselbe Grösse i. c. 0,00341 resp. 0,00322 gesunken sein. Die erstere Grösse könnte somit als eine kleine Aenderung des Inductions-Inclinatoriums in dieser Zeit und die letztere als eine bedeutende Aenderung des Nadel-Inclinatoriums aufgefasst werden. Nach der Formel 32. würde die letztere Grösse einer Inclinations-Aenderung um 46″,5 entsprechen.

Vom Juli zum August sind alle Normalstände im Steigen begriffen. Fassen wir diejenigen des Variationsapparates für directe Beobachtung als durch Veränderung des Inductions-Inclinatoriums bedingt auf, so entspricht die Summe jener Aenderung vom Juni zum August i. c. 0,00048 allerdings noch nicht ganz dem Anwachsen der Inclinationswerthe um 14″, welches durch die Verstellung des Inductions-Inclinatoriums in dieser Zeit bewirkt worden ist. Dies gilt vielmehr nur für die Aenderung bis Ende August, die nach Tabelle IV im Mittel des 20. und 27. August noch um 0,00066 grösser war. Der Ueberschuss des Anwachsens des Normalstandes des Magnetographs nämlich 0,00057 würde dann einer weitergehenden analogen Veränderung der Lloyd'schen Wage desselben vom Juni zum Juli ungezwungen beizumessen sein. In Berücksichtigung dessen würde endlich nach dem Nadel-Inclinatorium das Anwachsen des Normalstandes bei beiden Variationsapparaten 0,00035 und 0,00058 werden d. h. innerhalb der Grenzen der Beobachtungsfehler als gleich und durch eine Veränderung des Nadel-Inclinatoriums um + 6″,2 entsprechend 0,00046 mm. mg. s. Normalstandsänderung bewirkt zu betrachten sein.

Vom August zum September fallen alle Normalstände um eine bedeutende Grösse. Die entsprechenden, aus den Beobachtungen am Inductions-Inclinatorium abgeleiteten Aenderungen können zum Theil auf die, durch Correction desselben wieder richtig gemachten, im August um 14″ zu grossen Inclinationen zurückgeführt werden. Diese Correction musste für sich die Normalstände um: 0,00102 erniedrigen, nach deren Abzug die Aenderungen bei den Apparaten dann noch: — 0,00037 und — 0,000188 oder wenn wir vom Normalstand 0,00462 zu Ende August an rechnen sogar — 0,00103 und — 0,00254 betragen. Wenn wir diese ungleichen Verminderungen der Normalstände entsprechenden Aenderungen der beiden Variationsapparate beimessen, so gehen dann die Abnahmen ihrer Normalstände gemäss dem Nadel-Inclinatorium nach Abzug dieser Grössen über in: — 0,00208 und — 0,00222 resp. in — 0,00142 und — 0,00156 und diese innerhalb der Grenzen der Beobachtungsfehler wieder als identisch zu betrachtenden Grössen, im Mittel: — 0,00215 oder — 0,00148, können dann wieder als durch eine Aenderung des Nadel-Inclinatoriums, nämlich um — 29″ oder — 20″, bedingt angesehen werden.

Im Intervall vom September zum October glauben wir keine Veränderung des Inductions-Inclinatoriums annehmen zu sollen, so dass die Normalstandsänderung — 0,00024 der Lloyd'schen Wage für directe Ablesung einer fortgesetzten Aenderung dieser im Sinne einer Verminderung des Normalstands und + 0,00016 einer positiven Aenderung der Magnetographen-Wage zuzuschreiben wäre, und in Folge dessen würden dann die Normalstands-Aenderungen, die allein durch das Nadel-Inclinatorium bedingt werden, sein: 0,00269 und 0,00324, welche einer Veränderung des letzteren um + 40″ ± 4″ entsprächen.

Vom October zum November haben wir überall eine Verminderung der Normalstände, die wir ohne eine Veränderung des Inductions-Inclinatoriums anzunehmen, durch eine nahe gleiche Aenderung der beiden Variationsapparate entsprechend — 0,00107 ± 0,00019 Normalstandsverminderung und durch eine Aenderung des Nadel-Inclinato-

riums entsprechend $-0{,}00093 \pm 0{,}00018$ Normalstandsverminderung resp. einer Verkleinerung der Inclination um: $12'' \pm 2''{,}7$ erklären können.

Noch weniger endlich brauchen wir für die Veränderung vom November zum December eine Aenderung des Inductions-Inclinatoriums zur Erklärung zu Hülfe zu nehmen, indem sie sich ungezwungen auf eine Veränderung beider Variationsapparate um 0,00184 in positivem Sinne und eine entsprechende Aenderung des Nadel-Inclinatoriums um 0,00296 oder um $40''$ zurückführen lassen.

Behufs besserer Uebersichtlichkeit habe ich in der nachstehenden Tabelle VIII die, gemäss diesen Erörterungen wahrscheinlichen Veränderungen der 4 Instrumente und zwar als Aenderung der Normalstände V_0 der Variationsapparate in mm., mg., s. und für das Inductions-Inclinatorium und das Nadel-Inclinatorium ausserdem noch als solche der absoluten Inclination in Bogen-Secunden zusammengestellt:

Tabelle VIII.

1890.	Inductions-Inclinatorium.	Nadel-Inclinator.	Lloyd's für directe Ablesung.	Wage des Magnetographen.
Juni zum Juli.	$+0{,}00009 = +1''$	$-0{,}00331 = -46''$	0,00000	$+0{,}00075$
Juli zum Aug..	$+0{,}00048 = +6$	$+0{,}00046 = +6$	0,00000	$+0{,}00057$
Aug. zum Sept.	$-0{,}00102 = -14$	$-0{,}00215 = -29$	$-0{,}00037$	$-0{,}00188$
Sept. zum Oct.	0,00000 0	$+0{,}00296 = +40$	$-0{,}00024$	$+0{,}00016$
Oct. zum Nov..	0,00000 0	$-0{,}00093 = -12$	$-0{,}00107$	$-0{,}00107$
Nov. zum Dec.	0,00000 0	$+0{,}00296 = +40$	$+0{,}00184$	$+0{,}00184$
	Summa . .	$-0{,}00001 = -1''$	$+0{,}00016$	$+0{,}00037$

Es fragt sich nun, ob in der That die Folgerungen aus der Hypothese, dass das Inductions-Inclinatorium bei der Beobachtung nach meiner Methode und bei richtiger Orientirung constante Angaben mache, für die anderen Instrumente plausible Resultate in Betreff ihres zeitlichen Verhaltens ergebe.

Das Nadel-Inclinatorium Dover № 22 zeigt darnach der vorstehenden Tabelle gemäss im Mittel seiner 4 Nadeln von Monat zu Monat höchst auffallende, auf den ersten Blick unwahrscheinliche Schwankungen seiner Angaben, die zwischen den Grenzen $+40''$ und $-46''$ resp. $+0{,}00296$ und $-0{,}00331$ hin- und hergehen. Wenn wir indessen die Daten für die einzelnen Nadeln betrachten, so sehen wir, dass auch diese und zwar ganz besonders die für die Nadel 4 unmittelbar ebenfalls solche Schwankungen zeigen. Diese Thatsache ist um so auffallender, wenn man erwägt, dass diese Nadeln beim Ummagnetisiren nicht mit Magneten gestrichen werden, vielmehr diese Operation innerhalb eines Solenoids erfolgt, in welchem ein Strom von 20 Ampère circulirt. Uebrigens sind die Veränderungen, welche die Nadeln

meines kürzlich beschriebenen Nadel-Inclinatoriums[1]) im Laufe der Zeit gezeigt haben, noch auffallender, wie ich an anderer Stelle des Nähern darlegen werde.

Im Mittel des ganzen Zeitintervalls von 7 Monaten ergab sich die Summe der Veränderungen nahe = Null.

Die Lloyd'sche Wage Wild-Edelmann für directe Ablesung soll ihren Normalstand vom Juni bis zum August nicht merklich, vom August zum October ganz schwach, vom October zum November nahe 4 Mal stärker in gleichem Sinne und sodann vom November zum December über doppelt so viel im entgegengesetzten Sinne verändert haben. Da der absolute Werth eines Scalentheils bei dieser Wage nach Früherem: 0,000255 beträgt, so entsprechen die erwähnten Veränderungen:

vom	August	zum	September :	—1,4 Scalentheilen
»	September	»	October :	—0,9 »
»	October	»	November :	—4,2 »
»	November	»	December :	+7,2 »

Normalstandsänderungen in diesem Betrag von einem Monat zum anderen sogar, wenn als Monatsmittel je das Mittel aus den Bestimmungen des betreffenden Monats und der beiden angrenzenden genommen wurde, sind nicht bloss in diesem Jahre, sondern nach den Annalen des physikalischen Central-Observatoriums[2]) auch schon im Jahre 1889 mehrfach bei diesem Instrument vorgekommen und haben somit nichts Auffallendes. Freilich haben wir bis dahin geglaubt, alle grösseren Aenderungen von V_0 fast allein auf Rechnung der Ungenauigkeiten der absoluten Inclinationsmessungen schieben zu sollen. Eine bloss durch die Wage selbst bedingte Veränderung von V_0 kann zufolge der Bestimmung dieser Grösse nach der vollständigen Formel:

$$V_0 = V_1 [1 - p (w_1 - w_0) - x (t_1 - t_0)], \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 33.$$

aus gegebenen Werthen von V_1, w_1 und t_1 (Temperatur) nur dadurch zu Stande kommen, dass bei gleichbleibendem w_0 und t_0, für welche V_0 gilt, der Empfindlichkeitscoefficient p oder der Temperaturcoefficient x sich ändert.

Bei der Lloyd'schen Wage hat man aber allgemein:

$$p = \frac{\text{tang}\,\gamma + \text{cotg}\,i_0 \cos\alpha_0}{2L}, \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad 34.$$

wo γ den Winkel der Verbindungslinie von Drehungsaxe und Schwerpunkt des Wagebalkens mit der nach Süden gewendeten Seite der magnetischen Axe desselben, i_0 die Inclination bei horizontaler Lage der letzteren, wo auch $w = w_0$ wird, α_1 das Azimut der magnetischen Axe

1) H. Wild, Nadel-Inclinatorium modificirter Construction. Diese Memoiren T. XXXVII, № 6, 30. Januar 1890.

2) Annalen pro 1889, I. Theil, Einleitung S. XXX.

mit dem magnetischen Meridian und L die reducirte Entfernung von Spiegel und Scale darstellen. Aenderungen von p können also bloss durch Verrückungen des Schwerpunktes des Wagebalkens i. e. durch Aenderung des Winkels γ, sodann durch Aenderung des Azimuts a_0 und durch Veränderung der Entfernung L erfolgen. Unsere vorliegende Wage ist parallel zum magnetischen Meridian orientirt, also $a_0 = 0$, und somit weniger leicht Verschiebungen der Schneide auf ihrer Unterlage und damit azimutalen Aenderungen in der Lage des Wagebalkens durch Erschütterungen ausgesetzt, doch können Drehungen des Pfeilers das Azimut und Neigungen desselben die Entfernung L verändern. An Ursachen zu solchen Aenderungen hat es nun leider in der vorliegenden Beobachtungsperiode gerade vom August an nicht gefehlt, indem, wie schon früher erwähnt, die electrische Beleuchtung im betreffenden Local während dieser Zeit eingeführt wurde, wobei kleine Erschütterungen durch Hämmern nicht ganz zu vermeiden waren. Sodann fanden am 31. Juli und 25. und 27. October Empfindlichkeitsbestimmungen statt, wobei jedesmal der Magnetwagbalken vorübergehend arretirt wurde. Dies geschah auch am 4. August, als das Chlorcalium im Gehäuse der Wage erneuert wurde. Vom 5. bis 15. September endlich liessen wir die Temperatur in beiden Sälen des unterirdischen Gebäudes durch vermindertes Heizen von den bisher constant eingehaltenen 21° C. allmählich auf die nach Einführung der electrischen Beleuchtung neu angenommene Normaltemperatur von 20° C. sinken. Diese Temperaturänderung könnte auch auf a_0 und L eingewirkt haben; ausserdem kann sie aber auch durch den Temperaturcoefficienten x des Wagebalkens eine Störung bewirkt haben. Alle oben mitgetheilten Normalstände beziehen sich nämlich auf 21° C. behufs Wahrung ihrer Vergleichbarkeit und mussten somit nach Mitte September von 20° auf 21° reducirt werden, während sich diese Reduction vorher nur auf einige Zehntel Grade erstreckte. Ist nun der Werth von x nicht genau bestimmt oder sollte er sich seither verändert haben, so muss dies auf die Werthe von V_0 von da an influirt haben. Endlich ist vom 28. November bis 13. December behufs neuer Bestimmung des Temperatur-Coefficienten des Bifilar's und der Lloyd'schen Wage für directe Beobachtung absichtlich die Temperatur des Locals stärker, nämlich von 20°10 bis 18°10, dann bis 21°62 und schliesslich wieder bis 20°00 variirt worden.

Die Lloyd'sche Wage des Magnetographen soll in der ganzen Zeit ziemlich beträchtliche und im Zeichen variirende Aenderungen erfahren haben. Dies ist nun auch in der That schon deshalb eher möglich, als bei der vorigen Wage, weil sie in einem Azimut $a_0 = 75°$ orientirt ist und somit Erschütterungen den Magnet stets aus dieser Stellung gegen den Meridian hin zu drehen streben. Dadurch wächst aber der Empfindlichkeitscoefficient p an und es wird somit gemäss 32., V_0 einen kleineren Werth erhalten, der dann plötzlich wieder anwächst, wenn durch Arretirung der Magnetwagbalken wieder in seine normale Lage zurückgebracht wird. Hier kam auch am 16. und 17. November eine nahe 1° betragende Störung des Temperaturgleichgewichts vor, als man wegen einer nicht rasch zu beseitigenden Leitungsunterbrechung für 1½ Tage plötzlich das electrische Licht wieder durch Petroleumlampen ersetzen musste.

Die Voraussetzungen, welche wir bei der Aufstellung der Tabelle VIII gemacht haben, führen also zu keinerlei Widersprüchen oder unhaltbaren Consequenzen und wir können daher mit grosser Wahrscheinlichkeit behaupten, dass das Inductions-Inclinatorium nach seiner letzten Justirung und Fixirung zu Anfang September, die sich jedenfalls bis zum 10. December unverändert erhalten hatte, constante und richtige Werthe der absoluten Inclination geliefert hat und dass an den damit früher erhaltenen Inclinationen und darnach berechneten Normalständen der Lloyd'schen Wagen die aus den Differenzen derselben gegen den September nach Tafel VIII zu berechnenden Grössen als Correctionen zur Gewinnung richtiger Werthe anzubringen sind.

Demnach sind die richtigen Werthe der Normalstände V_0 der Lloyd'schen Wage für directe Beobachtung nach Berichtigung des Inductions-Inclinatoriums statt der in Tabelle IV aufgeführten folgende, neben welche wir die nach Tabelle VI für dasselbe Instrument nach dem Nadel-Inclinatorium erhaltenen, setzen:

Tabelle IX.

	Induct.-Incl.	Nadel-Incl.	Differenzen.
Juni	4,69303	4,69658	—0,00355 = —48″
Juli	4,69303	4,69317	—0,00014 = — 2
August	4,69294	4,69352	—0,00058 = — 8
September . .	4,69257	4,69107	+0,00150 = +21
October. . . .	4,69233	4,69352	—0,00119 = —16
November . .	4,69107	4,69170	—0,00063 = — 9
December . .	4,69289	4,69537	—0,00248 = —34
Mittel	4,69255	4,69356	—0,00101 = —14

Die Differenzen in der letzten Columne dieser Tafel in mm., mg., s. oder in Bogen-Secunden als entsprechende Inclinationsdifferenzen nach der Formel verwandelt, sind nun als wirkliche Correctionen unseres Nadel-Inclinatoriums Dover № 22 (Mittel aller 4 Nadeln 3—6) zu betrachten und nicht etwa die der Tabelle III, weil die Werthe des Inductions-Inclinatoriums hier corrigirt und die des Nadel-Inclinatoriums nur aus Beobachtungen im betreffenden Monat abgeleitet sind, während die früheren Normalstände nach dem Nadel-Inclinatorium wenigstens für das Variationsinstrument mit directer Beobachtung Mittelwerthe für je 3 Monate darstellen.

Im Mittel dieser ganzen Periode ergiebt sich somit als absolute Correction des Dover'schen Nadel-Inclinatoriums (Mittel der 4 Nadeln 3—6):

$$-14'' \pm 16''.$$

Endlich giebt uns die Tabelle VIII auch zur sichereren Feststellung der Genauigkeit der absoluten Inclinationsmessungen mit unserem Inductions-Inclinatorium einen Anhaltspunkt. Die Monate Juni—August können offenbar wegen der allmählichen Verrückung des Inductions-Inclinatoriums nicht hiezu benutzt werden; ebenso werden die Monate November und December hiezu nicht geeignet sein, da innerhalb derselben das Variationsinstrument für directe Beobachtung, das als constanter Vergleichspunkt dienen soll, selbst beträchtliche Aenderungen erlitt. Im September und October waren dieselben dagegen noch sehr gering und so kann uns denn in Tabelle IV nur die Unsicherheit der Normalstände V_0 in diesen 2 Monaten eine angenäherte Vorstellung der Fehler des Inductions-Inclinatoriums geben. Im Mittel der 2 Monate September und October ist aber:

$$\partial V_0 = \pm 0{,}00037;$$

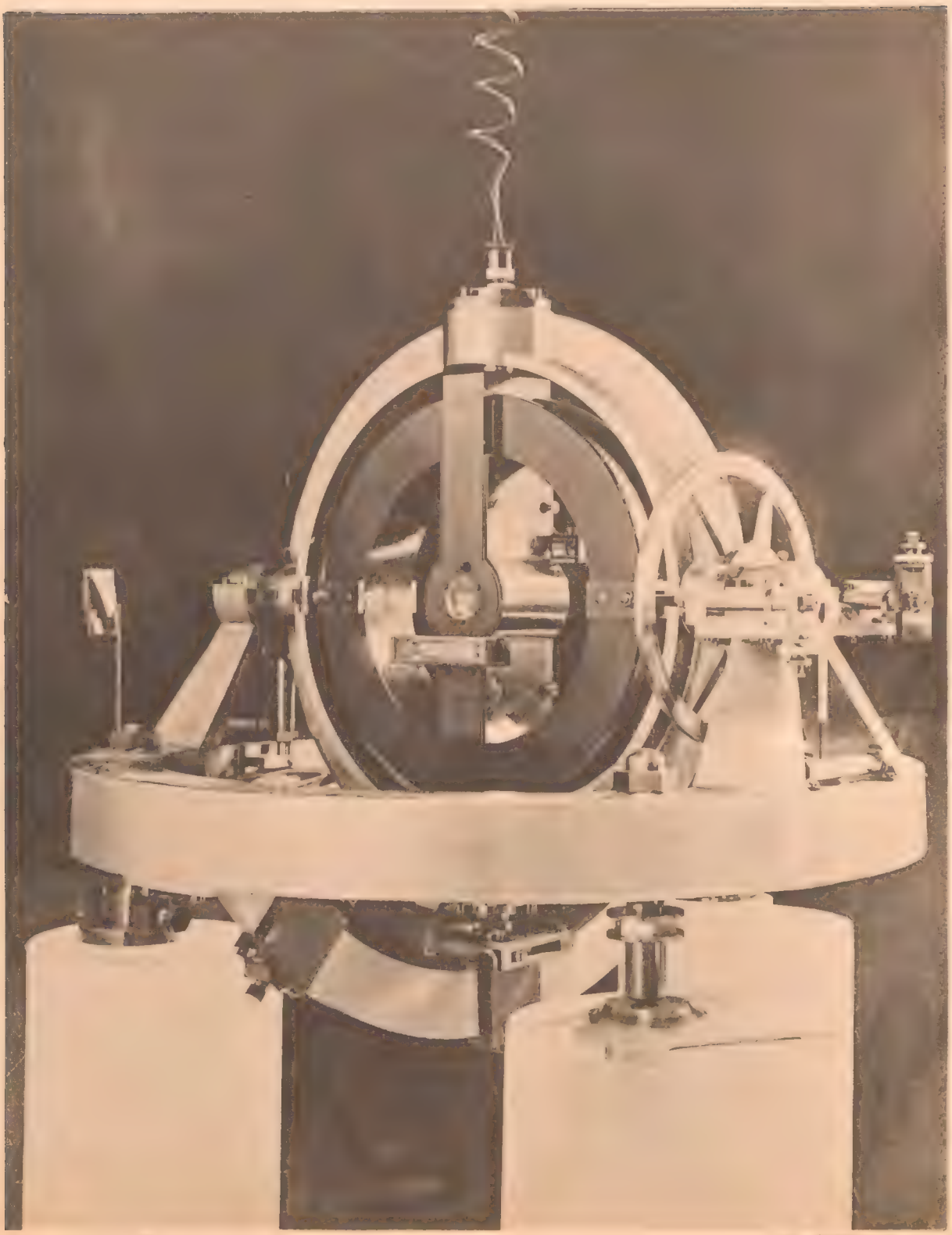
woraus nach 32. folgt:

$$\partial i = \pm 5''{,}1.$$

Nun ist nach Seite 57 der Fehler einer Inclinationsbestimmung oder entsprechenden Vertikal-Intensitätsmessung mit unseren Lloyd'schen Wagen zu $\pm 2''{,}3$ anzusetzen, welcher Fehler in dem obigen Werth von ∂i noch mit enthalten ist. Nach den Regeln der Wahrscheinlichkeitsrechnung ergiebt sich daher als mittlerer Fehler einer Inclinations-Bestimmung mit unserem Inductions-Inclinatorium der Werth:

$$\pm 4''{,}5 = \pm 0'{,}08.$$

Auch dieser schon recht geringe Fehler dürfte durch einige kleine Verbesserungen des Apparates, wie sie gemäss den Erörterungen auf Seite 23 vielleicht zu erzielen sein werden, in Zukunft noch weiter vermindert werden können. Jetzt schon ist aber mit dem neuen Instrument eine Genauigkeit der absoluten Messung der Inclination erreicht, die von der gleichen Ordnung wie diejenige der Declination ist.



H. Wild, Absolute Inclination mit Inductions-Inclinatorium.

Tafel II.

Fig 1

Fig 2.

Fig 3

Fig 4.

MÉMOIRES
DE
L'ACADÉMIE IMPÉRIALE DES SCIENCES DE ST.-PÉTERSBOURG, VII^e SÉRIE.
TOME XXXVIII, N° 4.

ARBEITEN AUS DEM BOTANISCHEN LABORATORIUM DER KAISERLICHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN ZU ST. PETERSBURG.

№ 1.

BEITRAG
ZUR
SYMBIOSE VON ALGEN UND THIEREN.

VON
A. Famintzin.

(AUS DEM RUSSISCHEN ÜBERSETZT.)

Mit 1 Tafel.

(*Lu le 13 février 1891.*)

ST.-PÉTERSBOURG, 1891.
Commissionnaires de l'Académie Impériale des sciences:
à St.-Pétersbourg: M. Eggers & C^o et J. Glasounof.
à Riga: M. N. Kymmel.
à Leipzig: Voss' Sortiment (Haessel).

Prix: 55 Cop. = 1 Mark 40 Pf.

MÉMOIRES
DE
L'ACADÉMIE IMPÉRIALE DES SCIENCES DE ST.-PÉTERSBOURG, VII^E SÉRIE.
TOME XXXVIII, N° 4.

ARBEITEN AUS DEM BOTANISCHEN LABORATORIUM DER KAISERLICHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN ZU ST. PETERSBURG.

№ 1.

BEITRAG
ZUR
SYMBIOSE VON ALGEN UND THIEREN.

VON
A. Famintzin.

(AUS DEM RUSSISCHEN ÜBERSETZT.)

Mit 1 Tafel.

(*Lu le 13 février 1891.*)

ST.-PÉTERSBOURG, 1891.
Commissionnaires de l'Académie Impériale des sciences:

à St.-Pétersbourg:	à Riga:	à Leipzig:
M. Eggers & C° et J. Glasounof.	M. N. Kymmel.	Voss' Sortiment (Haessel).

Prix: 55 Cop. = 1 Mark 40 Pf.

Imprimé par ordre de l'Académie Impériale des sciences.

Avril 1891.

A. Strauch, Secrétaire perpétuel.

Imprimerie de l'Académie Impériale des sciences.
Vass.-Ostr., 9 ligne, № 12.

In Folge einer von der Mathematisch-Physischen Klasse gemachten Vorstellung geruhte Seine Kaiserliche Hoheit der Präsident der Kaiserlichen Akademie der Wissenschaften die Allerhöchste Genehmigung zur Gründung eines Laboratoriums für Anatomie und Physiologie der Pflanzen an der Akademie zu erwirken, welche am 24. Februar des vorigen Jahres erfolgte. Das neue Laboratorium ist jetzt mit allen nöthigen Einrichtungen und Apparaten genügend versorgt und es werden in ihm schon wissenschaftliche Untersuchungen angestellt.

Diese Arbeiten werden in den Sapiski und den Memoiren der Akademie unter dem Titel: «Arbeiten aus dem botanischen Laboratorium der Akademie» gedruckt. Jede von ihnen kann einzeln angeschafft werden, da sie alle als gesonderte Broschüren erscheinen. Mit dem folgenden Beitrage zur Symbiose der Algen mit Thieren wird die Herausgabe der Arbeiten des oben erwähnten Laboratoriums eröffnet.

Beitrag zur Symbiose von Algen und Thieren.

(Fortsetzung.)

III. Grüne Zellen (Zoochlorellen).

Den im ersten Beitrage[1]) zur Symbiose von Algen und Thieren beschriebenen gelben Zellen müssen die in verschiedenen Classen von Thieren vorhandenen grünen Zellen an die Seite gestellt werden. Letztere sind sowohl in Amoeben, Monothalamien, Heliozoën und Ciliaten, als auch in Coelenteraten und Würmern aufgefunden worden.

In den folgenden Zeilen werde ich fast ausschliesslich die in Infusorien (Stentor, Paramaecium, Vorticella, Stylonychia) lebenden grünen Zellen und nur theilweise die des Badeschwammes (*Spongia fluviatilis*) berücksichtigen.

Diese Zellen sind schon von mehreren Forschern untersucht worden; dennoch sind die bis jetzt erlangten, sowohl die Struktur, als die physiologische Bedeutung dieser Gebilde betreffenden Resultate einander in einem solchen Grade widersprechend, dass Bütschli[2]), in seinem ausgezeichneten Werke über Protozoen, die über Zoochlorellen gemachten Angaben zusammenstellend, mit vollem Rechte hinzufügt: «Trotz der interessanten Aufschlüsse, welche die neueren Forschungen brachten, bedürfen diese Organismen noch viel genauerer Verfolgung». Diese Worte haben, ungeachtet der im Jahre 1890 erschienenen Arbeiten von Dangeard[3]) und Beyerinck[4]), auch jetzt noch ihre volle Berechtigung, obwohl, wie

1) Famintzin. Beitrag zur Symbiose von Algen und Thieren. Mém. de l'Acad. Impériale des sc. de St. Pétersb. T. 36 (1889).

2) Bütschli. Protozoa p. 1832—33.

3) Dangeard. Etude de l'Ophrydium versatile. Botaniste 2. Sér., 1. fascicule, p. 1 (1890).

4) Beyerinck. Culturversuche mit Zoochlorellen, Lichenengonidien und anderen niederen Algen. Bot. Zeit. 1890, № 45—48.

weiter unten gezeigt wird, wir diesen Forschern manche wichtige und interessante Hinweisungen verdanken.

Die grünen Gebilde der Infusorien wurden zum ersten Male von Geza-Entz[1]), als einzellige, in die Infusorien von Aussen gelangende Algen gedeutet. Er hat in ihnen einen Zellkern, Stärkekörner und eine gallertartige Hülle nachgewiesen. Zu ähnlichen Resultaten ist auch, ohne die Arbeit von Geza-Entz zu kennen, Carl Brandt[2]) gekommen; er hat diese grünen Zellen ebenfalls als Algen gedeutet und in ihnen den Zellkern mittelst Hämatoxylin, als auch ein bis mehrere grüne Chromatophoren, Stärkekörner und eine Membran, die nach Brandt Cellulose-Reaction haben soll, nachgewiesen; er hat dieser Alge den Namen *Zoochlorella* gegeben.

Als einzellige Algen werden diese grünen Gebilde auch von Dangeard[3]) und Beyerinck[4]) gedeutet. Dangeard giebt dabei an, dass an Zoochlorellen des *Ophrydium versatile* eine Cellulose-Reaction gebende Membran vorhanden sei. Dagegen behaupten englische und amerikanische Forscher, dass letztere keine Algen, sondern den Chlorophyllkörpern der Pflanzen entsprechende Gebilde seien. Sie sollen nach Lankaster[5]) gleich den Chlorophyllkörpern keinen Kern enthalten, da es ihm niemals gelingen wollte mittelst Picrocarmin in ihnen den Kern nachzuweisen.

Im Gegensatz zu Geza-Entz und Brandt betrachten nämlich Geddes[6]), Sallit[7]) und Lankaster[8]) die grünen Gebilde als den Chlorophyllkörpern entsprechende Gebilde und wollen sie als endogene, aus dem Plasma des Thieres hervorgegangene Körper deuten. Besondere Beachtung verdienen Lankaster's Beobachtungen; weiter unten sollen sie von mir ausführlich angeführt und analysirt werden. Hier will ich nur erwähnen, dass Lankaster in ihnen das Vorhandensein eines Kernes abspricht und deshalb sie nicht für Algen sondern für Chlorophyllkörper hält.

Die beiden neuesten Forscher: Dangeard und Beyerinck betrachten mit Geza-Entz und Brandt die grünen Zellen der Infusorien als selbstständige Algen.

---

1) Geza-Entz. Ueber die Natur der Chlorophyllkörperchen niederer Thiere. Biol. Centrb. 1, № 21, p. 646 (1882).

2) Carl Brandt. 1. Ueber das Zusammenleben von Thieren und Algen. Sitzungsb. der Ges. naturf. Freunde. Berlin. 1881. Nov.

2. Ueber die morphologische und physiologische Bedeutung des Chlorophylls bei Thieren. Arch. f. Anat. u. Physiol. Abth. f. Physiologie. 1882, April, p. 125—151.

3. Ueber die morphologische und physiologische Bedeutung des Chlorophylls bei Thieren. 2. Artikel. Mittheil. a. d. zoolog. Station zu Neapel. B. 4, p. 242. 1883.

3) Dangeard l. c.

4) Beyerinck l. c.

5) Lankaster. 1. The mode of Occurence of Chlorophyll in Spongilla. Quart. Journ. new Ser. B. 14, p. 400 (1874).

2. Chlorophyll in Turbellarian Worms and other Animals. ib., new Ser., B. 19, p. 434 (1879).

3. On the Chlorophyll-corpuscles and Amyloid Deposits of Spongilla and Hydra. ib., B. 22, p. 229—254 (1882).

6) Geddes, 1) Sur la Chlorophylle animale et la fonction des Planaires vertes. Arch. d. Zool. experiment. et générale.

2. Further researches on Animals containing Chlorophyll. Nature Vol. 25 p. 303 — 305 und p. 361 — 362, (1882).

7) Sallit, on the Chlorophyll-corpuscles of. s. Infusoria. Quart. Journ. microsc. science N. S. Vol. 24 p. 165—170 (1884).

8) Lankaster l. c.

Meine diesbezüglichen Untersuchungen lassen sich folgendermaassen zusammenfassen:

1) Die Zellkerntinction habe ich sowohl mittelst Hämatoxylin, als Carmin erzielt und dadurch die Einwendung Lankaster's gegen das Vorhandensein des Zellkerns in Zoochlorellen entkräftet. Beim Tingiren des Kernes durch Hämatoxylin bin ich den Angaben Brandt's genau gefolgt; die aus den Infusorien durch Druck isolirten, mittelst 70%-Alkohol entfärbten grünen Zellen wurden durch mehrstündiges Verweilen in einer sehr verdünnten Hämatoxylinlösung überfärbt; die Ueberfärbung mittelst 1%-Lösung von Chlorwasserstoffsäure in Wasser oder in 70%-Alkohol schnell beseitigt; durch darauf folgendes Behandeln des Präparats mit ganz schwacher Ammoniaklösung wurde eine tiefblaue Zellkerntinction erzielt; das Präparat wurde dann mit 70%-Alkohol abgespült und in einem unbedeckten Tropfen concentrirten Glycerins so lange liegen gelassen, bis der Alkohol vollständig verdampfte; dann erst habe ich ein Deckgläschen darauf gethan und das Präparat verkittet. Dasselbe Resultat wurde erzielt, wenn frische grüne Zellen zuerst in eine verdünnte Hämatoxylinlösung zu liegen kamen und erst später mit 70%-Alkohol ihres Chlorophylls beraubt wurden (Fig. 7 *a*, *b*).

Die Kerntinction der Zoochlorellen mittelst Carmin wollte mir lange Zeit nicht gelingen; es hat sich nun herausgestellt, dass, um Letzteres zu bewerkstelligen, man die Zoochlorellen auf kurze Zeit in einer 50%- bis 95%-Essigsäure liegen lassen muss; bei darauf folgender Carminbehandlung wird in ihnen eine diffuse Färbung erzeugt; es genügt nun die Carminlösung durch concentrirte Essigsäure oder durch concentrirtes, ein Procent Ameisensäure enthaltendes Glycerin zu ersetzen, um fast momentan eine intensive Kerntinction hervorzurufen. Als Carminlösungen habe ich theilweise Grenacher's Borax-Carmin, theilweise Hoyers-Carmin, manchmal zur Hälfte mit 2%-Essigsäure vermischt, angewandt und in allen Fällen vollkommen befriedigende Resultate erhalten.

2) An Zoochlorellen habe ich, den Angaben von Geza-Entz entsprechend, eine gallertartige Hülle bildende Membran gefunden. Sie wird ohne Weiteres sichtbar, wenn man auf das gegenseitige Verhalten von aneinandergedrückten Zoochlorellen achtet; letztere werden dabei polygonal; dessen ungeachtet lässt sich zwischen ihnen immer ein gallertartiger, vollkommen durchsichtiger Saum erkennen, der durch die aneinandergepressten Membranen der Zoochlorellen gebildet wird.

Entsprechende Bilder werden auch unter folgenden Umständen sichtbar. Die durchsichtige Membran tritt auf, wenn man zum zerdrückten zoochlorellenhaltigen Stentor ganz schwache Methylviolettlösung hinzusetzt; das körnige Plasma des Stentor wird sofort violett gefärbt; die in ihm liegenden Zoochlorellen erscheinen aber von einem lichten Hofe umgeben (Fig. 8 *a*, *b*). Dieser Hof tritt ebenso scharf auf, wenn unter Deckglas zwischen isolirten Zoochlorellen aërobe Bacterien reichlich vorhanden sind; letztere schmiegen sich den Zoochlorellen dicht an, werden aber auch hier von dem scharf contourirten Inhalte in einer gewissen Entfernung aufgehalten. Endlich kann die Membran als scharf umschriebene Hülle an Zoochlorellen, die mit $^1/_{10}$%-Eisenvitriollösung behandelt wurden,

beobachtet werden. Die chemische Constitution dieser Membran lässt sich zur Zeit gar nicht bestimmen; meinen Untersuchungen nach giebt sie mit Chlorzinkjodlösung behandelt keine Cellulosefärbung.

3) Das Vorhandensein eines muldenförmigen, grünen Chromatophors, welches während der Theilung der Zelle sich ebenfalls in zwei und darauf in vier gesonderte Partien theilt, habe ich ebenfalls bestätigen können. Hinzufügen will ich nur, dass ich in demselben immer ein stärkeerzeugendes Pyrenoid nachweisen konnte, dessen Vermehrung durch Theilung während der Zelltheilung ich ebenfalls constatirt habe. (Fig. 11 *a*, *b*, *c*, *d*, *e*.)

4) Mehrere Mal ist es mir gelungen an aus Stentor isolirten Zoochlorellen einen oberflächlich gelegenen rothen Punkt auf's Deutlichste zu beobachten; in den sich theilenden Zellen konnten deren mehrere, der Zahl nach den Zelltheilungsprodukten entsprechende rothe Punkte wahrgenommen werden (Fig. 5 *a*, *b*, 6 *a*, *b*, *c*, *d*). Das Vorhandensein des rothen Punktes ist aber durchaus nichts Constantes; wenigstens habe ich nach ihm öfters längere Zeit vergebens gesucht. Es ist mir zur Zeit unmöglich über seine Natur etwas Genaues anzugeben; ich wage sogar nicht zu entscheiden, ob die rothe Farbe eine optische Erscheinung oder ein Pigment enthaltendes Körperchen sei. Bemerkenswerth ist dabei, dass an den mit absolutem Alkohol entfärbten Zoochlorellen der rothe Punkt sein unverändertes Aussehen behält, also jedenfalls von dem Pigmente des rothen Augenpunctes der Infusorien verschieden ist.

5) Das Vorhandensein von contractilen Vacuolen in Zoochlorellen muss ich auf das Bestimmteste verneinen. Bis jetzt wurden sie nur von Geza-Entz beobachtet; von keinem anderen Forscher aber jemals gesehen; ungeachtet aller Anstrengungen konnte auch ich nichts Derartiges entdecken.

Dass die Zoochlorellen sich innerhalb der Infusorien durch Theilung vermehren, wurde schon auf's Deutlichste von Balbiani (1863), dann von Geza-Entz und Brandt beobachtet. Genaueres darüber finde ich aber nirgends angegeben. Meinen Beobachtungen zufolge wird gewöhnlich die Zoochlorellazelle zuerst durch eine Scheidewand in zwei halbkugelige symmetrische Hälften gespalten, worauf jede der letzteren wieder eine Theilung eingeht; diese drei Theilungsebenen sind dabei meistentheils gegen einander senkrecht gestellt. Wenn wir uns nun eine in Viertheilung begriffene Zoochlorellazelle so gestellt denken, dass die eine ihrer Theilungsebenen mit der Papierfläche zusammenfiele, so wird sie ein der Fig. 2 *d*, 3 *d*, 5 *e* entsprechendes Bild aufweisen: es werden nämlich von den vier Theilungsprodukten nur drei zu sehen sein; zwei von ihnen werden gegen uns senkrecht, das dritte dagegen seitlich gestellt erscheinen. Gewöhnlich trennen sich die 4 neuen Zellen vollständig von einander; manchmal, obwohl ziemlich selten, werden 8, in einigen Fällen sogar 16 Theilungsprodukte noch zu einer Gruppe vereinigt gefunden.

Dem Theilungsakte der Zelle geht, wie schon oben auseinandergesetzt wurde, die Theilung des Zellkernes, des Chromatophors und des Pyrenoids vor. Die neu entstandenen Chromatophoren erscheinen bald den Ecken eines Tedraeders entsprechend gelagert; öfters

rücken sie gegen einander und berühren sich mit ihren Rändern: es gesellen sich noch manchmal stark lichtbrechende Kügelchen von nicht näher definirbarer Natur dazu, (Fig. 4 *a*; 12 *a*, *b*, *c*) und verleihen dann der Zoochlorellazelle ein so sonderbares Aussehen, dass sowohl Brandt, als andere Forscher sie für ein von bekannten Algenzellen verschiedenes Gebilde ansahen.

Die oben geschilderte Struktur der Zoochlorella könnte schon für sich allein genügen, letztere als eine typische einzellige Alge zu betrachten; um vollständige Gewissheit über die selbstständige Natur der Zoochlorella zu erhalten, schien es aber noch ausserdem äusserst wünschenswerth die Möglichkeit ihrer Cultur ausserhalb des sie beherbergenden Thierkörpers durch Versuche zu beweisen. Dieses ist auch schon von mehreren Forschern behauptet worden; leider aber sind alle darüber gemachten Angaben so unvollständig, dass diese Frage noch jetzt als nicht genügend aufgeklärt zu betrachten ist.

Die verschiedenen diesen Gegenstand betreffenden Ansichten will ich mich bemühen in folgender möglichst kurzer Skizze zu geben.

Nach Geza-Entz[1]) sollen die «durch Zerzupfen des Infusorienkörpers freigelegten und im Wassertropfen sorgsam aufbewahrten grünen Körper nicht absterben — im Gegentheil weiterleben und sich nach einiger Zeit in einzellige Algen (Palmella, Tetraspora, Glococystis, Pleurococcus, Raphidium und Scenedesmus) umwandeln; einige dieser Körper encystirten sich und aus diesen Cysten schwärmten Chlamydomonaden und Euglenen heraus. Manchmal entwickelten sich diese grünen Körper schon innerhalb des Körpers der Infusorien weiter». Geza-Entz giebt ferner an, dass es ihm gelungen sei, die grünen Zellen innerhalb eines *Stentor polymorphus,* der einige Zeit in einem Tropfen nicht erneuerten Wasser kultivirt wurde, in verschiedene Algen sich umwandeln zu sehen, so dass «der Stentor zu einer wahrhaften lebenden Sammlung der erwähnten einzelligen Algen und grünen Flagellaten wurde».

Als selbstständige in die Infusorien eingewanderte Algen werden die Zoochlorellen auch von Brandt gedeutet und zwar aus folgenden Gründen: 1) die grünen Zellen erscheinen als dem Thierleibe ganz fremde, zufällig von Aussen her gelangte Einschlüsse, da von vielen grüne Zellen enthaltenden Thieren nachgewiesen ist, dass sie bald grüngefärbt, bald ganz farblos vorkommen können; 2) sollen, nach Brandt's Untersuchungen, die grünen Zellen der Hydren, Infusorien, Spongillen und Aaelosomen nach dem Zerreissen und Zerquetschen der Thiere nicht absterben, sondern wochenlang am Leben bleiben, einigemal schienen sie sich im Laufe der Zeit vermehrt zu haben; dem Lichte exponirt erzeugten sie Stärkekörner — ein Zeichen, dass sie noch functionsfähig waren.

Als hervorragendster Gegner der Ansichten von Geza-Entz und Brandt trat Lankaster[2]), hauptsächlich in der letzten seiner drei citirten Arbeiten auf, nachdem er sieben

1) Geza-Entz l. c.

Jahre lang Untersuchungen über grüne Zellen der Spongilla und Hydra angestellt hatte. Für die hier behandelte Frage sind nur die morphologischen Betrachtungen Lankaster's (siehe p. 289 u. ff.) von Interesse, denn die Identität des grünen Farbstoffes der in Infusorien und in anderen grün gefärbten Thieren vorkommenden grünen Zellen mit dem Chlorophyll der Pflanzen, als auch das den grünen Algen und den Chlorophyllkörnern gemeinsame Vermögen im Sonnenlichte Kohlensäure unter Sauerstoffentwickelung zu zerlegen, können über die Natur der uns interessirenden Gebilde keine Anhaltspunkte geben.

Was die Spongilla betrifft, soll, nach Lankaster, das mit dem Chlorophyll der Pflanzen indentische grüne Pigment in grünen Gebilden, die den Chlorophyllkörnern gleich, aus dem Plasma sich heranbilden, enthalten sein[1]).

Er erwähnt ferner, dass ausser den kleinen, schon von Brandt und anderen Forschern beschriebenen grünen Gebilden (*Zoochlorella parasitica* Brandt), die er als concave Disci abbildet, noch andere ebenfalls grüne Gebilde, welche erstere bedeutend an Grösse übertreffen, in den amoeboiden Zellen der Spongilla vorkommen (siehe seine Fig. 2 und 12 der Taf. 20). Indem ich seine sonderbare, der Realität wenig entsprechende Schilderung der Struktur dieser beiden Arten von Gebilden übergehe, will ich Lankaster's Angaben über die amyloide Substanz der Spongilla näher berücksichtigen. Lankaster's Angaben sind hinsichtlich der, von den Anhängern Geza-Entz's und C. Brandt's der Zoochlorella in der Symbiose mit Thieren beigelegten Rolle besonders interessant: auf das allbekannte Vermögen der grünen Zellen am Lichte, Kohlenhydrate aus Kohlensäure und Wasser zu erzeugen, sich stützend, meinen diese Gelehrten, dass den Thieren durch die Vermittelung der Zoochlorella Kohlenhydrate geliefert werden; darin soll die Haupt-Function der grünen Zellen bestehen. Nach Brandt, der zuerst diese Ansicht ausgesprochen und entwickelt hat, wird von diesen Zellen nur der Ueberschuss des Kohlenhydrats durch Diffussion in das Plasma des Thieres ausgeschieden. Lankaster's Entgegnungen bestehen hauptsächlich in Folgendem: 1) er konnte mittelst Jodlösung innerhalb der grünen Gebilde niemals Stärke entdecken; 2) indessen ist es ihm gelungen sowohl in grünen, als farblosen Spongillen mit derselben Jodlösung bedeutende Massen von Stärke in den amoeboiden Zellen ausserhalb der grünen Gebilde auf das Bestimmteste nachzuweisen. Er fand diese amyloide Substanz in ihnen, entweder als homogene Masse in grosse Vacuolen eingeschlossen (siehe Taf. 20, Fig. 3, 4), oder in Form kleiner sphärischer Körner in der peripherischen Schicht des Protoplasma der amoeboiden Zellen vertheilt (Taf. 20, Fig. 4, 5, 8). Die eben beschriebenen mit der stärkeartigen Substanz gefüllten Vacuolen wurden, wie auch Lankaster angiebt, schon früher von Keller[2]) sowohl in Spongilla, als auch in anderen

1) Schmitz's und Schimper's Untersuchungen über die selbstständige Natur der Chlorophyllkörper und deren Vermehrung durch Theilung konnten, da sie erst später erschienen sind, von Lankaster nicht berücksichtig werden.

2) Keller. Zeitschr. f. wiss. Zool. B. 30, p. 572.

Spongien beschrieben; sie werden nach Lankaster's Versuchen bei Behandlung mit Osmiumsäure und Picrocarmin intensiv roth gefärbt; woraus Lankaster den Schluss zieht, dass in diesen Vacuolen ausser der stärkeartigen auch eine albuminartige Substanz vorhanden sein müsse. 3) In amoeboiden Zellen der ganz farblosen oder nur kaum grünlich gefärbten Spongillen konnte Lankaster polygonale farblose, den grünen Gebilden der Dimension nach gleiche Körper nachweisen, unter denen manchmal auch vereinzelt intensiv grün gefärbte, der *Zoochlorella parasitica* Brandt vollkommen entsprechende Körper vorhanden waren. 4) Lankaster führt ferner, als wichtige Stütze seiner Ansicht, dass die grünen Gebilde den Chlorophyllkörpern entsprechend und gleich diesen endogenen Ursprungs sind, seine Beobachtung an, dass diese Körper, den Leucoplasten gleich, mittelst concentrirter Schwefelsäure eine grüne Färbung bekommen.

Meinen Untersuchung zu Folge lassen sich aber die an grünen und farblosen Hydren von Lankaster angestellten Beobachtungen: 1) der völlige Mangel der Stärke in den grünen Gebilden, 2) deren, wenn auch selten und in geringer Menge, von ihm constatirtes Vorkommen in den Entodermzellen ausserhalb der grünen Gebilde, 3) der Nachweis von der Form und Grösse nach entsprechenden farblosen Körpern in den Entodermzellen der *Hydra fusca* und anderer nichtgrün gefärbten Hydren, mit der Ansicht, dass diese grünen Gebilde selbstständige, von Aussen in die Thiere gelangende Algen seien, ungezwungen in Einklang bringen.

Eine interessante Zusammenstellung und kritische Bearbeitung der hierher gehörenden inclusiv, bis zum Jahre 1888 erschienenen Arbeiten ist von Bütschli in seinem berühmten Werke über Protozoen (p. 1832—39) gegeben worden.

Von den, nach dem Erscheinen der Protozoen Bütschli's, über die Zoochlorellen publicirten Arbeiten sollen folgende zwei erwähnt werden:

Dangeard[1]) hat das Vorkommen der Zoochlorellen bei Flagellaten, nämlich in *Anisonema viridis* nachgewiesen und ihr Verhältniss beim Incystiren der Infusorien (*Opleridium versatile*) studirt; sie sollen auch in der Cyste als grüne Zellen vorhanden sein und also intact den Nachkommen überliefert werden.

Beyerinck[2]) gebührt das Verdienst eine ausserhalb der Infusorien, selbstständig vegetirende Alge entdeckt zu haben, die dem Ansehen nach vollkommen den Zoochlorellen ähnlich ist; eine üppige Vegetation dieser von ihm als *Chorella vulgaris* benannten Alge, hat er in Gelatine mit Pepton und Zucker oder concentrirtem Malzextract gezogen; es trat ein intensives Wachsthum und eine rasche Theilung ein, wobei meistens Chlorellazellen in 16 Theilungsprodukte zerfielen. Ganz richtig wird diese Alge von Beyerinck zu den Protococcaceen gestellt. Leider sind seine, die Zoochlorellen betreffenden Angaben sehr unbestimmt. Die im Texte der Arbeit beschriebenen Culturversuche mit Zoochlorellen, in den der

1) Dangeard. l. c.

2) Beyerinck l. c.

Chlorella vulgaris äusserst günstigen Medien, gaben alle ein negatives Resultat; die Zoochlorellen gingen dabei immer zu Grunde. In einer nachträglichen Bemerkung wird dagegen kurz angegeben, dass es Beyerinck «in der letzten Zeit» gelungen sei «in und auf Grabenwassergelatine wohl entwickelte Colonien» zu erhalten. Darauf fügt Beyerinck hinzu, dass «die Möglichkeit des freien Wachsthums der Chlorellen ausserhalb des Thieres dadurch erwiesen sei». Ausserdem wird in der Nachschrift Folgendes hinzugesetzt: «Die von mir S. 745, Anm. 1 ausgeführte gelungene Cultur der Hydrachlorellen hat, bei weiteren Versuchen, zum Schlusse geführt, dass das Hydrachlorophyll sicher identisch ist mit *Chlorella vulgaris*. Die anfängliche Culturschwierigkeit jenes Chlorophylls bleibt einstweilen, nach Beyerinck, «unverstanden, in den Reihenculturen ist dieselbe bald verschwunden, und damit die einzige Differenz mit letztgenannter Alge».

Genauere Angaben der Culturmethoden, mittelst deren, den in der Arbeit angeführten entgegengesetzte Resultate erhalten worden sind, werden dagegen nicht angegeben und deshalb die Möglichkeit der Cultur der Zoochlorellen ausserhalb der Infusorien, wie mir scheint, durch diese Arbeit noch nicht ausser Zweifel gesetzt.

Aus dieser kurzen aber vollständigen historischen Uebersicht der die Zoochlorellen betreffenden Arbeiten ist zu ersehen, dass die Zahl derjenigen Forscher, welche die Zoochlorellen als einzellige Algen ansehen, die auch ausserhalb der Thiere ein selbstständiges Leben führen können, eine ziemlich beträchtliche ist. Dessenungeachtet erweisen sich aber, bei genauerer Erwägung, die als Beweise beigebrachten Gründe als ziemlich unbestimmt und ungenügend.

In keinem dieser Fälle wird angegeben, ob die Beobachtung eine gewisse Zeit an denselben grünen Zellen angestellt wurde und ob dabei wirklich eine Volumenvergrösserung und eine Massenzunahme stattgefunden habe.

Da die angeführten Angaben mir als unzureichende Beweise für das selbstständige Leben der Zoochlorellen ausserhalb der sie enthaltenden Thiere zu seien schienen, unternahm ich vor drei Jahren eine lange Reihe von Versuchen in dieser Richtung, um diesen Satz ausser Zweifel zu setzen, die Symbiose der grünen Zellen mit Thieren (Infusorien) aufzuklären und sie mit der der gelben Zellen (Zooxanthella) zu vergleichen. Um die Möglichkeit der Verwechselung der aus Infusorien isolirten Zoochlorellen mit anderen Algen zu vermeiden, entschloss ich mich ausschliesslich der einzigen vorwurfsfreien Methode, nämlich der beständigen Beobachtung unter dem Mikroskope während mehrerer Wochen der aus Infusorien stammenden Zoochlorellen, zu bedienen. Mittelst solcher Versuche, die nach Bedürfniss Wochen und sogar Monate lang dauerten, ist es mir gelungen, das gewünschte Ziel zu erreichen. Ich war dabei überzeugt, dass ich gleich bei den ersten Versuchen das Wachsen und die Theilung der genau in ihrer gegenseitigen Lage abgezeichneten Zoochlorellen würde constatiren können. Gross war meine Enttäuschung, als ich die markirten Zellen nach wenigen Tagen zu Grunde gehen sah und ebenso alle übrigen, in verschiedener Weise angestellten Culturen der Zoochlorellen dasselbe negative Resultat ergaben. Es gelang mir zwar in

einigen Präparaten die Zoochlorellen sich ein Mal theilen zu sehen; die Theilungsprodukte starben aber regelmässig in kurzer Zeit ab.

Während der fast ununterbrochen drei Jahre lang fortgesetzten Untersuchungen an *Stentor polymorphus*, *Paramaecium Bursaria* und einer nicht näher bestimmten grünen *Vorticella*, blieben meine Bemühungen erfolglos: nach dem Abtödten der Infusorien gingen die Zoochlorellen regelmässig zu Grunde; es stellte sich also heraus, dass die Beobachtung des selbstständigen Lebens der Zoochlorellen, wenn überhaupt möglich, nur unter ganz bestimmten äusseren Verhältnissen zu erreichen sei.

Ganz ähnliche Erfahrungen hat auch Beyerinck gemacht. In seiner oben citirten Arbeit werden die während anderthalb Jahren angestellten Versuche der Kultur der aus Hydra und Stentor isolirten Zoochlorellen beschrieben, die alle ein negatives Resultat ergaben.

Erst im September des vorigen Jahres gelang es mir aus zerquetschten *Paramaecium Bursaria* isolirte Zoochlorellazellen zum energischen Wachsthum und zur mehrmaligen Theilung zu zwingen; drei Monate später habe ich endlich auch die Zoochlorellen des *Stentor polymorphus* dazu gebracht.

Am einfachsten gelangen diese Experimente an Zoochlorellen von *Paramaecium Bursaria*; aus dem Aquarium geholte Thierchen wurden mittelst eines kleinen Hebers, unter schwacher Vergrösserung, in grosse Tropfen der ausgekochten und filtrirten dem Aquarium entnommenen Flüssigkeit übertragen und, um sie möglichst rein von Beimengungen zu erhalten, diese Operation mehrere Mal wiederholt; dann wurden sie in einen Tropfen derselben Flüssigkeit auf einen Objektträger gebracht, das überflüssige Wasser mittelst Filtrirpapier entfernt und das Präparat mit einem Deckgläschen bedeckt. Die Thierchen wurden dabei plattgedrückt und zerquetscht, wobei die Zoochlorellen aber ganz intact blieben. Darauf wurde vorsichtig an den Rand des Deckblättchens ein kleiner Tropfen einer Salzlösung gebracht, welche auf 1000 Theile destillirten Wassers 1 Theil sauren phosphorsauren Kaliums, 1 Theil schwefelsauren Ammoniums enthielt; es wurde ausserdem noch kohlensaures Magnium und schwefelsaurer Kalk als Pulver beigemengt. In dem Maasse als diese Flüssigkeit unter das Deckgläschen drang wurden neue Tropfen hinzugesetzt, bis eine ziemlich dicke Schicht Flüssigkeit sich zwischen den Gläsern sammelte. Die Zoochlorellen blieben mittelst des sie umgebenden Plasma's an dem Objektträger kleben und behielten ihre gegenseitige Lage mehrere Tage unverändert bei, so dass ich sie in beliebiger Zahl abzeichnen und eine unbestimmte Zeit lang beobachten konnte. Sie erschienen dem Glase so fest angeschmiegt, dass sie auch, ungeachtet des täglichen Wechsels der Flüssigkeit, ihre gegenseitige Lage unverrückt beibehielten. Derartige Präparate blieben manchmal wochenlang auf dem Objekttische des Mikroskops ungestört liegen. Vor dem Verdunsten wurden sie in vollkommener Weise dadurch geschützt, dass ich die sie tragenden kurzen Objektgläschen mit einem Uhrgläschen, welches auf der concaven Seite mit einem Stücke eines mit Wasser durchtränkten Fliespapiers versehen war, bedeckte. In ihrer gegenseitigen Lage genau ab-

gezeichnete Zoochlorellen wuchsen während mehrerer folgender Tage bedeutend heran und gingen darauf eine Viertheilung ein. Die Theilungsprodukte lagen nach einiger Zeit gesondert da, erlangten mehr oder weniger rasch die normale Grösse der Zoochlorellen und gingen wieder eine neue Viertheilung ein. Besonders interessant und für die hier zu lösende Frage wichtig war die Möglichkeit bei diesem Versuchsverfahren sämmtliche Zoochlorellen des *Paramaecium Bursaria* am Leben zu erhalten und an allen ein Wachsthum und eine Vermehrung durch Theilung direkt zu beobachten.

Nach derselben Methode mit *Stentor polymorphus* angestellte Versuche gaben ein negatives Resultat; in einigen Fällen gingen die Zoochlorellen rasch zu Grunde, in anderen blieben sie am Leben, gestatteten aber nicht längere Zeit Beobachtungen an ihnen anzustellen, da sie an dem Objektträger nicht hafteten und bei der geringsten Strömung der Flüssigkeit mitgerissen wurden. Die Beobachtungen an Stentor-Zoochlorellen wurden noch dadurch erschwert, dass in Stücke zerrissene Stentoren noch lange Zeit am Leben blieben und manche von den Bruchstücken sich sogar zu vollständigen Stentoren heranbildeten. Um dieses Uebel zu vermeiden, habe ich die Stentoren vorläufig mittelst Sodawasser abgetödtet; es genügte dazu ein Tropfen dieses Wassers dem die Stentoren enthaltenden zuzusetzen, um fast momentan letztere zum Zerplatzen zu zwingen. Das Sodawasser wurde sogleich wieder entfernt, die Zoochlorellen blieben dabei am Leben. Um die Zoochlorellen zu fixiren, wurde der zerplatzte Stentor des ihn umgebenden Wassers beraubt und in einem Tropfen 1½procentigen Agar-Agar mittelst einer Stahlnadel vertheilt. Das Abtödten des Stentor mit Sodawasser und das Einschliessen in Agar-Agar wurde auf einem Deckgläschen vorgenommen, welches darauf auf einen mit Wasser befeuchteten Papierrahmen mit dem Tropfen nach unten gekehrt, übertragen wurde. Im Agar-Agar verblieben die meisten Zoochlorellen am Leben; um ihre Weiterentwickelung zu befördern, wurde dem Agar-Agar von Zeit zu Zeit ein Tropfen der oben angegebenen oder folgender Salzlösung (welche auf 1000 Theile destillirten Wassers 1 Theil sauren-phosphorsauren Kaliums, 1 Theil salpetersauren Kaliums, 1 Theil schwefelsauren Magniums und 1 Theil salpetersauren Kalkes enthielt) hinzugefügt. Ausserdem wurde in einigen Versuchen Kohlensäure in der Weise zugeführt, dass ich den Papierrahmen von Zeit zu Zeit mit Sodawasser impregnirte.

Sonderbarer Weise erhielten sich im Agar-Agar meistens nur diejenigen Zoochlorellen am Leben, welche vereinzelt und ausserhalb des Plasmas des Stentor zu liegen kamen; diejenigen dagegen welche vom letzteren haufenweise umringt blieben, gingen bald alle zu Grunde. Die Ursache dieses Verhaltens der Zoochlorellen von *Stentor polymorphus* zu erklären ist mir unmöglich. Alle im Verlaufe von den ersten paar Tagen nicht abgestorbenen Zoochlorellen entwickelten sich ungestört weiter und an ihnen konnte mit derselben Sicherheit das Wachsthum und eine Viertheilung, wie an den Zoochlorellen von *Paramaecium Bursaria*, eine unbestimmte Zeit lang beobachtet werden. Als gute Illustration solcher Beobachtungen können die Fig. 1, 2, 3 der beigegebenen Tafel dienen. In der oberen hori-

zontalen Reihe sind die zur Beobachtung gewählten Zellen des *Stentor polymorphus*, und in entsprechenden vertikalen Reihen ihre Theilungsprodukte abgebildet.

Der die Zoochlorellen beherbergende Agar-Agar blieb während des Versuches vollkommen unverändert; es schien mir dabei interessant zu prüfen, ob er die Weiterentwickelung der Zoochlorellen des *Stentor polymorphus* als physikalisch geeigneter Boden oder als unentbehrlicher Nährstoff bedinge. Ich versuchte daher ihn durch Kieselsäure, welche nach der Methode von Kühne[1]) zubereitet wurde, zu ersetzen; es wurden 30 Cub.-Cent. käuflichen, dünnflüssigen Natronwasserglases (von spec. Gew. 1,08) in 10 Cub.-Cent. zur Hälfte mit destillirtem Wasser verdünnter Salzsäure (von spec. Gew. 1,11), unter fortwährendem Schütteln hineingethan und dieses flüssige Gemisch auf einem Dialysator vier Tage lang mit destillirtem Wasser ausgelaugt. Die auf dem Dialysator verbliebene, während der Dialyse durch das Wasser stark verdünnte Kieselsäurelösung wurde darauf zu Versuchen verwendet. Mit Sodawasser auf dem Deckgläschen behandelte Stentoren habe ich mit einem Tropfen Kieselsäure zusammengebracht und in letzterer mittelst einer Nadel möglichst fein vertheilt. Ich setze nun einen Tropfen der zweiten von den oben angeführten Salzlösungen hinzu; bei Anwesenheit dieser Salze ging die Kieselsäure rasch in den gallertartigen Zustand über; nun wurde die Salzlösung mittelst Löschpapier vorsichtig entfernt und das Deckgläschen mit dem Tropfen der Kieselsäure nach unten gekehrt, auf einen vierblättrigen mit Wasser durchtränkten Papierrahmen gelegt.

Es gelang mir also auch für die aus dem *Stentor polymorphus* isolirten Zoochlorellen unzweifelhaft zu beweisen, dass sie, den Zoochlorellen des *Paramaecium Bursaria* ähnlich, in geeignet zubereiteten anorganischen Salzlösungen sich eine unbestimmt lange Zeit weiterzuentwickeln vermögen.

Beyerinck verdanken wir die Entdeckung und Beschreibung einer frei lebenden einzelligen, der Zoochlorella sowohl der Struktur, als der Grösse nach vollkommen entsprechenden Alge, die er als *Chlorella vulgaris* bezeichnete. Mir ist es ebenfalls gelungen diese Alge auf faulenden Pflanzentheilen zu entdecken und öfters während der zwei letzten Jahre zu beobachten. Die diesbezüglichen Beobachtungen habe ich der Kaiserlichen Akademie der Wissenschaften in der Sitzung von 8. 20. Mai 1890 vorgelegt. Die *Chlorella vulgaris* Fig. 16, *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, *f*, *g*, *h*, *i* wurde von mir gleich der Zoochlorella mit Erfolg in Gemischen von anorganischen Salzen cultivirt, indem sie sich gleich den letzteren durch Theilung vermehrte; um wie viel besser sie in den von Beyerinck gebrauchten Gemischen der Gelatine mit Pepton und Zucker, als auch mit dem Malzextrakte zur Entwickelung gelangt, ist es mir, aus Mangel an eigenen in dieser Richtung nöthigen Versuchen, unmöglich zur Zeit ein sicheres Urtheil zu fällen.

Die nächste der Entscheidung harrende Frage: unter welchen Umständen und auf welche Art Stentoren, Paramaecien und andere grüngefärbte Thiere sich mit Zoochlo-

1) W. Kühne. Kieselsäure als Nährboden für Organismen. Zeitschr. f. Biologie, Bd. 27. Neue Folge Bd. 9, Heft 1 (1890), citirt nach d. Centralbl. f. Bacteriologie B. 8, № 13, p. 400 (1890).

rella symbiotisch vereinigen, bleibt bis jetzt, auch trotz meiner Untersuchungen, vollkommen dunkel. Es lassen sich in dieser Hinsicht nur mehr oder weniger gewagte Voraussetzungen, aber keine sicher beobachtete Thatsachen anführen.

Dass die sowohl gelbe, als grüne Algen enthaltenden Thiere sich deren im Dunkeln entledigen, wurde schon von mehreren Forschern constatirt und von mir ebenfalls öfters sowohl an *Paramaecium Bursaria*, als an *Stentor polymorphus* beobachtet. Wenn man diese Thierchen in grosse Wassertropfen auf Objektträger bringt und ausserdem verschiedene ihnen zur Nahrung dienende einzellige Algen oder Infusorien hinzusetzt, so lassen sich sowohl Paramaecien, als Stentoren wochenlang in feuchter Atmosphäre lebendig erhalten. Die beleuchteten Thierchen blieben während der ganzen Versuchsdauer dunkelgrün, während die in's Dunkel gebrachten sich bald der Zoochlorellen allmählig zu entledigen begannen und zuletzt ganz farblos erschienen; es konnten in ihnen nur äusserst wenige grüne Zoochlorellen nachgewiesen werden. Die entgegengesetzten den *Stentor polymorphus* betreffenden Angaben Blochman's, deren Bütschli[1]) erwähnt, wurden wahrscheinlich durch eine zu kurze Versuchsdauer veranlasst.

Nachdem ich die Algennatur der Zoochlorellen durch die Möglichkeit ihrer Kultur ausserhalb der Infusorien auf's Bestimmteste bewiesen habe, will ich zur Beschreibung derjenigen Beobachtungen und Versuche übergehen, die zur Aufklärung des symbiotischen Verhaltens dieser Algen mit Infusorien und Spongilla dienen sollten. Auf die sorgfältige Zusammenstellung der diesen Gegenstand betreffenden Ansichten von Bütschli in seinem öfters schon erwähnten Werke über Protozoen hinweisend, will ich hier der Vollständigkeit wegen nur noch die von Dangeard[2]) in seiner später erschienenen Arbeit geäusserte Ansicht kurz anführen; es scheint ihm sehr wahrscheinlich, dass die Zoochlorellen hauptsächlich durch die von ihnen auf ihre Oberfläche secernirte gelatinartige Masse, die vom Infusorium weiter verwerthet wird, nützlich sind.

Meinen Untersuchungen nach ist die symbiotische Rolle der Zoochlorellen viel complicirter, als man sich jetzt gewöhnlich vorstellt; sie scheinen den sie beherbergenden Thieren nicht in einer, sondern in mehreren Hinsichten nützlich zu sein: a) sie scheiden in das sie umgebende Plasma des Thieres am Lichte reichlich Sauerstoff aus, b) sie werden selber unter gewissen Umständen vom Thiere verspeist; beim aufmerksamen Suchen lassen sich in fast jedem Exemplare der von mir beobachteten Infusorien vereinzelte Zoochlorellen in allen möglichen Stadien der Verdauung beobachten.

Auf der Fig. 10 *a*, *b*, *c* der beigelegten Tafel sind Zoochlorellen in verschiedenen Stadien der Verdauung abgebildet, deren erstes Anzeichen sich darin kundgiebt, dass die Zoochlorella missfarbig wird, eine grünlich-gelbe Farbe annimmt; es werden in ihr zur selben Zeit braunrothe Kügelchen gebildet, deren Zahl mit der Zeit bedeutend zunimmt. In dem letzten, dem Zerfall vorangehendem Stadium erscheint die Zoochlorella-Zelle als

1) Bütschli l. c. p. 1838.

2) Dangeard l. c., p. 14.

eine vollkommen farblose und durchsichtige Kugel, in der die rothbraunen Körperchen fortwährend in der Braunischen Bewegung sich befinden.

Im Dunkeln werden die Zoochlorellen, wie schon oben erwähnt ist, reichlich verspeist; ihre braungefärbten Reste lassen sich unschwer in dem die Infusorien enthaltenden Tropfen in grossen Haufen auffinden.

Die reichlich Zoochlorellen enthaltenden Infusorien nehmen begierig verschiedene Nahrung ein. Besonders schön kann dieses am dunkelgrün gefärbten *Stentor polymorphus* beobachtet werden. Es lassen sich in seinem Innern in grosser Menge verschluckte Algen und verschiedene Infusorien und Räderthiere auffinden. Nach dem Zerquetschen des Stentor fahren die verschluckten Organismen fort, manchmal nach mehrstündigem Verweilen innerhalb des Stentor, sich ungestört weiter zu entwickeln. Auf diese Weise wird es begreiflich, wodurch Geza-Entz zu der an sich äusserst unwahrscheinlichen Angabe über das Verwandeln der Zoochlorellen in verschiedene einzellige Algenformen geführt wurde.

In einem an *Scenedesmus acutus* reichen Aquarium waren in jedem *Stentor polymorphus* zahlreiche, öfters zu vielen parallel, in zierlichen Packeten vereinigte Exemplare dieser Alge zu finden. Besonders interessante Resultate hinsichtlich der Ernährung wurden von mir an Stentoren erhalten, die in einem von *Chilomonas Paramaecium* wimmelnden Aquarium sich befanden. Diese, wie bekannt, reichlich Stärkekörner erzeugenden Infusorien wurden begierig von *Stentor polymorphus* in grossen Mengen verschluckt und verdaut. Durch Zerquetschen des Stentor traten die verschluckten Chilomonas in den verschiedensten Stadien der Verdauung äusserst scharf hervor; entsprechend dem allmählichen Verschwinden ihrer Struktur wurden auch die in ihnen enthaltenen Stärkekörner verändert; bei Behandlung eines solchen Präparates mit wässriger Jodlösung traten in den noch fast intacten Chilomonas auch die Stärkekörner scharf hervor und wurden dunkelblau gefärbt; in denjenigen Chilomonas, die schon mehr angegriffen sich erwiesen, waren die Stärkekörner auch verändert und nahmen durch Jod eine violette Färbung an; in noch mehr verdauten Chilomonas endlich konnten vereinzelte Stärkekörner gar nicht mehr nachgewiesen werden; das ganze Infusorium stellte nun eine einförmige feinkörnige Masse dar, welche sich ihrer ganzen Ausdehnung nach schwach violett färbte.

Von solchen, in Verdauungsvacuolen eingeschlossenen Massen waren die Stentoren öfters ganz überfüllt. Die grosse Menge Stärke, die ihnen dabei zu Gute kam, stammte also nicht, wie man gewöhnlich annimmt, von Zoochlorellen her, sondern wurde dem Stentor durch die von ihm gefressenen Chilomonas Paramaecium zugeführt. Es ist selbstverständlich, dass auf dieselbe Weise alle übrigen stärkehaltigen vom Stentor verschluckten Organismen, nämlich Chlorophyceenalgen ihn auch dann mit Stärke versorgen können, wenn er mit Zoochlorellen überfüllt ist.

Diese stärkehaltigen in den Verdauungsvacuolen des Stentor, also ausserhalb der Zoochlorellen liegenden Massen müssen, meiner Meinung nach, als den von Lankaster bei Spongilla beobachteten vollkommen entsprechend betrachtet werden; gleich diesen enthalten

sie eine stärkehaltige Substanz, werden durch Jod violett gefärbt und sind von Zoochlorellen vollkommen gesondert. Folgende an *Spongilla fluviatilis* von mir angestellte Beobachtungen haben diesen Satz ausser Zweifel gesetzt: in den amoeboiden Zellen dieser Spongilla habe ich nicht nur die beiden von Lankaster abgebildeten Algenformen gefunden, sondern auch in einer der amoeboiden Zellen dieser Spongilla eine von ihr verschluckte, in der Verdauungsvacuole noch rasch sich bewegende, nicht näher bestimmte Ciliate beobachtet. Eine andere dieser amoeboiden Zellen kam mir in dem Moment zur Ansicht, als sie zur Hälfte einen *Scenedesmus acutus* schon umflossen hatte und ihn allmählig in sich hineinzog. Wenn wir uns nur vergegenwärtigen, dass die von der amoeboiden Spongillazelle verschluckten Organismen in Verdauungsvacuolen in eine strukturlose feinkörnige Masse verwandelt werden, dass die letztere theilweise, aus Eiweissstoffen bestehend, durch Carmin- und Anilinfarben intensiv gefärbt wird, in dem Falle aber, wenn der verschluckte Organismus stärkehaltig war, auch die charakteristische Färbung durch Jodlösung aufweisen muss, so haben wir alle Data, um, ganz ungezwungener Weise, die Entstehung der von Keller und Lankaster beschriebenen stärkehaltigen, gesondert von Zoochlorellen gelegenen Massen sowohl in Infusorien, als in Spongien zu erklären. Diesen Beobachtungen zu Folge werden die hauptsächlichsten Einwände von Lankaster gegen die Anerkennung der Zoochlorellen als einzellige Algen entkräftet. Die von ihm angeführten Beobachtungen haben sich als ganz richtig erwiesen, deren Erklärungen aber als dem wahren Sachverhalte nicht entsprechend gezeigt.

Alle hier auseinandergesetzten Beobachtungen beziehen sich ausschliesslich auf die beiden von Brandt als *Zoochlorella parasitica* und *Zoochlorella conductrix* bezeichneten Algen. Diesen beiden Formen kann ich noch eine dritte, ebenfalls zu Protococcaceen gehörende und symbiotisch mit Infusorien vereinigte Form hinzufügen, welche ich, wegen ihrer viel grösseren Dimensionen, provisorisch als *Zoochlorella maxima* bezeichnen will. Ich habe sie mehrere Mal sowohl in Stylonychia, als auch in einigen Stentoren gefunden. Die grünen Zellen der *Zoochlorella maxima* waren ganz ähnlich den übrigen im Körper der Infusorien gelegen. Es waren dabei keine von den beiden von Brandt beschriebenen Zoochlorellen in den die *Zoochlorella maxima* enthaltenden Thierchen vorhanden. Die Zellen der letzteren hatten einen Durchmesser von 12 μ und waren mit einer derben Membran versehen, welche ohne Weiteres beobachtet werden konnte. Nach dem Abtödten sowohl der Stylonychien, als der Stentoren verblieben die Zellen dieser Alge am Leben und vegetirten munter weiter, indem sie sich durch Theilung vermehrten. (Fig. 15 *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, *f*).

Die erhaltenen Resultate lassen sich also folgendermaassen kurz zusammenfassen:

1) Die Zoochlorellen sind als echte, von aussen in die Thiere eingewanderte grüne Algen aus der Familie des Protococcaceen zu betrachten. Ihrer Struktur und ihrem Wesen nach entsprechen sie vollkommen der von Beyrinck beschriebenen und auch gleichzeitig von mir entdeckten freilebenden Protococcaceae, die von Beyrinck *Chlorella vulgaris* benannt wurde.

2) Die freilebende Algenform *(Chlorella vulgaris)*, wie auch die isolirten Zoochlorellen des *Paramaecium Bursaria*, der *Stylonychia* und des *Stentor* können (letztere unter gewissen obenbeschriebenen Umständen) in verschiedenen Lösungen anorganischer Salze munter weiter vegetiren und sich durch Theilung vermehren.

3) Die symbiotische Rolle der Zoochlorellen scheint viel complicirter zu sein, als man bis jetzt vermuthete. Wir sind zur Zeit nur im Stande auf zwei ihrer Funktionen hinzuweisen: a) sie zerlegen, unter dem Einflusse des Lichtes Kohlensäure und versorgen das sie umgebende Plasma reichlich mit Sauerstoff; b) sie vegetiren innerhalb der Thiere äusserst üppig; werden aber im Dunkeln, ebenso wie unter nicht näher zu bestimmenden Umständen, auch in beleuchteten Aquarien in mehr oder weniger fortgeschrittenem Stadium der Verdauung nach aussen entleert; c) es bietet keine Schwierigkeit dar, sich davon zu überzeugen, dass die Zoochlorellen den sie beherbergenden Infusorien als Nahrung dienen können; vereinzelte der Verdauung anheimgefallene Zoochlorellen, welche sowohl ihre Farbe, als auch ihre normale Struktur eingebüsst haben, lassen sich beim aufmerksamen Suchen fast in jedem durch Zoochlorellen grün gefärbten Infusorium finden.

4) Es sind bis jetzt drei Zoochlorella-Arten bekannt geworden, welche leicht ihren Dimensionen nach von einander unterschieden werden können: *Zoochlorella parasitica* (Durchmesser = 1,5—3 μ), *Zoochlorella Conductrix* (Durchmesser = 3—6 μ), *Zoochlorella maxima* (Durchmesser = 12 μ).

Erklärung der Abbildungen.

Fig. 1—14. *Zoochlorella conductrix* aus dem *Stentor polymorphus.*

Fig. 1 *a*, *b*, *c*, *d*. Eine Zelle der Zoochlorella und ihre Theilungsprodukte die in einem Tropfen von Agar-Agar und anorganischen Salzen sich entwickelt haben.

Fig. 2 *a*, *b*, *c*, *d* und Fig. 3 *a*, *b*, *c*, *d*. Ebensolche Zellen wie in Fig. 1.

Fig. 4 *a*, *b*, *c*. Eine Zoochlorellazelle von verschiedenen Seiten abgebildet und eine in Theilung begriffene Zelle.

Fig. 5 *a*, *b*, *c*. Zoochlorellazellen, in denen rothe Punkte zu sehen sind.

Fig. 6 *a*, *b*, *c*, *d*. Ebensolche Zellen, nach der Behandlung mit absolutem Alkohol. Die rothen Punkte sind nicht verschwunden.

Fig. 7 *a*, *b*. Entfärbte Zoochlorellazellen; in ihnen sind mittelst Hämatoxylin gefärbte Zellkerne, wie auch farblos gebliebene Pyrenoide zu sehen.

Fig. 8. *a*, *b*. Zwei Zoochlorellazellen; das Plasma des Stentor ist mittelst Methyl violett gefärbt; die farblose gallertartige Hülle dieser Zellen ist deutlich zu sehen.

Fig. 9. Eine seltene Art der Theilung einer Zoochlorellazelle; die zweite und dritte Theilungswand sind in einer Ebene gelegen.

Fig. 10 *a*, *b*, *c*. Zoochlorellazellen in verschiedenen Verdauungsstadien innerhalb eines *Stentor polymorphus.*

Fig. 11 *a*, *b*, *c*, *d*, *e*. Durch Alkohol entfärbte Zoochlorellazellen, die mit Jodlösung behandelt sind; die mit Stärke umringten Pyrenoide, deren einige in Theilung begriffen, sind deutlich gefärbt.

Fig. 12 *a*, *b*, *c*. Zoochlorellazellen von anomalem Aussehen; manchmal haben alle im Stentor enthaltenen Zoochlorellen dieses Aussehen.

Fig. 13. Eine sonderbare, sehr selten vorkommende Theilung der Zoochlorellazellen, nach der Viertheilung haben die neu entstandenen Zellen ihre anfängliche längliche Form beibehalten und gehen alle vier ein Zweitheilung ein; an allen ist sonderbarer Weise eine Membran äusserst deutlich zu sehen.

Fig. 14. Eine mit einer Menge von stark lichtbrechenden Körperchen gefüllte, innerhalb eines *Stentor polymorphus* gelegene Zoochlorellazelle.

Fig. 15 *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, *f*. *Zoochlorella maxima*; eine erwachsene und mehrere in Theilung begriffene Zellen; manchmal bleiben einige der Theilungsprodukte von der Membran der Mutterzelle umhüllt *(e, f)*.

Fig. 16 *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, *f*, *g*, *h*, *i*. Zellen der frei lebend gefundenen Alge *(Chlorella vulgaris)*, welche mit Zoochlorella als identisch zu betrachten ist.

MÉMOIRES
DE
L'ACADÉMIE IMPÉRIALE DES SCIENCES DE ST.-PÉTERSBOURG, VII^e SÉRIE.
TOME XXXVIII, N° 5.

DIE EMBRYONALENTWICKLUNG
VON
PHYLLODROMIA (BLATTA) GERMANICA.

VON
N. Cholodkowsky.

Mit 6 Tafeln.

Lu le 13 février 1891.

ST.-PÉTERSBOURG, 1891.
Commissionnaires de l'Académie Impériale des sciences:

à St.-Pétersbourg:	à Riga:	à Leipzig:
M. Eggers & C° et J. Glasounof.	M. N. Kymmel.	Voss' Sortiment (Haessel).

Prix: 2 Rbl. 75 Cop. = 6 Mark 90 Pf.

MÉMOIRES
DE
L'ACADÉMIE IMPÉRIALE DES SCIENCES DE ST.-PÉTERSBOURG, VII^e SÉRIE.
TOME XXXVIII, N° 5.

DIE EMBRYONALENTWICKLUNG

VON

PHYLLODROMIA (BLATTA) GERMANICA.

VON

N. Cholodkowsky.

Mit 6 Tafeln.

Lu le 13 février 1891.

ST.-PÉTERSBOURG, 1891.

Commissionnaires de l'Académie Impériale des sciences:

à St.-Pétersbourg:	à Riga:	à Leipzig:
M. Eggers & C^o et J. Glasounof.	M. N. Kymmel.	Voss' Sortiment (Haessel).

Prix: 2 Rbl. 75 Cop. = 6 Mark 90 Pf.

Imprimé par ordre de l'Académie Impériale des sciences.

Août 1891.

A. Strauch, Secrétaire perpétuel.

Imprimerie de l'Académie Impériale des sciences.
Vass.-Ostr., 9 ligne, № 12.

VORWORT.

Die vorliegende Arbeit ist das Resultat fast vierjähriger Untersuchungen, die ich unternommen habe, um, so weit möglich, gewisse streitige und allgemein wichtige Fragen der Insektenembryologie zu lösen oder der Lösung näher zu bringen. Hierher gehören die Fragen über die Art der Keimblätterbildung (besonders über die Bildung des Entoderms), über die Herkunft der Geschlechtszellen und die Entwicklung der Leibeshöhle. Anfänglich war es meine Absicht, die Entwicklung der Insekten verschiedener Ordnungen vergleichend zu untersuchen, später aber habe ich diese Absicht aufgegeben, erstens weil ich in *Phyllodromia germanica* ein überaus dankbares Objekt für die Entscheidung vieler embryologischer Fragen gefunden habe, zweitens weil die vergleichend-embryologische Untersuchung der Insekten bereits von Graber mit Erfolg unternommen worden ist. Ich habe mich also entschlossen, anstatt meine Arbeit auf verschiedene Insekten auszudehnen, dieselbe etwas zu vertiefen und ihr eine mehr monographische Gestalt zu verleihen.

Die Untersuchung der Keimblätterbildung hat mich zur Ueberzeugung geführt, dass dieser Vorgang auf die typische Invagination zurückgeführt werden kann. Für das Entoderm bestätige ich im Wesentlichen die von Kowalewsky für die Musciden beschriebene Bildungsart. Die Untersuchung der Entwicklung der Leibeshöhle hat mir gezeigt, dass im Embryo der Insekten höchst wahrscheinlich echte Homologa der Segmentaltrichter von Peripatus existiren. Die Herkunft der Geschlechtszellen vermochte ich nicht ganz bestimmt zu entdecken, halte aber für sehr wahrscheinlich, dass dieselben von den Dotterzellen herstammen. Was das Schicksal der Dotterzellen selbst betrifft, so ist es mir ebenfalls nicht gelungen, dasselbe vollständig in's Klare zu bringen, ich bin aber geneigt, die Dotterzellen für Parablast zu erklären. Meine Auffassung des Parablastes habe ich im Kapitel VI der vorliegenden Arbeit näher präcisirt. Die Untersuchung des embryonalen Nervensystems führte mich zum Schlusse, das der Insektenkopf wenigstens sechs Protozonite einschliesst und dass also alle

Versuche, die Kopfextremitäten der Insekten mit denjenigen der übrigen Arthropoden zu homologisiren, vorzeitig sind und dies um so mehr, als auch die Entwicklung der Myriopoden, Spinnen u. s. w. noch sehr unvollständig bekannt ist. In Bezug auf die Phylogenie der Insekten kann ich die nahe Verwandtschaft der letzteren mit den Myriopoden für überaus wahrscheinlich erklären.

Dies sind die Hauptresultate meiner Arbeit. Die beigelegten Abbildungen stellen ganz genaue Copieen meiner Präparate vor und sind von Frau Julie Faussek und den Herren Birula und Golowin gemacht. Ich ergreife hier die Gelegenheit, der Frau Faussek und den genannten Herren meine tiefe Dankbarkeit für ihre sorgfältige und so schön gelungene Arbeit auszusprechen. In diesen Abbildungen ist, so viel möglich, jede Schematisirung vermieden, da ich mit der Meinung von Karl Vogt ganz einverstanden bin, dass nichts nachtheiliger ist, als halbschematische Zeichnungen, in denen die Idee von der Abbildung nicht abgegrenzt werden kann. Entweder ein Schema oder eine getreue Darstellung des Präparats: bloss unter solcher Bedingung stellt die Zeichnung ein Dokument dar und vermag fast das Präparat zu ersetzen.

Kapitel I.

Historisches über die Embryologie von Blatta germanica. Untersuchungsmethoden. Die ersten Entwicklungsstadien. Die Bedeutung der bacterienähnlichen Stäbchen.

Die Embryonalentwicklung von *Blatta germanica*, obwohl noch sehr ungenügend bekannt, ist schon von mehreren Forschern untersucht worden. Hier will ich die hierauf bezügliche Litteratur in chronologischer Reihenfolge durchsehen.

Die erste in Betracht kommende Arbeit ist die von Rathke (131). In einem kurzen mit einer Tafel Abbildungen versehenen Artikel beschreibt der Verfasser ziemlich eingehend die Eikapsel und die Eier, welche nach ihm eine Dotterhaut besitzen. Die netzartige Struktur des Chorions wird ebenfalls geschildert. Infolge der flüssigen Konsistenz des Dotters ist Rathke nicht im Stande gewesen mit den damaligen Untersuchungsmitteln die früheren und mittleren Entwicklungsstadien zu studiren und musste sich mit der Untersuchung der späten Stadien (nach Schliessung des Rückens) begnügen. Er beschreibt und zeichnet reife Embryonen und bespricht ihre Lagerung innerhalb der Eikapsel. Am ausführlichsten wird vom Autor der Nahrungskanal der Embryonen behandelt, wobei Rathke vom Schleimblatt und vom serösen Blatte spricht, die Art der Entstehung von Oesophagus und Enddarm aber nicht näher bestimmen konnte. Darauf wird die Bildung des Kropfes, des Muskelmagens und «mehrerer» Malpighischen Gefässe beschrieben (auf der Fig. 7 sind vier der letzteren abgebildet). Luftlöcher hat Rathke sogar bei ganz reifen Embryonen nicht gesehen, wohl aber Tracheen; daraus schliesst er, dass die Stigmen sich erst bei der Ausschlüpfung aus dem Ei oder sogar noch später öffnen.

Nach Rathke war der russische Zoologe Ganin der erste, der sich mit der Embryologie von *Blatta* beschäftigte (41). Die früheren Entwicklungsstadien zu beobachten ist ihm ebensowenig gelungen wie Rathke. Mit Hilfe der von ihm verwendeten Reactive (Alkohol, Müller'sche Flüssigkeit, Chromsäure, doppeltchromsaures Kali) konnte er nicht

einmal junge Eier unversehrt isoliren, geschweige denn in Schnitte zerlegen. So musste Ganin sich auf die Untersuchung der Eier mittelst eines Präparirmikroskopes beschränken. Zuerst beschreibt er Bestandtheile vom Dotter — Fettkugeln, grosse Eiweisskörper verschiedener Form und Farbe und halbflüssige protoplasmatische Grundsubstanz. Das eben abgelegte Ei soll weder Keimbläschen, noch andere Elemente, welche aus einem solchen herzuleiten wären, enthalten. Nachdem der Rücken sich geschlossen hat, befinden sich im Dotter viele kolossale bläschenförmige Kerne, welche Ganin von der provisorischen Amnionhaut (der jetzigen Terminologie gemäss von der Serosa) ableitet. Besondere Aufmerksamkeit hat Ganin auf die Entwicklung des Mitteldarmes gerichtet. Das jüngste Stadium der Entwicklung dieses Organs, wo der Mitteldarm sich eben von allen Seiten geschlossen hat, nennt Ganin «Dotterblase» und behauptet, dass die Wandung dieser Blase einschichtig sei und ausschliesslich aus mesodermatischen Elementen bestehe. Der Vorder- und Enddarm sind hohle Ectodermeinstülpungen, deren blinde Enden zwei Ausgangspunkte für die Bildung des Mesenteronepithels darstellen, welches demnach ectodermatischen Ursprungs sei. Nach der ausführlichen Schilderung Ganin's stülpen sich die blinden Enden des Vorder- und Enddarms in das Mesenteron ein, wobei der eingestülpte Abschnitt sich zu einem quer gelegenen Säckchen erweitert; die zwei in dieser Weise entstandenen «epithelialen» Säckchen verdrängen den Dotter eine Strecke vor sich in's Innere des Mitteldarms. Etwas später wächst in das vordere Säckchen von dem Vorderdarme eine Epithelfalte hinein und bildet einen rüsselartigen Vorsprung, welcher beim erwachsenen Thiere in den Chylusmagen von vorne aus hineinragt. Die lateralen Wandungen der Epithelsäckchen geben durch rege Theilung ihrer Zellen dem Mesenteronepithel den Ursprung, während der dem Dotter anliegende Theil der Säckchen sich dabei ganz passiv verhält, um sich später vom übrigen Darmepithel abzutrennen und im Dotter spurlos zu verschwinden.

Im Jahre 1883 veröffentlichte J. Nusbaum seine Untersuchungen über die Entwicklung der sogenannten Leydig'schen Chorda der Arthropoden (118). Er untersuchte Embryonen von *Blatta germanica* und leitet die Chorda vom Entoderme ab. Es folgen Bemerkungen über die Entwicklung der Bauchkette, wobei die Chorda an der Bildung der Nervenhüllen theilnehmen soll.

Im Jahre 1884 hat der englische Embryologe Patten seiner Arbeit über die Entwicklung der Phryganiden eine kurze Notiz über die Embryologie von *Blatta germanica* hinzugefügt (127). Er macht Bemerkungen über die Ablagerung von Harnsäuresalzen im Embryo und über die sehr früh sich kundgebende Dreitheiligkeit der zweiten Maxille, sowie über die Bauchanhänge des Embryo. Die letzteren erscheinen in mehreren Paaren, um sehr bald wieder zu verschwinden, mit Ausnahme der Anhänge des ersten Paares, welche sich in eigenthümliche birnförmige Körper verwandeln. Diese Körper sind ganz solid, d. h. es ist in ihrem erweiterten Theile fast gar keine Höhlung zu bemerken, und enthalten keine Mesodermelemente. Die Funktion dieser räthselhaften Organe kann nach Patten die von Drüsen sein oder vielleicht stellen sie Sinnesorgane dar. Das Herz bildet sich

bei *Blatta* durch Verwachsung der Darmmesodermplatten am Rücken und ist gleich von Anfang an hohl. Die Blutkörperchen bilden sich theilweise von den Wandungen des Herzens.

Drei Jahre später erschien eine kurze Monographie der orientalischen Küchenschabe *(Periplaneta orientalis)* von Miall and Denny, in welcher der Abschnitt über die Embryonalentwicklung von J. Nusbaum geschrieben ist, wobei nicht *Periplaneta orientalis*, sondern *Blatta germanica* zum Objekte der embryologischen Untersuchung gewählt ist (117). Die Entwicklung von *Blatta* ist hier sehr kurz und unvollständig dargelegt; bezüglich mancher Processe gesteht der Autor selbst, dass er über dieselben nicht ganz in's Klare gekommen ist. Was die äussere Formbildung betrifft, so ist Nusbaum nicht weiter als Patten gekommen, obschon er mehrere, freilich sehr ungenügende Abbildungen giebt. Die Bildung der Keimblätter ist sehr oberflächlich und unbestimmt abgehandelt; der Autor glaubt, dass «in all probability» eine Primitivfurche vorhanden sei, von welcher das Mesoderm durch Invagination sich bilden soll. Es nehmen übrigens auch die Dotterzellen an der Mesodermbildung Antheil, wobei dieselben unter Anderem auch das Material zur Bildung der Chorda abgeben (was Nusbaum als «Chorda» beschreibt und abbildet, ist wohl nichts Anderes als der längst bekannte «Mittelstrang» der embryonalen Bauchkette, der aber unzweifelhaft ectodermatischen Ursprungs ist). Das Entoderm entsteht «wahrscheinlich» in der von Kowalevsky für die Musciden beschriebenen Weise. Die Dotterzellen bilden zwischen dem Embryo und dem Dotter ein *«provisorisches Diaphragma»*; einige Dotterzellen kommen in die Leibeshöhle hinein und dienen «vielleicht» zur Bildung des Fettkörpers. Das gleich von Anfang an hohle Herz bildet sich aus zwei mesodermatischen Halbrinnen.

Im Jahre 1887 sind zwei höchst interessante Arbeiten von Blochmann erschienen, welche für die Embryologie von *Blatta germanica* von Bedeutung sind. In der einen von diesen Arbeiten, «Ueber die Richtungskörper im Ei der Insekten» (12), werden die jüngsten Entwicklungsstadien des eben abgelegten Eies von *Blatta* behandelt. Blochmann beschreibt eingehend die äussere Form und den Bau der Eikapsel und bestätigt für *Blatta germanica* die Angaben von Kadyi über die Bildungsweise der Eiercocons von *Periplaneta orientalis*. Darauf wird die Gestalt und der innere Bau des abgelegten Eies ausführlich beschrieben, wobei der Autor besonders den deutlich ausgesprochenen bilateralen Bau des Eies betont. Der Dotter soll aus polygonalen, aneinander dicht angeschmiegten Elementen bestehen und enthält zahlreiche von Fett ausgefüllte Vacuolen. Es seien weiter zwei Arten von Dotter im Ei von *Blatta* zu unterscheiden, — der äussere und der innere Dotter, welche jedoch von einander nicht scharf abgegrenzt sind, so dass Elemente des inneren Dotters auch im äusseren sich finden können. Auf dem pentagonalen Querschnitt des Eies bildet der innere, von Carmin sich stärker färbende Dotter ein Dreieck, welches durch die blasse, sehr schwach färbbare Masse des Aussendotters allseitig umgeben ist. Das sogenannte *Blastema*, d. h. die dotterfreie periphere plasmatische Schicht des Eies ist bei *Blatta* sehr schwach entwickelt; am deutlichsten ist diese Schicht auf der Rückenseite des Eies zu bemerken. Im Blastema sind zahlreiche stäbchenförmige Körperchen (Bacterien?) zerstreut,

welche sich von Carmin ziemlich stark färben. Besonders zahlreich liegen diese Körperchen in der Umgebung des Eikernes, welcher nahe der Eioberfläche in der Mitte der convexen Rückenseite des Eies gelagert ist. Der Eikern schnürt von sich (unter den Erscheinungen der Karyokinese) successiv zwei Richtungskörperchen ab. Darauf nimmt der weibliche Pronucleus die typische bläschenförmige Gestalt an, verlässt die Rückenseite und geht allmählich, sich etwas vergrössernd, zur Ventralseite des Eies. Die Vereinigung desselben mit dem Spermakerne wurde von Blochmann nicht beobachtet. Der Furchungskern liegt nahe der Bauchseite in dem Aussendotter und theilt sich in zwei Kerne in der Richtung der Längsaxe des Eies. Die andere im selben Jahre erschienene Arbeit Blochmann's (8) ist speciell den bacterienähnlichen Elementen gewidmet, welche sich in Geweben und Eiern verschiedener Insekten, unter Anderen auch bei *Blatta germanica* vorfinden. Bei *Blatta* befinden sich die bacterienähnlichen Stäbchen im Fettkörper, wo dieselben um einzelne Kerne dieses syncytialen Gewebes wolkenähnliche Ansammlungen bilden, sowie auch in den Eiern, die jüngsten Eier ausgenommen, welche von den Stäbchen stets vollkommen frei sind. Blochmann hat auch Theilungszustände dieser Stäbchen beobachtet. In welcher Weise die Stäbchen in die Eier gelangen, — das konnte er nicht entscheiden und spricht nur die Vermuthung aus, dass dieselben vom Fettkörper aus in die Eier einwandern. Ausser den reifen Insekten hat der Autor Embryonen von *Blatta* untersucht, um das Verhalten der Stäbchen zu den sich entwickelnden Organen zu studiren. Es hat sich herausgestellt, dass die Stäbchen während der Entwicklung des Embryo sich von der Oberfläche des Eies in's Innere desselben begeben und sich in grossen Quantitäten in den Lücken und Hohlräumen sammeln, die durch Verflüssigung des Dotters entstehen. Auf der hierauf bezüglichen Abbildung (Fig. 8) bezeichnet Blochmann schematisch die Lage des Fettkörpers und des eben entstandenen Entoderms. In dem Stadium, wo das Entoderm sich weiter entwickelt hat und schon etwa zwei Drittel des Eies lateral umfasst, sind innerhalb des Dotters schon keine Stäbchen zu bemerken, wohl aber in Zellen, die sich von der Dotterseite an den Fettkörper anlegen. (Fig. 9, 9*a*). «Leider war es mir, sagt Blochmann, trotz vielfachen Suchens bei dem mir zu Gebote stehenden Material nicht möglich, das äusserst wichtige Stadium aufzufinden, welches die Verbindung zwischen Fig. 8 und 9 herstellt, in dem man also die Wanderung der Stäbchen und dann auch den Ursprung der Zellen, in die sie einwandern, mit Sicherheit feststellen könnte. Zu vermuthen ist ja, dass es einfach Zellen des Fettkörpers sind, die dann von den Stäbchen eingenommen werden». Ueber die Natur der Stäbchen spricht sich Blochmann nicht mit voller Gewissheit aus, glaubt aber, dass dieselben wohl nichts Anderes, als Bacterien sind, da man sich sonst gar nicht vorstellen könnte, womit man sie überhaupt vergleichen soll. Die Stäbchen besitzen anscheinend alle Eigenschaften der Bacterien, was auch durch ihr Verhalten gegen Reactive gekennzeichnet wird. Das Eine fehlt nur für die endgültige Feststellung der Bacteriennatur dieser Gebilde: dass es noch nicht gelungen ist, dieselben ausserhalb des Thierkörpers zu cultiviren. Blochmann hat versucht, Culturen in Agar-Agar, in Fleischpeptongelatine, im Blut von *Periplaneta*, im Infus von *Peri-*

planeta, in 0,6% Kochsalzlösung, in Harn, in Hühnereiweisslösung anzulegen, — alle Experimente endeten mit vollständigem Fiasco. Die Frage über die Bedeutung der Stäbchen in der Lebensökonomie der Insekten aufwerfend, hält Blochmann es für sehr wahrscheinlich, dass hier ein merkwürdiger Fall von Symbiose vorliegt und dass die Stäbchen in irgend einer Weise dem dieselben tragenden Organismus nützlich sind. Er lässt nämlich zu, dass die Stäbchen zur Verflüssigung des Nahrungsdotters dienen können. Für eine solche Annahme scheint auch der Umstand zu sprechen, dass in den Eikapseln von *Blatta* sehr oft einzelne zur Entwickelung unfähige Eier vorkommen, in welchen die Stäbchen entweder gänzlich fehlen, oder jedenfalls äusserst spärlich sind. Es ist ja möglich, dass solche Eier gerade wegen des Mangels an Stäbchen in ihrer Entwicklung stehen geblieben sind.

Im Jahre 1888 habe ich eine kurze Notiz über die Entwicklung von *Blatta germanica* veröffentlicht (27), in welcher ich die Bildung des Entoderms durch Abspaltung von der inneren Wandung der Mesodermsomite beschrieben und auf das Vorhandensein von 18 Paaren Extremitäten beim Embryo hingewiesen habe. In demselben Jahre erschien auch eine Mittheilung von Wheeler (165) über den Bau der abdominalen Anhänge des ersten Paares von *Blatta*, die für mich leider unzugänglich war und über die ich also hier nicht zu referiren im Stande bin.

Anfang 1889 publicirte ich meine Arbeit über die Entwicklung der äusseren Form der Embryonen von *Phyllodromia germanica*; der Inhalt dieses Artikels kann als eine vorläufige Mittheilung zum Kapitel III der vorliegenden Arbeit betrachtet werden (29). Ende 1889 erschien die Arbeit von Wheeler (166) über die Embryologie von *Blatta germanica* und *Doryphora decemlineata*. In dieser Arbeit sind für *Blatta* vorzugsweise die früheren, für *Doryphora* aber die mittleren und die späteren Entwicklungsstadien untersucht. Im Ganzen hat Wheeler die Entwicklung von *Doryphora* viel ausführlicher als die von *Blatta* studirt und hält *Doryphora* für ein bei Weitem günstigeres Untersuchungsobjekt als *Blatta*. Die Eikapseln hat er durch langsames Erwärmen in Wasser bis 80—90° C. getödtet; dann isolirte er die Eier und erhärtete dieselben allmählich in Alkohol, oder die Eier wurden auf 15 Minuten in die Kleinenberg'sche Flüssigkeit geworfen, in 70% Alkohol gewaschen und in Spiritus von gleicher Stärke conservirt. Als Färbemittel wurde hauptsächlich Grenacher's Boraxcarmin benutzt, wobei entweder die Eier in toto oder aufgeklebte Schnitte gefärbt wurden. Der Autor beschreibt zuerst die Ovarien und Ovarieneier von *Blatta*, das Chorion und die Micropyle (eine Dotterhaut hat er nicht gefunden), dann die Anhangsdrüsen und das Eierlegen, wobei er die Beobachtungen von Kadyi bestätigt. Dann spricht er, an die Blochmann'schen Angaben anknüpfend, vom Bau des abgelegten Eies; er hat auch die Stäbchen gesehen, ist jedoch nicht im Stande «on their derivation and ultimate destiny» etwas zu sagen. In dem nun folgenden Paragraph unter dem Titel «Karyography of the egg» beschreibt Wheeler den Vorgang der Eireifung, die Bildung und Abschnürung der Richtungskörper, die Vereinigung des männlichen Pronucleus mit dem weiblichen, die Wanderung und Theilung des Furchungskernes. In dieser Beschreibung bestätigt

er die Angaben Blochmann's fast in allen Einzelheiten, von einigen «*exceptional cases*» abgesehen, welche er für abnorme Erscheinungen zu halten geneigt ist. Alle Kerntheilungen verlaufen unter den typischen Erscheinungen der Karyokinese, bis die Anzahl der unregelmässig im Ei zerstreuten Furchungsprodukte auf 60—80 anwächst, wonach das Austreten zahlreicher amoebenartiger Zellen auf die Eioberfläche und folglich die Blastodermbildung beginnt. Die auf die Oberfläche gekommenen Zellen werden breit und flach und theilen sich von nun an, ebenso wie die Zellen der künftigen Serosahülle, akinetisch. Dadurch werden die Zellen des Blastoderms immer kleiner und kleiden endlich die ganze Oberfläche des Eies in dünner syncytialer Schicht aus. Höchst wahrscheinlich treten alle Furchungsprodukte auf die Oberfläche; aber noch ehe die Bildung des Blastoderms fertig ist, beginnt schon die Rückwanderung einzelner Blastodermzellen in den Dotter, wo dieselben zu Dotterzellen oder «Vitellophagen» werden. Zur Annahme dieser Rückwanderung fühlt sich Wheeler dadurch bewogen, dass die Dotterzellen den Blastodermzellen viel ähnlicher sehen, als den früheren Furchungsprodukten des Eies. Er hat jedoch kein einziges vom Blastoderm bedecktes Ei gesehen, in dessen Innerem Kerne vollständig fehlten. Was den Zeitraum anbetrifft, in welchem die eben beschriebenen Vorgänge geschehen, so sagt Wheeler, dass die Abschnürung der Richtungskörper in 6 Stunden nach der Eiablage beendigt wird, ungefähr zu Ende des ersten Tages die Vereinigung der beiden Pronuclei geschieht, zu Ende des sechsten Tages aber das Blastoderma schon fertig ist. In welcher Weise er diese und andere Termini der Entwicklung bestimmt hat, wird nicht angegeben. Das Blastoderm erscheint nach Wheeler zuerst auf der ventralen Seite und breitet sich allmählich auf die lateralen und die dorsale Seite des Eies aus. Er hat Versuche über den Einfluss der Schwerkraft auf die Entwicklung von *Blatta*-Eiern angestellt, indem er die Eikapseln in verschiedenen Lagen befestigte, und kommt zu dem Schlusse, dass die Schwerkraft auf diese Eier gar keinen bemerkbaren Einfluss ausübt. Zur Frage über die Orientirung des Eies im Ovarium übergehend, bestätigt er für *Blatta* «la loi de l'orientation de l'oeuf» von Hallez, nach welchem die Richtung des Kopfendes des Eies stets mit der Richtung des mütterlichen Kopfendes zusammenfällt. Ueber die Bildung der Keimblätter von *Blatta* theilt Wheeler nur Weniges mit. Durch das Zusammenziehen des Blastoderms auf der ventralen Seite des Eies entsteht der aus rundlichen Zellen bestehende Keimstreif, wobei zahlreiche aus dem Blastoderme sich eliminirende Zellen zu Dotterzellen werden, welche sich theilweise in den Dotter vertiefen, theils aber unter der Oberfläche liegen bleiben, bedeutend wachsen und sich mit ziemlich viel Plasma umgeben. Am Hinterende des Keimstreifens erscheint nun eine kleine rundliche Vertiefung — der Blastoporus, auf dem entgegengesetzten Ende aber lassen sich zwei Verdickungen (Anlagen der Scheitellappen) erkennen. Das Mesoderm bildet sich, vom Blastopor ausgehend, durch Delamination vom Ectoderm in zwei nach vorne etwas divergirenden Strängen. Der Blastopor verschwindet sehr bald wieder. Die Embryonalhüllen bilden sich in der für den äusseren Keimstreifen allgemein bekannten Weise und das Amnion schliesst sich in der Nähe des vorderen Endes vom Embryo. Das Entoderm diffe-

renzirt sich sehr spät in Gestalt einer dünnen dicht an das Darmmuskelblatt von der Dotterseite anliegenden Schicht. Den Modus der Entodermbildung hat Wheeler nicht unmittelbar beobachtet, glaubt jedoch, dass dasselbe sich ähnlich wie bei *Doryphora* (den Kowalevsky'schen Angaben für *Musca* conform) bilden soll. Die Entwicklung der äusseren Form von *Blatta germanica* wird von Wheeler sehr kurz und lückenhaft beschrieben und er hält die *Blatta*-Embryonen für ein in dieser Hinsicht wenig brauchbares Objekt. Auf jedem Abdomen-Segmente befinden sich schwach angedeutete Anhänge, die sehr bald wieder verschwinden, die Anhänge des ersten und letzten Paares ausgenommen. Ueber die Abdominalanhänge des ersten Paares, die später eine birnförmige Gestalt annehmen, verbreitet sich der Verfasser nicht weiter, indem er sich auf seine 1888 publicirte Mittheilung beruft. Das Hinterende des Embryo biegt sich in gewissen Entwicklungsstadien gegen die Bauchseite des Körpers ein. Die Maxillen des ersten und zweiten Paares nehmen schon sehr früh eine dreilappige Gestalt an; der äussere Lappen wird zum Taster, die zwei übrigen aber — zu *Galea* und *Lacinia*. Die Embryonalhüllen zerreissen zu einer gewissen Zeit, das Amnion soll sich (wenigstens theilweise) degeneriren, die Serosa bildet aber durch Zusammenziehung auf der dorsalen Seite das sogenannte Rückenorgan, welches vom hinteren zum vorderen Ende des Embryo hinübergezogen wird, wo dasselbe sich in den Dotter einstülpt und dort einer Degeneration anheim fällt. Darauf giebt der Verfasser eine Abbildung und Beschreibung von einem ganz reifen Embryo und erwähnt die schon von Patten beschriebenen Harnsäureablagerungen. Die Mittheilungen des Verfassers über die Bildung einzelner Organe aus den Keimblättern sind recht dürftig. Der Dotter soll sich bei *Blatta* erst in späten Entwicklungsstadien und «undeutlich» segmentiren, wobei die in demselben befindlichen Zellen eine irreguläre Form annehmen, ihre sehr grossen Kerne aber «more homogeneous» werden sollen. Die das Mesenteron bildenden Entodermzellen sind anfangs sehr klein und flach; sie bilden zwei longitudinale Bänder, welche den Dotter allmählich gänzlich umwachsen. Die Bildung des Fettkörpers wird nicht beschrieben (für *Doryphora* leitet der Verfasser den Fettkörper vom Entoderme ab). Die Leibeshöhle bildet sich aus coelomatischen Ursegmenten, die hohle Fortsetzungen in die Extremitäten abgeben. Noch früher, als die Seitentheile (?) und der Rücken des Embryo fertig sind, beginnt schon eine Pulsation der Körperwandungen. Das Herz bildet sich aus besonderen mesodermatischen Zellen, den «Cardioblasten»; die Blutzellen sind, wahrscheinlich, ebenfalls mesodermatischen Ursprungs. Was die Ectodermderivate anlangt, so beschränken sich des Verfassers Beobachtungen «almost exclusively» auf *Doryphora*.

Anfang 1890 habe ich auf der VIII. Versammlung russischer Naturforscher und Aerzte eine Mittheilung über die Embryologie von *Blatta germanica* gemacht und publicirte nach einigen Wochen einen sehr kurzen Auszug davon, in welchem ich unter Anderem auf die höchst bemerkenswerthe Theilung der embryonalen Leibeshöhle und auf das sehr wahrscheinliche Vorhandensein bei den Insektenembryonen der Homologa von Segmentaltrichtern der Würmer und des *Peripatus* hinwies (28).

Im August 1890 erschien eine vorläufige Mittheilung von Heymons «über die Entwicklung der Sexualdrüsen von *Blatta germanica*» (72). Schon sehr früh, sogleich nach dem Anfang der (äusseren?) Segmentirung, sind im Mesoderme des Keimstreifens umgeänderte Mesodermzellen bemerkbar, welche nichts Anderes als junge Genitalzellen sein sollen. Die Verwandlung einzelner Zellen des Mesoderms in die Geschlechtszellen dauert jedoch noch in dem Stadium fort, wo die Ursegmente sich gebildet haben. Der Eierstock theilt sich schon in der Embryonalzeit in zahlreiche Eiröhren, wobei die Genitalzellen vom Eiröhrenepithel ganz unabhängig sind, da die ersteren nicht aus dem letzteren (wie bei anderen Thieren) ihren Ursprung nehmen. Eine besondere Aufmerksamkeit lenkt der Autor auf die Entwicklung der männlichen Geschlechtsdrüse. Zur Zeit, wo die Geschlechtsdifferenzirung eintritt, stellt die männliche Geschlechtsanlage (ebenso wie die weibliche) zwei längliche Körper dar, die in 2—5 Abdominalsegmenten liegen. Beim Weibchen wird die ganze Geschlechtsanlage zum Eierstock, beim Männchen aber wird nur ein Theil derselben zur Bildung des Hodens verwendet, während der übrige Theil zu einem rudimentären Eierstock wird, in welchem sich bisweilen typische Eier entwickeln. Auch bei Männchen sollen die Genitalzellen von dem Geschlechtsepithel unabhängig sein, welches nur zur Bildung der Hodenfollikelwandung und des Vas deferens dient. Beim Weibchen wird der ganze primitive Geschlechtsgang (der sich aus dem Geschlechtsepithel bildet) zum Oviducte, während beim Männchen der primitive Samengang sich rückbildet und der wirklich als Ausführungsgang dienende Endtheil des Vas deferens, welcher sich mit dem ectodermalen *Ductus ejaculatorus* verbindet, erst nachträglich an dem ursprünglich angelegten Ausführungsgang entsteht. Aus seinen Untersuchungen schliesst Heymons, dass die Vorfahren der Insekten wahrscheinlich hermaphroditische Thiere gewesen sind.

Dies sind alle Litteraturangaben über die Embryonalentwicklung von *Phyllodromia germanica*. Wie aus der obigen Uebersicht leicht zu ersehen ist, sind die Kenntnisse über die Entwicklung dieses Insektes im Ei, ungeachtet der ziemlich grossen Anzahl der darauf bezüglichen Arbeiten, noch äusserst unvollständig. Ein solches Resultat findet hinreichende Erklärung in den ausserordentlichen technischen Schwierigkeiten, mit welchen die Untersuchung der Eier und Embryonen von *Blatta germanica* verbunden ist. Die flüssige Konsistenz und die Fetthaltigkeit des Dotters, die für Reactive fast gänzlich undurchdringliche Wandung der Eierkapsel, — alle diese Umstände machen die embryologische Untersuchung von *Blatta* so schwierig, dass ohne Zweifel viele Forscher die schon angefangene Arbeit wieder aufgegeben haben. Und doch giebt die moderne zoologische Technik auch hier ganz ausreichende Mittel zur Erlangung vollkommen befriedigender Resultate; die ganze Sache liegt nur daran, ein genügend rasch und sicher fixirendes Reactiv zu finden. Nachdem ich viele bei embryologischen Untersuchungen verwendete Flüssigkeiten versucht, fiel meine Wahl auf

den allgemein bekannten Liquor Perenyi. Zwar wirken auch verschiedene andere Reactive in dem Maasse befriedigend, dass man mit Hilfe derselben die Eier isoliren und dann schneiden kann; so kann ich z. B. auf den 80% Alkohol hinweisen, in welchem die aufgeschnittenen Eikapseln zwei oder mehr Wochen zu halten sind und welcher vorzugsweise für jüngere Stadien in Verwendung kommen kann; die Tödtung der Eikapseln in heissem Wasser und die nachträgliche Behandlung mit der Kleinenberg'schen Flüssigkeit führt bisweilen ebenfalls zu ziemlich guten Resultaten. Allein fast alle üblichen Reactive wirken meist sehr schädigend auf die feinere Struktur der Eier und Embryonen, und, was besonders unbequem ist, sie machen den Dotter äusserst brüchig, so dass es fast unmöglich wird ohne Aufstreichen von Collodium unzerrissene dünne Schnitte zu bekommen. Im Gegensatz dazu ist die Perenyi'sche Flüssigkeit fast für alle Entwicklungsstadien mit guter Aussicht anwendbar, da sie den Dotter nicht besonders spröde macht und also die Herstellung von genügend dünnen Schnitten ermöglicht, die verhältnissmässig sehr wenig brüchig sind. Am besten verfährt man folgendermaassen. Die an den beiden Enden aufgeschnittenen Eicocons werden in kalte, (mit Wasser nicht verdünnte) Perenyi'sche Flüssigkeit auf ungefähr 12 Stunden gelegt; dann kommen sie in 70% Spiritus, worin dieselben 24 Stunden liegen, wobei der Spiritus ein oder zwei Mal zu wechseln ist. Dann werden die Cocons in 90% Alkohol übertragen und liegen in demselben vier Tage, wonach man die Isolirung der Eier unternehmen kann, welche mit Hilfe von Präparirnadeln ziemlich leicht gelingt. Die isolirten Eier werden gefärbt oder, wenn man die Färbung der Schnitte auf dem Objektträger vorzieht, legt man dieselben direkt in den absoluten Alkohol. Zur Färbung verwendete ich vorzugsweise den Grenacher'schen Alkohol-Boraxcarmin, in welchem die Embryonen früher und mittlerer Stadien 24 Stunden gehalten und mit angesäuertem Alkohol circa $^1/_4$ Stunde ausgezogen wurden; reife (schon mit Cuticula überzogene) Embryonen sind in Carmin 2 bis 3 Tage und in angesäuertem Alkohol dem entsprechend 1 Stunde und länger zu halten und färben sich bei Weitem nicht immer befriedigend. Von anderen Farben benutzte ich Haematoxylin (von Böhmer oder von Delafield), Bismarcksbraun, auch Gentiana-Violett (für die Bearbeitung nach bacteriologischer Methode von Gram). Ich färbte ebenso oft in toto, wie auf dem Objektträger. In absolutem Alkohol sind die Eier nicht weniger als 3 Tage zu halten und der Alkohol ist dabei mehrmals zu wechseln, da die Eier an Fett und Wasser überaus reich sind. Zum Aufhellen erwählte ich nach zahlreichen Versuchen (Xylol, Toluol, Terpentinöl, Nelkenöl u. s. w.) das grünliche Cedernholzöl, in welches das Objekt nach der Giesbrecht'schen Methode allmählich übergeführt und im Oel 24 Stunden liegen gelassen wurde, wobei ich das Oel einmal wechselte. Aus dem Oel kommen die Objekte in bei 52° C. schmelzendes Paraffin, worin dieselben bei der Temperatur von 55 bis 60° C. drei bis fünf Stunden liegen bleiben (es empfiehlt sich, das Paraffin einmal zu wechseln). Die Schnitte wurden mit dem Thomas-Jung'schen Mikrotom hergestellt und nach Mayer mit Eiweiss aufgeklebt.

Ausser der Perenyi'schen Flüssigkeit benutzte ich in der letzten Zeit die allgemein

übliche Jod-Jodkaliumlösung (Jod 1, Jodkalium 2, Wasser 300), in welcher ich die beiderseits aufgeschnittenen Eikapseln einige Minuten bis zum Sieden erwärmte; dann kamen die Objekte in den 70%-Alkohol und die weitere Bearbeitung geschah wie bei der Verwendung der Perenyi'schen Flüssigkeit als Fixativ. Diese Methode ergab mir ganz ausgezeichnet schöne Resultate und ermöglichte die Herstellung tadelloser Schnittserien auch von denjenigen Stadien für welche mich die Perenyi'sche Flüssigkeit öfters im Stich gelassen hatte. Ganz besonders ist die Jod-Jodkaliumlösung für spätere Entwicklungsstadien (von der Bildung des Rückenorganes angefangen) zu empfehlen.

Wegen der bekannten Eigenthümlichkeiten der Eiablage ist das Alter der Embryonen von *Blatta germanica* nicht leicht zu bestimmen. Da ich in dieser Hinsicht keine genaue Data mitzutheilen im Stande bin, ziehe ich es vor, diese Frage überhaupt nicht zu berühren.

Meine Untersuchungen fangen eigentlich erst vom Stadium mit der vollendeten Blastodermbildung an. Ueber frühere Stadien habe ich nur vereinzelte Beobachtungen und muss gestehen, dass ich mir nicht viel Mühe gab, jene Stadien zu untersuchen, da über dieselben schon die citirte schöne Arbeit von Blochmann existirt. Ich glaube hier also mich mit der Hinweisung auf diejenigen Punkte beschränken zu können, in welchen meine Beobachtungen mit denen von Blochmann und Wheeler nicht übereinstimmen. So kann ich z. B. nicht bestätigen, dass der Dotter aus einzelnen polygonalen Dotterkörpern bestehe, wie derselbe von Blochmann (und Wheeler) beschrieben und abgebildet wird. Der ganze Dotter besteht aus einer continuirlichen plasmatischen Substanz, deren Vacuolen grössere und kleinere Fetttropfen enthalten. Die Continuirlichkeit der Dottermasse tritt um so deutlicher hervor, je besser die Objekte conservirt sind. Das Bild (ich möchte sagen, das Trugbild) der polygonalen Dotterkörper entsteht durch Bersten des Dotters nach der Bearbeitung mit nicht ganz passenden Reactiven. Es ist zu bedauern, dass Blochmann nicht genauer angiebt, mit welchen Reactiven er die *Blatta*-Eier bei der Untersuchung der Richtungskörperbildung bearbeitet hatte. Auch kann ich die Blochmann'sche Unterscheidung des «inneren» und des «äusseren» Dotters nicht annehmen; der ganze Unterschied in den Färbungsverhältnissen der beiden angeblichen Theile des Dotters lässt sich einfach dadurch erklären, dass die Farbe aus den peripherischen Theilen des Eies leichter als aus den inneren mit Säure ausgezogen wird. Mit dieser Erklärung stimmt auch die Angabe Blochmann's überein, dass zwischen dem inneren und dem äusseren Dotter keine bestimmte Grenze zu bemerken ist. Was die Blastemaschicht anbelangt (welche ich weiter unten den «flüssigen äusseren Dotter» nenne), so habe ich über dieselbe eine besondere Ansicht, welche im Kapitel VI der vorliegenden Arbeit dargelegt wird. Mit Wheeler kann ich darin nicht übereinstimmen, dass alle Furchungsprodukte auf die Eioberfläche kommen sollen und dass nachträglich einige von den Blastodermderivaten in den Dotter zurückwandern. Da es mir ebensowenig wie Wheeler gelungen ist, ein vom Blastoderm bedecktes Ei ohne Kerne im Inneren zu finden, so sehe ich keinen Grund gegen die Annahme, dass

einige der Furchungsprodukte im Inneren des Dotters bleiben und niemals zur Oberfläche des Eies aufsteigen. Die Aehnlichkeit der Dotterzellen mit den Blastodermelementen zwingt gar nicht zur Annahme, dass die ersteren von der letzteren herstammen; es ist ja ganz natürlich, dass nach einer gewissen Zahl der Theilungen die Furchungsprodukte den Blastodermzellen ähnlich werden. Direkte Beweise einer Wanderung von Blastodermderivaten in den Dotter (vor der Bildung der Keimblätter) kann Wheeler ebensowenig wie ich anführen. Ich halte also die Herleitung der Dotterzellen vom Blastoderm nicht für bewiesen, ja nicht einmal für wahrscheinlich. Der Angabe Wheeler's, dass die Blastodermzellen sich immer akinetisch theilen, kann ich ebenfalls nicht beistimmen, da ich in denselben mehrmals karyokinetische Figuren gesehen habe. In den Dotterzellen dagegen habe ich niemals karyokinetische Theilungen beobachtet und lasse also zu (will aber nicht bestimmt behaupten), dass dieselben sich amitotisch theilen. Andere Punkte, in welchen ich von Wheeler und anderen Autoren abweichen muss, werden in späteren Kapiteln dargelegt werden.

Ganz besonderes Interesse erweckt die Frage über die von Blochmann in verschiedenen Insekteneiern gefundenen bacterienähnlichen Stäbchen. Fast gleichzeitig mit Blochmann hat Krassilschtschik in verschiedenen Aphiden Bacterien gefunden (89—90). Diese «biophyten» (symbiotischen) Bacterien liegen zwischen dem Corpus adiposum und dem Pseudovitellus und werden erblich auf die Embryonen übertragen, so dass sich die Stäbchen in den sich entwickelnden Ovarialeiern schon in sehr jungen Entwicklungsstadien in grossen Massen vorfinden. Krassilschtschik glaubt die mit Stäbchen versehenen Fettkörperzellen der Blattiden mit dem Pseudovitellus der Aphiden homologisiren zu können. Dieser Meinung kann ich nicht beistimmen, da die Zellen des Pseudovitellus höchst wahrscheinlich (nach Witlaczil, welchem aber Will in vielen Punkten widerspricht) vom Follikelepithel herstammen und also eine rein mütterliche Mitgift darstellen, während alle Zellen des Fettkörpers der Schaben ohne Zweifel Derivate der Furchungsprodukte der Eizelle sind. Krassilschtschik glaubt auch fast mit voller Bestimmtheit behaupten zu können, dass die Stäbchen von Blattiden nichts Anderes, als Bacterien sind, da dieselben den Aphiden-Bacterien äusserst ähneln, welche er in Agar-Agar und in Agar mit Glycerin rein cultiviren konnte. Versuche mit der Cultivirung der Blattiden-Stäbchen sind jedoch auch ihm vollständig misslungen.

Bei meinen Untersuchungen über die Entwicklung von *Blatta germanica* habe ich auch den Stäbchen volle Aufmerksamkeit gewidmet und bin im Stande einige Lücken der Blochmann'schen Arbeit auszufüllen, da ich die von ihm nicht gefundenen wichtigen Zwischenstadien mehrmals beobachtet habe. In einem Punkte muss ich in Bezug auf die Stäbchen von Blochmann abweichen: die Stäbchen liegen niemals in Lücken und Hohlräumen des Dotters, wie es Blochmann behauptet, sondern immer befinden sie sich in der Dottersubstanz selbst. Die einzigen Hohlräume des Dotters sind die mit Fett gefüllten Vacuolen. Wahrscheinlich wurde Blochmann durch nicht ganz gelungene Conservirung

der Eier zum Irrthum verleitet, — da er selbst sagt, dass seine Objekte gewöhnlich nur in Alkohol conservirt wurden.

Kapitel II.

Die Bildung des Keimstreifens, der beiden primären Keimblätter und der Embryonalhüllen.

Ehe ich zur Beschreibung der Keimstreifenbildung übergehe, halte ich für nothwendig, einige Worte über die äussere Form des abgelegten Eies zu sagen. Das Ei hat die Gestalt einer länglichen Platte, deren einer bogenförmiger Rand innerhalb des Cocons nach der äusseren Coconwandung gerichtet, der andere Rand aber geradlinig und der medialen Längscheidewand der Eikapsel zugewendet ist. Dieser gerade Rand, oder, wie ich denselben nennen werde, die Rippe des Eies entspricht der ventralen Seite des künftigen Embryos. Das Kopfende des Eies ist der Nath der Eikapsel zugewendet. Im Querschnitt stellt das Ei ein längliches Fünfeck dar, wobei die Rippe des Eies aus zwei kürzesten Seiten desselben gebildet wird (vergl. die Figuren 1—4 und folgende).

Sogleich nachdem sich das Ei mit Blastoderm bekleidet hat, beginnt die Bildung des Keimstreifens, d. h. jener Region, in welcher die Differenzirung der beiden primären Keimblätter vor sich geht. Dieser Vorgang vollzieht sich bei *Phyllodromia germanica* in etwas anderer Weise als (nach Litteraturangaben zu urtheilen) bei den übrigen Insekten; der Unterschied liegt nämlich darin, dass der Keimstreif bei *Phyllodromia* in seiner hinteren Hälfte sich viel rascher entwickelt als in der vorderen, und dass sein Hinterende schon zweischichtig ist zur Zeit, wo die vordere Hälfte noch aus flachen, vom Blastoderm nicht differenzirten Zellen besteht.

Untersucht man ein gehörig gefärbtes und aufgehelltes Ei von einem solchen Stadium in toto, so bemerkt man, dass in der Nähe der Rippe des Eies die Zellen viel dichter angehäuft und viel kleiner sind, als im übrigen Blastoderm (Fig. 14). In der Umgebung der Eirippe sind auch karyokinetische Figuren besonders zahlreich, was von einer energischen Zelltheilung in dieser Region zeugt (Fig. 14). Zerlegt man ein solches Ei in dünne Querschnitte, so ist es leicht sich zu überzeugen (Fig 1—4), dass in der hinteren Hälfte des sich bildenden Keimstreifens die Zellen schon verhältnissmässig hoch und rundlichoval im Vergleiche mit den ganz flachen Zellen des Vorderendes sind. Dieselben Querschnitte zeigen auch, dass der Keimstreif nicht ganz oberflächlich, sondern in einer wenngleich sehr unbeträchtlichen Tiefe gelegen ist, so dass nach aussen von ihm eine dünne Schicht des äusseren Dotters liegt. Dieser äussere Dotter ist sehr zart, homogen und durchsichtig. Das hintere Ende des Keimstreifens liegt etwas tiefer als das vordere und die das erstere bedeckende Schicht des äusseren Dotters ist entsprechend dicker. Diese Verhältnisse werden

noch deutlicher in etwas späteren Stadien, wo die Bildung der Embryonalhüllen anfängt. Es könnte scheinen, dass die tiefere Lage des Hinterendes gerade durch die Bildung des sich hier zuerst anlegenden Amnions bedingt wird, allein es ist nicht zu verhehlen, dass schon vor der Bildung der Embryonalhüllen der junge Keimstreif in den Dotter, besonders an seinem Hinterende, etwas vertieft ist.

Bei der Untersuchung der Querschnittserien vom jungen Keimstreifen lässt es sich bemerken, das zur Zeit, wo die Vorderhälfte desselben noch aus undifferenzirten Zellen besteht, die den gewöhnlichen Blastodermzellen in Allem ähneln, nur dass sie etwas kleiner sind, — am hinteren Ende schon die Differenzirung der Keimblätter beginnt. Der Vorgang wird dadurch eingeleitet, dass in der Mittellinie des Hinterendes ein kleiner Zellenhaufen gegen den Nahrungsdotter hin einwächst (Fig. 4). Die Zellen dieses Haufens gehen ohne jede Grenze in die Zellen der äusseren Schicht über und sind ohne Zweifel durch Theilung derselben entstanden. Wir haben es hier also mit einer energischen Zellvermehrung der äusseren (im Anfang der einzigen) Schichte des Keimstreifens zu thun, als deren Folge die Bildung der inneren Schicht durch Immigration beginnt. Die Immigration führt sogleich zu einer zuerst sehr schwach angedeuteten, später etwas mehr ausgeprägten, medialen Invagination (Fig. 3, 8), welche ohne Zweifel durch schnelle und energische Fortpflanzung und Einwanderung der Zellen bedingt wird, wie es zahlreiche karyokinetische Figuren deutlich bezeugen (Fig. 8). Die Zellen der inneren Schicht fahren fort sich zu vermehren und unterscheiden sich von den zur Zeit länglich oval werdenden Zellen der äusseren Schicht durch ihre rundliche Gestalt.

Beim Beginn der Invagination am Hinterende des Keimstreifens ist die Oberfläche des letzteren flach oder schwach convex. Je weiter die Anhäufung der sich allmählich immer vermehrenden Zellen der Innenschicht geht, desto mehr wölbt sich die Oberfläche des Hinterendes nach aussen vor und nimmt endlich die Gestalt eines kleinen Hügels an (Fig. 8), welchen ich den hinteren Hügel des Keimstreifens nennen werde. Es scheint, als ob die Ursache der Bildung dieses Hügels eben darin bestehe, dass die sich immer mehr anhäufenden inneren Zellen die Vorwölbung der äusseren Schicht bedingen und so den eben beschriebenen Hügel erzeugen. Auf dem Gipfel des hinteren Hügels befindet sich die Invaginationsöffnung, welche mit der Zeit verschwindet.

Untersuchen wir Schnittserien aus dem Stadium, wo der hintere Hügel schon deutlich ausgebildet ist, so werden wir uns überzeugen, dass die Invagination, welche am Hügel deutlich wahrnehmbar ist, nach vorne zu immer seichter wird, um endlich beim Uebergange in den flachgewölbten Theil des Keimstreifens gänzlich zu verschwinden. Diese Verhältnisse zeigen uns, dass die Einstülpung, vom Hinterende des Keimstreifens beginnend, sich allmählich nach vorne fortpflanzt (Fig. 5—8). Auf Längsschnitten durch junge Keimstreifen (Fig. 9) ist es auch deutlich zu sehen, dass die innere Schicht bei dem Hinterende des Keimstreifens am dicksten ist, nach vorne aber sich allmählich verdünnt, um endlich gleich Null zu werden.

Die Entwicklung des inneren Keimblattes beginnt also zuerst am Hinterende des Keimstreifens. Daraus muss man aber nicht schliessen, dass das ganze innere Keimblatt ein Resultat der Vermehrung der am Hinterende eingewanderten und eingestülpten Zellen darstelle. Das Studium der jungen Keimstreifen zeigt auf's Deutlichste, dass der ganze Keimstreif an der Bildung des inneren Keimblattes Theil nimmt. Die Invagination pflanzt sich, wie wir es gesehen haben, vom Hinterende ausgehend, auf die vordere Hälfte des Keimstreifens fort, ist hier aber zuerst sehr flach und am Querschnitte kaum bemerkbar (Fig. 2). An dem vordersten, von der Invagination noch nicht erreichten Ende eines sehr jungen Keimstreifens, erscheinen die Lateraltheile des Querschnitts, aus ziemlich hohen cylindrischen Zellen bestehend, deren Kerne mit ihrer Längsachse senkrecht zum Nahrungsdotter stehen, während an der Mittellinie die Zellen des äusseren Keimblattes niedrig, flach, blastodermzellenartig und ihre Kerne mit der Längsachse dem Dotter parallel gerichtet sind (Fig. 5). Wenden wir uns zum inneren Keimblatte, so sehen wir auf den Schnitten des mittleren und vorderen Theils des Keimstreifens, dass die Zellen dieses Blattes ziemlich spärlich und in sehr merkwürdiger Weise vertheilt sind, — nämlich in zwei Reihen rechts und links von der Mittellinie. Allem Anschein nach entstehen diese Zellen durch Theilung der Zellen des äusseren Blattes bei der Mittellinie, wobei die Theilungsprodukte nach innen wandern und zur Bildung des inneren Keimblattes beitragen. Diese Annahme wird auch durch die sehr oft in der Nähe der Mittellinie vorkommenden karyokinetischen Figuren bestätigt (Fig. 5). Die Zellen des inneren Blattes vermehren sich nun energisch, so dass ihre Anzahl immer mehr anwächst.

Der Keimstreif bleibt aber nicht lange flach oder schwach convex in seiner ganzen Ausdehnung, das hintere Ende ausgenommen; sehr bald erscheint auf demselben eine in seiner ganzen Länge verlaufende, allerdings sehr seichte Furche, welche in ihrer hinteren Hälfte noch am tiefsten ist und in die oben beschriebene Invaginationsöffnung des hinteren Hügels direkt übergeht (vergl. Fig. 6—8). Diese Furche entspricht der bei anderen Insekten beschriebenen Primitivrinne und dient durch lebhafte Vermehrung ihrer Zellen zur Bildung des sich immer mehr entwickelnden inneren Keimblattes. Zur Zeit, wo die Primitivrinne das vordere Keimstreifende erreicht hat, ist der hintere Hügel schon sehr hoch und enthält zahlreiche Zellen des inneren Blattes, die in mehreren Schichten liegen; die Primitivrinne ist hier nur noch spurweise vorhanden oder hat sich schon ganz geschlossen und der hintere Hügel ist schon von der Amnionfalte bedeckt (Fig. 13). Sehr bald verschwindet die Primitivrinne auch in der ganzen Länge des Keimstreifens, indem sie sich verflacht und die Vermehrung der Zellen an der Mittellinie aufhört.

Durch das oben Beschriebene wird der Vorgang der Bildung des inneren Blattes noch nicht erschöpft. Ausser der Primitivrinne, welche durch die Immigration und Invagination der Zellen an der Mittellinie des Keimstreifens entsteht, giebt es noch complementäre laterale Bildungsheerde des inneren Keimblattes. Diese complementären Bildungsheerde

befinden sich zu beiden Enden des Keimstreifens, indem sie zuerst am Hinterende, dann am Vorderende desselben erscheinen.

Legt man Querschnitte durch den eben entstandenen hinteren Hügel, so lässt sich, zuerst gewöhnlich nur an einer Seite des Hügels, eine schwache Einstülpung unterscheiden, die von der medialen Invagination vollkommen unabhängig ist und von seinem Boden Zellen zur Bildung des inneren Blattes abgiebt (Fig. 7). Bald nachher oder gleichzeitig erscheint eine ähnliche Einstülpung auf der anderen Seite des hinteren Hügels (Fig. 11). Diese lateralen Einstülpungen am Hinterende sind nie vollkommen symmetrisch, entwickeln sich gleichzeitig mit der Amnionbildung und verschwinden in kurzer Zeit wieder, indem ihre Zellen zu Elementen des inneren Keimblattes werden.

Am Vorderende des Keimstreifens erscheinen fast zur selben Zeit ebenfalls zwei laterale Einstülpungen, welche hier aber viel stärker ausgeprägt und symmetrisch gelagert sind (Fig. 10, 10*a*). Diese vorderen seitlichen Einstülpungen entstehen und schliessen sich ehe die Amnionbildung am vorderen Ende begonnen hat, da die letztere, wie wir es sehen werden, am Vorderende des Keimstreifens viel später als am Hinterende eintritt. Sie sind verhältnissmässig sehr tief, ihr Boden ist mehrschichtig und giebt durch rege Zelltheilung zahlreiche Zellen zum Ergänzen des inneren Keimblattes (Fig. 10, 10*a*). Vergleichen wir einen Querschnitt des Vorderendes mit dem des Hinterendes eines Keimstreifens von betreffenden Stadien, so ist es leicht sich zu überzeugen, dass am Hinterende die Mehrzahl der Zellen des inneren Blattes von der medialen, am Vorderende aber von den lateralen Einstülpungen ihren Ursprung nimmt.

Aber auch die seitlichen Bildungsheerde des inneren Keimblattes sind vielleicht noch nicht hinreichend, die Bildung desselben zu Ende zu führen. Untersuchungen zahlreicher Schnittserien machen es wahrscheinlich, dass an verschiedenen Stellen des Keimstreifens sich einzelne Zellen vom äusseren Blatte abspalten und an der Bildung des inneren Blattes betheiligen (vergl z. B. Fig. 3*dl*), so dass die Entstehungsart des letzteren sehr complicirt erscheint.

Die ganze Zeit hindurch, während die eben besprochenen Vorgänge sich vollziehen, lässt sich im Dotter unmittelbar unter dem Keimstreifen eine beträchtliche Zahl von grosskernigen Formelementen bemerken, — die sogenannten Dotterzellen. Einige von denselben stellen anscheinend ganz nackte im Dotter schwimmende Kerne dar (Fig. 5) und könnten daher eigentlich als Dotterkerne bezeichnet werden, oder sie besitzen eine sehr geringe Quantität sich schwach färbenden Plasmas; bei anderen (Fig. 1, 4, 10*a*) aber ist der Kern mit einer beträchtlichen Masse stark tingirbarer Substanz, man möchte sagen chromatinisirten Plasmas — umgeben, welche unregelmässige, amöboide Umrisse zeigt. Das Plasma der Keimblätterzellen färbt sich im Vergleich mit dieser Substanz sehr schwach. Die Kerne der Dotterzellen sind immer gross, rundlich oder oval und färben sich ziemlich stark, wodurch dieselben sich von den kleineren und sich viel schwächer färbenden Kernen der Keimblätter scharf unterscheiden.

Stellenweise, besonders in der Nähe des Hinterendes vom Keimstreifen lässt sich noch eine interessante Erscheinung beobachten. Der dem Keimstreifen von innen anliegende Nahrungsdotter ist nach aussen von einem ziemlich scharfen Contour begrenzt (Fig. 4, 12). Auf diese scharf begrenzte Oberfläche scheinen nun einige Dotterzellen hervorzuschwimmen und sich auf derselben mit ihrem Plasma zu verbreiten (vergl. auch Fig. 9). Ausserdem nimmt der ganze Contour von Carmin eine röthliche Färbung an (Fig. 4, 13).

Die eben beschriebenen Unterschiede zwischen einzelnen Dotterzellen und die eigenthümliche Färbung der äusseren Grenze des Nahrungsdotters waren mir lange Zeit vollkommen räthselhaft. Sorgfältige Untersuchungen mit Verwendung starker Vergrösserungen haben mir jedoch endlich gezeigt, dass ich hier mit den von Blochmann beschriebenen bacterienähnlichen Stäbchen zu thun hatte. Anhäufungen dieser Stäbchen an der äusseren Nahrungsdottergrenze bedingen den färbbaren Contour; dieselben Stäbchen, indem sie sich um einzelne Dotterkerne ansammeln, führen zur Chromatinisirung des Plasmas. Die Reactive, besonders die von mir für frühere Entwicklungsstadien ausschliesslich angewendete Perenyi'sche Flüssigkeit, beschädigen zwar sehr oft die Struktur der Stäbchen und verwandeln die letzteren in eine unbestimmte körnige Masse; durch Combinirung einer grösseren Anzahl von Bildern kann man sich jedoch überzeugen, dass die körnige Masse aus nichts Anderem, als aus Stäbchen besteht. Alle diese Erscheinungen machen den Eindruck, dass die Dotterzellen mit ihrem Plasma die Stäbchen verschlucken, um mit denselben beladen später in's Innere des Dotters zu wandern.

Fast gleichzeitig mit dem Anfange der Bildung des inneren Keimblattes beginnt auch die Bildung der Embryonalhüllen, — des Amnions und der Serosa. Sogleich nach dem Erscheinen des hinteren Hügels erheben sich der hintere Rand und die Seitenränder des Hinterendes vom Keimstreifen und bilden im Zusammenhange mit dem angrenzenden Blastoderm eine semilunare Falte, die über dem Keimstreifen von hinten nach vorne wächst (vergl. Fig. 8, 13). Etwas später, nämlich nachdem der Keimstreif schon in seiner ganzen Länge zweischichtig geworden ist, erscheint auch die entsprechende Kopffalte am Vorderende des Keimstreifens, welche sich aber viel langsamer entwickelt, als am Hinterende. Das vollkommene Schliessen des Amnion- und Serosasackes geschieht also in der Nähe des Vorderendes, ungefähr am Niveau der Mundöffnung. Das Amnion ist einschichtig und stellt eine unmittelbare Fortsetzung des Ectoderms dar; seine Zellen sind zuerst saftig, später werden sie klein, dünn und flach. Die Serosahülle ist eine direkte Fortsetzung des Blastoderms (welches auch von nun an überhaupt als «Serosa» bezeichnet wird) und besteht aus grossen flachen Zellen (vergl. Fig. 11,13). Anfangs liegen Amnion und Serosa einander dicht an, bald aber werden sie von einer ziemlich dicken Schicht des homogenen äusseren

Dotters auseinandergeschoben (vergl. Fig. 13, 42). Bei der Bildung der Embryonalhüllen vertieft sich der Keimstreif durch die Einbiegung seiner Ränder noch etwas mehr unter die Eioberfläche, wobei der Raum zwischen dem Keimstreifen und dem Amnion, sowie zwischen Amnion und Serosa mit homogenem äusseren Dotter sich anfüllt, der dickere vacuolarisirte Nahrungsdotter aber unter dem Keimstreifen liegt. Bei der weiteren Entwicklung des Keimstreifens vergrössert sich die Quantität des homogenen äusseren Dotters immer mehr, indem sich derselbe vorzugsweise bei dem vorderen und hinteren Ende des Keimstreifens ansammelt.

Das vordere Ende des Keimstreifens bildet sehr bald bei *Blatta*, ebenso wie, bekanntlich, bei anderen Insekten, zwei ansehnliche Kopflappen, welche auf die Seitenflächen des Eies übergreifen und von vorne durch einen tiefen Ausschnitt von einander getheilt werden (Fig. 18, 21). Zur Zeit, wo der Amnionsack sich schliesst, sind die Kopflappen schon vollkommen entwickelt und erscheinen am Querschnitte (Fig. 36) in der Gestalt von zwei separaten, rechts und links von der Mittellinie liegenden Theilen, die je von einem besonderen amniotischen Säckchen überdeckt sind.

Nachdem wir also die Thatsachen der Bildung des Keimstreifens, der zwei Keimblätter und der Embryonalhüllen bei *Phyllodromia germanica* kennen gelernt haben, ist es nicht überflüssig unsere Ergebnisse mit dem, was in der betreffenden Hinsicht für andere Insekten bekannt geworden ist, zu vergleichen. Was die Embryonalhüllen anbetrifft, so ist der Vorgang ihrer Bildung bei *Phyllodromia* so einfach und entspricht so gut dem von Kowalevsky schon 1871 aufgestellten Grundschema, dass wir denselben vorläufig ganz beiseite lassen können und dies umsomehr, als die Frage über die Embryonalhüllen, die in den siebziger Jahren den Zoologen so wichtig erschien, zu unserer Zeit den grössten Theil ihres Interesses verloren hat. Weiter unten, im Kapitel III, werde ich die Frage über die für uns am meisten interessanten späteren Veränderungen von Amnion und Serosa berühren. Ganz anders ist es mit der Frage über die Bildung der Keimblätter, welche gerade in jüngster Zeit zu eifrigstem Streiten und zu den verschiedenartigsten Deutungen der Thatsachen Veranlassung giebt. Diese Frage will ich nun hier etwas näher erörtern, indem ich mich an diejenigen zwei primären Blätter halten werde, aus welchen der junge Keimstreif nach der Schliessung der Primitivrinne und der complementären Einstülpungen besteht.

Seit 1871, d. h. seit dem Erscheinen der klassischen Arbeit von Kowalevsky «Ueber die Entwicklung von Würmern und Arthropoden» ist es festgestellt, dass der fertige Keimstreif der Insekten wenigstens aus zwei Keimblättern besteht, welche von der Mehrzahl der Forscher als Ectoderm und Mesoderm bezeichnet werden. Kowalevsky war der Erste, der für die Insekten eine Primitivrinne beschrieben hat, wobei er auch zeigte, dass diese Rinne zur Bildung (durch Invagination) des «inneren Blattes» dient, welches für die meisten

Forscher als Mesoderm gilt. Nach Kowalevsky haben einige Embryologen in der Entwicklung verschiedener Insekten keine Primitivrinne constatiren können und stellten also das Vorhanden derselben in Abrede, indem sie das Mesoderm vom Ectoderm durch Delamination ableiteten. Aber in der überwiegenden Mehrzahl der Fälle ist es vielen Autoren gelungen die Primitivrinne zu finden, sodass die Existenz derselben als einer in der Insektenentwicklung allgemein verbreiteten Bildung jedenfalls nicht zu verkennen ist. Die Fälle, in welchen dieselbe nicht gesehen worden ist, sind also sehr zweifelhaft und die betreffenden Angaben beruhen höchst wahrscheinlich auf ungenügender Beobachtung. Gerade bei *Blatta germanica* hat Wheeler diese Bildung gar nicht gesehen und glaubt, dass ich ebenso wie Nusbaum «have been deceived», indem wir die ventrale Crista des Eies für eine Einstülpungsfurche genommen haben. Ein solcher Irrthum wäre für mich nur möglich gewesen, wenn ich bloss ganze Eier bei auffallendem Lichte, nicht aber Querschnitte untersucht hätte, auf welchen die Primitivrinne sich deutlich beobachten lässt. Wheeler ist es nicht geglückt, obgleich er «sehr viel Zeit für die Untersuchung vollständiger Schnittserien geopfert hat», die Primitivrinne zu finden, da das betreffende Stadium sehr rasch vorübergehend ist, so dass er bloss vorhergehende und nachfolgende Stadien gesehen hat. In meiner vorläufigen Mittheilung (1888) habe ich, umgekehrt, gerade das Stadium mit der in der ganzen Länge des Keimstreifens verlaufenden Primitivrinne im Auge gehabt, indem ich damals die in der vorliegenden Arbeit beschriebenen früheren Stadien noch nicht kannte. Was Nusbaum anbelangt, so hat er zwar in der That die Primitivfurche nicht gesehen, aber er sagt ja nur, dass dieselbe bei *Blatta* wie bei anderen Insekten «aller Wahrscheinlichkeit nach» existiren soll; seine hierher gehörende schematische Zeichnung ist nichts Anderes, als ein Diagramm für die Erläuterung der Keimblätterbildung bei den Insekten im Allgemeinen.

Ich wiederhole also, dass die Primitivrinne eine in der Embryonalentwicklung der Insekten allgemein verbreitete Bildung ist. Wozu dient nun dieselbe? Nach der Ansicht der Mehrzahl der Autoren ist die Primitivrinne eine Bildungsquelle des Mesoderms, d. h. desjenigen Keimblattes, welches vorzugsweise für die Bildung der Muskulatur dient. Im Jahre 1882 behauptet aber Tichomirow in seiner Embryologie des Seidenspinners, dass das Mesoderm nicht bloss von der Primitivrinne, sondern auch von den Dotterzellen seinen Ursprung nimmt, also von zwei verschiedenen Quellen herstammt. In jüngster Zeit (Ende 1889) hat Tichomirow eine noch extremere Ansicht ausgesprochen: er behauptet nämlich, dass das gesammte Mesoderm ausschliesslich von den Dotterzellen herstammt, die Primitivrinne aber an der Bildung der Keimblätter gar keinen Antheil nimmt. In demselben Sinne äusserte sich auch Frau Tichomirow, die sich mit der Embryologie von Aphanipteren und *Chrysopa* beschäftigt hat. Ich bedaure sehr, dass es mir nicht gelungen ist, die auf der VIII. russischen Naturforscherversammlung gezeigten Präparate des Herrn und der Frau Tichomirow zu sehen; soweit meine eigene Erfahrung in der Embryologie der Insekten reicht, kann ich die eben dargelegte neue Ansicht in Betreff der Bildung der Keimblätter

bei den Insekten keineswegs bestätigen. Abgesehen von verschiedenen Insekten, über welche ich nur vereinzelte Beobachtungen besitze, glaube ich für *Phyllodromia germanica* mit voller Bestimmtheit behaupten zu können, dass die Primitivrinne und überhaupt die äussere (anfangs die einzige) Schicht des Keimstreifens sich an der Bildung des inneren Keimblattes energisch betheiligen. Meine Abbildungen (1—12), die ganz genaue Copien der Präparate sind, lassen, glaube ich, keinen Zweifel darüber. Man könnte noch denken, dass ein kleiner Theil des Mesoderms von den Dotterzellen, der weitaus grösste Theil desselben aber vom Keimstreifen gebildet wird; allein auch diese Annahme ist für *Phyllodromia* gar nicht zu bestätigen. Die Dotterzellen liegen zwar in grosser Anzahl und scheinen sich sogar gerade unter dem Keimstreifen zu vermehren, kein einziges Mal aber habe ich ein Bild gesehen, welches für die Bildung des «Mesoderms» seitens der Dotterzellen spräche. Es giebt entschieden gar keine Uebergänge zwischen den Dotter- und den Mesodermzellen; die ersteren sind immer sehr gross und ihre Kerne besitzen eine besondere, (dichtere) Struktur und färben sich viel stärker, als die Kerne der kleineren Zellen der beiden Keimblätter. Es drängt sich nun die Frage auf: warum befindet sich eine grosse Anzahl von Dotterzellen (obgleich dieselben bei *Blatta* überhaupt nicht sehr zahlreich sind) gerade unter dem Keimstreifen? Ich glaube auf diese Frage eine ganz genügende, sich auf Thatsachen stützende Antwort geben zu können, ohne die Betheiligung der Dotterzellen an der Bildung der Keimblätter zuzulassen. Oben habe ich gezeigt, dass in gewissen Entwicklungsstadien auf der Oberfläche des Eies eine mehr oder weniger entwickelte Schicht des homogenen äusseren Dotters auftritt, welcher auf den Schnitten den Eindruck von geronnenem Hühnereiweiss macht. Dieser homogene Dotter erscheint in verhältnissmässig beträchtlicher Quantität zuerst bei der Bildung des Blastoderms und fährt nun fort parallel der Vermehrung der Dotterzellen anzuwachsen. Endlich sammelt er sich lediglich um den Keimstreifen herum, indem er den letzteren von allen Seiten umgiebt und sogar zwischen die Zellen des inneren und äusseren Keimblattes eindringt. Allem Anschein nach ist diese Erscheinung nicht anders zu erklären, als durch die Thätigkeit der Dotterzellen, die den Nahrungsdotter zu verflüssigen oder überhaupt in irgend einer Weise zu verändern scheinen, wobei der veränderte Dotter auf die Eioberfläche aufsteigt. Zu Gunsten einer solchen Auffassung spricht auch der Umstand, dass sich die Stäbchen, die ursprünglich gleich unter der Oberfläche des Eies zerstreut waren, später um die Kerne der Dotterzellen herum ansammeln. Blochmann hat die Vermuthung ausgesprochen, dass die Stäbchen eigentlich zur Verflüssigung des Dotters dienen sollen; ich halte ebenfalls für sehr wahrscheinlich, dass dieselben hierbei die Rolle eines Fermentes spielen, die Dotterzellen aber vielleicht lediglich zur Uebertragung der Stäbchen in verschiedene Regionen des Eies dienen, wodurch auch das Ansammeln der Dotterzellen unter dem Keimstreifen eine ungezwungene Erklärung findet.

Ich glaube also annehmen zu können, dass die Dotterzellen höchst wahrscheinlich mit Hilfe der Stäbchen für die Ernährung des Embryos den Nahrungsdotter, so zu sagen, verdauen und den Zellen des Keimstreifens in Form des flüssigen äusseren Dotters über-

geben. Die letzteren saugen dann die fertige Nährflüssigkeit einfach ein, wodurch wahrscheinlich auch die Erscheinung kleiner dem Keimstreifen und dem Amnion eng anliegender Vacuolen sich erklärt (Fig. 3, 4).

Im Jahre 1890, als meine Untersuchungen über die Embryologie von *Blatta germanica*, von einigen Details abgesehen, schon fertig waren, erschien eine sehr interessante Arbeit von Graber «Ueber die Embryologie der Insekten, insbesondere der Musciden». Der Verfasser beweist in dieser Arbeit, dass bei einigen Insekten ausser der Primitivrinne noch ergänzende laterale Einstülpungen bestehen, die ebenfalls zur Bildung des inneren Keimblattes dienen. Bei *Phyllodromia germanica* sind solche laterale Bildungsheerde des inneren Keimblattes, wie wir es oben gesehen haben, ebenfalls vorhanden und ich halte es für sehr wahrscheinlich, dass sie auch bei sehr vielen oder gar allen Insekten bei genauerer Untersuchung sich finden werden.

Wie sind aber die beiden Keimblätter des jungen Keimstreifens aufzufassen und zu benennen? Diese Frage hängt, natürlich, eng mit der Frage über die künftige Rolle dieser Blätter, besonders des inneren Blattes zusammen. Sollten in der That aus dem letzteren ausschliesslich die bekannten Mesodermbildungen, d. h. Muskeln, Peritonealhüllen, Herz u. s. w. entstehen, — so verdiente dasselbe den Namen des Mesoderms; falls aber aus demselben auch das Mitteldarmepithel seinen Ursprung nimmt, — so muss diesem Blatte eine andere Benennung beigelegt werden. Wie wir weiter sehen werden, herrscht in Bezug auf die Frage über den Ursprung des Mitteldarmepithels eine grosse Verschiedenheit der Meinungen und es fehlt daher nicht an Versuchen für die Keimblätter der Insekten eine besondere Terminologie zu schaffen. So schlägt Graber vor, das innere Blatt als Ptychoblast, d. h. als ein durch Invagination entstandenes Blatt zu bezeichnen. Mir scheint es, dass neue Benennungen nur mit grösster Vorsicht und nur in den allernothwendigsten Fällen einzuführen sind; der Name «Ptychoblast» erscheint aber weder unbedingt nothwendig, noch ganz correct, da bei einigen Insekten *(Phyllodromia)* das innere Blatt nicht bloss durch Invagination, sondern auch durch Immigration und wahrscheinlich auch durch Delamination entsteht. Nimmt man nun an, wie es Kowalevsky, Heider, Graber u. A. thun und was ich durch eigene Untersuchungen ganz bestätigen kann, dass das innere Blatt unter Anderem dem Mesenteronepithel den Ursprung giebt, — so wird es wohl am correctesten sein, dieses Keimblatt (wie es schon Nusbaum vorgeschlagen) das primäre Entoderm zu nennen. In dieser Weise wird einerseits die Einführung einer neuen und eigentlich überflüssigen Terminologie vermieden, andererseits auf die Insekten die allgemein übliche Terminologie in einem ganz bestimmten Sinne angewendet. Ich halte also die folgende Definition der Insektenkeimblätter für die am meisten einfache und zweckmässige:

1) Vor der Bildung des inneren Keimblattes stellt der Keimstreif das primäre Ectoderm vor;

2) Das innere Blatt, ehe seine Differenzirung begonnen, ist als das primäre Ento-

derm zu bezeichnen, welches sich später in das dem Ectoderm von innen anliegende Mesoderm und in das secundäre Entoderm differenzirt.

Wenden wir uns nun zu der interessanten Frage über die morphologische Bedeutung der Primitivrinne.

Schon 1879 hat Graber auf die grosse Aehnlichkeit dieser Bildung mit der Gastrula hingewiesen, sowie auch die Schwierigkeiten einer solchen Deutung hervorgehoben. Damals war Graber geneigt anzunehmen, dass die Dotterzellen das eigentliche Entoderm darstellen, von der Primitivrinne aber bloss das Mesoderm herstammt, — eine Ansicht, die er später vollkommen aufgegeben hat. Nach dem Erscheinen der berüchtigten Coelomtheorie der Gebrüder Hertwig, die ebenfalls die Primitivrinne mit der Gastrula verglichen haben, — wurde diese Auffassung von der grössten Mehrzahl der Autoren angenommen. Es ist bemerkenswerth, dass sogar diejenigen Autoren, welche die Dotterzellen für Entoderm halten, in der letzten Zeit die Primitivrinne für Blastoporus erklären [1]). Diese Auffassung hat ohne Zweifel sehr viel für sich, kann aber nur dann aufrecht erhalten werden, wenn das von der Primitivrinne entstandene innere Keimblatt für primäres Entoderm gehalten wird. Man darf aber nicht aus dem Auge lassen, dass die neulich bekannt gewordenen embryologischen Thatsachen ausser allem Zweifel stellen, dass die Primitivrinne nicht die einzige Quelle des Entoderms ist, da auch die lateralen Einstülpungen zum Ergänzen desselben dienen können und auch wahrscheinlich ein Theil des inneren Keimblattes durch Delamination entstehen kann. Indem Graber seinen «Ptychoblast» von der Primitivrinne und den lateralen Einstülpungen ableitet, unterscheidet er die mediane und die laterale Gastrulation. Mir scheinen diese Benennungen nicht ganz passend zu sein, da dieselben für ein und dasselbe Ei zahlreiche Gastrulae zulassen. Es ist schwerlich zweckmässig jede einzelne zur Bildung des inneren Keimblattes dienende Einstülpung des Blastoderms oder des Keimstreifens für Gastrula zu erklären. Der Vorgang der Keimblätterbildung ist bei Insekten äusserst verwickelt und kann nicht allzu schematisch auf ein bestimmtes Vorbild zurückgeführt werden. Ich lasse (mit Balfour) sehr gern zu, dass dieser Vorgang eine secundäre Abänderung der Invagination darstellen mag. Von dem primitiven Blastoporus sind mehrere Rudimente zurückgeblieben, von welchen der hauptsächlichste durch die Primitivrinne, die übrigen durch die lateralen Einstülpungen u. s. w. repräsentirt werden.

Es ist sehr interessant, eine Parallele zwischen der Bildung der Primitivrinne bei In-

---

1) Im Jahre 1882 schreibt Tichomirow: «das Entoderm der Insekten legt sich niemals so an, dass sich bei diesen Thieren ein Gastrulastadium bemerken liesse. (Die Embryologie des Seidenwurms, p. 75). Im Jahre 1890 aber, in einer auf der VIII. Versammlung der russischen Naturforscher gemachten Mittheilung erklärt er die Primitivrinne entschieden für Gastrula, indem er jedoch seine Auffassung der Dotterzellen als des Entoderms aufrecht halten will. Aber nachdem die beiden primären Keimblätter, d. h. das Ectoderm (Blastoderm) und das Entoderm (Dotterzellen) schon durch Delamination entstanden sind, — welchen Sinn wird dann die Erscheinung der typischen Invagination haben? Ich glaube, dass entweder die Primitivrinne keine Gastrula, oder die Dotterzellen kein Entoderm sind, — das Eine schliesst das Andere vollkommen aus!

sekten und bei gewissen Vertebraten zu ziehen. In dem einen wie in dem anderen Falle haben wir eine lange seichte mediane Vertiefung des Keimstreifens vor Augen, von welchem das Mesoderm und das Entoderm entstehen sollen. Nach Vorgang von Balfour, der schon 1879 die Primitivrinne der Vertebraten mit der Gastrula verglichen hatte, halten in der neuesten Zeit sehr viele Forscher vorzugsweise die beim Hinterende der Primitivfurche befindliche sogenannte Sichelrinne für eine dem Gastrulamunde entsprechende Bildung. Dieser Sichelrinne scheint nun bei *Phyllodromia* das in den Dotter etwas vertiefte Hinterende des Keimstreifens vollkommen zu entsprechen, da in demselben der Ausgang für die Bildung des inneren Keimblattes liegt. Die Hauptzüge der frühen Entwicklungsstadien zeigen also bei so weit von einander stehenden Thieren, wie Insekten und Vertebraten, eine höchst merkwürdige Uebereinstimmung. Da diese Aehnlichkeit nicht auf phylogenetischer Verwandtschaft beruhen kann, so ist dieselbe gewissen im morphologischen Sinne vielleicht untergeordneten Ursachen zuzuschreiben. Der Reichthum an Nahrungsdotter und der sehr früh sich kundgebende bilaterale Bau des Embryos, — dies sind, höchst wahrscheinlich, die Faktoren, durch welche einerseits die Verlängerung und das Seichtwerden des Blastoporus, andererseits das Zerfallen desselben in mehrere Rudimente bedingt werden. Die Thatsache aber, dass die Spuren der Invagination trotz der tiefen Modification der ganzen embryonalen Entwicklung sich erhalten haben, scheint mir dafür zu sprechen, dass die Insekten, ebenso wie die Wirbelthiere, von Vorfahren abstammen, welche in ihrer Entwicklung ein scharf ausgeprägtes Invaginations-Gastrulastadium durchlaufen haben.

Im Kapitel VI werde ich zur wichtigen Frage über die Bedeutung der Primitivrinne nochmals zurückkehren.

Kapitel III.

Ueber die Entwicklung der äusseren Form des Embryos.

Phyllodromia germanica ist ein überaus dankbares Objekt zur Untersuchung der Entwicklung der äusseren Form des Embryos. Wegen der eigenthümlichen Gestalt des Eies können die Embryonen gewöhnlich in der Profilansicht untersucht werden, was für die meisten Fälle auch ganz genügt; will man die Untersuchung en face unternehmen, so muss der Embryo vom Dotter abpräparirt werden, was bei einer gewissen Uebung auch leicht gelingt. Setzt man nämlich zur Perenyi'schen Flüssigkeit etwas starken Alkohol hinzu, so trennt sich der weichere und mehr elastische Keimstreif von dem äusserst brüchig gewordenen Nahrungsdotter von selbst ab; auch nach der Bearbeitung mit siedender Jod-Jodkaliumlösung lässt sich der (im Alkohol gehärtete) Keimstreif sehr leicht vom Dotter abpräpariren.

Nachdem der Keimstreif sich eben gebildet hat, verläuft er ganz gerade auf der Eirippe, wobei sein Hinterende, wie wir es schon oben gesehen haben, sich sehr wenig in den Dotter vertieft, das Vorderende aber zu zwei Scheitellappen (Kopflappen, Seitenlappen) ausbreitet. Auf einem solchen Keimstreifen lässt sich beim Untersuchen en face (Fig. 15) gar keine Segmentirung im Sinne von Querfurchen bemerken, wie es bei anderen Insekten beobachtet worden. Daraus folgt aber nicht, dass der junge Keimstreif überhaupt keine Metamerie zeige: die letztere wird hier, abgesehen von den undeutlichen Seiteneinschnürungen, auch durch eine eigenthümliche Vertheilung der Ectodermzellen angedeutet. Schon bei schwachen Vergrösserungen lässt sich nämlich beobachten, dass die Zellen in zwei Reihen jederseits der Mittellinie merklich dichter stehen und auch etwas kleiner sind als im Zwischenraum, — dass weiter diese beiden Reihen aus metamer angeordneten rundlichen Zellenanhäufungen bestehen (Fig. 15, 15*a*). Bei der Untersuchung vermittelst einer Oel-Immersion wird diese merkwürdige Zellengruppirung ganz deutlich wahrgenommen. Die metamer gelegenen Punkte, um welche die kleineren Zellen sich anhäufen, stellen nun gleichsam Merkzeichen derjenigen Stellen dar, auf welchen sich später die Extremitätenanlagen erheben werden. Wir haben also ganz analoge Bilder vor Augen, wie die von Reichenbach in seiner prachtvollen Entwicklungsgeschichte des Flusskrebses beschriebene und abgebildete Gruppirung der Zellen nach bestimmten Trajektorien. Bei *Blatta germanica* ist diese so früh sich kundgebende Vertheilung von ursprünglichen ganz flachen Extremitätenanlagen der erste Ausdruck der Metamerie, welche noch ziemlich lange sich äusserlich bloss durch die Extremitätenbildung unterscheiden lässt, da die intersegmentalen Querfurchen relativ erst sehr spät erscheinen, nämlich nachdem der Embryo schon mit voller Anzahl der Extremitäten versehen ist. Dieser Umstand ist wohl zu beachten, da auch die innere Metamerie, welche sich in der Bildung von mesodermalen Ursegmenten ausspricht, wie wir es im Kapitel V sehen werden, mit der Extremitätenentwicklung sehr eng zusammenhängt.

Die weitere Entwicklung besteht nun zuerst in der Vorwölbung der flachen Extremitätenanlagen infolge der immer fortlaufenden Zellenvermehrung. Die Reihenfolge der Entwicklung einzelner Extremitätenpaare wird also durch das Erscheinen jener Vorwölbungen bestimmt. Im Ganzen entwickeln sie sich allmählich von vorne nach hinten, so dass das hintere Ende des Keimstreifens sogar nicht mit flachen Extremitätenanlagen versehen ist, während das Vorderende schon einige Paare der vorgewölbten Extremitätenanlagen besitzt (vergl. Fig. 17).

Früher als die übrigen Extremitäten erscheinen die Fühler, als Anhänge der Kopflappen, gleichzeitig mit der Mundöffnung und ihrem verdickten Vorderrande — der Oberlippe (Fig. 15, 17). Die sich später sehr stark entwickelnde, vor der Mundöffnung wie eine Schürze herabhängende Oberlippe (vergl. Fig. 22, 23) ist schon in ihrer ersten Anlage unpaar. Die Fühler entspringen hinter der Mundöffnung, am Seitenrande des hinteren Abschnittes der Kopflappen, welcher von dem grösseren vorderen Abschnitte derselben durch

eine deutliche laterale Einschnürung abgegrenzt wird (Fig. 15, 17). Die Ansatzstellen der Fühler sind also weit auseinder gerückt. Nach den Fühlern entstehen zuerst die beiden Maxillen- und die drei Thoraxbeinpaare, und erst nachdem die letzteren sich vorgewölbt haben, erscheinen auch die Mandibeln in Gestalt noch sehr flacher Wölbungen. Gleichzeitig mit den Mandibeln zeigt sich auch das erste Paar von Abdominalanhängen (Fig. 17, 18, 19). Bis jetzt war der Keimstreif in seiner ganzen Länge ganz gerade; sobald aber die abdominalen Anhänge des zweiten Paares sich zu zeigen beginnen, fängt das Hinterende des Keimstreifens an, sich nach vorne und bauchwärts zu biegen (Fig. 19, 20 und ff). Da zu dieser Zeit der Amnionsack schon längst geschlossen ist, so macht diese ventrale Einbiegung des Keimstreifens den Eindruck, als ob durch rasches Wachsen des Keimstreifens in die Länge und infolge der unbeweglichen Befestigung des Vorderendes (vielleicht mittelst der den Dotter seitlich umfassenden Kopflappen), — das stark angespannte Amnion auf das Hinterende einen starken Zug ausübt und letzteres nach vorne biegt. Das eingebogene Hinterende bildet allmählich eine knopfförmige Verdickung, welche von einer medianen Furche in zwei Schwanzlappen getheilt wird, die dem hinteren Keimstreifende eine grosse Aehnlichkeit mit dem vorderen verleihen (Fig. 21). Fast sogleich nach dem Erscheinen der Schwanzlappen bildet sich in der dieselben trennenden Medianfurche die ectodermale Anuseinstülpung[1]). Zur selben Zeit fährt die Anzahl der Bauchextremitätenpaare fort sich zu vergrössern, so dass ein Embryo mit ausgebildeten Schwanzlappen (Fig. 21) schon deren 4—5 Paare besitzt. Ganz regelmässig und allmählich erscheinen dann noch weitere Paare der Abdominalanhänge von vorne nach hinten, bis 11 Paare derselben vorhanden sind (Fig. 22, 23). Sieben Paare Bauchextremitäten gehören dem geraden Theile des Keimstreifens an, das achte Paar befindet sich an der Umbiegungsstelle und die drei letzten Paare — auf dem ventralwärts eingebogenen hinteren Theile des Keimstreifens, der jetzt etwas in die Länge gewachsen ist und cylindrische Gestalt angenommen hat (Fig. 22, 23). Die Anhänge des neunten und zehnten Paares sind lateralwärts und etwas gegen das sechste und siebente Paar gerichtet, während das elfte Paar, d. h. Anhänge der früheren, zur Zeit schon fast bis zum Verschwinden verkleinerten Schwanzlappen, die künftigen Cerci, — sich parallel dem geraden Theile des Keimstreifens strecken, ganz ebenso wie die Antennen, welche schon ziemlich lang geworden sind. Während sich die beschriebenen Veränderungen vollziehen, haben auch die Mundtheile sowohl, als die Thoraxbeine eine weitere Entwicklung erfahren. Die Thoraxbeine sind sehr in die Länge und besonders in die Dicke gewachsen und zeigen schon die anfangende Gliederung. Die Mandibeln sind klein, die beiden Maxillenpaare annähernd dreimal so gross wie die Mandibeln und zeigen Anfänge von Gliederung. Das erste Paar der Abdominalanhänge ist bedeutend länger als die übrigen Bauchextremitäten mit Ausschluss der ebenfalls ziemlich langen Cerci; die übrigen Bauchextremitäten haben die Gestalt von kleinen, wenngleich sehr deutlich hervortretenden Höckerchen.

1) In meiner vorläufigen Mittheilung (Zeitschr. f. wiss. Zoologie 1889, Bd. 48, Taf. VIII, Fig. 7) ist die Lage der Analöffnung unrichtig dargestellt.

Die volle Anzahl der embryonalen Extremitäten beträgt also 18 Paare, von denen 4 Paare dem Kopfe, 3 dem Thorax und 11 dem Abdomen angehören. Sobald der Embryo mit allen diesen Anhängen versehen ist, zeigt sich auch die äussere Segmentirung, d. h. es treten deutliche Querfurchen zwischen den ectodermalen Segmenten auf. Die Thoraxbeine gliedern sich immer deutlicher, die oberen und unteren Maxillen zeigen aber eine Längstheilung in drei Aeste, von welchen der äussere zur Bildung vom Taster, die beiden übrigen aber zum Aufbau der Lobi externus et internus verwendet werden.

Bei der weiteren Entwicklung treten zuerst merkwürdige Veränderungen der abdominalen Anhänge des ersten Paares auf. Anfangs unterscheiden sie sich, was ihre äussere Form und den inneren Bau anbetrifft, in keiner Hinsicht von den übrigen Extremitäten, indem sie cylindrische, inwendig von Mesodermzellen ausgekleidete Ectodermausstülpungen darstellen (Fig. 22, 23, 48). Aber schon sehr bald nachdem der Embryo die volle Anzahl der Extremitäten bekommen hat, verändert sich die Gestalt der vordersten Abdominalanhänge in einer sehr eigenthümlichen Weise: sie werden nämlich in ihrem distalen Theile immer breiter und rundlicher, während ihr basaler Theil sich immer mehr verengt, so dass die ganze Bildung endlich birnförmig wird (Fig. 26—29). Die Mesodermzellen hören nun auf diese Anhänge von innen auszukleiden und wandern in die Leibeshöhle aus, während die Ectodermzellen immer höher werden und nur in dem verengten basalen Theile ebenso klein wie zuvor, oder sogar noch kleiner und niedriger erscheinen (Fig. 71, 72). Indem die Formveränderung in diesem Sinne fortfährt, wird endlich die birnförmig gewordene Extremität nur mittelst eines langen dünnen Stielchens mit dem Rumpfe verbunden (Fig. 26, 29). Ihre Hauptmasse besteht nun aus fächerförmig angeordneten langen saftigen Ectodermzellen, deren distale Enden die Oberfläche des erweiterten Theiles der Extremität bilden, die proximalen Enden aber gegen das Stielchen convergiren. Innerhalb des verdickten Theiles ist keine Spur von Höhlung vorhanden, da die Zellen dicht aneinander liegen und sogar ihre Grenzen undeutlich sind; bloss im Stielchen verläuft ein feiner Canal, der in die Leibeshöhle ausmündet (Fig. 26, 29). In den langen Ectodermzellen des verdickten Theiles liegt je ein länglichovaler Kern. Bei der Einstellung auf die Oberfläche des birnförmigen Körpers sieht man deutlich, dass dieselbe in Facetten abgetheilt ist, wobei jede Facette einer Ectodermzelle entspricht.

Ausser der eben beschriebenen Umgestaltung der vordersten Abdominalanhänge erleiden auch andere Theile des Embryos, ebensowie die gesammte Form desselben verschiedene Veränderungen. Indem der Embryo beständig in die Länge wächst, bleibt sein vorderes (Kopf-)Ende ungefähr auf einer und derselben Stelle stehen, während das Hinterende sich immer dem hinteren Eipole nähert (Fig. 25, 27, 28), indem es sich allmählich gerade streckt. Parallel mit diesem Wachsthum geht auch die Bildung der Körperseiten vor sich. Zur selben Zeit, wo die ersten Abdominalanhänge sich in der oben beschriebenen Weise umformen, verflachen sich allmählich und verschwinden sämmtliche andere Bauchextremitäten, das neunte und elfte Paar ausgenommen, welche eine weitere Entwicklung

erfahren. Früher als die übrigen, verschwinden die kleinen Anhänge des 10. Abdominalsegmentes (Fig. 24). Wenn das Hinterende sich vollständig gerade gestreckt und den hinteren Eipol erreicht hat (Fig. 28), befindet sich das Kopfende noch immer auf der früheren Stelle, die Fühler sind sehr lang geworden und zeigen schon eine schwache Gliederung, die Thoraxbeine sind lang, gegliedert und in mehreren Windungen zusammengelegt, die vordersten Abdominalanhänge birnförmig, die Cerci lang, auf die Bauchseite eingebogen, aber noch nicht gegliedert, die Anhänge des neunten Abdominalsegmentes, — die künftigen Styli — ziemlich lang, zur Längsaxe des Embryo quer gerichtet und befestigen sich am hinteren Rande des Segmentes. Die vier Kopfsegmente bilden schon eine einheitliche Kopfkapsel und das 10. Abdominalsegment hat sich ebenfalls mit dem 11. verschmolzen. Die Bauchanhänge, die des 1., 9. und 11. Paares ausgenommen, sind schon längst verschwunden, die Körperseiten haben sich schon stark entwickelt.

Die beim Embryo mit knopfförmigem Hinterende und 4—5 Paaren von Abdominalanhängen sehr schön zu beobachtenden Embryonalhüllen (Fig. 20) sind bei den Embryonen mit gerade gestrecktem Hinterende (Fig. 27 ff.) gegen die Bauchseite gänzlich verschwunden. Es wollte mir lange Zeit nicht gelingen, den Vorgang, durch welchen dieses Verschwinden der Embryonalhüllen geschieht, zu beobachten. Nur auf Grund einzelner lückenhafter Beobachtungen, sowie nach der Analogie mit anderen Insekten vermuthete ich, dass hier dieselben Processe statthaben werden, wie sie z. B. von Graber und Heider beschrieben worden sind. Diese Forscher behaupten nämlich, dass bei gewissen Insekten das Amnion und die Serosa gegenüber der Bauchseite des Embryos reissen, worauf die Reissränder des Amnions mit denen der Serosa verwachsen, so dass das erstere sich unmittelbar in die letztere fortsetzt. Die in dieser Weise entstandenen zwei Falten werden durch die Contraction der Serosa über Kopf- und Schwanzende auf die Dorsalseite des Eies hinübergezogen, woselbst dieselben das sogenannte Rückenorgan bilden. Nach vielen Bemühungen gelang es mir zuletzt auch für *Phyllodromia germanica* Präparate zu bekommen, welche mit voller Sicherheit beweisen, dass hier der fragliche Vorgang sich genau so vollzieht, wie es die obengenannten Forscher für andere Insekten beschreiben. So zeigt z. B. der auf Fig. 33 abgebildete Längsschnitt ganz deutlich, wie das dünne kleinzellige Amnion direkt in die dicke grosskernige Serosa übergeht und mit der letzteren über das Hinterende des Körpers hinübergezogen wird.

Auch die Entwicklung des Rückenorgans lässt sich bei *Blatta germanica* vortrefflich beobachten. In dem Stadium, wo die Umgestaltung des ersten Paares von Abdominalanhängen fast ihr Ende erreicht hat und die übrigen Bauchextremitäten mit Ausnahme der Styli und Cerci verschwunden sind, das Hinterende jedoch noch merklich vor dem hinteren Eipol liegt, — in diesem Stadium sind die Embryonalhüllen schon zersprungen, die den hinteren Pol des Eies bedeckenden Serosazellen aber relativ sehr dick (Fig. 25). Gegen die Bauchseite ist keine Spur von Embryonalhüllen vorhanden. Ein wenig später, wenn das Hinterende des Embryo den hinteren Eipol fast erreicht hat, ist der letztere von

einer sehr dünnen, kleine Kerne enthaltenden Membran bedeckt, die ohne Zweifel den nach hinten hinübergezogenen Amniontheil darstellt (Fig. 27). Eine ganz ähnliche Membran befindet sich auch bei dem Kopfende und ist wohl nichts Anderes, als die vordere Amnionfalte. Der dorsale Rand der hinteren Amnionmembran grenzt an eine dickere aus ziemlich hohen Cylinderzellen der contrahirten Serosa bestehende Platte, d. h. an das Rückenorgan. Indem die Serosa sich auf die dorsale Seite des Eies zur Bildung des Rückenorganes zusammenzieht, wird der Nahrungsdotter an den lateralen Seiten entblösst, um allmählich von den Körperseiten des Embryos umwachsen zu werden. Die Zellen des sich bildenden Rückenorganes sind im hintersten Theile des letzteren besonders hoch, werden nach vorne immer niedriger und gehen endlich in die gewöhnlichen flachen Serosazellen über. Bei der weiteren Entwicklung zieht sich die Serosa immer mehr zusammen, wodurch das Rückenorgan nach vorne gezogen wird, am hinteren Körperende aber durch dorsales Verwachsen der Körperseiten die Rückenbildung beginnt und allmählich von hinten nach vorne fortläuft (Fig. 28). Das Rückenorgan bildet nun eine aus hohen saftigen Cylinderzellen bestehende Platte in der Nähe des vorderen Eipols. Diese Platte verkürzt sich bald, schiebt sich noch etwas nach vorne und wird endlich, unter Bildung einer rundlichovalen Vertiefung, in den Nahrungsdotter eingestülpt (Fig. 29, 34*b*). Vom Boden der Einstülpung trennen sich grosse Zellen, die sodann irreguläre (nicht selten amöboide) Form annehmen und in den Dotter einwandern. Ihre Kerne, ein oder mehrere in jeder Zelle, nehmen ebenfalls sehr verschiedene Formen an (Fig. 35). Während der soeben beschriebenen Bildung und des Einstülpens des Rückenorganes nähert sich das Kopfende des Embryos allmählich dem vorderen Eipole und erreicht den letzteren gerade nachdem das Einstülpen eben vollendet ist.

Aus der obigen Beschreibung der Bildung des Rückenorganes lassen sich mit einiger Sicherheit auch die Ursachen des Reissens und der Umlagerung von Embryonalhüllen erschliessen. Das Reissen ist die Folge der sehr starken Anspannung der Hüllen beim raschen Wachsthum des Embryos, die Bildung des Rückenorganes ist aber durch Zusammenziehung und Verdickung der Serosa in Folge des Aufhörens der Anspannung bedingt. Solche Verwandlungen flacher Zellen in cylindrische und umgekehrt cylindrischer Zellen in breite und flache lassen sich während der Entwicklung von *Blatta* in verschiedenen Organsystemen beobachten. So ist z. B. das Mesenteronepithel äusserst flach und niedrig, ganz endothelartig, solange der Mitteldarm vom Nahrungsdotter ausgedehnt ist, und wird hochcylindrisch nachdem der Dotter grösstentheils verdaut und der Umfang des Mitteldarms vermindert worden ist. Umgekehrt wird das im embryonalen Leben ziemlich hohe und saftige Kropfepithel nach dem Verlassen des Eies äusserst flach, da der Kropf durch die in denselben eindringende (verschluckte) Luft ausserordentlich ausgedehnt wird.

Das Schliessen des Rückens, welches, wie wir gesehen haben, beim Hinterende des Embryos beginnt und allmählich nach vorne fortläuft, wird sogleich nach dem Einstülpen des Rückenorganes beendet. In nachfolgenden Stadien lassen sich noch geraume Zeit die vordersten abdominalen Anhänge beobachten, wobei ihr verdickter Theil eine ziemlich

tiefe Einschnürung zeigt, deren Entstehung und Bedeutung mir unklar geblieben ist (Fig. 29, 30).

Die weiteren Umgestaltungen der äusseren Form des Embryos bestehen vorzugsweise im Längenwachsthum der Fühler und Thoraxbeine sowohl, als in der definitiven Entwicklung der Mundtheile und der Augen. Die Styli und Cerci wachsen etwas in die Länge, bewahren aber ihre Lage und bleiben ungegliedert bis zum Verlassen des Eies. Noch früher, wenn das Augenpigment sich gezeigt hat, beginnt schon die Häutung des Embryos (Fig. 31, 32), wobei sich die chitinöse Cuticula gleichmässig an der ganzen Oberfläche des Embryos absondert. Die vordersten Abdominalanhänge schrumpfen ein und werden später (beim Verlassen des Eies) mit der Cuticula abgeworfen. Innerhalb der abgesonderten Cuticula schimmert der schon die definitive Gliederung zeigende Embryo durch (Fig. 32).

Der Vorgang des Ausschlüpfens aus dem Ei, der, soviel ich weiss, noch von Niemandem genau beschrieben worden ist, vollzieht sich in einer sehr interessanten Weise. Hummel, dessen kurzer im Jahre 1829 publicirter Aufsatz fast Alles enthält, was über die Lebensweise von *Blatta germanica* überhaupt bekannt ist, erzählt, dass die Eikapsel von dem dieselbe ablegenden Weibchen geöffnet werde. Ich hatte kein einziges Mal Gelegenheit, so etwas zu sehen, obschon ich sehr oft das Ausschlüpfen dieser Thierchen beobachtet habe. Es steht wenigstens fest, dass die Mitwirkung des Weibchens gar nicht nothwendig ist, da die Eikapseln sich von selbst öffnen können. Andererseits kann man durch vorsichtiges Oeffnen der Eikapsel-Nath vermittelst Präparirnadeln das Ausschlüpfen der jungen Schaben etwas beschleunigen. Das selbstständige Aufspringen des Cocons beginnt dadurch, dass die Nath auf dem einen Ende desselben platzt und die so entstandene Spalte sich allmählich bis zum anderen Ende fortsetzt. Dabei wird die Spalte immer breiter und es schieben sich aus derselben die halbdurchsichtigen Köpfchen der kleinen Thiere hervor. Bei der Untersuchung mit einer starken Loupe sieht man deutlich, wie das kleine Insekt begierig Luft verschluckt, deren kleine Bläschen rasch hinter einander in den Kropf durchschlüpfen. Nachdem sich das Thierchen aus seinem Eifache mehr als zur Hälfte hervorgeschoben hat, beginnt es eine langsame Schaukel- und Rotationsbewegung, indem es mit seinem Körper eine Kegelfläche beschreibt. Dadurch schiebt es sich immer mehr aus dem Cocon heraus, wobei die Fühler und Beine durch die noch nicht abgeworfene Cuticula noch immer dicht an den Körper angedrückt bleiben. Wenn endlich das Insekt sich fast vollständig aus dem Cocon hervorgeschoben hat, springt die Cuticula am Kopfe auf (wahrscheinlich in Folge der starken Anspannung des Kropfes durch die verschluckte Luft) und zieht sich rasch von vorne nach hinten hinunter, wodurch der ganze Körper und die Extremitäten befreit werden. Die Fühler und Beine fangen sogleich an, sich zu bewegen und das kleine Thier befreit sich vollständig, indem die abgeworfene Haut in der Eikapsel stecken oder aber am hinteren Körperende des Insektes noch eine Zeit lang hängen bleibt. So vollzieht *Blatta germanica* gleichzeitig mit dem Verlassen des Eies ihre erste Häutung; diejenige Häutung, welche nach Hummel acht Tage nach der Ausschlüpfung geschieht, muss

also (wie es auch andere Forscher gezeigt haben) nicht für die erste, sondern für die zweite Häutung gelten. Der ganze Process der Ausschlüpfung dauert ungefähr eine Viertelstunde.

Sogleich nach der Ausschlüpfung fängt die kleine Schabe an munter umherzulaufen. Ihr Körper bleibt noch einige Minuten schmal, langgestreckt und weisslich-durchsichtig, sehr bald wird aber das Insekt viel kürzer und breiter und seine Färbung immer dunkler, so dass nach einigen Stunden die Schabe schon dunkelbraun ist.

Die Cerci sind beim eben ausgeschlüpften Insekt zuerst nach hinten gerichtet, dann wenden sie sich lateralwärts und nachdem der Körper breit und flach geworden ist, biegen sie sich nach oben. Sogleich nach dem Ausschlüpfen erweisen sich die Cerci schon gegliedert.

Was die Styli anbetrifft, so sind diese kleinen, ungegliedert bleibenden Anhänge anfänglich beiden Geschlechtern eigen. Beim erwachsenen Weibchen fehlen sie, während sie beim Männchen (wie es Haase gegen die Behauptung der Mehrzahl von Autoren gezeigt hat) in der Gestalt von zwei winzigen asymmetrischen Fortsätzen am Hinterrande der ventralen Hälfte des neunten Abdominalsegmentes zeitlebens persistiren.

Indem ich nun zur Vergleichung der äusseren Entwicklung von *Blatta germanica* mit derjenigen der übrigen Insekten übergehe, will ich an erster Stelle die Frage über die abdominalen Anhänge berühren.

Schon in den ersten Arbeiten über die embryonale Entwicklung der Insekten fehlt es nicht an Hinweisen, dass bei den Insektenembryonen ausser den Kopf- und Brustextremitäten auch Abdominalanhänge auftreten können. So beschreibt z. B. Rathke für *Gryllotalpa* pilzhutartige Anhänge am ersten Abdominalringe und ist geneigt denselben die Kiemenfunction zuzuschreiben. Später wurden die Angaben Rathke's von Korotnew und Graber bestätigt. Kowalevsky hat für *Hydrophilus piceus* Anhänge am ersten Bauchsegmente, für *Sphinx populi* aber 10 Paare Abdominalanhänge beschrieben. Bei Bienenembryonen hat er in frühen Entwicklungsstadien keine Abdominalanhänge gesehen. Bütschli beschreibt für die Biene kleine Anhänge an sämmtlichen Abdominalsegmenten, Grassi stellt dieselben aber wieder in Abrede. 1877 beschreibt Graber für *Mantis* ein Paar von ziemlich langen Extremitätenstummeln am ersten Abdominalsegmente und nachher hat er noch ein Paar Stummel am zweiten Bauchsegmente gefunden. Nach Tichomirow tragen sämmtliche Abdominalsegmente eines Embryos von *Bombyx mori*, das erste Segment ausgenommen, je ein Paar kleine, aber recht deutliche Anhänge. Ayers giebt für *Oecanthus* eine unbestimmte Anzahl von Abdominalanhängen an, darunter sollen am ersten Bauchsegmente zwei Paare Anhänge sich befinden, von denen die des einen Paares cylindrisch, die des anderen aber pilzhutartig seien und Embryonalkiemen darstellen sollen.

Patten behauptet für die Phryganiden, dass die drei ersten Abdominalsegmente je ein Paar Anhänge tragen, deren Gestalt nicht näher beschrieben wird. Bei *Blatta germanica* zeigen sich nach Patten eine Anzahl Abdominalanhänge, die aber sehr bald wieder verschwinden, die des ersten Paares ausgenommen, welche sich in birnförmige Körper verwandeln. Aehnliche, zum Theil unvollständige, zum Theil sogar unrichtige Mittheilungen über die Abdominalanhänge von *Blatta*-Embryonen haben wir auch von Nusbaum und Wheeler, denen offenbar nicht genügend gut conservirte Objekte zur Verfügung standen. Im Jahre 1888 erschien eine interessante Arbeit von V. Graber unter dem Titel «Ueber die Polypodie der Insekten-Embryonen», in welcher der Verfasser seine Beobachtungen über die Embryonen von *Melolontha*, *Hydrophilus*, *Lina*, *Mantis*, *Gryllotalpa*, *Gastropacha* mittheilt und zu dem Schlusse kommt, dass bei vielen Insektenembryonen den Thoraxbeinen homologe Abdominalanhänge vorkommen, in der Mehrzahl der Fälle aber deren bloss ein Paar am ersten Bauchsegmente existirt, eine sackförmige Gestalt annimmt und höchst wahrscheinlich rudimentäre Kiemen darstellt. Graber geht sogar auf Grund seiner Befunde so weit, dass er eine nahe Verwandtschaft der Insektenvorfahren mit gewissen Crustaceen für möglich hält. Sogleich nach dem Erscheinen dieser Arbeit erschien eine andere Mittheilung von demselben Verfasser «Ueber die primäre Segmentirung des Keimstreifens bei den Insekten». Graber hat gefunden (ähnlich wie vor ihm Ayers), dass bei einigen Insekten der Keimstreif (sammt dem inneren Blatte), bevor die gewöhnliche Segmentirung eintritt, zuerst in vier primäre Segmente zerfällt, von denen das vorderste dem Kopf(Antennen-) segmente entspricht, das zweite sich später in die drei postoralen (das mandibulare, maxillare und labiale) Segmente theilt, das dritte den drei Brustsegmenten und das vierte dem gesammten Abdomen entspricht. Aehnliche Angaben theilt auch Nusbaum in Betreff von *Meloë* mit. Nach Nusbaum besitzt der *Meloë*-Embryo 7 Paare Abdominalanhänge, von denen die des ersten Paares gross und gestielt sind; sämmtliche Abdominalanhänge zeigen eine drüsige Beschaffenheit und haben daher (?) wahrscheinlich den Insektenvorfahren nicht bloss als Gangbeine, sondern zugleich als Athmungsorgane gedient. In neuester Zeit beschreibt Wheeler für einige Rhynchoten (*Cicada*, *Nepa*) an Stelle des ersten Abdominalanhanges eine drüsige, klebriges Sekret absondernde Einstülpung. In der neuen Arbeit von Heider «Die Embryonalentwicklung von *Hydrophilus piceus*» werden kleine Anhänge an allen Abdominalsegmenten, ausser dem 9. und 10., beschrieben und abgebildet.

Als ich im Jahre 1889 einen kleinen Aufsatz über die Entwicklung der äusseren Form bei den Embryonen von *Blatta germanica* veröffentlicht hatte, erschienen von verschiedenen Seiten Recensionen und Bemerkungen über meine Arbeit. Besondere Aufmerksamkeit hat derselben Herr Prof. V. Graber gewidmet, indem er sie einer ebenso scharfen, wie schwach begründeten Kritik unterworfen hat. An erster Stelle sucht Graber überhaupt die Existenz von Abdominalanhängen bei *Blatta*-Embryonen (die des ersten Paares ausgenommen) in Zweifel zu stellen, indem er die Frage aufwirft, ob ich nicht vielleicht paarige Vorwölbungen der Bauchplatten, wie dieselben auch nach dem Verschwinden der Extremitäten

fortbestehen, für Extremitäten gehalten hätte. Dann äussert er sich auch gegen meine Behauptung, dass im dicken Theile der birnförmigen Anhänge des ersten Paares keine Höhlung existirt, und dass denselben folglich keine Kiemenfunction zugeschrieben werden kann. Am schärfsten kritisirt er meine an den genannten Artikel angeknüpften allgemeinen Betrachtungen, und fragt ironisch, woher mir die Kühnheit kommt, zu behaupten, dass die Afterfüsse der Raupen für Homologa der Thoraxbeine gehalten werden müssen.

Was den erstgenannten Einwand von Herrn Graber anbelangt, so kann ich getrost behaupten, dass der verehrte Gelehrte keinen Augenblick das Vorhandensein von zahlreichen deutlichen Abdominalanhängen bei *Blatta*-Embryonen bezweifeln würde, wenn er gute Präparate davon vor Augen gehabt hätte. Sogleich nach dem Erscheinen meiner Arbeit habe ich einen lebhaften Briefwechsel mit Herrn Dr. Haase, dem bekannten Kenner der Abdominalanhänge der Hexapoden gehabt, der anfänglich dieselben Zweifel, wie Graber, geäussert hatte, nachdem er aber einige von meinen Präparaten zur Ansicht bekam, hat er sogleich seine Meinung geändert und nicht gezögert, das Vorhandensein zahlreicher Bauchanhänge beim *Blatta*-Embryo öffentlich anzuerkennen. Indem ich also das Vorhandensein von 11 Paaren Abdominalanhänge bei den Embryonen von *Phyllodromia germanica* für über allen Zweifel erhoben halte, behaupte ich ausserdem, dass bei keinem anderen Embryo die Bauchextremitäten so klar hervortreten und so beinartig sind, wie gerade bei *Phyllodromia germanica*. Selbst die ersten (vordersten) Bauchanhänge sind anfänglich den Thoraxbeinen vollkommen ähnlich; erst nachträglich verändern sie ganz allmählich ihre Gestalt und werden birnförmig. Daraus glaube ich mit Fug und Recht schliessen zu können, dass ihre ursprüngliche Function jedenfalls rein ambulatorisch gewesen sein wird. Welches ihre secundäre physiologische Rolle ist, nachdem sie die definitive birnförmige Gestalt angenommen haben, — das lässt sich nicht leicht entscheiden. Ich habe unter Anderem, auf Grund des rein ectodermalen Bestandes dieser Körper, für wahrscheinlich gehalten, dass dieselben vielleicht Sinnesorgane darstellen. Graber glaubt diese Vermuthung zurückgewiesen zu haben, indem er darauf hinweist, dass der Stiel dieser Gebilde keine Spur eines Nerven zeigt. Dieser Umstand kann aber keineswegs gegen die Deutung der betreffenden Gebilde als Sinnesorgane sprechen, da in sehr vielen Fällen Sinnesorgane (z. B. die Augenanlagen) eine lange Zeit unabhängig vom Nervensysteme bestehen, und sich erst später mit demselben verbinden. Nach dem Erscheinen der neuesten Mittheilungen von Graber, Nusbaum und Wheeler, die uns mit ganz neuen und unerwarteten Thatsachen bekannt gemacht haben, durch welche die Annahme einer excretorischen Function der fraglichen Gebilde triftige Begründung erhält, — bin ich geneigt die sack- oder birnförmig umgestalteten Abdominalanhänge der Insektenembryonen als dem Ventraltubus der Thysanuren ähnliche Haftorgane aufzufassen.

Was den inneren Bau der birnförmigen Bauchanhänge beim *Blatta*-Embryo betrifft, so kann ich, Graber gegenüber, nur meine vorige, auf Untersuchungen zahlreicher Schnitte (nicht aber, was Graber zu vermuthen scheint, bloss auf die Untersuchung in toto) sich

stützende Behauptung wiederholen, dass dieselben, den hohlen Stiel ausgenommen, ganz solid sind und ausschliesslich aus Ectodermzellen bestehen. Damit will ich durchaus nicht in Abrede stellen, dass bei anderen Insektenembryonen diese Anhänge hohl und mit Mesodermzellen ausgekleidet sein können; allein auch die Anwesenheit zahlreicher Mesodermzellen in ihrem Inneren beweist noch nicht ihre prätendirte Kiemenfunction.

Die Einwendungen Graber's gegen meine allgemeinen Betrachtungen sind nicht besser begründet, als die so eben angeführten. Da dieselben eigentlich die Frage über die postembryonalen Abdominalanhänge der Insekten berühren, welche ich im VI Kapitel der vorliegenden Arbeit erörtern werde, — so kann ich die darauf bezüglichen Einwände hier mit Stillschweigen übergehen. Nur möchte ich in Bezug auf meine «Kühnheit des Schliessens» bemerken, dass die von mir vertheidigte Homologisirung des Bienenstachels, der Afterfüsse der Raupen, der männlichen Geschlechtszangen der Lepidopteren u. s. w. mit den echten Beinen ohne Zweifel nicht einmal halb so kühn ist, als z. B. die von Graber ausgesprochene Vermuthung, dass die Libelluliden vielleicht den Rhynchoten phylogenetisch näher stehen, als den Orthopteren: der einzige Grund für eine solche sonderbare Hypothese besteht in der Aehnlichkeit der Embryonalhüllenbildung!

Unter den übrigen meine Arbeit citirenden und kritisirenden Schriften muss ich hier etwas bei den neuesten Arbeiten von Herrn Dr. Haase verweilen. Indem dieser Forscher, ebenso wie viele andere Autoren und ich, die Homologie der Bauchanhänge bei *Blatta* und anderen Insekten mit den Thoraxbeinen im Allgemeinen anerkennt, erklärt er jedoch die Fühler und Cerci für Bildungen *sui generis*, die den echten Beinen nicht für homolog zu halten seien. Diese von Haase und einigen anderen Forschern vertheidigte Ansicht stützt sich aber allzu ausschliesslich auf vergleichend-anatomische Thatsachen, wobei die Embryologie so gut wie gänzlich vernachlässigt wird. Im Kapitel V der vorliegenden Arbeit werde ich zeigen, dass im ersten Kopf- und im 11. Abdominalsegmente, ebenso wie in den übrigen, zwei mesodermale Ursegmente sich befinden, welche sich unmittelbar in die entsprechenden Extremitäten fortsetzen. Wendet man selbst mit Hatschek und Haase die Trochophora-Theorie auf den Insektenkeimstreif an, so ist doch nicht zu vergessen, dass die Fühler beim Embryo nicht präoral, — wie es irrthümlich allgemein angenommen wird, — sondern bestimmt postoral entspringen und dass das Kopfsegment der mesodermalen Somite gar nicht beraubt ist, wie es Haase ohne jede Begründung angiebt. Die mesodermalen Kopfsomite wurden nicht bloss bei *Blatta*, sondern auch bei *Gryllotalpa* (Korotnew), bei *Bombyx mori* (Tichomirow) beobachtet. Es liegt überhaupt, wie ich es unten noch ausführlicher zeigen werde, gar kein Grund vor, den Antennen und Cerci eine andere morphologische Bedeutung als den übrigen ventralen Extremitäten zuzuschreiben.

Die von Ayers, Graber und Nusbaum bei einigen Insekten-Embryonen beobachtete «primäre Segmentierung» kommt bei *Blatta germanica* nicht vor.

Indem ich hier meine kurze Uebersicht der über die äussere Form der Insektenembryonen bekannt gewordenen Thatsachen schliesse, kann ich nicht umhin, noch der merk-

würdigen Befunde Tichomirow's für den Keimstreif von *Bombyx mori* zu gedenken. Dieser Forscher hat nämlich ausser der deutlich paarigen Oberlippenanlage noch ein Paar kleiner Anhänge hinter der Mundöffnung beobachtet, die er die wahre Unterlippe nennt. Auf Grund eigener Untersuchungen an *Gastropacha pini* bin ich im Stande die Angaben Tichomirow's für Lepidopteren-Embryonen vollkommen zu bestätigen. Aehnliche complementäre Kopfanhänge wurden auch von Kowalevsky bei *Sphinx populi*, von Bütschli bei *Apis mellifica* und neulich von Carrière bei *Chalicodoma muraria* beobachtet. So erweist sich, dass bei einigen Insektenembryonen der Kopf nicht vier, sondern wenigstens sechs Paare Anhänge trägt (die paarige Oberlippe eingeschlossen), — eine für die Morphologie des Insektenkopfes überaus wichtige Thatsache, welche ich im Kapitel IV noch näher zu erörtern Gelegenheit haben werde.

Es bleibt mir nun noch übrig, über das Schicksal der Embryonalhüllen einige Worte zu sagen.

Oben habe ich schon bemerkt (Seite 17), dass die Frage über die Bildung der Embryonalhüllen bei den Insekten die Zoologen in den siebziger Jahren am meisten interessirte. Zu jener Zeit wurde die vergleichende Embryologie der Wirbellosen durch die classischen Arbeiten von Kowalevsky eben begründet und die Thatsache, dass nicht bloss die Keimblätterbildung, sondern auch das Vorhandensein vom Amnion und Serosa den Wirbelthieren und Arthropoden gemeinsam sind, schien von einer sehr hohen Bedeutung zu sein. Durch die Untersuchungen von Kowalevsky, Metschnikow, A. Brandt u. A. wurden schon damals zwei Typen der Embryonalhüllenbildung bei den Insekten festgestellt: bei den sogenannten entoblastischen Insekten (*Hemiptera, Odonata*) bilden sich nämlich die Hüllen durch Einstülpen des Keimstreifens mit einem Theile des Blastoderms in den Nahrungsdotter, bei den ektoblastischen aber (Käfer u. s. w.) — durch die Faltenbildung an den Seitenrändern und besonders am Kopf- und Hinterende des Keimstreifens. Schon Kowalevsky hat gezeigt, dass zwischen diesen beiden Entwicklungsarten gar kein principieller Unterschied besteht, da auch bei ectoblastischen Insekten das Hinterende des Keimstreifens tief in den Dotter versinken kann und da auch der ganze ursprünglich «äussere» Keimstreif bisweilen im Laufe der Entwickelung in den Dotter sich vertieft und folglich zu einem «inneren» Keimstreifen wird (*Lepidoptera*). Was das definitive Schicksal der Embryonalhüllen anbetrifft, so lauteten die Angaben der Autoren äusserst verschiedenartig. Für die einen Insektenarten wurde dorsales Schliessen der Körperseiten und Bildung des Rückens ohne Antheil der Embryonalhüllen beschrieben, — für die anderen wurde angegeben, dass die Hüllen reissen und zur Bildung des Rückens dienen sollten (Metschnikow); einige Autoren beschrieben das Einstülpen der abgerissenen und zusammengeschrumpften Serosa in den Dotter (Dohrn). Kowalevsky war der erste, der das Rückenorgan (bei *Hydrophilus*) und sein Einstülpen in den Dotter gesehen, den Zusammenhang des Rückenorgans mit den Embryonalhüllen aber nicht erkannt hat. Dohrn hat schon 1876 die Ansicht ausgesprochen, dass das Rückenorgan nichts Anderes als die am Rücken contrahirte Serosa ist. In der neuesten Zeit (1888)

erschien eine grosse, speciell den Embryonalhüllen und der Rückenbildung gewidmete Arbeit Graber's, die keinen Zweifel zuzulassen scheint, dass bei einigen Insekten in der That die Embryonalhüllen und speciell das Amnion an der Bildung des Rückens theilnehmen können (*Lina*, *Hydrophilus*, *Melolontha*, *Gryllotalpa*), was auch nicht Wunder nehmen kann, da das Amnion ja eine unmittelbare Fortsetzung des Ectoderms darstellt.

Was *Blatta germanica* anlangt, so liegt zwar der Keimstreif fast auf der Oberfläche des Eies, nähert sich aber dem «inneren Keimstreif» dadurch, dass sein Hinterende anfänglich tiefer als das Vorderende in den Dotter versunken ist, sowie auch dadurch, dass das Amnion sich fast ausschliesslich aus der Schwanzfalte bildet. Die Serosa nimmt keinen Antheil an der Bildung des Rückens; das endgültige Schicksal des Amnion's ist mir leider unklar geblieben, doch scheint auch diese Hülle allmählich zu verschwinden, so dass die Bildung des Rückens höchst wahrscheinlich ausschliesslich durch die dorsale Verwachsung der Körperseiten bewirkt wird.

Kapitel IV.

Die Ectodermderivate.

Zu den Ectodermderivaten gehören: die Haut, das Nervensystem, die Augen, das Epithel des Vorder- und Hinterdarms, die Speicheldrüsen, die Harngefässe, die Tracheen, das Endoskelet und der sogenannte drüsige Körper.

Die Haut. Ueber das Hautepithel, welches das eigentliche Ectoderm nach der Aussonderung der übrigen ectodermalen Organe darstellt, kann ich nur Weniges mittheilen. Seine einschichtig angeordneten Zellen sind anfänglich ziemlich hoch-cylindrisch (Fig. 42), später aber werden sie immer niedriger um zuletzt fast flach zu werden (Fig. 60, 61). Auch bei dem Verlassen des Eies bleibt das Hautepithel noch einschichtig. Der Vorgang der Chitinbildung wurde von mir nicht verfolgt und *Blatta germanica* ist in dieser Hinsicht kein günstiges Untersuchungsobjekt, da die Zellen des Epithels in späteren Stadien der Embryonalentwicklung, wie gesagt, sehr niedrig sind.

Das Nervensystem. In Bezug auf die Entwicklung des centralen Nervensystems stellt *Blatta germanica* wegen der Geradlinigkeit des Keimstreifens ein ausserordentlich günstiges Objekt der Untersuchung dar. Die ersten Anlagen des Nervensystems, die später an der Bildung des Oberschlundganglions theilnehmen, zeigen sich schon sehr früh, nämlich in dem Stadium, wo die Primitivrinne sich entwickelt. Diese Anlagen befinden sich in Form von zwei Ectodermverdickungen beiderseits des Vorderendes vom Keimstreifen, in den sogenannten Kopflappen (Fig. 5). Am Querschnitte tritt an diesen Stellen die Mehrschichtigkeit des Ectoderms deutlich hervor. In der weiteren Entwicklung werden diese Ectoderm-

verdickungen infolge der Zellenvermehrung immer massiver (Fig. 36). In allen übrigen Theilen des Keimstreifens ist vor dem Erscheinen der Extremitäten keine Spur von Nervensystemanlagen bemerkbar. Erst nachdem die Extremitäten hervorzutreten beginnen, lässt sich auch eine in der Mittellinie verlaufende Nervenrinne beobachten, die zuerst bloss auf dem mit Extremitäten versehenen Keimstreiftheile erscheint, so dass der gliedmaassenlose (hintere) Theil des Keimstreifens auch noch keine Nervenrinne zeigt. Ebenso fehlt die Nervenrinne anfänglich auch zwischen je zwei Extremitätenpaaren. Das Rumpfnervensystem entsteht also aus zahlreichen separaten Anlagen, die in einem sehr engen Zusammenhange mit den sich entwickelnden Extremitäten stehen (Fig. 37—40). Zwischen den beiden Extremitäten eines Paares vertieft sich das Ectoderm bedeutend, eine spaltförmige Grube bildend. In den beiden Lateralwänden einer solchen Grube vermehren sich die Ectodermzellen energisch und bilden endlich eine starke Verdickung, die eine Ganglionanlage darstellt (Fig. 41—42). Die in der Fühlerregion befindliche Partie des Nervensystems entwickelt sich in einer etwas besonderen Weise. Wegen ihrer Entstehung an den Seitenrändern der Kopflappen sind die Antennen viel weiter auseinander gerückt als die Extremitäten der übrigen Paare. Demzufolge entsteht hier die erste Nervensystemanlage nicht als ein, sondern als zwei separate, nach innen von der Ansatzstelle der Fühler liegende Grübchen (Fig. 43—45). Jedes dieser Grübchen setzt sich nach vorne in eine an der obenbeschriebenen Kopflappenverdickung verlaufende Rinne (Fühlerrinne) fort (Fig. 36, 15). Aus den Verdickungen der Kopflappen entwickelt sich nun unter Betheiligung der Fühlerrinnen fast die ganze Masse des Oberschlundganglions. Zur Zeit der vollen Entwicklung der Nervenrinne gehen die beiden bei den Ansatzstellen der Fühler liegenden Grübchen nach hinten in zwei Rinnen über, die sich hinter dem Munde vereinigen und in die unpaare Rumpfnervenrinne übergehen.

Aus der Beschreibung der frühesten Entwicklungsstadien des Nervensystems erhellt also, dass die ununterbrochene Nervenrinne nicht die erste Anlage des Nervensystems ist, da nämlich zuerst gewisse Theile desselben als einfache Ectodermverdickungen (in den Kopflappen), andere Theile aber als eine Reihe zwischen den Extremitätenanlagen gelegener Grübchen entstehen. Erst etwas später werden einzelne Grübchen durch etwas seichtere (intersegmentale) Vertiefungen mit einander vereinigt und also die Bildung einer continuirlichen Nervenrinne bewirkt.

Indem ich nun zur Schilderung weiterer Entwicklungsstadien des Nervensystems übergehe, muss ich an erster Stelle bei dem merkwürdigen Vorgang der Bildung des Oberschlundganglions verweilen. Untersucht man Querschnitte durch das vordere Körperende des Embryos in dem Stadium von Fig. 20, 21, — so zeigen die Nervenzellenmassen in der Gegend des vordersten Kopfsegmentes einen ziemlich complicirten Bau (Fig. 68, 50). Vor der Mundöffnung, zu beiden Seiten des die Kopflappen von einander trennenden medianen Einschnittes, liegen unter dem deutlich abgegrenzten Hautepithel zwei rundliche Nervenzellenmassen, die sich mit Carmin viel schwächer färben, als das dieselben von aussen bedeckende

Hautepithel. Diese zwei vor der Mundöffnung und vor der Oberlippe liegenden Zellenmassen, die sich später an der Bildung der Hemisphaeren des Oberschlundganglions betheiligen, entstehen aus dem medialen Theile der Kopflappen ausschliesslich durch die Delamination der unteren Schichten der Ectodermverdickung von der das Hautepithel bildenden oberen Schicht. Beiderseits von diesen Ganglionanlagen liegen auf demselben Querschnitte (Fig. 68) zwei andere, mehr umfangreiche Nervenzellenmassen, die vom Hautepithel nicht bedeckt sind und direkt auf die Körperoberfläche hinausragen. Diese zwei grossen sich mit Carmin schwach färbenden Zellenmassen entstehen aus den lateralen Theilen der Kopflappen unter der Betheiligung der antennalen Grübchen und der Fühlerrinnen, wobei die Grübchen und Rinnen immer seichter werden, um schliesslich ganz zu verschwinden. Nach hinten setzen sich diese Zellenmassen, die ich die embryonalen Fühlerlappen nennen werde, in die Anlagen der Schlundcommissuren fort, die den Oesophagus von hinten umgeben und in die Wände der Nervenrinne übergehen. Bei der weiteren Entwicklung verwachsen die embryonalen Fühlerlappen sehr innig mit den präoralen Ganglionanlagen und bilden die Hauptmasse des Oberschlundganglions, die definitiven Fühlerlappen eingerechnet. Ihrer Lage nach sind die embryonalen Fühlerlappen adoral, d. h. sie liegen beiderseits der Mundöffnung, indem sie vor derselben sich an die präoralen Ganglionanlagen anschmiegen, hinter derselben aber, wie gesagt, in die Schlundcommissuren übergehen. Das antennale (in die Antennen sich fortsetzende) Ursegment wird von dem entsprechenden embryonalen Fühlerlappen nach aussen umgeben (Fig. 68, 50).

Ausser den beschriebenen zwei Paaren von Ganglionanlagen lässt sich im betreffenden Stadium im Kopfsegmente noch ein drittes Paar Nervenzellenmassen beobachten. In diesem Stadium wie in den nächstfolgenden grenzt sich nämlich das vorderste (Kopf-)Segment von dem übrigen Körper (dem «primitiven Rumpfe») durch eine tiefe seitliche Einschnürung ab. An der Seite des Kopfsegmentes trägt diese Einschnürung ein schönes, sich stark färbendes Epithel, unter welchem beiderseits eine rundliche Masse sich blass färbender Nervenzellen liegt, — welche die Anlage des optischen Ganglions darstellt und in der weiteren Entwicklung den Lobus opticus encephali bildet. Diese fast gänzlich postoral liegenden Ganglienanlagen liegen nach innen und nach hinten von den embryonalen Fühlerlappen und entstehen ausschliesslich durch Delamination vom Ectoderm (Fig. 68).

Das Oberschlundganglion wird also aus drei Paaren von Ganglienanlagen zusammengesetzt, von denen zwei (die präoralen und die optischen Anlagen) ausschliesslich durch Delamination vom Ectoderme entstehen und von Anfang an von dem Hautepithel bedeckt sind, — das dritte Paar (die embryonalen Fühlerlappen) aber unter der Betheiligung der (allerdings sehr schwachen) ectodermalen Invagination sich entwickelt und längere Zeit ganz nackt, d. h. von dem Hautepithel nicht bedeckt bleibt.

Was das übrige Centralnervensystem anlangt, so muss ich zuerst auf das Schicksal der Nervenrinne hinweisen. Wir haben schon gesehen, dass die Nervenrinne zwischen den Extremitätenpaaren merklich seichter, als zwischen den zwei Extremitäten eines Paares ist.

In den vertieften Stellen, d. h. bei den Ansatzstellen der Extremitäten liefert die sich verdickende Wandung der Nervenrinne die aus zwei ganz symmetrischen Hälften bestehenden Ganglienanlagen, während die intersegmental gelegenen Theile der Nervenrinne zur Bildung der Commissuren dienen. Die anfänglich ziemlich breite Nervenrinne wird allmählich enger und schliesst sich endlich ganz (Fig. 73), wobei die an ihrem Boden befindlichen Zellen den sogenannten, auf dem Querschnitt keilförmigen Mittelstrang bilden. Die in dieser Weise entstandene embryonale Bauchkette bildet eine Zeit lang einen Theil der Körperoberfläche, d. h. ist nackt und von dem Hautepithel, ebenso wie die embryonalen Fühlerlappen, nicht bedeckt. Erst in späteren Entwicklungsstadien bedecken sich diese nackten Theile des Centralnervensystems mit Epithel, welches dieselben von den Seiten umwächst (Fig. 56 ff.).

Anfänglich bestehen die Kopfganglien und die Bauchkette ausschliesslich aus Zellen. Später differenzirt sich durch Verwandlung einzelner Zellenreihen in feinste Faserchen die sogenannte Punktsubstanz. Jedes Ganglion der Bauchkette enthält zwei rundliche Anhäufungen dieser Punktsubstanz, oder zwei sogenannte Heerde, die etwas excentrisch, d. h. mehr nach innen gedrängt liegen (Fig. 57, 60). Die Rolle des Mittelstranges im Aufbau des definitiven Nervensystems blieb mir unklar; er scheint mit der Zeit vollständig zu verschwinden. In allen drei Paaren von Anlagen des Oberschlundganglions bilden sich je zwei Heerde (Anhäufungen der Punktsubstanz), die ungefähr im Centrum der betreffenden Anlagen sich befinden; alle drei Paare von Anlagen verwachsen ziemlich rasch mit einander und bilden das Ganglion supraoesophageum (Fig. 69, 46). Am längsten bleiben noch die optischen Anlagen von der übrigen Masse des Gehirns gesondert. Die drei Paar Heerde im Oberschlundganglion lassen sich noch in sehr späten Entwicklungsstadien deutlich unterscheiden (Fig. 46). Die Zahl der Ganglien der Bauchkette beträgt anfänglich 16; die drei vordersten verschmelzen zur Bildung des Ganglion infraoesophageum, in welchem sich noch geraume Zeit die drei Paar Heerde unterscheiden lassen; der hintere (dritte) Brustknoten verschmilzt mit dem ersten Bauchganglion und die vier hintersten Bauchknoten (7—10) verschmelzen mit einander zu einem grossen Ganglion. Das elfte embryonale Abdominalsegment (welches die Cerci trägt) besitzt keinen besonderen Nervenknoten, das 10. Bauchganglion ist dafür verhältnissmässig sehr gross und breit (Fig. 73).

Ueber die Entwicklung des sympathischen Nervensystems ist es mir nicht gelungen sichere Resultate zu bekommen, so dass ich dieselbe mit Stillschweigen übergehen muss.

Alle Nerven entstehen, soviel ich verfolgen konnte, als Auswüchse der Ganglien.

Die Augenanlagen erscheinen schon ziemlich früh, nämlich gleichzeitig mit dem Auftreten des Rückenorgans, in der Gestalt von zwei Ectodermverdickungen in der Region der optischen Ganglien. Diese einschichtigen Verdickungen bestehen aus sehr in die Höhe gewachsenen Ectodermzellen (Fig. 69). Die weitere Entwicklung der Augen habe ich nicht studirt.

In der Gegend der präoralen Anlagen vom Oberschlundganglion entwickelt sich eine den Augenanlagen sehr ähnliche Ectodermverdickung (Fig. 69), die in der späteren Ent-

wicklung spurlos zu verschwinden scheint. Entspricht dieselbe nicht vielleicht den bei *Phyllodromia* im postembryonalen Leben verkümmerten Ocellen?

Der Vorder- und Hinterdarm. Obschon der Vorder- und Hinterdarm von mesodermatischen Zellen bekleidet sind, bestehen sie ihrer Hauptmasse nach aus Ectoderm, welches das Epithel dieser Darmabtheilungen bildet. Anfänglich stellen sie zwei ganz gleich gestaltete cylindrische Ectodermeinstülpungen dar. Der Vorderdarm ist mit seiner Längsachse zur Bauchfläche des Embryos fast senkrecht gerichtet, nur mit seinem blinden Ende etwas nach vorne geneigt (Fig. 47), der Hinterdarm liegt dagegen vollständig in dem hinteren bauchwärts eingebogenen Körperabschnitte (Fig. 23). In dem Maasse, wie das hintere Körperende sich allmählich gerade streckt, verändert das Rectum seine Lage und ragt als ein schwach gebogener, schief dorsalwärts und nach vorne gerichtetes Rohr in den Dotter hinein (Fig. 27, 28, 29 ff). Auch der Vorderdarm neigt sich mit der Entwicklung immer mehr nach hinten zu. Im Stadium der Rückenorganbildung stellen der Vorder- und Hinterdarm zwei einfache cylindrischen Röhre dar, deren blindes Ende sich gegen den Nahrungsdotter stemmt. An der Grenze des Dotters ist nun die Wand des Vorder- resp. Hinterdarms sehr dünn und verschwindet bald vollständig, wodurch die Communication zwischen der Mitteldarmhöhle und der der zwei ectodermalen Darmabtheilungen hergestellt wird [1]). Sogleich nach dem Schliessen des Rückens bildet der Hinterdarm dicht an der Mesenterongrenze vier kleine hohle Ausstülpungen, — Anlagen der Malpighischen Gefässe. Soviel ich bemerken konnte, erscheinen diese vier Ausstülpungen gleichzeitig; wenigstens ist es mir nicht gelungen, deren weniger als vier zu sehen. In dem weiteren Verlaufe der Entwicklung verkürzt sich der Mitteldarm immer mehr, während der Vorder- und Hinterdarm ausserordentlich in die Länge wachsen und sich in verschiedene Abtheilungen differenziren.

Was zunächst den Vorderdarm anbetrifft, so stülpt sich derselbe mit seinem inneren (schon geöffneten) Ende in den Mitteldarm in der Weise, dass sich eine in den Mitteldarm hineinragende rüsselähnliche Vorstülpung bildet, welche aus vier Schichten besteht, und zwar 1) aus der inneren ectodermalen Epithelschicht, 2) der äusseren Schicht, welche am freien Ende des Rüssels eine unmittelbare Fortsetzung der inneren Schicht bildet (durch theilweise Umstülpung des sich einstülpenden Vorderdarmabschnittes), am Grunde des Rüssels aber durch das Entodermepithel gebildet wird, 3) und 4) aus zwei zwischen den beiden obigen liegenden Mesodermschichten (Fig. 64).

Gleichzeitig mit diesem merkwürdigen Einstülpen geschieht auch die Eintheilung des

1) Die Höhle des Mitteldarms communicirt also mit dem vorderen und hinteren Darm noch ehe das innere Ende des Vorder- resp. des Hinterdarms sich in das Mesenteron einzustülpen beginnt. Ganin (s. oben pag. 2) glaubte, dass diese Communication erst sehr spät sich vollziehe und dass das blinde Ende des Vorder- resp. des Hinterdarms in das Mesenteron als ein Epithelsäckchen hineinrage. Der geehrte Forscher hat einen evidenten Irrthum begangen: sein Epithelsäckchen ist nichts Anderes, als die von den ectodermalen Theilen des Darmes abgesonderte und in die Mesenteronhöhle verdrängte Cuticula (die zu dieser Zeit auch auf der Oberfläche des Embryos sich abzusondern beginnt), welche den Dotter vor sich etwas nach innen verdrängt (Fig. 31).

Vorderdarms in zwei ohne scharfe Grenze in einander übergehende Abschnitte, deren vorderer, enger, zum Oesophagus, der weitere hintere aber zum Kropfe wird (Fig. 31, 32, 62). Das Schlund- und Kropfepithelium, welches vor der Ausschlüpfung aus dem Ei ziemlich hoch und saftig ist, wird nach dem Verlassen des Eies infolge der ausserordentlichen Ausdehnung des Kropfes durch die verschluckte Luft ganz flach. Sogleich nach dem Beginne der Kropfbildung fängt unmittelbar vor dem Mitteldarme noch ein Vorderdarmabschnitt an sich abzuschnüren, — der künftige Muskelmagen (Fig. 49, 62). Das diesen Abschnitt von innen auskleidende Epithelium bildet sechs hohe Längsfalten, welche sich auch in den oben beschriebenen rüsselartigen Vorsprung fortsetzen. Zwischen je zwei Längsfalten erhebt sich noch je eine niedrigere Falte. Auf der Oberfläche dieser Falten wird eine starke Chitinschicht abgesondert, welche das Material zur Bildung der Chitinzähne des Muskelmagens liefert (Fig. 32, 62, 64).

Die Veränderungen, welche der Hinterdarm zu erleiden hat, sind nicht minder complicirt, als die des Vorderdarms. In der Nähe der Afteröffnung bildet schon ziemlich früh (bald nach dem Schliessen des Rückens) die innere Fläche des Rectums sechs longitudinale Vorsprünge, die ausschliesslich aus sehr grossen und saftigen Cylinderzellen des ectodermalen Epithels bestehen und nichts Anderes sind, als Anlagen von Rectaldrüsen. Diese sechs Vorsprünge setzen sich nun nach vorne in sechs Längsfalten fort, an deren Bildung auch das den Hinterdarm bekleidende Mesoderm theilnimmt. Dieser inwendig sechs Längsfalten tragende Hinterdarmtheil stülpt sich, einen rüsselartigen Vorsprung bildend, in den vordersten, direkt an den Mitteldarm sich anschliessenden Hinterdarmabschnitt ein, der zu Ende seiner Entwicklung sehr breit wird und hohes stark vacuolarisirtes Cylinderepithel trägt (Fig. 65).

Bis zum Verlassen des Eies liegen der Vorder-, sowie der Hinterdarm, von einigen Windungen des letzteren abgesehen, hauptsächlich longitudinal (Fig. 32). Nach dem Ausschlüpfen aus dem Ei drängt aber der von der Luft stark ausgedehnte Kropf die gesammten Eingeweide weit nach hinten zurück, wodurch der Mitteldarm sich quer legt, der Hinterdarm aber mehrere Windungen bildet.

Die Malpighischen Gefässe wachsen rasch in die Länge, bilden feine in verschiedenen Richtungen sich schlängelnde Schläuche, bleiben aber bis zum Verlassen des Eies in der Vierzahl.

Die Speicheldrüsen liegen nach dem Schliessen des Rückens als zwei beiderseits der Mundöffnung mündende cylindrische Ectodermeinstülpungen, die parallel dem Oesophagus verlaufen. Ihre spätere Entwicklung habe ich nicht studirt.

Das Tracheensystem. Was die Luftröhrenentwicklung anbetrifft, so beginnt dieselbe bei *Blatta germanica* ziemlich spät. Die ersten Stigmenanlagen lassen sich als schwache und enge nach aussen von der Linie der Ansatzstellen von Extremitäten liegende Ectodermeinstülpungen unterscheiden. Sie zeigen sich erst in dem Stadium, wo der Embryo seine volle Anzahl von Extremitäten bekommen hat und die vordersten Abdominalanhänge

schon birnförmig zu werden anfangen[1]). Die grösste von mir beobachtete Zahl von Stigmenpaaren beträgt 15, nämlich drei Kopf-, drei Brust- und neun Bauchstigmenpaare. Das vorderste Paar von Stigmen liegt etwas vor den Mandibeln, fast auf dem Niveau der Augenanlagen; das zweite Kopfstigmenpaar befindet sich vor den ersten, das dritte vor den zweiten Maxillen; überhaupt liegen die Stigmen nahe dem Vorderrande von Körpersegmenten. In der weiteren Entwicklung geben, wie es scheint, sämmtliche Kopfstigmenpaare nicht Tracheen, sondern Endoskeletbildungen Ursprung, sind also eigentlich Tentoriumanlagen. Die prothoracalen Stigmen und das neunte Abdominalstigmenpaar scheinen spurlos zu verschwinden. Im Verlaufe der Entwicklung entfernen sich die Stigmen immer mehr seitwärts von ihrer ursprünglichen Stelle und liegen endlich in der Mitte der Körperseiten. Die Entwicklung und Verzweigung der Luftröhren geht sehr langsam vor sich, so dass der ausschlüpfende Embryo noch ein ziemlich dürftig entwickeltes Tracheensystem besitzt.

Der drüsige Körper. Im Stadium der Fig. 22—27 zeigt sich noch eine räthselhafte Ectodermbildung, welche von einigen Forschern auch bei anderen Insekten beobachtet worden und unter dem Namen des drüsigen Körpers allgemein bekannt ist. In der Nähe der Stigmen sowohl, als an anderen Stellen wachsen einzelne Ectodermzellen sehr stark, bekommen scharfen Contour und einen rundlichen sich intensiv färbenden Kern und scheiden sich aus dem Verbande des Hautepithels aus, indem sie der Haut von innen anliegen (Fig. 56, 57, 74). Diese segmental angeordneten Zellenhäufchen lassen sich auch nach dem Schliessen des Rückens beobachten. Was aus denselben in späteren Entwicklungsstadien wird, gelang mir nicht klarzulegen.

Schliesslich muss ich noch die hautdrüsenähnlichen grossen Brust-Endoskeletanlagen erwähnen, welche nach dem Schliessen des Rückens schon sehr entwickelt sind und durch die Ectodermeinstülpungen entstehen. Drei Paare solcher Gebilde liegen im Thorax, jedes hinter einem Beinpaare und münden nach aussen zu beiden Seiten der Längscommissuren der Bauchkette. Besonders stark ist das hintere (metathoracale) Paar dieser Einstülpungen entwickelt (Fig. 67).

Vergleich mit anderen Insekten. Vergleichen wir die Entwicklung der Ectodermderivate bei *Blatta germanica* mit derjenigen anderer Insekten, so lassen sich einerseits einige, höchst wahrscheinlich auf alle Insekten übertragbare Autorenangaben bestätigen, andererseits aber tauchen gewisse neue Gesichtspunkte auf.

Morphologisch ist die Entwicklung des Nervensystems am meisten interessant. Erstens stellt die Nervenrinne bei *Blatta* keine erste Anlage des Nervensystems dar, wie es nach Angabe der Autoren bei den Insektenembryonen gewöhnlich der Fall ist. Zweitens steht die

---

1) In meiner vorläufigen Arbeit habe ich angegeben, dass die Tracheenbildung erst nach dem Schliessen des Rückens beginnt. Das ist ein Irrthum: die ersten Anfänge des Tracheensystems hatte ich damals übersehen.

Oberschlundganglionanlage, nach fast einstimmiger Angabe der Autoren, gleich von Anfang an im Zusammenhange mit den Lateralwülsten der Nervenrinne und stellt eigentlich nichts Anderes vor, als das vorderste Glied der sich entwickelnden Ganglienkette. Hatschek allein beschreibt für die Lepidopteren fast eben dieselbe Entwicklungsart des Oberschlundganglions, welche ich bei *Blatta* gesehen habe, gedenkt jedoch nicht der selbstständigen optischen Ganglienanlagen. Patten giebt für die Phryganiden an, dass das Gehirn sich aus zwei Ganglienpaaren zusammensetzt, von denen das hintere die Antennen innervirt. Grassi behauptet für die Honigbiene, dass das Gehirn unabhängig von der Bauchkette entstehen soll. Tichomirow (für *Bombyx mori*) hält zwar das Oberschlundganglion einfach für das vorderste Glied der Bauchkette, erklärt aber, dass jede Hälfte des Gehirns aus zwei Theilen besteht, von denen der vordere grösser als der hintere ist. Auch Heider behauptet (für *Hydrophilus*), dass die Gehirnanlage von Anfang an mit den Bauchsträngen zusammenhängt, sagt aber dabei, dass im hinteren Theile des Kopfsegmentes zwei an der Bildung der optischen Ganglien theilnehmende Einstülpungen sich bilden. Nach Bruce soll die Gehirnanlage (bei *Thyridopteryx*) aus zwei Theilen bestehen, von denen der vordere die Antennen und der hintere die Oberlippe innervirt. Wir sehen also, dass die Angaben verschiedener Autoren in Betreff der Entwicklungsart des Oberschlundganglions ziemlich verschiedenartig sind, dass aber mehrere Forscher die Zusammensetzung desselben wenigstens aus zwei besonderen Anlagen (resp. Anlagen-Paaren) behaupten. Alle diese citirten, einander theilweise widersprechenden Angaben machen überhaupt den Eindruck, dass die Entwicklung des Ganglion supraoesophageum von der Mehrzahl der Autoren nicht aufmerksam genug und ziemlich lückenhaft studirt worden ist. Die ersten Entwicklungsstadien scheinen am wenigsten untersucht zu sein. Bei *Phyllodromia germanica* können alle Entwicklungsstadien des Nervensystems, Dank der Geradlinigkeit des Keimstreifens, am besten und vollständigsten beobachtet werden. Die Selbstständigkeit der präoralen Anlagen des Gehirns steht hier nicht bloss desshalb über allen Zweifel, weil dieselben unabhängig von den Bauchsträngen entstehen, sondern auch desshalb, weil diese ausschliesslich durch Delamination entstandenen Anlagen vom Epithel bedeckt sind, während die unter Betheiligung der Ectodermeinstülpung sich entwickelnden Theile des Nervensystems noch lange Zeit nackt bleiben und sich erst viel später mit dem Epithel bedecken. Die bei der Fühlerbasis befindlichen Grübchen sind anfänglich von den übrigen Nervensystemanlagen getrennt, wahrscheinlich aber nur darum, weil bei *Blatta germanica* überhaupt die ganze Nervenrinne aus einzelnen am Grunde der Extremitäten befindlichen Grübchen entsteht. Sofort wenn die ununterbrochene Nervenrinne sich entwickelt hat, stehen die embryonalen Fühlerlappen schon in direktem Zusammenhange mit den Bauchsträngen und bilden, so zu sagen, verdickte Vorderenden der letzteren. Soll sich bei anderen Insekten die Nervenrinne gleich von Anfang an als ununterbrochen anlegen, so hängen bei denselben die Fühlerlappen mit den Bauchsträngen wohl ab origine zusammen. Da die embryonalen Fühlerlappen (wenigstens bei *Blatta germanica*) den grössten Theil des Gehirns bilden, so ist es sehr leicht zu

begreifen, dass bei der Unkenntniss der frühesten Entwicklungsstadien des Nervensystems die Gehirnanlage als von Anfang an mit der Bauchkette zusammenhängend erscheinen muss.

Für die Morphologie des Oberschlundganglions ist der Umstand sehr wichtig, dass dasselbe drei Paar Heerde enthält. Wie es insbesondere die umfassenden Untersuchungen von Ed. Brandt gezeigt haben, lassen sich die complicirten, d. h. aus der Verschmelzung mehrerer Ganglien hervorgegangenen Nervenknoten meist daran erkennen, dass dieselben mehr als ein Paar Heerde enthalten. Demzufolge wäre also auch das Oberschlundganglion als ein complicirtes, eigentlich aus drei Nervenknoten bestehendes Ganglion aufzufassen. Ist das richtig, so muss damit auch die Morphologie des Insektenkopfes in Einklang gebracht werden. Nach der zur Zeit allgemein angenommenen Ansicht stellt der Kopf der Insekten einen aus vier embryonalen Metameren entstandenen Segmentencomplex dar. Diese Auffassung hat sich seit den classischen Untersuchungen von Bütschli und Kowalevsky festgestellt und wurde durch zahlreiche an Larven und Embryonen angestellte Untersuchungen bestätigt. Nach derselben gilt das Oberschlundganglion für einen einfachen Knoten, das Ganglion infraoesophageum aber für ein complicirtes, durch Verschmelzung von drei Knoten (g. mandibulare, maxillare und labiale) entstandenes Ganglion, — es entsprechen also vier einfache Ganglien den vier primitiven Kopfmetameren. Finden wir nun drei Paar Heerde im Oberschlundganglion, so müssen wir entweder von dem Dogma zurücktreten, dass jedem Protozonite je ein einfaches, d. h. ein Paar Heerde tragendes Ganglion eigen ist, oder wir müssen im Kopfe der Insekten nicht vier, sondern sechs Metameren annehmen, deren zwei sogar im Embryonalleben äusserlich nicht scharf oder gar nicht hervortreten. Fragt man nach den zu diesen zwei complementären Metameren gehörigen Anhängen, so lässt sich dafür erstens die bei vielen Insektenembryonen nach Angaben verschiedener Autoren paarig angelegte Oberlippe, zweitens die von Tichomirow, Bütschli und Carrière beobachteten postoralen Anhänge (die echte Unterlippe nach Tichomirow, das zweite Antennenpaar nach Bütschli) anführen. Die letzteren liegen bei *Bombyx mori* an einer Stelle, welche fast ganz der Lage der optischen Ganglienanlagen von *Blatta* entspricht und verschwinden in der weiteren Entwicklung spurlos.

Sind die obigen Auseinandersetzungen richtig, so sind im Kopfe der Insekten höchst wahrscheinlich nicht vier, sondern sechs Metameren anzunehmen. Das erste (vorderste) und das einzige präorale Metamer enthält als Ganglion die präoralen Anlagen des Oberschlundganglions und trägt als sein Gliedmaassenpaar die Oberlippe. Das zweite (das erste postorale) Kopfsegment trägt die Antennen, sein Ganglion wird aber durch die embryonalen Fühlerlappen dargestellt. Das dritte (das zweite postorale) Segment besitzt als Ganglien die optischen Anlagen und seine nicht bei allen Insektenembryonen auftretenden Gliedmaassen sind die obenerwähnten bei *Bombyx*, *Apis* u. s. w. beobachteten postoralen Anhänge. Dann folgen das vierte bis sechste hintere Kopfsegment, deren Ganglien zum Unterschlundknoten verschmelzen, deren Anhänge aber durch Mundtheile repräsentirt werden.

Der Gedanke, dass der Insektenkopf aus sechs Metameren bestehe, wurde auf Grund embryologischer Untersuchungen unter Anderem schon 1882 von Tichomirow ausgesprochen. Dieser Forscher hält aber, wie wir gesehen haben, das Oberschlundganglion für einfach und stellt die Hypothese auf, ob nicht vielleicht die zwei fehlenden Kopfganglien durch das Ganglion frontale und das paarige Eingeweidenervensystem repräsentirt seien. Diese Hypothese scheint mir aber durchaus nicht glücklich zu sein, da die sympathischen Ganglien wohl ohne Zweifel den Ganglien der Bauchkette nicht gleichwerthig sein können. Wären sie den letzteren homolog, so müssten auch die unzweifelhaft einfachen Brust- und Abdomensegmente, in welchen ebenfalls neben den Ganglien der Bauchkette auch sympathische Knötchen vorkommen, — für complicirte Metameren angesehen werden. Ausserdem haben neuere Untersuchungen (Heider, Wheeler) gezeigt, dass das Frontalganglion durch Abspaltung vom ectodermalen Epithel des Oesophagus entsteht, was wieder gegen den Vergleich desselben mit den Ganglien der Bauchkette spricht. Da nun auch ohne Homologisirung der sympathischen Ganglien mit den übrigen Nervenknoten im Oberschlundganglion drei Paar Heerde nachgewiesen sind, so erscheint die äusserst geschraubte Tichomirow'sche Hypothese auch ganz überflüssig. Selbst in der citirten Arbeit von Tichomirow sind Thatsachen mitgetheilt, welche wahrscheinlich machen, dass auch bei *Bombyx mori* das Oberschlundganglion aus drei Paaren von Anlagen zusammengesetzt wird. So sagt er auf Seite 51 und 52 seiner «Entwicklungsgeschichte des Seidenspinners im Ei», dass zwischen dem Munde und den Mandibeln ein Paar kleiner Ganglien liegt, welche zu den Bestandtheilen der «echten Unterlippe» in demselben Verhältniss stehen, wie die übrigen Ganglien zu den betreffenden Extremitäten. Es ist Tichomirow nicht gelungen, das weitere Schicksal dieser Ganglien genau zu verfolgen, — er vermuthet nur, dass dieselben zu den paarigen sympathischen Schlundknötchen werden; da aber ihre Lage der der optischen Anlagen von *Phyllodromia germanica* fast ganz entspricht, so ist es nicht unwahrscheinlich, dass dieselben auch bei *Bombyx mori* den optischen Gehirnlappen, wenigstens theilweise, Ursprung geben.

Was die Entwicklung des Vorder- und Hinterdarms sowohl, als der Speicheldrüsen und Malpighischen Gefässe anbetrifft, so stimmen die Autorenangaben miteinander und mit meinen Beobachtungen über *Phyllodromia germanica* in allem Wesentlichen überein, so dass die nähere Uebersicht der Litteraturangaben überflüssig wird.

Die Entwicklung des Tracheensystems ist dagegen noch nicht ausführlich genug studirt worden. Obgleich seit dem Erscheinen der mehrfach citirten Arbeit von Bütschli und Kowalevsky die Entstehung der Luftröhren durch Einstülpungen des Ectoderms festgestellt war, stimmen die Autoren in mehreren Details dennoch nicht ganz überein. So bestimmt Kowalevsky die Zahl der embryonalen Luftlöcher bei der Biene auf 11 Paare, Bütschli dagegen bloss auf 10 Paare. Heider findet bei *Hydrophilus* zwei thoracale und wenigstens acht abdominale Stigmenpaare. Nach Hatschek besitzt der Lepidopterenembryo drei Kopf-, drei Brust- und 8 Bauchstigmenpaare. Tichomirow behauptet, dass bei *Bombyx mori* bloss drei Paare von Thoraxstigmen (von denen das zweite und dritte Paar sehr

bald verschwinden) und 8 Paare von Bauchstigmen vorhanden sind; diejenigen Einstülpungen, welche Hatschek für Kopfstigmen gehalten hat, sollen nicht zu Tracheen, sondern zu Sehnen und Endoskeletbildungen werden. Aehnliches beschreibt auch Heider für *Hydrophilus*, wo ebenfalls drei Paare tracheenähnliche Einstülpungen am Kopfe sich zeigen, welche nichts Anderes als Sehnen- und Endoskeletanlagen sind. Für *Doryphora* beschreibt Wheeler 3 thoracale und 11 abdominale Stigmenpaare und ausserdem 5 Paare von Ectodermeinstülpungen am Kopfe, die sämmtlich Tentoriumanlagen sind.

Phyllodromia germanica ist kein günstiges Object für das Studium der Tracheenentwicklung, da die äusserst kleinen Stigmen sich erst spät zeigen und die Tracheen sich sehr langsam entwickeln. Das erste Auftreten von Stigmen lässt sich hier also in Totalansichten nicht leicht constatiren und so muss man sich fast ausschliesslich auf die Untersuchung von Schnitten beschränken. Wie oben gesagt, konnte ich mich nur vom Vorhandensein von drei Kopf-, drei Brust- und neun Bauchstigmenpaaren überzeugen, halte aber für möglich, dass auch die zwei hintersten Bauchsegmente mit Stigmen versehen sind, welche mir nicht deutlich genug zu unterscheiden gelungen ist. Für die am Kopfe befindlichen Einstülpungen glaube ich mit grosser Wahrscheinlichkeit annehmen zu können, dass dieselben den Stigmen homolog sind, wenn sie auch ausschliesslich den Endoskeletbildungen und Sehnen Ursprung geben. In der That sehen wir ja in manchen Fällen, dass die Tracheen zur Stütze weicher innerer Organe dienen, — es ist also leicht möglich, dass gewisse Tracheenäste sich ausschliesslich der letztgenannten Function angepasst haben.

Es bleibt mir noch übrig, über den drüsigen Körper ein Paar Worte zu sagen. Der aus metamer gelagerten Häufchen von grossen saftigen Zellen bestehende drüsige Körper ist schon von vielen Forschern bei verschiedenen Embryonen, Larven, Puppen und vollkommenen Insekten beobachtet worden. Tichomirow hat denselben bei Embryonen und Larven von *Bombyx mori*, Korotnew bei *Gryllotalpa*-Embryonen, Wjelowjejski bei verschiedenen jungen und erwachsenen Insekten, Pekarsky in verschiedenen Entwicklungsstadien mehrerer Käfer, Schmetterlinge und Dipteren gefunden. Wjelowjejski allein leitet den drüsigen Körper von den Dotterzellen ab, während die übrigen Forscher denselben mit Recht zu Ectodermderivaten stellen. Das räthselhafte Organ ist noch zu wenig untersucht worden, um seine morphologische und physiologische Bedeutung auch nur annähernd präcisiren zu können.

Kapitel V.

Differenzirung des Mesoderms und Entoderms, Entwicklung der Körperhöhle, des Herzens, des Fettkörpers und der Geschlechtsorgane.

Die Entwicklung und Differenzirung des inneren Blattes (des primären Entoderms) steht in engem Zusammenhange mit der Ausbildung der äusseren Körperform. Besonders innig ist mit der Entwicklung der letzteren die Differenzirung des die Körperhöhle auskleidenden Theiles des inneren Blattes, welcher das eigentliche Mesoderm darstellt, verbunden.

Wenn die sich entwickelnden Extremitäten in Form flacher Höcker hervorzutreten beginnen, sind sie schon von innen durch die Zellen des inneren Blattes ausgekleidet, welches dem Ectoderme so zu sagen überall passiv folgt, d. h. in alle seine Ausstülpungen hineinragt und alle Ectodermeinstülpungen umkleidet. In dem Maasse, wie die Extremitätenhöcker in die Höhe wachsen, ragt auch das innere Keimblatt in dieselben immer tiefer hinein, sich an das Ectodermepithel von innen anlegend (Fig. 37—41). Die Ectodermzellen lassen sich in diesem Stadium schon sehr leicht von den Zellen des inneren Blattes unterscheiden; die ersteren sind nämlich grösser und ziemlich hoch cylindrisch, die letzteren — rundlich und verhältnissmässig klein. Auf Quer- und Längsschnitten lassen sich die gegenseitigen Verhältnisse der beiden Keimblätter sehr deutlich erkennen (Fig. 41, 47).

Die Extremitäten von *Phyllodromia germanica* sind also von Anfang an hohl. Die Höhle der Extremitäten stellt zugleich auch die erste Anlage der segmentirten Körperhöhle — des Coeloms — dar. Anfänglich ist die Extremitätenhöhle nach dem Nahrungsdotter zu ganz offen (Fig. 41), in dem Maasse aber, wie die Extremitäten wachsen, wird ihre Höhle auch von der Dotterseite geschlossen, wodurch hohle Mesodermsegmente oder Somite entstehen (Fig. 42 a. b.). Jedes dieser paarigen Somiten liegt unter der entsprechenden Extremität, in welche es eine mehr oder weniger lange Fortsetzung absendet, was auf Längsschnitten ebenso vortrefflich, wie auf Querschnitten zu sehen ist (Fig. 48). Ist die Extremität lang, wie z. B. die Thoraxbeine, so erscheint die eigentliche Somitenhöhle im Vergleich mit dem innerhalb der Extremität liegenden Fortsatz derselben sehr klein; ist dagegen die Extremität wenig entwickelt (wie z. B. die Mandibeln und die Mehrzahl der Abdominalanhänge), so hat die eigentliche Somitenhöhle über der in der Extremität liegenden das Uebergewicht. Es ist jedenfalls evident, dass die coelomatische Körperhöhle sich zuerst innerhalb der Extremitäten anlegt und erst etwas später die eigentliche Ursegmentenbildung eintritt.

Es versteht sich von selbst, dass die Anzahl der Somiten parallel der Anzahl der Extremitäten anwächst und dass die Somiten ebenso, wie die Extremitäten, von vorne nach hinten sich vermehren.

Zur Zeit, wo der Embryo seine volle Anzahl von Extremitäten bekommen hat, besitzt er auch 18 Paar hohle Somiten, von denen das erste (vorderste) Paar im vordersten Kopfsegmente liegt und seine Fortsätze in die Antennen schickt, das zweite Paar sich in die

Mandibeln fortsetzt und so weiter (vergl. Fig. 48). Die hintersten Somiten sind die kleinsten; übrigens besitzen sogar die Cerci eine deutliche, wenn auch sehr kleine Somitenhöhle (Fig. 49).

Ein sehr gutes Bild der Mesodermsomiten und ihrer Verhältnisse zu den Extremitäten lässt sich bisweilen bei der Untersuchung ganzer Embryonen im Stadium der Fig. 22 erblicken, besonders wenn man dieselben à trois quarts betrachtet (Fig. 23). Der optische Schnitt zeigt hier die Verhältnisse fast ebenso gut wie reale Schnitte.

Aus dem Obigen erhellt wohl ohne Zweifel, dass sämmtliche 18 Extremitätenpaare sowohl nach ihrem Bildungsmodus, als nach ihrem Verhalten zu den Somiten einander völlig gleichartig sind. Aus diesem folgt nun, dass gar kein Grund vorliegt, die Antennen und die Cerci den Thoraxbeinen für nicht homolog zu erklären, wie es z. B. Haase thut.

Sämmtliche in der Somitenbildung und in der Auskleidung von Extremitäten theilnehmenden Zellen des inneren Blattes gehören schon zum eigentlichen Mesoderm. Hierher gehört natürlich auch die innere Auskleidung der Oberlippe.

Indem nun die Mund- und Anusöffnung sich bilden, drängt das sich einstülpende Ectoderm ein Häufchen Zellen des inneren Blattes vor sich, welche in unmittelbarem Zusammenhange mit der mesodermalen Schicht des Oesophagus und des Rectums stehen (Fig. 47). Diese an das blinde Ende der oesophagealen und analen Einstülpung sich anschliessenden Zellenhäufchen stellen nun nichts anderes dar, als die vordere und hintere Entodermanlage und geben dem Mesenteron-Epithelium den Ursprung. Indem die beiden Entodermanlagen durch Vermehrung ihrer Zellen nach rechts und nach links wachsen, legen sie sich an die innere — dem Dotter zugewendete — Wand der jungen Somite (Fig. 50).

Wie gross die Aehnlichkeit zwischen der vorderen und hinteren Entodermanlage auch ist, so lässt sich doch einige Verschiedenheit derselben bemerken. Wie wir es im Kapitel II gesehen haben, pflanzt sich die Primitivrinne vom hinteren Keimstreifende allmählich nach dem vorderen fort und ist am hinteren Hügel schon geschlossen, wenn sie eben das Vorderende erreicht. Die Anus-Einstülpung erscheint verhältnissmässig spät, nämlich beim Auftreten der Extremitäten und nachdem das Hinterende die bauchwärts eingebogenen Schwanzlappen gebildet hat; sie steht also in keiner Beziehung zu der Primitivrinne und die Zellen des hinteren Entodermkeimes stellen einfach eine Verdickung der mesodermalen Hülle des Proctodaeums dar. Anders ist es mit der vorderen Entodermanlage. Die Mundeinstülpung zeigt sich sogleich nach dem Unsichtbarwerden der Primitivrinne und, wie es scheint, gerade an ihrem Vorderende. Auf durch die hintere Schlundwand geführten Querschnitten lässt sich hier keine Grenze zwischen den ecto-, ento- und mesodermalen Zellen unterscheiden

(Fig. 43, 44). Auch in etwas späteren Entwicklungsstadien sind die Ecto- und Entodermzellen von einander nicht scharf abgegrenzt und die letzteren gehen auch ohne scharfe Grenze in die mesodermale Umkleidung des Schlundes über (Fig. 50). Diese Verhältnisse sind wahrscheinlich dadurch zu erklären, dass die Bildung der Mundeinstülpung schon in dem Stadium beginnt, wo die Bildung des inneren Blattes am soeben geschlossenen Vorderende der Primitivrinne noch nicht beendigt ist, und dass die neu entstandenen Zellen des letzteren, schon ehe sie sich vom Ectoderme endgültig differenzirt haben, direkt zur Bildung der mesodermalen Oesophagusschicht und der Entodermanlage verwendet werden.

Ich muss noch hinzufügen, dass die vordere Entodermanlage nicht gerade am blinden Ende des Oesophagus liegt, sondern unter seine hintere Wand verschoben ist.

Um sich von der weiteren Entwicklung des Entoderms eine klare Vorstellung zu machen, verfahre man am besten, wenn man einige Querschnitte aus dem hinteren Theile eines Embryos vom Stadium ungefähr der Fig. 22 betrachtet. Ist der Schnitt auf dem Niveau des achten Abdominalsegmentes, also auf der Umknickungsstelle des Embryos geführt (Fig. 51), so bemerken wir den quer durchschnittenen Hinterdarm, dessen Mesodermhülle sich direkt in die unpaare hintere Entodermanlage fortsetzt. Die letztere theilt sich an der Grenze des Nahrungsdotters in zwei nach rechts und links gehende Aeste, die sich von der Dotterseite an das achte Somit anlegen. Nehmen wir einen Querschnitt aus derselben Serie etwas nach vorne, ungefähr auf der Höhe des 7. oder 9. Bauchanhanges, so sehen wir die unpaare Entodermanlage schon nicht mehr, wohl aber ihre beiden lateralen Fortsetzungen, die je aus einem Haufen kleiner Zellen bestehen, sich eng an die Somitenwand anlegen und durch eine dünne Zellenbrücke miteinander verbunden sind (Fig. 73). Betrachten wir endlich einen noch weiter nach vorne, z. B. auf dem Niveau des 5. oder 6. Abdominalsegmentes geführten Querschnitt (Fig. 74), so ist auch die verbindende Zellenbrücke verschwunden und das Entoderm tritt bloss als zwei von einander gesonderte Zellenhäufchen auf, die nichts Anderes sind, als Querschnitte der zwei Entodermstränge, welche sich im grössten Theile des Embryos dotterwärts an die Somiten anlegen. Aus diesen Bildern erhellt, dass das Entoderm von der hinteren unpaaren Anlage nach vorne in Gestalt von zwei Seitensträngen wächst, die eine Neigung zeigen, in der Mittellinie miteinander zu verwachsen, welche Verwachsung zuerst im hinteren Theile des Embryos beginnt.

Was die vordere Entodermanlage (Fig. 50) anbetrifft, so verhält sie sich bei ihrer weiteren Entwicklung im Wesentlichen ebenso, wie die hintere, d. h. sie verlängert sich nach hinten in zwei Entodermstränge, welche sich ebenfalls an die Somiten anschmiegen, nur viel schwächer sind und viel langsamer wachsen als die hinteren Entodermstränge, so dass das Verwachsen der vorderen und hinteren Stränge im vorderen Drittel des Körpers zu geschehen scheint.

Die Zellen der Entodermstränge sind ebenso klein oder noch kleiner als die Mesodermzellen, welchen sie überhaupt in allen Beziehungen gleichsehen. Nach erfolgter Somitenbildung färben sich die Mesodermzellen stärker, als in früheren Entwicklungsstadien

während die Kerne der Dotterzellen, umgekehrt, sich viel schwächer, als wie zuvor, färben. Die Kerne der Entodermzellen färben sich intensiv.

Die Entodermstränge schmiegen sich so innig an die Somitenwandung an, dass zwischen den ersteren und den Mesodermzellen sich keine Grenze durchführen lässt. Es ist leicht möglich, dass diese Stränge seitens der Somite einen Zuwachs bekommen, dass also die Entodermbildung nicht ausschliesslich von der vorderen und hinteren Entodermanlage ausgeht, sondern in gewissem Maasse auch in der ganzen Länge der Embryos geschieht. In solchem Falle wären in der Somitenwandung undifferenzirte Zellen des inneren Blattes anzunehmen, welche an der Bildung des Entoderms theilnehmen könnten.

Nachdem wir die Entstehung des Entoderms kennen gelernt haben, wollen wir das letztere auf einige Zeit beiseite lassen, um das weitere Schicksal der Mesodermsomite und ihre Beziehung zu der definitiven Körperhöhle zu verfolgen.

Die eben entstandenen Somiten sind nicht gross und liegen in der Längsrichtung des Embryos nicht dicht aneinander gerückt, sondern sind durch kleine Zwischenräume geschieden, wie es auf Längsschnitten ganz deutlich zu sehen ist (Fig. 48). Die Wandung eines jungen Somites ist einschichtig und begrenzt eine Höhle, die sich in die Höhle der betreffenden Extremität fortsetzt. Untersuchen wir Querschnitte der Embryonen betreffender Stadien, so sehen wir, dass das rechte und zweite Somit durch die zwischen ihnen liegenden dicken Nervenstränge weit auseinander gerückt sind (Fig. 42). Die Wandung eines jeden Somites kann in drei Abschnitte getheilt werden, welche ich als medialen, lateralen und dorsalen oder visceralen Abschnitt bezeichnen will. Der mediale Abschnitt ist dem Nervenstrange zugewendet, der laterale liegt dem Ectoderme an und der viscerale grenzt dorsalwärts an den Nahrungsdotter. Der Entodermstrang schmiegt sich an die Somitenwandung gerade an der Grenze des visceralen und medialen Abschnittes derselben an (Fig. 52). Allmählich (und zwar ziemlich rasch) wachsen die Somiten unter Vergrösserung ihrer Höhle und nähern sich einander in der Längsrichtung des Embryos, so dass ihre Höhlen von einander bloss durch Septa geschieden sind (Fig. 53). Indem die Somiten wachsen, wird ihre Wandung an gewissen Stellen mehrschichtig, was sich schon bei dem ersten Auftreten der Entodermstränge bemerken lässt. Die Mehrschichtigkeit zeigt sich namentlich im dorsalen und medialen Abschnitte der Somitenwandung, wo die sich vermehrenden Mesodermzellen zwei in die Somitenhöhle hineinragende Vorsprünge bilden (Fig. 52). Der dorsale Vorsprung ist von Anfang an hohl infolge des Auseinanderweichens der Zellen am Grunde desselben. Die beiden Vorsprünge sind im Querschnitte annähernd dreieckig und wachsen mit ihren Spitzen einander entgegen, bis die Spitzen zusammentreten. Dadurch wird die ursprünglich einfache Höhle des Somites in drei Abtheilungen geschieden, von denen die

eine innerhalb des dorsalen Vorsprunges, die andere zwischen dem dorsalen und medialen Vorsprunge liegt, die dritte aber nach aussen von den beiden ersteren sich befindet und sich in die Extremitätenhöhle fortsetzt (Fig. 52). Diese drei Abtheilungen der Somitenhöhle können als mediale, laterale und dorsale bezeichnet werden. In den nachfolgenden Entwicklungsstadien entwickelt sich am meisten die mediale Abtheilung, die laterale aber bleibt klein, um endlich von den zwei übrigen Abtheilungen vollkommen verdrängt zu werden (Fig. 54, 55).

Ich muss hier bemerken, dass ich die beschriebene Dreitheiligkeit der Somitenhöhle mit voller Deutlichkeit bloss in abdominalen Somiten — den bauchwärts eingebogenen hinteren Theil des Abdomens ausgenommen — und in den Brustsegmenten, minder deutlich aber in den drei postoralen Segmenten des Kopfes beobachtet habe, während im Antennensomite, sowie im 9., 10. und 11. Bauchsegmente die Dreitheiligkeit der Somitenhöhle gar nicht vorzukommen scheint.

Indem die soeben beschriebene Ausbildung der Leibeshöhle vor sich geht, lassen sich auch wichtige Veränderungen der im Nahrungsdotter befindlichen Zellen und Kerne beobachten. Diese Veränderungen muss ich hier sogleich beschreiben, da dieselben auf die Gestaltung der Leibeshöhle nicht ohne Einfluss sind.

Zuerst fällt die grosse Verschiedenheit der in Betracht kommenden Formelemente auf, welche eigentlich blosse Kerne darstellen, da um dieselben kein Plasmahof sich unterscheiden lässt: sie liegen einfach in der gemeinsamen protoplasmatischen Masse des Dotters. Die Form und Grösse dieser Dotterkerne ist ungemein verschieden. Die einen sind sehr gross und bisweilen grobkörnig, die anderen — viel kleiner; viele sind rundlich oder oval, die Gestalt anderer ist irregulär oder amöboid (Fig. 52 ff., 73, 74). Die Mehrzahl der Kerne färbt sich schwach, während die Zellen des Embryos sich merklich stärker färben, — also gerade umgekehrt, wie wir es im Stadium von zwei primären Keimblättern gesehen haben (Seite 15). Bloss einige wenige Dotterkerne färben sich intensiv. Die kleinen Kerne sind viel zahlreicher als die grossen und liegen in der Nähe des Embryos, während die grösseren ziemlich gleichmässig im Dotter vertheilt sind (Fig. 53).

Die Frage, woher die kleinen Dotterzellen stammen, ist nicht leicht zu entscheiden. Der erste sich aufdrängende Gedanke ist, dass dieselben durch Theilung grosser Kerne entstehen. Diese Annahme stösst aber auf die Schwierigkeit, die Theilung der Dotterkerne (in den betreffenden Stadien) überhaupt zu constatiren: nirgends habe ich in denselben Theilungsfiguren beobachtet. Die andere Quelle, aus welcher die kleinen Dotterkerne entstehen könnten, — ist das Somitenmesoderm, aus welchem in solchem Falle einzelne Zellen sich lösen und in den Dotter wandern sollten. Allein die kleinen Dotterkerne färben sich fast immer viel schwächer, als die der Mesodermzellen, welche letzteren auch mehr oder weniger

färbbares Plasma besitzen, während um die kleinen Dotterkerne in der Regel gar kein Plasmahof sich unterscheiden lässt. Theilungsfiguren habe ich in diesen Stadien auch in Mesodermzellen nicht gesehen[1]). Jedenfalls halte ich es für wahrscheinlicher, dass die kleinen Dotterkerne nicht vom Mesoderm, sondern von grossen Dotterkernen ihren Ursprung nehmen.

Kerne, die in jeder Hinsicht den kleinen Dotterkernen ähnlich sehen, liegen sehr oft auch in derjenigen Gegend, welche zwischen den beiderseitigen Somiten nach innen von den Nervensträngen liegt und welche ich die mediane Region nennen werde (Fig. 73, 74). Diese Region liegt eigentlich ausserhalb des Nahrungsdotters und ist mit homogenem äusseren Dotter ausgefüllt, welcher, wie wir in Kapitel II gesehen haben, den Embryo mehr und mehr umgiebt und sogar durchtränkt. Der Nahrungsdotter ragt in die mediane Region hinein, einen gerundeten, ziemlich scharf contourirten Vorsprung bildend (Fig. 55 ff, 74). Kleine in der medianen Region zerstreute Kerne liegen entweder frei, oder dicht an der Grenze des Nahrungsdotters, oder aber sie legen sich mehr an die Somitenwandung an. Ganz ähnliche blasse, den kleinen Dotterkernen in allen Beziehungen entsprechende Kerne kommen nun auch innerhalb der Somite, namentlich im medialen Abschnitte der Ursegmentenhöhle vor. Sie liegen in heller, dem homogenen äusseren Dotter ganz ähnlicher und undeutlich vacuolarisirter Masse und bilden die Fettkörperanlage (Fig. 73, 74).

Es fragt sich nun, wie sind die beschriebenen Verhältnisse zu deuten? Wäre es bewiesen, dass die kleinen Dotterkerne von den grossen Dotterkernen entspringen, so könnte kein Zweifel bestehen, dass der Fettkörper von den Dotterzellen herstammt, die aus dem Dotter durch die Somitenwandung hindurch in die Leibeshöhle gelangen sollten. Leiten wir aber die kleinen Dotterkerne vom Mesoderm ab, so müssen wir annehmen, dass eine Anzahl von Mesodermzellen sich in den Fettkörper verwandelt, während andere in den Dotter wandern. Mir scheint die erstere Annahme mehr für sich zu haben.

Die Bildung des embryonalen Fettkörpers beginnt gleichzeitig mit dem Beginn der Dreitheilung der Leibeshöhle; zur selben Zeit kommen auch kleine Dotterzellen zum Vorschein. In den nächsten Entwicklungsstadien wächst die Anzahl der kleinen Dotterkerne parallel mit der Entwicklung des Fettkörpers, dann fängt sie an abzunehmen, während der Fettkörper sich weiter zu entwickeln fortfährt.

Wie gesagt, erscheint der Fettkörper zuerst vorzugsweise im medialen Abschnitte der Somitenhöhle. Die aus Mesodermzellen bestehenden Wandungen dieses Abschnittes werden nun immer lockerer, besonders an der Grenze der medianen Region, wo die Somitenwand, wie wir sehen werden, später vollständig atrophirt.

---

1) Es ist überhaupt merkwürdig, dass die in früheren Entwicklungsstadien so leicht zu beobachtenden karyokinetischen Figuren in späteren Stadien so selten sich constatiren lassen, obgleich die technische Bearbeitung des Objektes dieselbe bleibt.

Beim weiteren Wachsen des Embryos erfahren die Somiten und das Entoderm weitere Veränderungen. Was die Somiten anbetrifft, so wachsen sie vorzugsweise dorsalwärts und nehmen am Querschnitte eine annähernd dreieckige Gestalt an, indem ihre Spitze dorsalwärts gerichtet ist. In dem Maasse, wie die Körperseiten des Embryos sich entwickeln, wird das Dreieck immer länger und enger; seine Grundlinie (Basis) liegt zwischen dem Nervenstrange und der lateralen Seite des Körpers, die Spitze befindet sich aber gerade auf dem Niveau des dorsalen Ectodermrandes. Der Entodermstrang, der, wie wir es oben gesehen haben, mit der Somitenwandung an der Grenze des dorsalen und medialen Abschnittes innig verbunden ist, wächst inzwischen, eine einschichtige Zellenlamelle bildend, median- und ventralwärts an der Grenze des Nahrungsdotters in die Breite; dabei entfernt sich die Entodermlamelle etwas von der Somitenwand, mit der dieselbe bloss bei der Spitze des Somites, an welche der dorsale Abschnitt der Somitenhöhle gedrängt wird, in Verbindung bleibt (Fig. 54, 55). Bei der Bildung dieser Lamelle werden die Entodermzellen immer flacher. Die beiderseitigen Entodermlamellen verwachsen endlich in der Mittellinie mit einander und so kommt eine ununterbrochene dünne Entodermschicht zu Stande, die sich an der Grenze des Nahrungsdotters vom Vorder- bis zum Hinterdarme erstreckt und die ventrale Mesenteronwandung darstellt (Fig. 53—57). Diese aus ganz flachen Zellen bestehende Schicht bildet gleichsam einen zwischen dem Schlunde, dem Hinterdarm und den dorsalen Körperrändern ausgespannten Vorhang. Da die Entodermschicht immer mit den Spitzen der Somite verbunden ist, so nähert sich ihr dorsaler Rand natürlich mit der Entwicklung der Körperseiten immer mehr der Rückenseite des Eies, und überragt sogar etwas die Ectodermränder infolge der Vermehrung der Entodermzellen. Auf Querschnitten erscheint das Entoderm in der Gestalt einer dünnen, an der ventralen Mittellinie spitzwinkelig umgebogenen und an ihrer Umbiegungsstelle in die mediane Region hineinragenden Lamelle (Fig. 56, 57). Die mediane Region wird also durch die Entodermlamelle vom Nahrungsdotter vollständig abgegrenzt.

Die Dreitheiligkeit der Somitenhöhle bleibt eine ziemlich lange Zeit fortbestehen und wird sogar in einer gewissen Periode noch etwas deutlicher als in früheren Stadien. Sehr lehrreich sind Querschnitte eines Embryos vom Stadium der Fig. 27—28 (Fig. 54, 55). Hier sehen wir, dass der bisweilen schon sehr unbestimmt begrenzte mediale Abschnitt der Somitenhöhle vom Fettkörper schon vollständig ausgefüllt, der laterale sehr reducirt und beinahe verschwunden, der dorsale aber recht deutlich begrenzt ist und die Gestalt eines langen Dreiecks hat, dessen Spitze dorsalwärts, die Basis aber gegen den medialen Abschnitt gerichtet ist (Fig. 55). Die äussere (laterale) Seite dieses Dreiecks liegt dem Ectoderme an, die innere (mediale) aber ist mit der Entodermlamelle eng verbunden. Nehmen wir einen Querschnitt aus dem hinteren Drittel des Embryos (Fig. 55), so finden wir nicht selten eine Anzahl blasser amöboider (kleiner) Dotterkerne, die den Fettkörperkernen überaus ähnlich sehen und sich an den medialen Abschnitt der Leibeshöhlenwand eng anlegen.

Bei der weiteren Ausbildung der Körperseiten verschwindet endlich auch die den dorsalen Abschnitt der Somitenhöhle von dem ventralen trennende Scheidewand und die Drei-

theiligkeit der Somitenhöhle wird also vollständig aufgelöst (Fig. 56). Der ursprünglich fast ausschliesslich im medialen Abschnitte befindliche Fettkörper wird jetzt gleichmässig über die ganze Leibeshöhle vertheilt.

Wir sehen also, dass die coelomatische Leibeshöhle starke Aenderungen erfahren hat. Der dem Entoderme anliegende und ursprünglich dem dorsalen Abschnitte der Somiten angehörende Theil des Mesoderms kann von nun an als Darmfaserblatt, die an das Ectoderm sich anlegenden Mesodermzellen aber als Hautmuskelblatt bezeichnet werden (Fig. 56). Das Darmfaserblatt bekleidet anfänglich bloss die Seitentheile der Entodermlamelle, während ihr medio-ventraler Theil noch eine lange Zeit nackt bleibt und direkt an die mediane Region grenzt. Erst viel später, wenn der Rücken schon geschlossen ist, bedeckt sich auch der ventrale Abschnitt der Entodermlamelle mit mesodermalen Zellen des Darmfaserblattes.

Die mediale Wandung der Somiten wird vollständig aufgelöst, so dass die rechte und linke Hälfte der definitiven Leibeshöhle durch die Vermittelung der medianen Region frei mit einander communiciren (Fig. 57). Die in dieser Weise entstandene einheitliche Leibeshöhle zeigt noch eine Zeit lang Spuren der Segmentation. Aus dem Gesagten ist klar, dass die definitive Leibeshöhle sehr complicirten Ursprungs ist. Sie wird nämlich aus Resten der primitiven Furchungshöhle (die mediane Region), aus einigen Bestandtheilen des Coeloms (Extremitäten) und aus Schizocoelräumen zusammengesetzt.

Ehe ich nun zur Schilderung der weiteren Entwicklung des Mitteldarmes und der definitiven Leibeshöhle übergehe, kann ich nicht umhin, auf die interessante Thatsache hinzuweisen, dass die schon beim ersten Auftreten der Extremitäten sich zeigende Segmentirung der Leibeshöhle eine ziemlich lange Zeit bewahrt wird. Am frühesten verschmelzen mit einander die Brust- und Hinterkopfsomiten, während die Höhlen der mesodermalen Bauchsegmente von einander noch vollkommen gesondert sind, wenn die unpaare Entodermlamelle sich gebildet hat. Sehr lange erhält sich das Antennensomit, das anfänglich, wie wir gesehen haben, von den Oberschlundganglionanlagen umgeben wird. Mit der weiteren Entwicklung des Ganglion supraoesophageum wird das Antennensomit aus demselben nach hinten herausgeschoben, wobei seine Höhle sich noch vergrössert und keine Unterabtheilungen zeigt (Fig. 69). Leider ist mir das definitive Schicksal dieses Somiten, ebensowie der drei hintersten abdominalen Somiten unbekannt geblieben.

Die weitere Entwicklung der Leibeshöhle und des Mitteldarmes geht Hand in Hand mit der Ausbildung der Körperseiten und des Rückens. Die Entodermlamelle umwächst den Nahrungsdotter dorsalwärts und von allen Seiten; der Vorder- und Hinterdarm liegen nun ausserhalb des Nahrungsdotters und werden vom homogenen äusseren Dotter umspült, in welchem (besonders neben dem Oesophagus) kleine blasse Zellen liegen, die sich in Fettkörper zu verwandeln scheinen. Zur Zeit, wenn das Ecto- und Entoderm die dorsale Seite des Eies schon fast erreicht haben, sind die beiden lateralen Abschnitte der Leibeshöhle vom Fettkörper vollständig ausgefüllt, welcher ventralwärts eine wurstförmige Verdickung bildet

und sich zwischen dem Darmfaser- und Hautmuskelblatt bis zum dorsalen Abschluss der Leibeshöhle fortsetzt (Fig. 57). Der medio-ventrale Theil der Leibeshöhle — die ehemalige mediane Region — ist vom Fettkörper frei. Was den Bau des Fettkörpers anbetrifft, so zeigt derselbe eine höchst merkwürdige Uebereinstimmung mit dem Nahrungsdotter. Es scheint, als ob innerhalb und ausserhalb des Entoderms ganz gleichartiges vacuolarisirtes, blasse Kerne enthaltendes Plasma sich befinde. Der einzige Unterschied zwischen dem Fettkörper und dem Nahrungsdotter ist der, dass die Vacuolen des ersteren viel kleiner sind als die des letzteren.

Gleichzeitig mit dem ectodermalen Schliessen des Rückens schliesst sich auch das Entoderm auf der dorsalen Seite des Nahrungsdotters (Fig. 58). Bei der Untersuchung der Querschnitte von diesem und den nächsten folgenden Stadien ist es nicht immer leicht das Hautmuskel- und Darmfaser-Blatt deutlich zu unterscheiden: infolge der Ueberfüllung der äusserst eng gewordenen lateralen Theile der Leibeshöhle mit dem mächtig entwickelten Fettkörper sind diese aus einer Schicht flacher Zellen bestehenden Mesodermlamellen dicht an das Ectoderm, resp. an das Entoderm, angedrückt, von welchen sie sich bloss an einigen wenigen Stellen deutlich abheben (Fig. 60, 61). Auch in späten Entwicklungsstadien, wenn die äussere Körperform schon fast vollständig ausgebildet ist, die Bauchkette aus drei Brust- und sechs Bauchknoten besteht und der hoch entwickelte Darmcanal mit Speicheldrüsen und langen Malpighischen Gefässen leicht herauspräparirt werden kann, — scheint die Mitteldarmwand auf den ersten Blick einschichtig zu sein, wofür Ganin sie auch gehalten hat (Fig. 62). Das ist auch leicht begreiflich, da die dünne Darmfaserblattlamelle sowohl, als auch das aus einer Schicht ganz flacher Zellen bestehende Mesenteronepithel sehr eng aneinander angeklebt sind und so den Eindruck einer einschichtigen Zellenwand machen. Erst sehr spät, wenige Tage vor dem Verlassen des Eies wird das Entoderm etwas höher, indem dasselbe zwar noch aus sehr niedrigen, jedoch von der Darmfaserblattlamelle deutlich unterscheidbaren Zellen besteht (Fig. 63). Dann werden die Zellen des Mitteldarmepithels in den letzten Tagen des embryonalen Lebens allmählich immer höher, bis sie endlich unmittelbar vor dem Verlassen des Eies hoch cylindrisch sind (Fig. 64).

Die ganz stufenweise Verwandlung der flachen Entodermzellen in hochcylindrische geht Hand in Hand mit der Abnahme des Mitteldarmumfanges. Der Mitteldarm ist anfänglich sehr gross und füllt fast den ganzen Embryo aus; später, in dem Maasse wie der Nahrungsdotter verdaut wird, verkürzt und vermindert sich das Mesenteron und giebt dem sich immer mehr entwickelnden Fettkörper und den ectodermalen Darmabschnitten Raum. Wie aus der flachen Serosa das aus cylindrischen Zellen bestehende Rückenorgan hervorgeht, — ebenso wird das ursprünglich ganz flache entodermale Epithel saftig und cylindrisch, sobald die Ausdehnung des Mitteldarms durch die enorme Dottermasse aufgehört hat.

Beim Beginn des Höherwerdens des Mitteldarmepithels fangen an der Grenze des Vorderdarms zwei vom entodermalen Epithel ausgekleidete Ausstülpungen an sich zu bilden,

die später zu den bekannten Magenblindsäcken werden und beim Verlassen des Eies schon ziemlich entwickelt sind (Fig. 64).

Die Bildung des Herzens. Wenn sich das Entoderm am Rücken eben geschlossen hat, ist die Leibeshöhle im Querschnitt hufeisenförmig. Die Umbiegungsstelle der Hufeisenfigur liegt an der ventralen Seite des Körpers, die beiden Aeste des Hufeisens umfassen aber den Mitteldarm, bis zum Rücken sich erstreckend. Diese Aeste bestehen nun, wie wir gesehen haben, lediglich aus dem Fettkörper, der vom Hautmuskel- und Darmfaserblatte eingefasst wird. Die freien Enden des Hufeisens sind ebenfalls von einer Mesodermlamelle bekleidet, welche den dorsalen Abschluss der Leibeshöhle bildet und das Hautmuskelblatt mit dem Darmfaserblatte verbindet (Fig. 58). Der an der dorsalen Seite des Embryos zwischen diesen Mesodermlamellen eingeschlossene Zwischenraum ist von der homogenen Masse des äusseren Dotters ausgefüllt, welcher, wie wir es an mehreren Beispielen gesehen haben, sämmtliche ausserhalb des Nahrungsdotters liegende Theile des Embryos durchtränkt. Dieser ventralwärts vom Entoderm, dorsalwärts vom Ectoderm, seitlich aber von den eben erwähnten Mesodermlamellen begrenzte Zwischenraum ist nun nichts Anderes, als die Anlage des Rückengefässes (Fig. 58). Die Entwicklung des letzteren geschieht nun in sehr einfacher Weise: der oben beschriebene Zwischenraum verengt sich etwas durch fortgesetztes dorsales Wachsthum des Fettkörpers und nimmt eine viereckige Gestalt an (Fig. 59), wobei die die Ecken bildenden Mesodermzellenhaufen sich stark vermehren und längs des Ectoderms und Entoderms je zwei gegeneinander wachsende und endlich sich vereinigende Vorsprünge entsenden. Dadurch wird die Höhle des Herzens auch dorsalwärts und ventralwärts von mesodermalen Zellen begrenzt (Fig. 59). Das Rückengefäss bildet sich, ebenso wie der ectodermale Rücken, von hinten nach vorne, sodass sogleich nach dem Schliessen des Rückens das Herz in der hinteren Hälfte des Embryos schon fertig, in der vorderen Hälfte aber noch in der Bildung begriffen ist. Das fertige Herz bleibt noch lange Zeit in inniger Verbindung mit der dorsalen Mitteldarmwand (Fig. 61, 62) und schnürt sich von derselben erst kurz vor dem Verlassen des Eies ab, wodurch die dorsale Communication der beiden lateralen Theile der Leibeshöhle endgültig bewerkstelligt wird.

Bei der Beschreibung der Herzbildung ist es angemessen, die Frage über die Herkunft der Blutzellen aufzuwerfen. Während des ganzen Vorganges der Entstehung des Rückengefässes erweist sich das letztere an der überwiegenden Mehrzahl der Querschnitte von Zellenelementen vollkommen frei. Bloss verhältnissmässig selten gelingt es in der Herzhöhle mittelgrosse Zellen zu constatiren, deren rundlicher Kern sich sehr blass, das amöboide Plasma aber noch blasser färbt. Die Herkunft dieser Blutzellen lässt sich nicht mit Sicherheit bestimmen: sie können nämlich Derivate der Herzwandung, also mesodermale Bildungen sein, oder aber in's Herz von aussen gelangen und zu wandernden Mesodermzellen oder zu den Dotterkernen gehören. Das letztere halte ich für das wahrscheinlichste, da die Kerne der jungen Blutzellen den Dotterkernen äusserst ähnlich sehen.

Die weitere Entwicklung des Fettkörpers. Der embryonale Fettkörper verändert sich bei der weiteren Entwicklung nur unbedeutend. Eine der Veränderungen besteht in der Vergrösserung seiner Zellen und im Gleichwerden aller seiner Kerne, welche in früheren Stadien ebenso verschiedenartig wie die kleinen Dotterkerne waren. Indem ich von «Zellen» spreche, muss ich bemerken, dass die Zellgrenzen sich nicht unterscheiden lassen und wir es eigentlich mit einem aus hellem, stark vacuolarisirten Plasma bestehenden Syncytium zu thun haben, in welchem Kerne zerstreut sind. Die Vacuolen sind mit Fett erfüllt und erscheinen im Präparate wegen der Entwässerung und Entfettung natürlich leer.

Beim Anfang der Fettkörperbildung sind alle Kerne des Fettkörpers unmittelbar in helle, mit Carmin sich nicht färbende Plasmamasse eingesenkt; später fangt aber um gewisse Kerne ein stark färbbarer Plasmahof an, sich zu zeigen. Solche mit einem anscheinend sehr chromatinreichen Hofe umgebene Kerne treten in dem mit Carmin gefärbten Fettkörper als grosse, in späteren Entwicklungsstadien mit der Loupe deutlich unterscheidbare rothe Flecke hervor (Fig. 56, 66). Der Fettkörper der erwachsenen *Blatta germanica* weist ganz dieselbe Structur auf (von der Lappenbildung und dem Tracheenreichthum abgesehen), d. h. stellt ein helles vacuolarisirtes Syncytium dar, in welchem zahlreiche freie oder mit gefärbtem amöboiden Plasmahofe umgebene Kerne zerstreut sind.

Bei der näheren Untersuchung wird es klar, dass die Bildung eines färbbaren Hofes um gewisse Kerne des Fettkörpers eine Folge der Ansammlung der bekannten bacterienähnlichen Stäbchen ist. Es drängt sich nun die Frage auf: wie gelangen die ursprünglich ausschliesslich im Nahrungsdotter liegenden Stäbchen in den Fettkörper, in welchem sie beim Anfange seiner Bildung gänzlich fehlen? Einige auf Querschnitten der Embryonen im Stadium ungefähr der Fig. 28 zu beobachtende Bilder scheinen auf diese Frage eine vollkommen befriedigende Antwort zu geben, indem sie zeigen (Fig. 56), dass die Stäbchen sich längs der Entodermlamelle besonders im Bereiche der medianen Region in Gestalt zoogloëenähnlicher Wolken ansammeln, in welchen bisweilen auch kleine Dotterkerne sich bemerken lassen. Diese Erscheinung kann wohl kaum anders gedeutet werden, als dass die Dotterzellen bei ihrer Uebersiedelung in die Leibeshöhle auch eine Anzahl Stäbchen mitnehmen, wodurch auch das Ansammeln der Stäbchen bloss um einige Kerne des Fettkörpers erklärt wird.

Die Ueberwanderung der Stäbchen aus dem Dotter in den Fettkörper erklärt sich also höchst wahrscheinlich ebenso, wie ihre frühere Wanderung von der Oberfläche in die Tiefe des Dotters, — d. h. durch die Thätigkeit der Dotterzellen. Dafür spricht auch die Thatsache, dass nicht alle Stäbchen in den Fettkörper übergehen; sie bleiben nämlich theilweise im Nahrungsdotter bis zum Verlassen des Eies und werden wahrscheinlich mit den Dotterresten ausgeworfen (Fig. 60, 61).

Ich muss noch bemerken, dass die Stäbchen bloss in der hinteren Hälfte des Embryos sich befinden, während der Fettkörper der vorderen Körperhälfte von denselben vollkommen frei bleibt.

Um die Beschreibung des Fettkörpers zu beschliessen, habe ich noch einer interessanten Erscheinung zu erwähnen, die auch von anderen Forschern beobachtet worden ist. Ich spreche von kleinen glänzenden Kügelchen, die sich sehr oft im Fettkörper vorfinden und in einigen Fällen grosse, die Somitenhöhle zum grössten Theile erfüllende und sogar in die Extremitäten etwas hineinragende Anhäufungen bilden (Fig. 25, 61). Mit der Entwicklung der Leibeshöhle und des Fettkörpers vergrössern sich diese Anhäufungen und schimmern bei auffallendem Lichte als kreideweisse, segmental angeordnete Massen durch die Körperwand hindurch, indem sie in dieser Weise die metamere Theilung der Leibeshöhle veranschaulichen. Ueber die chemische Natur dieser Kügelchen sind von verschiedenen Seiten Vermuthungen geäussert worden: so hält Blochmann dieselben für Ablagerungen von Harnsäure, Patten für harnsaure Salze. Der letztgenannten Meinung kann ich mich auf Grund eigener Erfahrungen vollkommen anschliessen. Benetzen wir die auf dem Objektträger angeklebten Schnitte eines die obenerwähnten Ablagerungen enthaltenden Embryos, nach der Bearbeitung mit Terpentin und Alkohol, mit destillirtem Wasser und bedecken wir das Präparat mit einem Deckgläschen, so verschwinden innerhalb 15—20 Minuten sämmtliche Kügelchen, indem sie sich offenbar im Wasser lösen. Der Fettkörper erwachsener Küchenschaben (*Blatta germanica*) enthält ebenfalls grosse Mengen dieser Kügelchen, die bei auffallendem Lichte kreideweiss, bei durchgehendem Lichte aber tiefschwarz erscheinen. Nach der Bearbeitung des Fettkörpers mit heissem Wasser verschwinden die Concremente spurlos. Legen wir ein Stück Concremente enthaltenden Fettkörpers auf den Objektträger, geben einen Tropfen starker Salpetersäure hinzu und dampfen das Ganze vorsichtig auf einer Spirituslampe ab, — so tritt nach Zugiessen eines Tropfens Ammoniak eine schöne purpurrothe Färbung hervor, die nach Bearbeitung mit Kali causticum in eine dunkelviolette übergeht. War der Fettkörper zuvor mit heissem Wasser bearbeitet, so zeigt er diese Färbung nicht. Es ist also klar, dass die Murexidreaction durch Anwesenheit der Kügelchenconcremente bedingt wird. Da die letzteren auch in heissem oder sogar kaltem Wasser löslich sind, so haben wir es offenbar nicht mit der Harnsäure selbst, sondern mit alkalischen Salzen derselben — wahrscheinlich mit harnsauren Natron — zu thun. Die Concremente sind ohne Zweifel Produkte des Stoffwechsels, welche sich im Fettkörper ablagern.

Die Geschlechtsanlagen. Das Auftreten der Geschlechtszellen konnte ich schon in einem ziemlich frühen Stadium constatiren, nämlich beim Anfange der oben beschriebenen Dreitheilung der Somitenhöhle. Schon bei ihrem ersten Auftreten unterscheiden sie sich von den Mesodermzellen sehr scharf durch ihre beträchtlichere Grösse, ihr mattglänzendes Plasma, scharfen Contour und grossen rundlichovalen Kern, der sich ziemlich schwach färbt und eine sehr charakteristische körnige Beschaffenheit zeigt, als ob seine Chromatinsubstanz aus zahlreichen sehr kurzen Stäbchen bestände (Fig. 70). Die Geschlechtszellen

liegen immer (ohne Ausnahme) in dem dreieckigen dorsalen Abschnitte der Somitenhöhle und kommen bloss in einigen wenigen Segmenten des Abdomens vor; soviel ich auf Grund des Studiums von Schnitten urtheilen kann, befinden sie sich vorzugsweise, wenn nicht ausschliesslich, im fünften und sechsten abdominalen Segmente.

Die Herkunft der Geschlechtszellen ist schwer zu bestimmen. Vom Mesoderm oder Entoderm lassen sie sich wegen ihrer beträchtlichen Grösse und der Beschaffenheit ihrer Kerne und des Plasma's nicht gut ableiten. Am meisten ähneln sie noch den Dotterzellen, von denen einige durch ihr Aussehen lebhaft an die Geschlechtszellen erinnern (Fig. 74).

Mit der Entwicklung der Leibeshöhle vergrössert sich die Zahl der Geschlechtszellen (Fig. 57), — ob infolge ihrer Theilung oder durch Hineindringen neuer Zellenelemente in die Somitenhöhle, die zu Geschlechtszellen werden, — das konnte ich nicht entscheiden. Ich muss jedoch bemerken, dass ich kein einziges Mal die jungen Geschlechtszellen sich theilen sah.

Indem der Embryo den Nahrungsdotter dorsalwärts umwächst, bekleidet sich die Geschlechtsanlage mit kleinen Mesodermzellen, welche um die ganze Geschlechtsanlage und um die Unterabtheilungen derselben folliculäre Hüllen bilden. Dabei wird die Geschlechtsanlage allmählich dorsalwärts verschoben, bis sie endlich nahe dem Rücken beiderseits des Mitteldarmes liegt, an welchen sie (infolge der innigen Verwachsung ihrer Mesodermhülle mit der mesodermalen Lamelle des Darmes) gleichsam angeklebt erscheint. In dem Stadium, wo der Kropf und der Muskelmagen sich eben gebildet haben, lässt sich schon das Geschlecht des Embryos bestimmen. Die männliche Geschlechtsanlage besteht nämlich aus kleineren, mit etwas eckigen Kernen versehenen Zellen, während die Zellen der weiblichen Anlage grösser, etwas mattglänzend und plasmareicher sind; ausserdem theilt sich die männliche Anlage in vier von einander deutlich gesonderte Samenfollikel, während die weibliche compact bleibt, d. h. die jungen Eiröhren liegen eng aneinander (Vgl. Fig. 65, 66). Schon sehr früh erscheinen auch die Anlagen der Geschlechtsgänge, die theilweise aus der Geschlechtsdrüse, theilweise aber aus paariger ectodermaler Einstülpung entstehen. Meine Untersuchungen über den ectodermalen Theil der Geschlechtsgänge sind aber noch sehr unvollständig.

Mit der Verminderung des Umfanges des Mitteldarmes trennen sich die Geschlechtsanlagen von demselben ab und bleiben noch eine Zeit lang bloss durch eine mesodermale Zellenbrücke mit ihm verbunden. Nachdem sich die Geschlechtsdrüsen vom Darme vollständig abgetrennt haben, liegen sie mitten im Fettkörper, der dieselben von allen Seiten dicht umgiebt. Dabei lässt sich dicht neben den Ovarien eine enorme Anhäufung von bacterienähnlichen Stäbchen beobachten, von denen einige vielleicht schon in diesen frühen Stadien in die Eier eindringen (66).

Beim Verlassen des Eies sind also die Ovarien schon ziemlich entwickelt und die Hoden in je vier Follikel abgetheilt.

Es ist mir noch übrig geblieben, die Veränderungen des Nahrungsdotters während der ganzen embryonalen Entwicklung kurz zu beschreiben. An erster Stelle muss ich bemerken, dass die Quantität des vacuolarisirten (fetthaltigen) Nahrungsdotters sich mit der Entwicklung des Embryos immer mehr vermindert und der Nahrungsdotter von dem Embryo immer schärfer abgegrenzt wird. Hand in Hand damit vergrössert sich die Quantität des homogenen äusseren Dotters, der zuerst besonders am Kopf- und Hinterende des Embryos sich ansammelt, später den Hinter- und Vorderdarm umspült, die mediane Region ausfüllt und alle Höhlen und Lücken des Embryos durchtränkt. Im lebenden Zustande ist der Nahrungsdotter weisslich halbdurchsichtig, durch Erhärtung in Alcohol wird er kreideweiss. Nach dem Schliessen des Rückens ist der Nahrungsdotter im lebenden Zustande gelblich und wird nun immer dunkler in dem Maasse, wie der Mitteldarm sich verringert. In den letzten Tagen der embryonalen Entwicklung nimmt der Dotter eine grünliche Farbe an, um endlich dunkelgrün zu werden. Der Mitteldarm schimmert alsdann deutlich durch die Wand der Eikapsel; sobald grünliche Flecke an der Mitte der lateralen Seite des Cocons sich bis zu kaum merklichen Punkten verringert haben, — ist die Embryonalperiode zu Ende gekommen und die Ausschlüpfung erfolgt an demselben oder am nächsten Tage.

Die Vacuolen des Nahrungsdotters, die in frühen Entwicklungsstadien sehr klein sind, werden später immer grösser, so dass nach dem Schliessen des Rückens der Dotter schon enorme, dem blossen Auge sichtbare Fetttropfen enthält. Dieser Reichthum an Fett erschwert das Schneiden reifer Embryonen nicht unbeträchtlich. Mit der Verminderung des Mitteldarmumfanges verschwinden allmählich die Fetttropfen, ohne Zweifel infolge von Aufsaugung (Verdauung) des Fettes und die Reste des Nahrungsdotters verwandeln sich in eine grüne anscheinend colloidale Masse.

Es ist bemerkenswerth, dass bei *Blatta germanica* eine Dotterzerklüftung vollkommen fehlt. Ich kann also mit Wheeler nicht übereinstimmen, wenn er sagt (167, p. 359), dass bei *Blatta* der Dotter, wenn auch sehr spät (nach Bildung der Extremitäten), sich furchen soll; höchst wahrscheinlich war Wheeler zu dieser irrigen Annahme durch die ausserordentliche Brüchigkeit des Dotters verleitet. Auch nachdem der Mitteldarm vollkommen geschlossen ist und die äussere Form sich ganz entwickelt hat, bildet der Nahrungsdotter eine einheitliche Masse und stellt den wenig veränderten Rest der ursprünglichen colossalen Eizelle dar.

Die Anzahl der im Nahrungsdotter befindlichen Kerne vermindert sich zur Zeit der vollen Entwicklung des Rückenorgans, und zwar verschwinden zuerst fast sämmtliche kleine Dotterkerne, dann die grösseren. Nach dem Einstülpen des Rückenorgans vermehrt sich die Zahl der grossen Dotterkerne wieder. Es ist nicht unmöglich, dass überhaupt sämmtliche im Dotter nach dem Schliessen des Mitteldarmes befindliche Kerne vom Rückenorgan herstammen. Ausser den Kernen zeigt der im geschlossenen Mitteldarm befindliche Nahrungsdotter noch colossale, mit Carmin sich stark färbende Plasmabezirke von unregelmässiger Form, die bei näherer Untersuchung sich als Ansammlungen der bacterienähnlichen Stäbchen

erweisen. Die Kerne sowohl, als die Stäbchenansammlungen verbleiben im Dotter bis zum Ausschlüpfen des Embryos und scheinen theilweise verdaut, theilweise aber nach dem Verlassen des Eies mit den Dotterresten ausgeworfen zu werden.

Vergleich mit anderen Insekten.

Die Entodermbildung. Die Frage über die Bildung des Entoderms bei den Insekten ist eine der schwierigsten in der vergleichenden Embryologie und wird von verschiedenen Forschern sehr verschiedenartig beantwortet. In seiner classischen Arbeit über die Entwicklung von *Hydrophilus piceus* behauptet Kowalevsky, dass das Entoderm an der Grenze des Nahrungsdotters von dem sogenannten Mesoderme entsteht. Fast gleichzeitig mit der Kowalevsky'schen Arbeit (noch etwas früher) erschien die Abhandlung von Bütschli über die Entwicklung der Biene, wo das Mitteldarmepithel vom Nahrungsdotter «durch freie Zellbildung» hergeleitet wird. Etwas bestimmter äussert sich Dohrn (32), der das Mitteldarmepithel von den Dotterzellen herleitet. Aber schon 1874 behauptete Ganin (41), dass das Mesenteronepithel von der Epithelauskleidung des Vorder- und Hinterdarmes herstamme, also ectodermalen Ursprungs sei. Jede von diesen drei einander widersprechenden Auffassungen findet nun bis heute ihre Vertheidiger.

Die von Dohrn zuerst (1866) ausgesprochene Ansicht, dass die Zellen des Mitteldarmepithels von den Dotterzellen herrühren sollen, wurde von P. Mayer (1876), Bobretzky (1878), Graber (1879) und den Gebrüdern Hertwig (1881) angenommen. Dieselbe Ansicht wird auch von Tichomirow in seiner «Entwicklungsgeschichte des Seidenspinners» (1882, 144) und in seinen späteren Mittheilungen über die Embryologie der Insekten (146) eifrig vertheidigt. Auch Ayers (1), Patten (127) und Will (169) schliessen sich dieser Auffassung an[1]).

Die von Ganin begründete Herleitung des Mesenteronepithels der Insekten vom Ectoderm wird in den letzten Jahren von Witlaczil (171) und Voeltzkow (150, 151) vertheidigt.

Dagegen bestätigt Grassi 1884 (56) die von Kowalevsky 1871 beschriebene Abspaltung des Mitteldarmepithels vom Mesoderm. Kowalevsky vertritt 1886 seine Ansicht (84) in etwas veränderter Form, d. h. er leitet das Entoderm zwar immer vom inneren Keimblatte (dem «Mesoderm» der Autoren) ab, nimmt aber eine bipolare Entodermbildung aus zwei im Bereiche der Mund- und Anus-Einstülpung liegenden Anlagen an, welche durch Abhebung eines Theiles des inneren Blattes durch den sich einstülpenden Vorder- und Hin-

---

1) Ich lasse hier die theils sehr unvollständigen, theils aber höchst eigenthümlichen Angaben und Ansichten von Weismann (157) und Korotnew (80) bei Seite.

terdarm gebildet werden. Hier ist zu bemerken, dass schon 1877 Hatschek (64) die vordere Entodermanlage (im Sinne Kowalevsky's) gesehen und als solche beschrieben hat. Fast gleichzeitig mit Kowalevsky (1885) beschrieb Heider die Bildung des Entoderms durch Abspaltung vom inneren Keimblatte und hat sich in seiner neueren Arbeit (65, 66) fast vollständig der von Kowalevsky für die Musciden vertretenen Auffassung der Entodermbildung angeschlossen. Auch Bruce (20), Nusbaum (113), Cholodkowsky (27), Wheeler (166) und Ritter (136) haben die Bildung des Entoderms vom inneren Blatte beschrieben und Graber hat ebenfalls seine frühere Ansicht als eine irrige aufgegeben und sich der Kowalevsky'schen Auffassung angeschlossen (53). Carrière (26) hat für *Chalicodoma muraria* eine besondere Art von Entodermbildung beschrieben, welche der von Kowalevsky angenommenen nahe steht: er leitet nämlich das Entoderm vom Blastoderm ab, in welchem zwei Entodermanlagen vor und hinter dem Keimstreif sich befinden.

Bei *Phyllodromia germanica* vollzieht sich der Vorgang der Entodermbildung so klar und einfach, dass über die Entstehung des Mitteldarmepithels aus dem inneren Keimblatte kein Zweifel bestehen kann. In meiner ersten vorläufigen Mittheilung (27) habe ich die Ansicht vertreten, dass das Entoderm durch Abspaltung von zwei lateralen Bändern von den Somiten gleichmässig in der ganzen Länge des Embryos entstehen soll. Später habe ich mich aber überzeugt, dass auch hier die Entodermbildung im Wesentlichen nach dem Kowalevsky'schen Schema geschieht, d. h. von der hinteren und vorderen Entodermanlage ausgeht. Ich halte es jedoch für sehr wahrscheinlich, dass das Entoderm nicht ausschliesslich aus diesen zwei Anlagen sich bildet, sondern theilweise auch seitens der Somitenwand vervollständigt wird. Derselben Ansicht ist auch Heider (66, pag. 73).

Wie ist die interessante Thatsache der bipolaren Entwicklung des Entoderms zu erklären? Graber (53) ist geneigt anzunehmen, dass die Entodermzellen eigentlich von denjenigen complementären lateralen Einstülpungen herstammen sollen, die, wie wir es gesehen haben, am vorderen und hinteren Ende des Keimstreifens sich befinden. Es ist leicht möglich, dass die Hypothese richtig ist, allein sie lässt sich, bei *Phyllodromia germanica* wenigstens, in keiner Weise prüfen, da sämmtliche Zellen des inneren Blattes, mögen sie aus der Primitivrinne oder aus lateralen Einstülpungen entstanden sein, einander vollkommen gleich sind. Aber auch in dem Falle, wenn diese Herleitung der Entodermanlagen bewiesen wäre, bliebe noch zu erklären, weshalb das Entoderm gerade aus complementären Einstülpungen entsteht. Mir scheint es, dass die Ursache der bipolaren Entodermbildung in dem verhältnissmässig späten Auftreten dieses im Aufbau des Insektenkörpers am mindesten thätigen Keimblattes liegt. Ist schon der Vorder- und Hinterdarm vorhanden ehe noch die Mitteldarmbildung begonnen hat, so ist es auch natürlich, dass die ersten Anlagen des Mitteldarmepithels in der Nähe des Vorder- und Mitteldarmes zum Vorschein kommen.

Ich halte also für *Phyllodromia germanica* die Herleitung des secundären Entoderms (des Mesenteronepithels) vom inneren Keimblatte (dem primären Entoderm) für bewiesen. Dieselbe Ansicht wird, wie wir es gesehen haben, gegenwärtig von der Mehrzahl der For-

scher für die verschiedensten Insekten angenommen. Es fragt sich nun, ob diese Art der Entodermbildung als allgemein giltig für die Insekten anzunehmen ist und wie erklärt sich die Thatsache, dass viele Forscher sich die Bildung des Entoderms bei den Insekten in ganz anderer Weise vorstellen?

Theoretisch ist es freilich sehr wenig wahrscheinlich, dass bei den Insekten zwei oder drei grundverschiedene Arten der Entodermbildung nebeneinander bestehen könnten. Vielmehr drängt sich die Vermuthung auf, dass diese oder jene Gruppe der Embryologen durch unrichtige Deutung der Thatsachen zu irrigen Annahmen verleitet worden ist, was bei der Untersuchung so ausserordentlich schwieriger Objekte, wie die Insektenembryonen sind, auch nicht Wunder nehmen kann. Wollen wir also die zwei mit unseren Ergebnissen unvereinbaren Ansichten über die Entodermbildung der Insekten einer kritischen Betrachtung unterwerfen.

Was zunächst die von Ganin, Witlaczil und Voeltzkow vertretene Herleitung des Entoderms von Ectoderm des Vorder- und Hinterdarmes anbetrifft, so fällt es nicht schwer zu zeigen, dass dieser Auffassung eine genügende Begründung durchaus fehlt. Ganin und Witlaczil haben fast ausschliesslich ganze Embryonen untersucht ohne die Schnittmethode anzuwenden, welche jedoch bei der Entscheidung der Frage über die Keimblätterbildung wohl ganz unentbehrlich ist. Ausserdem hat Ganin bloss spätere Entwicklungsstadien untersucht. Es ist also klar, dass den Ergebnissen der Untersuchungen Witlaczil's und Ganin's in Betreff der uns interessirenden Frage kein besonderer Werth beizulegen ist.

Der neueste Vertheidiger der Auffassung Ganin's und Witlaczil's, Voeltzkow, ist, wie es Graber (53 pag. 43 ff) bewiesen hat, wegen der Unvollständigkeit seiner Untersuchungen zu unrichtigen Schlüssen gekommen. Da es auch theoretisch äusserst unwahrscheinlich ist, dass die Insekten des Entoderms vollkommen entbehrten, — so ist die Hypothese des ectodermalen Ursprungs des Mitteldarmepithels wohl ganz unhaltbar.

Viel besser scheint die andere Hypothese begründet zu sein, nach welcher das Mitteldarmepithel von Dotterzellen herstammen soll. Erstens sieht man auf Präparaten nicht selten Bilder, welche auf die Theilnahme der Dotterzellen am Aufbau des Embryos hinzuweisen scheinen; zweitens stützt sich diese Hypothese auf eine Anzahl umfangreicher und fleissiger Arbeiten, deren Ergebnisse gewiss schwer in die Wage fallen. Wie ist also diese Hypothese mit den von Kowalevsky, Heider, Graber und anderen Forschern gewonnenen Resultaten, die sich ebenfalls auf schwer wiegende und, wie es scheint, unumstössliche Thatsachen stützen, in Einklang zu bringen, falls dies überhaupt möglich ist?

Um auf diese Frage eine Antwort zu geben, muss ich an erster Stelle darauf hinweisen, dass die Vertheidiger der Herleitung des Entoderms von den Dotterzellen in zwei Gruppen getheilt werden können. Die Einen leiten nämlich die Dotterzellen vom Blastoderm oder gar vom Mesoderm ab (Patten, Will, Ayers), während die Anderen (Tichomirow) die Dotterzellen als den an der Blastodermbildung nicht theilnehmenden Rest der Furchungsprodukte betrachten. Es ist leicht zu ersehen, dass zwischen diesen zwei An-

sichten in Bezug auf die Frage der angeblichen Herstammung des Entoderms von den Dotterzellen ein wesentlicher Unterschied besteht. Sollten die Dotterzellen in der That vom Blastoderm oder gar vom Keimstreifen herrühren, — so steht die Annahme der Entodermbildung aus den Dotterzellen mit der von Kowalevsky für Musciden, von mir für *Phyllodromia* u. s. w. vertretenen Ansicht gar nicht in schroffem Widerspruche. Der ganze Unterschied würde dann darin bestehen, dass in gewissen Fällen (z. B. bei *Phyllodromia*) die Entodermanlagen direkt durch Differenzirung der inneren Zellenanlage des Keimstreifens entstünden, in anderen Fällen aber (z. B. bei Phryganiden nach Patten) gewisse Zellen des inneren Keimblattes zuerst in den Dotter wanderten und erst später, aus dem Dotter heraustretend, das Mitteldarmepithel lieferten. Ziehen wir in Betracht, dass auch viele von den Anhängern der von Kowalevsky begründeten Auffassung der Entodermbildung (Nusbaum, Heider, Graber, Wheeler) ebenfalls die Wanderung von Mesodermzellen (oder gar von Zellen der Entodermanlage — nach Wheeler) in den Dotter anzunehmen geneigt sind, — so verschwindet fast der ganze Gegensatz zwischen den beiden Anschauungsweisen. In der That ist es oft, wie wir es gesehen haben, sehr schwer zu entscheiden, ob die kleinen Dotterzellen vom Mesoderm oder von grossen Dotterzellen herstammen. Es könnten also die von Patten und einigen anderen Forschern geäusserten Ansichten ziemlich leicht mit derjenigen Kowalevsky's in Einklang gebracht werden. Ganz anders ist es mit der Ansicht Tichomirow's, nach welcher das fertige Blastoderm zu den von demselben ganz unabhängigen Dotterzellen gar keine Beziehung hat, ebensowenig wie auch zum Entoderm, welches nach Tichomirow aus den Dotterzellen entstehen soll. Hier giebt es keinen mittleren Weg: entweder müssen wir mehrere Arten der Entodermbildung bei den Insekten annehmen, oder aber eine von beiden entgegenstehenden Ansichten für unbegründet oder auf falsche Deutungen der Thatsachen sich stützend erklären.

Indem ich also zur Kritik der Tichomirow'schen Ansicht übergehe, muss ich an erster Stelle bemerken, dass ich aus eigener Erfahrung sowohl, als auch aus dem Studium der Litteratur überzeugt bin, dass wenigstens alle grossen Dotterkerne (resp. Dotterzellen) diejenigen Furchungsprodukte sind, die während der Blastodermbildung im Dotter bleiben und niemals auf seine Oberfläche aufsteigen. In dieser Hinsicht stimme ich mit Tichomirow, Bobretzky, Kowalevsky u. A. vollkommen überein. Nehmen wir nun an, dass die grossen Dotterzellen durch Vermehrung den kleineren Ursprung geben, die nachher in die Leibeshöhle einwandern, — so werden wir, glaube ich, im Stande sein, den von Tichomirow zur Stütze seiner Theorie angeführten Abbildungen eine ganz andere Erklärung zu geben. Hierher gehört z. B. die in der Entwicklungsgeschichte des Seidenspinners (S. 63) abgedruckte Figur 45, auf welche sich eigentlich die ganze Tichomirow'sche Theorie der Herleitung des Entoderms von den Dotterzellen stützt. Die Zelle ep, welche sich nach dem Verfasser «soeben von der Dotterkugel (einer grossen Dotterzelle) abgetrennt hat und schon im Begriffe ist sich den Zellen des Mitteldarmepithels einzureihen», — verwandelt sich höchst wahrscheinlich gar nicht in eine Zelle des Mitteldarmepithels, mit welchen sie, nach

der Abbildung zu urtheilen, auch keine Aehnlichkeit hat, sondern ist wohl im Begriffe in die Leibeshöhle einzuwandern, wo später zahlreiche ganz den kleinen Dotterzellen ähnliche Zellen sich vorfinden.

Oben haben wir gesehen, wie es schwer ist, für *Phyllodromia* die Frage zu entscheiden, ob die kleinen Dotterzellen aus dem Dotter in die Leibeshöhle oder umgekehrt aus der Leibeshöhle in den Dotter wandern. Nur in einem Falle, nämlich bei der Uebersiedelung der bacterienähnlichen Stäbchen aus dem Dotter in den Fettkörper scheint es keinem Zweifel zu unterliegen, dass die kleinen Dotterzellen an dieser Uebersiedelung theilnehmen und zu Bestandtheilen des Fettkörpers werden. Wäre es also bewiesen, dass die kleinen Dotterkerne von den grossen herstammen, so würde es wohl kaum zweifelhaft sein, dass der Fettkörper nicht aus Mesoderm, sondern aus Dotterzellen entsteht, da es wohl unwahrscheinlich ist, dass der Fettkörper aus zwei verschiedenen Bildungsquellen hervorginge, — nämlich aus Mesoderm vor dem Eindringen der Stäbchen und aus Dotterzellen während des Eindringens derselben. Allein es ist nicht unmöglich, dass eine Anzahl von Mesodermzellen, die in den Dotter eingewandert waren, später in die Leibeshöhle zurückkehren und Stäbchen mit sich bringen. Die Frage knüpft sich also an die Herstammung der kleinen Dotterzellen, welche sich bei *Phyllodromia* infolge der Abwesenheit der Theilungsfiguren in grossen Dotterkernen nicht bestimmen lässt. Dafür scheint es bei anderen Insekten wohl keinem Zweifel zu unterliegen, dass die grossen Dotterzellen sich energisch vermehren und kleinen Dotterzellen Ursprung geben, welche letztere höchst wahrscheinlich in die Leibeshöhle einwandern und beim Durchgehen durch die Leibeshöhlenwand leicht mit Entodermzellen verwechselt werden können. Die Angaben von Tichomirow und einigen anderen Autoren bestätigen also die Vermuthung, dass die Dotterzellen an der Bildung des Fettkörpers und des Blutes theilnehmen, berechtigen aber nicht zu der Annahme, dass auch das Mitteldarmepithel aus Dotterzellen hervorgehe.

Ich komme also in Betreff der Entodermbildung bei den Insekten zu dem Schlusse, dass das Mitteldarmepithel aus Zellen entsteht, die vom Keimstreifen ihren Ursprung genommen haben, und glaube diesen Schluss auf alle Insekten erweitern zu können, da die Meinung, dass das echte Entoderm der Insekten aus Dotterzellen entstehe, höchst wahrscheinlich auf unrichtiger Deutung der Querschnittsbilder beruht.

Die Bildung der Leibeshöhle. Die interessante Frage über die Bildung der Leibeshöhle bei den Insekten ist, wie Heider ganz richtig bemerkt, noch sehr wenig untersucht. In historischer Hinsicht ist es wichtig hervorzuheben, dass schon Kowalevsky (1871, 83) die Somitenhöhle gesehen, die metamere Segmentirung des Mesoderms aber noch nicht bemerkt hat, wahrscheinlich weil er ausschliesslich Querschnitte, aber keine

Längsschnitte verfertigt hatte. Der erste, der die Segmentirung der Leibeshöhle deutlich beobachtete, scheint Hatschek (1877, 64) gewesen zu sein. Nach ihm haben dieselbe Tichomirow (144), Korotnew (80), Heider (66), Ayers (1) u. A. beschrieben. Die grösste Zahl der paarigen Mesodermsegmente, die überhaupt beobachtet worden ist, beträgt 18 (Tichomirow, Korotnew, Cholodkowsky) und es ist sehr wahrscheinlich, dass diese Zahl eine für sämmtliche Insekten beständige ist, den 18 äusseren Segmenten des Embryos entsprechend. Nach Tichomirow (144, p. 36) sollen bei *Bombyx mori* die Grenzen der Mesodermsegmente mit denjenigen der Ectodermsegmente nicht zusammenfallen, sondern abwechseln (gegen Balfour); allein Tichomirow's eigene Abbildungen (Fig. 41, pag. 55) zeigen, dass die Somiten sich unmittelbar in die gehörigen Extremitäten fortsetzen. Tichomirow beruft sich eigentlich auf die Vertheilung der segmentalen Muskulatur der Larve, welche «das endgültige Resultat der Metamorphose von Mesodermsegmenten des Embryos darstellt», — was jedoch unrichtig ist, da die Mesodermsegmente ja miteinander verschmelzen und erst nach dieser Verschmelzung die Differenzirung der Muskeln beginnt. Auch andere Autoren (Ayers, Korotnew, Graber) weisen auf einen engen Zusammenhang zwischen der Extremitätenhöhle einer- und den Ursegmenten andererseits hin und Heider allein behauptet mit Unrecht und ohne jede Begründung, dass bei den Insekten die Mesodermsegmente niemals (sic) in irgend welchem Verhältnisse zu den Extremitäten stehen.

Nach dem Zeugniss der Mehrzahl der Autoren sind die Ursegmente ursprünglich solid und sollen erst nachträglich hohl werden. Indem ich Embryonen verschiedener Insekten (*Scolytidae*, *Gastropacha*, *Chrysopa*) auf Längs- und Querschnitten untersuchte, konnte ich mich überzeugen, dass die Somiten in der That anfänglich solid sind und dass für die Mehrzahl der Insekten dies wahrscheinlich auch die Regel ist. Aber bei *Phyllodromia* und bei einigen anderen Insekten (z. B. bei *Stenobothrus* nach Graber) sind die Extremitäten und die Ursegmente von Anfang an hohl. Es zeigen also verschiedene Insekten in dieser Hinsicht einen Unterschied, der wohl nur von untergeordneter Bedeutung sein mag.

Phyllodromia germanica stellt ein vortreffliches Objekt gerade für die Untersuchung der Coelomverhältnisse dar, da die Geradlinigkeit des Embryos eine sehr genaue Orientirung desselben zulässt und äusserst lehrreiche Schnittbilder ermöglicht (Fig. 48), aus welchen ganz deutlich zu ersehen ist, dass jedem ectodermalen Segmente sein eigenes mesodermales Ursegment entspricht, was auch für andere Insekten beschrieben worden ist. Heider schreibt, dass bei *Hydrophilus* im vordersten Kopfsegmente, im mandibularen Segmente und im hintersten abdominalen Segmente keine Mesodermsomiten vorhanden sind. Mir scheint, dass das Vorhandensein von 18 Somitenpaaren selbst in denjenigen Fällen, wo die Ursegmente solid sind *(Bombyx mori)*, eine nochmalige Revision der Verhältnisse bei *Hydrophilus* wünschen lässt. Uebrigens ist es eigentlich wichtig, das Maximum der Somitenanzahl (18?) zu kennen, von welchem auch Abweichungen von untergeordneter Bedeutung auftreten können.

Für sehr interessant halte ich die von mir bei *Phyllodromia germanica* constatirte

Thatsache, dass die Somitenhöhle sich in drei Abschnitte theilt, deren jeder sein eigenes Schicksal hat. Bei den übrigen Insekten ist bisher nichts Aehnliches beobachtet worden, mit Ausnahme von *Stenobothrus*, für welchen Graber Scheidewände in der Leibeshöhle abbildet (52 Taf. I, Fig. 1), ohne jedoch denselben irgend eine Bedeutung beizulegen. Bei *Phyllodromia germanica* tritt diese Dreitheilung der Leibeshöhle mit einer solchen fast schematischen Klarheit auf, dass mir sogleich die ausserordentliche Uebereinstimmung dieser Erscheinung mit der von Kennel (191) beschriebenen Theilung der Leibeshöhle bei *Peripatus* in die Augen fiel. Bei *Peripatus* theilt sich bekanntlich die Ursegmentenhöhle in drei Abschnitte, von denen einer (der laterale) in die Extremität eingezogen wird, der andere (dorsale) bald seine Begrenzung verliert und Material zur mesodermalen Auskleidung der Leibeshöhle und des Darmes liefert, während der dritte (ventrale, dem Nervenstrange anliegende) Abschnitt sich in den Trichter des Segmentalorganes verwandelt. Bei *Phyllodromia* verhält sich nun die Somitenhöhle in überraschend analoger Weise: auch hier theilt sie sich in drei Abschnitte, von denen der dorsale dem Hautfaser- und Darmmuskelblatte (der mesodermalen Bekleidung des Mitteldarmes) den Ursprung giebt, der laterale sich verkleinert und gleichsam in die Extremitätenhöhle verdrängt wird, der ventrale oder mediale aber bald seine Begrenzung verliert und als solcher zu existiren aufhört. Eine so vollständige Aehnlichkeit kann schwerlich zufällig sein und ich halte es für nicht zu kühn, die Vermuthung zu äussern, dass wir es hier nicht bloss mit Analogien, sondern höchst wahrscheinlich mit Homologien zu thun haben. Der mediale Abschnitt der Somitenhöhle ist nämlich aller Wahrscheinlichkeit nach dem Segmentaltrichter von *Peripatus* homolog.

Der Umstand, dass der mediale Abschnitt der Somitenhöhle bei *Phyllodromia germanica* sehr rasch aufgelöst wird, ohne jeden Rückstand zu lassen — die durch seine Auflösung vielleicht entstehenden Wanderzellen ausgenommen — ist wohl begreiflich infolge des ganz rudimentären Charakters der Trichteranlage bei den Insekten, die von ihren annelidenartigen Vorfahren gewiss nicht minder weit sich entfernt haben, wie z. B. die Säugethiere von ihren wasserbewohnenden kiementragenden Urahnen.

Nachdem ich die morphologische Parallele in der Entwicklung der Leibeshöhle bei *Peripatus* und Insekten aufgestellt habe, halte ich es nicht für überflüssig auf die Möglichkeit einer anderen, physiologischen Parallele hinzuweisen. Vor kurzer Zeit hat unser verdienstvoller Zoologe, Prof. A. Kowalevsky, höchst interessante experimentale Untersuchungen über Excretionsorgane verschiedener Thiere angestellt (194). Bei diesen Untersuchungen hat es sich erwiesen, dass nach Einführung von carminsaurem Ammoniak in die Leibeshöhle der Anneliden der Carmin durch sauer reagirende Segmentalorgane ausgeschieden wurde, nachdem aber Kowalevsky die Thiere mit Indigocarmin injicirte, sammelte sich die Farbe in den sogenannten chlorogenen Zellen, die den Darmkanal und die Blutgefässe bedecken. Bei den Insekten sammelt sich der Indigocarmin in den Malpighischen Gefässen, der Carmin aber in den sogenannten pericardialen Zellen. Es ist nun nicht unmöglich, dass die Peri-

cardialzellen gerade Reste des aufgelösten rudimentären Trichters darstellen und von Wanderzellen herstammen. Es wäre sehr interessant diese Frage zu entscheiden, obschon es gewiss äusserst schwierig ist, das Schicksal der durch Auflösung der Trichteranlage entstandenen Wanderzellen zu verfolgen.

Die Thatsache, dass bisjetzt die Dreitheilung der Somitenhöhle bei *Phyllodromia* allein ausführlich beobachtet worden ist, erklärt sich höchst wahrscheinlich eben dadurch, dass, wie Heider richtig hervorhebt, «die Entstehung der Leibeshöhle wenig Berücksichtigung gefunden hat». Sogleich nach dem Erscheinen meiner vorläufigen Mittheilung (28) schrieb mir Graber, dass er bei gewissen Insekten ganz analoge Zustände wie die bei *Blatta* und bei *Peripatus* gefunden hat. Ich glaube also nicht fehl zu gehen, wenn ich die Hoffnung äussere, dass diese Zustände mit der Zeit auch bei allen oder wenigstens bei der Mehrzahl der Insekten constatirt werden.

Zum Schluss noch einige Worte über das definitive Schicksal der Leibeshöhle. Die Ursegmentenhöhle hat nach einstimmigen Angaben der Autoren mit der definitiven Leibeshöhle nichts zu thun und die letztere stellt eine tertiäre Bildung dar. Indem die Ursegmente anfänglich von allen Seiten geschlossen sind, öffnen sie sich später in die Leibeshöhle, die hauptsächlich durch Zurückziehung des Entoderms von der Somitenwand entsteht und also, wie bei *Peripatus*, ein «Pseudocoel» darstellt. Die definitive Leibeshöhle besitzt also, wie ich es schon oben hervorgehoben habe, einen gemischten Ursprung.

Die Bildung des Herzens und des Blutes. Die Frage über die Art der Herzbildung wird von verschiedenen Forschern so verschiedenartig beantwortet, wie kaum irgend eine andere Frage der Insektenembryologie. Die Einen behaupten (Heider für *Hydrophilus*, Korotnew für *Gryllotalpa*, Wheeler für *Doryphora* und *Blatta*), dass das Rückengefäss aus besonderen Mesodermzellen entsteht, die weder dem Hautmuskel-, noch dem Darmfaserblatte angehören; die Anderen — dass das Herz aus dem Hautfaserblatt durch Röhrenbildung hervorgeht (Dohrn für *Gryllotalpa*): nach einer dritten Meinung soll das Rückengefäss einen Theil des ursprünglichen Mitteldarmes (der «gastrovasculare Apparat» nach Tichomirow) darstellen und von demselben später sich abspalten (Tichomirow für *Bombyx mori*); nach einer vierten Auffassung bildet sich das Herz aus solider, erst später hohl werdender Verdickung des Darmfaserblattes (Patten für *Neophylax*); eine fünfte Meinung ist die, dass das Rückengefäss aus zwei hohlen Längsverdickungen des Darmfaserblattes entsteht, die sich später zu einem Rohre verschmelzen (Ayers für *Oecanthus*); nach einer sechsten Ansicht soll das Herz aus zwei später mit einander verwachsenden Einkrümmungen des Hautfaserblattes entstehen (Graber für *Hydrophilus* und *Melolontha*) u. s. w.

Beim Ueberblick dieser zahlreichen, einander widersprechenden Angaben erscheint es

kaum möglich, dieselben in Einklang zu bringen. In der That scheinen wenigstens einige der citirten Angaben, z. B. diejenige, nach welcher das Herz aus besonderen, zuerst zerstreut liegenden Mesodermzellen entstehen soll, — mit anderen Auffassungen ganz unvereinbar zu sein. Was aber diejenigen Ansichten betrifft, die das Herz auf Differenzirungen des Haut- oder Darmfaserblattes zurückführen, so lässt sich in denselben doch etwas Gemeinsames finden und es scheint, dass hier gerade die Entwicklung von *Blatta* einen Schlüssel zur Verständigung giebt. Wir haben gesehen, dass bei *Blatta germanica* die Herzhöhle ursprünglich als Zwischenraum zwischen den zwei das Hautmuskelblatt mit dem Darmfaserblatte jederseits verbindenden Mesodermlamellen erscheint und also von Anfang an unpaar ist und dorsalwärts vom Ectoderm, ventralwärts aber vom Entoderm begrenzt wird. Stellen wir uns vor, dass das Wachsen des Entoderms und des Darmfaserblattes viel langsamer als das des Hautmuskelblattes vor sich geht, so dass die beiden Hälften des letzteren sich am Rücken schon begegnen ehe das dorsale Schliessen des Mitteldarmes erfolgt, — so entsteht das von Tichomirow für *Bombyx mori* beschriebene Bild. Ebenso können wir uns die Entstehung des Rückengefässes aus paariger Anlage vorstellen, wenn wir annehmen, dass das Hautfaser- und Darmfaserblatt nicht in zwei, sondern in vier (jederseits in zwei) Punkten miteinander verbunden sind, was bei der Enge des dorsalen Theiles der Leibeshöhle leicht der Fall sein kann. Kurz, nehmen wir die Möglichkeit einiger Variationen der Herzbildung an, so lassen sich wenigstens viele der Autorenangaben ziemlich ungezwungen auf das von Schimkewitsch 1885 aufgestellte und wie es scheint sehr glücklich erdachte Schema (217) zurückführen. Diejenigen Angaben, nach welchen das Rückengefäss aus einzelnen Mesodermzellen sich zusammensetzen soll, können entweder auf einer wirklich existirenden Variation beruhen, oder sie können auch irrig sein. Die von Wheeler angeführten Abbildungen der Herzbildung bei *Blatta germanica* scheinen mir wenigstens viel mehr die von mir vertretene Ansicht zu bestätigen, als seine Angabe, dass das Herz aus besonderen «Cardioblasten» sich bilde.

In Bezug auf die Blutbildung stimmen die Angaben der Autoren ebenfalls nicht überein. Während die Einen (Korotnew, Heider, Patten, Wheeler u. A.) die Blutzellen vom Mesoderm ableiten, halten die Anderen das Blut für das Produkt der Dotterzellen (Tichomirow, Will). Die letztere Ansicht halte ich für die wahrscheinlichere; denn obgleich für *Blatta germanica* diese Frage, wie wir gesehen haben, sich nicht direkt entscheiden lässt, so machen einige bei anderen Insekten beobachtete Erscheinungen die Herleitung der Blutzellen von den Dotterzellen sehr plausibel. So haben z. B. Bütschli für die Biene, Dohrn für *Gryllotalpa*, Tichomirow für *Bombyx* beobachtet, dass die Herzhöhle von Dotterzellen erfüllt ist. Auch diejenigen Angaben, nach welchen das Herz anfangs solid ist, und erst später hohl wird, können vielleicht auf die Ueberfüllung des Herzens mit Dotterzellen zurückgeführt werden.

Der Fettkörper. Oben habe ich die Entwicklung des Fettkörpers schon so eingehend besprochen, dass ich mich hier auf wenige Worte beschränken kann. Wie wir gesehen haben, lässt sich die Herstammung des Fettkörpers bei *Phyllodromia germanica* nicht genau bestimmen, obgleich es sehr wahrscheinlich ist, dass derselbe durch Vermehrung der Dotterzellen und durch Einwanderung derselben in die Leibeshöhle entsteht. Für andere Insekten leiten die Mehrzahl der Forscher den Fettkörper vom Mesoderm ab; nur wenige (Tichomirow, Will) behaupten, dass derselbe von Dotterzellen herstammt. Mir scheint die letztere Annahme auch durch die höchst auffallende Uebereinstimmung im Bau des Fettkörpers und des Nahrungsdotters bei *Blatta* (und bei anderen Insekten) sowohl, als durch das Verhalten der bacterienähnlichen Stäbchen zum Fettkörper und zum Nahrungsdotter bestätigt zu werden.

Die Geschlechtsorgane. Die interessante und hochwichtige Frage über die Entstehung der Geschlechtsdrüsen bei den Insekten ist leider noch sehr wenig untersucht. Schon in der ersten Hälfte unseres Jahrhunderts hat Suckow (140, 141) behauptet, dass die ursprünglich unpaare Geschlechtsanlage sich vom Darmcanal abspalten und verschiedenen Theilen des Geschlechtsapparates Ursprung geben soll. Bei gewissen Dipteren entstehen die Geschlechtsdrüsen aus sogenannten Polzellen, die zur Eioberfläche gleichzeitig mit der Blastodermbildung oder noch vor derselben aufsteigen. Diese Polzellen sind zuerst von Robin (137) und Weismann (157) beobachtet worden, später hat Metschnikow (106, 108) ihr Schicksal etwas vollständiger untersucht und in den letzten Jahren haben Balbiani (2, 2a.) und Ritter (136) die Entwicklung der Geschlechtsdrüsen aus Polzellen genau verfolgt. Bei Aphiden entstehen nach Metschnikow (107), Witlaczil (171) und Will (169) die Geschlechtszellen aus dem Blastoderm vor dem Beginn der Mesodermbildung. Tichomirow (144) vermuthet für *Bombyx mori*, dass die Geschlechtsdrüsen von den Dotterzellen stammen sollen. Die übrigen Autoren leiten die Geschlechtsdrüsen vom Mesoderm ab.

Wie dem auch sein mag für einige Fälle ist es sicher, dass die Geschlechtsdrüsen (bei *Chironomus*, bei Cecidomyiden) nicht von den Keimblättern, sondern von Blastoderm oder von besonderen, von den Keimblättern unabhängigen Zellen (Polzellen) herstammen. Dadurch wird es theoretisch sehr plausibel, dass in denjenigen Fällen, wo es keine Polzellen giebt, die Geschlechtsdrüsen aus primären Dotterzellen entstehen können, die ja ebenfalls von den Keimblättern unabhängige, nicht specialisirte Furchungsprodukte darstellen.

Speciell für *Phyllodromia germanica* konnte ich diese Frage zwar nicht definitiv entscheiden, obschon ich es für sehr wahrscheinlich halte, dass hier die Geschlechtszellen von den Dotterzellen herstammen. Meine Beobachtungen stehen im Widerspruch mit den Angaben von Heymons (72), der behauptet, dass die Geschlechtszellen bei *Blatta germanica* schon

in sehr frühen Entwicklungsstadien sich vom Mesoderm differenziren. Nach wiederholtem Studium meiner Präparate konnte ich nun gar keinen Unterschied zwischen den Zellen des inneren Keimblattes in früheren Stadien bemerken: alle sehen ganz gleich aus. Hat Heymons nicht vielleicht für die vom Mesoderm sehr früh differenzirten Zellen gerade die Dotterzellen gehalten, die nicht selten unmittelbar unter dem inneren Keimblatt liegen oder sogar zwischen die Zellen desselben einwandern (Vergl. Fig. 37, 38)? Unzweifelhafte Geschlechtszellen habe ich vor dem Beginn der Dreitheilung der Somitenhöhle nicht gesehen, und in diesem Stadium sehen sie den Dotterzellen sehr ähnlich. Auch in anderer Hinsicht stimmen die Angaben Heymons mit den meinigen nicht überein: er schreibt nämlich, dass die Geschlechtsanlagen im 2.—5. Abdominalsegmente liegen, während ich dieselben stets in der Mitte oder in der hinteren Hälfte des Abdomens gesehen habe. Nach dem Erscheinen der in Aussicht gestellten ausführlichen Arbeit von Heymons werden diese Widersprüche vielleicht ihre Erklärung finden. Sonderbar erscheint mir auch die von Heymons geäusserte Behauptung, dass die eigentlichen Geschlechtszellen mit dem Epithel der Geschlechtsdrüsen gar nichts zu thun haben. Die der Heymons'schen Mittheilung beigelegten schematischen Abbildungen veranlassen mich zu der Vermuthung, ob Heymons nicht vielleicht für «Epithelzellen» die gewöhnlichen Fettkörperzellen, für «Genitalzellen» aber theilweise die mit Stäbchen beladenen Zellen des den Geschlechtsdrüsen eng anliegenden Fettkörpers gehalten hat? Der von Heymons beschriebene rudimentäre Hermaphroditismus des Männchens von *Phyllodromia* stellt kein neues Beispiel dieser Art vor, da rudimentäre Eiröhren oder Eier neben oder in den männlichen Geschlechtsdrüsen auch bei der Biene, bei Perliden, Phalangiden, unter den Wirbelthieren bei Kröten (17) beobachtet worden sind. Ob diese Fälle einen Beleg für den ursprünglichen Hermaphroditismus der Insekten oder Wirbelthiere darstellen, — ist noch sehr zweifelhaft. Wäre nämlich die primitive Geschlechtsanlage wirklich hermaphroditisch, d. h. zweigeschlechtlich, so sollten wir erwarten, auch im Eierstocke rudimentäre Hodenfollikel zu finden, was jedoch in Wirklichkeit nicht der Fall ist, und speciell für *Blatta germanica* behauptet ja Heymons selbst, dass die weibliche Geschlechtsanlage gänzlich zur Bildung des Ovariums verbraucht wird. Mir ist es nicht gelungen die von Heymons beschriebenen Erscheinungen von Hermaphroditismus bei *Blatta germanica* zu beobachten; ich will aber mit diesen Worten die Richtigkeit der Heymons'schen Angaben in dieser Hinsicht nicht anzweifeln, da meine Beobachtungen über die späteren Entwicklungsstadien der Geschlechtsdrüsen sehr dürftig sind.

Kapitel VI.

Allgemeine Betrachtungen.

§ 1. Ueber die Furchung des Insekteneies.

Die Furchung und Blastodermbildung im Insektenei wird von den Autoren nicht ganz übereinstimmend beschrieben. Hier beabsichtige ich nicht, eine historische Uebersicht dieser Frage zu geben, da eine solche schon in den Arbeiten von Witlaczil (171) und Graber (51) enthalten ist. Ich kann auch die neueren Angaben von Henking (67) über die freie Zellbildung im Insektenei beiseite lassen, die schon von Blochmann (12) überzeugend genug zurückgewiesen worden sind. Ich habe nur die Absicht, hier drei Fragen zu berühren, nämlich über das sogenannte peripherische Blastem, über den morphologischen Werth der ersten Furchungsprodukte und über die Kategorie der Furchung, zu welcher der Furchungsprocess des Insekteneies zu rechnen ist.

Auf Grund der Angaben zahlreicher Forscher unterliegt es wohl keinem Zweifel, dass in den Eiern der meisten Insekten beim Anfang der Furchung eine oberflächliche Schicht feinkörnigen Plasma's sich unterscheiden lässt, die vom Nahrungsdotter mehr oder weniger deutlich abgegrenzt ist. Weismann (157) hat diese Schicht als Blastem bezeichnet, Metschnikow (106) aber hat dieselbe als Bildungsdotter (gegenüber dem passiven Nahrungsdotter) aufgefasst. Bei *Phyllodromia germanica*, wie Blochmann ganz richtig bemerkt, ist diese Schicht vor dem Beginn der Blastodermbildung äusserst wenig entwickelt. Das Erkennen derselben wird nach Blochmann dadurch erleichtert, dass in derselben ziemlich stark mit Carmin färbbare bacterienähnliche Stäbchen sich befinden. Indem ich hier die Aufmerksamkeit des Lesers auf die ursprüngliche Lagerung der Stäbchen im peripherischen Blastem lenke, wage ich die Frage aufzuwerfen: ob die Stäbchen nicht auch vielleicht die Ursache der Blastembildung sind, und ob das Blastem nicht den mit Hülfe der Stäbchen aufgelösten Dotter darstellt? Diese schon an sich nicht unnatürliche Vermuthung wird durch viele Erscheinungen der späteren Entwicklung von *Blatta* noch bekräftigt. So haben wir gesehen, dass im Verlaufe der Entwicklung die Menge des sogenannten äusseren Dotters sich immer vergrössert, die des ursprünglichen Nahrungsdotters aber immer kleiner wird, weil die Dotterzellen in der Vertheilung der Stäbchen im Ei und Embryo eine hervorragende Rolle spielen.

Für *Phyllodromia germanica* scheint mir eine solche Herkunft des Blastems und die Identität desselben mit dem äusseren Dotter kaum zweifelhaft. Ob diese Auffassung des Blastems auch auf andere Insekten erweitert werden kann oder nicht, — ist noch fraglich, obschon es wohl möglich ist, dass bei allen Insekten das Blastem ein Resultat der Thätigkeit von Stäbchen u. dgl. darstellt. Blochmann hat gezeigt, dass bacterienähnliche Stäbchen und Kügelchen in Eiern sehr verschiedener Insekten vorkommen (*Periplaneta, Musca, Campono-*

tus, *Pieris*). Besteht nun die Thätigkeit dieser Gebilde wirklich in dem Verflüssigen des Dotters, was kaum anzuzweifeln ist, so wird es sehr wahrscheinlich, dass die von mir über die Blastembildung bei *Blatta* ausgesprochene Vermuthung auch für die übrigen Insekten giltig ist. Noch mehr: ich wage die Vermuthung zu äussern, dass die Stäbchen nicht bloss in den Insekteneiern, sondern auch in dotterreichen Eiern anderer Thiere vorkommen können, was zu untersuchen sehr interessant wäre und zu Resultaten grosser Tragweite führen könnte.

Indem ich jetzt zur Frage über den morphologischen Werth der Furchungsprodukte im Insektenei übergehe, muss ich an erster Stelle bekennen, dass die Bestimmung dieses Werthes durch die grosse Menge des Nahrungsdotters und die damit verbundenen Eigenthümlichkeiten der Eistruktur bedeutend erschwert wird. Aus zahlreichen Angaben von Autoren lässt sich zunächst der allgemeine Schluss ziehen, dass bei der ersten Theilung des Furchungskernes die beiden Theilungsprodukte von einer mehr oder weniger deutlichen Schicht des Eiplasmas umgeben werden, die jedoch von der gemeinsamen Masse des Dotters nicht scharf abgegrenzt ist. Die Furchungsprodukte, welche also aus je einem Kern und einer Plasmainsel bestehen, geben nun, zur Eioberfläche aufsteigend, dem Blastoderm den Ursprung, indem sie sich noch einen Theil des peripherischen Blastems aneignen und erst dann zu fertigen Blastodermzellen werden. Wegen dieser Complicirtheit des ganzen Vorganges der Blastodermbildung wagt Tichomirow (144) die Furchungsprodukte nicht für Zellen zu halten und schlägt für dieselben eine besondere Benennung, «die Innenkörperchen» vor[1]). Eine ähnliche Ansicht wird auch von Witlaczil (171) vertreten, nach welchem die Furchungsprodukte «nicht als Zellen betrachtet werden dürfen, weil sonst auch das von etwas Protoplasma umgebene Keimbläschen für sich als Zelle betrachtet werden müsste».

Mir scheint es, dass diese Autoren untergeordneten, von der Complicirtheit der Eistruktur abhängigen Erscheinungen einen allzugrossen Werth beilegen, indem sie den mit allen wesentlichen Attributen der Zelle versehenen Innenkörperchen die Bedeutung von Zellen absprechen wollen. Das sich furchende Insektenei ist eigentlich ein Syncytium, welches ebensoviel Zellen enthält, als Kerne in demselben vorhanden sind. Von diesem Gesichtspunkt aus ist jedes Innenkörperchen gewiss eine Zelle, die sich jedoch von den übrigen Zellen und von der gemeinsamen Protoplasmamasse des Eies noch nicht vollkommen abgetrennt hat. Dass die Innenkörperchen bei der Verwandlung in Blastodermzellen sich noch je ein Stück Blastem aneignen, widerspricht ihrem Zellencharakter nicht, da die Aneignung des Blastems als Ernährung und Wachsthum betrachtet werden kann, was

1) Uebrigens sind die Tichomirow'schen Vorstellungen über die Innenkörperchen nicht widerspruchsfrei. An einer Stelle seiner Arbeit (p. 26) sagt er, dass dieselben bloss von Plasma umgebene Kerne seien, an anderer Stelle (p. 71) behauptet er aber, dass die Innenkörperchen keine Kerne sind und eigentlich bloss das *Endoplasma* künftiger Zellen darstellen, in welchem sich der Kern erst später differenzirt. Wie solche Widersprüche auszugleichen sind, kann ich mir nicht vorstellen.

besonders bei der obigen Auffassung des Blastems als verflüssigten Nahrungsdotter plausibel wird.

Es bleibt mir noch übrig, die Frage über die Kategorie der Furchungsart vom Insektenei zu erörtern. Die grosse Mehrzahl der Forscher zählen die Furchung des Insekteneies zur Kategorie der partiellen, centrolecithalen oder superficiellen Furchung. Einige Autoren, wie Tichomirow, betrachten dieselbe aber als eine verzögerte totale Furchung, indem sie sich, wie es scheint, vorzugsweise auf die Thatsache stützen, dass bei vielen Insekten kurz nach der Blastodermbildung der ganze Nahrungsdotter in zahlreiche, Kerne enthaltende, Ballen zerfällt. Es ist aber zu bemerken, dass bei gewissen Insekten die nachträgliche Zerklüftung des Dotters gar nicht vorkommt. So haben wir gesehen, dass bei *Phyllodromia germanica* der Nahrungsdotter bis zum Verlassen des Eies einheitlich bleibt. Bei anderen Insekten «furcht» sich der Nahrungsdotter nur sehr schwach: so zerfällt er nach Patten (127) bei *Neophylax* bloss in 2 — 3 Theile, die zahlreiche Kerne enthalten. Ueberhaupt scheint es, dass die secundäre (nachträgliche) Dotterfurchung bei verschiedenen Insekten in sehr verschiedenem Grade zum Vorschein kommt, und es ist nur zu bedauern, dass die Forscher diesem Gegenstande wenig Aufmerksamkeit geschenkt haben. Bei einigen Insekten furcht sich der Dotter gar nicht (*Phyllodromia*), bei anderen — nur sehr unvollständig (*Neophylax*) oder aber er zerfällt in zahlreiche Ballen (*Lepidopteren*); bei niederen Insekten, die wenig Nahrungsdotter besitzen (*Poduriden*) furcht sich der Dotter vollständig, aber diese Furchung ist eine wirklich totale und vollzieht sich vor der Blastodermbildung (vergl. Uljanin, 147).

Ich glaube, dass die Vergleichung verschiedener Variationen der Dotterfurchung bei den Insekten, soviel dieselben bekannt sind, nur zu einem Schluss führen kann, — nämlich, dass der grossen Mehrzahl der Insekten (die *Poduren* ausgenommen) eine partielle centrolecithale Eifurchung eigen ist. Nachdem diese echte Furchung beendet ist, kann noch eine secundäre Zerklüftung des Nahrungsdotters erfolgen, welche aber eigentlich nicht zur Eifurchung gehört, da die echte Eifurchung in die Periode vor der Differenzirung des Blastoderms fällt. Phylogenetisch stelle ich mir die Entstehung der dem Insektenei allgemein eigenen Furchungsart so vor: ursprünglich war das Ei verhältnissmässig sehr dotterarm und furchte sich total, wie es noch heute bei *Poduren* vorkommt; später, als das Ei sehr dotterreich geworden war, wurde die Furchung rein partiell, wie bei *Phyllodromia*, —und endlich stellte sich die nachträgliche Zerklüftung des Nahrungsdotters ein, die in gewissen Fällen eine totale Dotterfurchung vorspiegelt (*Lepidopteren*).

---

§ 2. Ueber die Keimblätter der Insekten und anderer Thiere.

Oben (Kapitel II und V) habe ich die Ansichten verschiedener Forscher über die Keimblätter der Insekten angeführt und also gezeigt, dass die Autoren auch in so wichtigen

Punkten nicht übereinstimmen, wie bei der Frage, was bei den Insekten für Entoderm zu halten ist. Indem ich hier zu dieser Frage zurückkehre, habe ich die Absicht vorzugsweise die Bedeutung der sogenannten Dotterzellen und ihr Verhältniss zu den Keimblättern zu bestimmen.

Was die Herkunft der Dotterzellen anbelangt, so habe ich schon oben Gelegenheit gehabt darauf hinzuweisen, dass diejenigen Zellen (oder Kerne), die vor der Bildung des Blastoderms und der Keimblätter im Dotter sich vorfinden und die ich als primäre Dotterzellen bezeichnen will, von den secundären Dotterzellen, die sich vielleicht vom Blastoderm oder von den Keimblättern ablösen und in den Dotter einwandern, — scharf zu unterscheiden sind. Hier lasse ich die letzteren beiseite und will nur von den primären Dotterzellen sprechen. Oben habe ich auch meine Ueberzeugung ausgesprochen, dass dieselben diejenigen Furchungsprodukte darstellen, die niemals zur Eioberfläche aufgestiegen und bei der Blastodermbildung im Innern des Dotters geblieben sind. Diejenigen Angaben, nach welchen sämmtliche Furchungsprodukte auf die Oberfläche des Eies kommen und also sämmtliche Dotterzellen vom Blastoderm oder von den Keimblättern stammen, halte ich für nicht überzeugend. So scheint z. B. Patten durch ungenügende Färbung seiner Präparate zum Irrthum verleitet zu sein. Die Dotterzellen färben sich bekanntlich oft sehr schwach, und die Eier von *Neophylax*, die Patten fast ausschliesslich studirte, sind nach seinem eigenen Geständniss sehr schwer zu färben. Er hielt dieselben im Kleinenberg'schen Hämatoxylin 5—6 Tage und kaum die Hälfte der Eier färbte sich genügend. Es ist nun leicht möglich, dass in frühen Entwicklungsstadien die tief im Dotter gelegenen Zellen auch gar nicht gefärbt wurden und also übersehen werden konnten. Will, der für Aphiden behauptet, dass sämmtliche Furchungszellen zur Eioberfläche aufsteigen, widerspricht sich selbst, indem er bemerkt, dass einige Furchungsprodukte im Dotter «verspäten» und vielleicht überhaupt nicht auf die Oberfläche kommen. Nach Korotnew sollen bei *Gryllotalpa* ebenfalls sämmtliche Dotterzellen von Blastodermzellen herrühren; seine Angaben sind aber überhaupt so eigenthümlich, dass sie eine gründliche Revidirung wünschen lassen. So behauptet er z. B., dass die dem Blastoderm Ursprung gebenden Zellen ohne Kerne sind, die Blastodermzellen aber Kerne besitzen; dass der Zellenkern aus einem glänzenden Kügelchen besteht, von welchem ein perlschnurartiger Faden abgeht; dass das Mitteldarmepithel von wandernden Blutzellen gebildet wird u. s. w.

Ich wiederhole also, dass ich mich denjenigen Autoren anschliessen muss, die, wie Kowalevsky, Tichomirow u. A., die primären Dotterzellen für Furchungsprodukte halten, welche bei der Blastodermbildung innerhalb des Dotters geblieben sind. Das von Blastoderm bedeckte Insektenei enthält also Zellelemente zweierlei Art, — Blastodermzellen und Dotterzellen. Es fragt sich nun, wie ist dies Entwicklungsstadium aufzufassen? Sollen wir dasselbe als ein Blastula-Stadium betrachten, in welchem also die Keimblätter noch nicht differenzirt sind, oder aber als Planula-Stadium, wobei das Blastoderm als Ectoderm, die Dotterzellen aber als Entoderm aufgefasst werden dürften? Im letzteren Falle

wäre, nach Witlaczil, das Blastula-Stadium bei den Insekten überhaupt übersprungen, da das Ei sogleich nach der Blastodermbildung schon zweiblätterig sei. Streng genommen, fällt aber auch in diesem Falle das Blastula-Stadium nicht hinweg, nur fällt es mit dem Morula-Stadium zusammen.

Der eifrigste Anhänger der letzteren Auffassung ist Tichomirow, der also die Dotterzellen für Entoderm, das Blastoderm aber für Ectoderm hält. Nach seiner Ansicht bilden sich die Keimblätter der Insekten durch Delamination, d. h. durch unmittelbare Differenzirung der Furchungsprodukte in zwei Schichten, die äussere (Blastoderm) und die innere (Dotterzellen). Tichomirow hält überhaupt die Delamination für die ursprünglichste, am meisten typische und am weitesten verbreitete Art der Keimblätterbildung, während er dem Blastula-Stadium jede phylogenetische Bedeutung abspricht (223). Er glaubt, dass eine mit weiter Segmentationshöhle versehene und an Protozoën-Colonien erinnernde Blastula eine mehr oder weniger zufällige, jeder tieferen Bedeutung entbehrende Erscheinung sei, welche «einerseits durch rasches Wachsthum der Larve, andererseits durch Mangel an Nahrungsmaterial» bedingt sein kann. Auch über den Ursprung der Metazoën hat er eine eigenthümliche Vorstellung. Er hält es nämlich nicht für wahrscheinlich, dass die Metazoën, wie es allgemein angenommen wird, ausProtozoën-Colonien sich entwickelten, nimmt aber für die Vorfahren der Metazoën hypothetische «grosse plasmatische Organismen an, die sich, nachdem sie eine gewisse Grösse erreicht haben, mit einem Male in vielzellige Wesen verwandelten». Fast gleichzeitig mit Tichomirow hat Sedgwick (219) eine ähnliche Hypothese ausgesprochen, nach welcher die Metazoën von hypothetischen vielkernigen Infusorien ableitet werden. Diese Hypothesen scheinen mir schwerlich glücklich. Einerseits erinnert die Entwicklung gewisser Volvocineen in so überraschender Weise an die Eifurchung, dass es fast ganz unglaublich erscheint, dass solche Aehnlichkeit ohne jede phylogenetische Bedeutung wäre; andererseits haben wir entschieden keine faktischen Belege für die Annahme, dass ein einzelliger Organismus mit einem Male in viele, im Zusammenhange bleibende Zellen zerfallen könnte. Diese Annahme erscheint also ganz willkührlich und phantastisch. Ebenso willkührlich ist es, dem Blastula-Stadium jede phylogenetische Bedeutung abzusprechen.. Will Tichomirow die Bildung der Segmentationshöhle durch rasches Wachsthum und mangelhafte Ernährung erklärt wissen, so ist man noch mehr berechtigt zu behaupten, dass bei denjenigen Hydroiden (*Eudendrium*, *Tubularia*), wo nach Tichomirow die Dotterfurchung einen ursprünglichen Charakter zeigt, das Fehlen der Segmentationshöhle gerade durch die Ueberfüllung der Zellen mit Nährmaterial bedingt wird, welche Ueberfüllung wohl schwerlich «ursprünglich» ist. Endlich ist das Vorhandensein einer stark entwickelten Segmentationshöhle gar nicht der hauptsächliche Charakter des Blastula-Stadiums, wohl aber die Zusammengesetztheit der Blastula aus gleichartigen Zellen. Die Blastula kann eine sehr verschieden entwickelte Segmentationshöhle besitzen, — und fällt die letztere ganz hinweg, so fällt das Blastula-Stadium mit der Morula zusammen, von welcher die Blastula überhaupt nicht scharf abgegrenzt werden kann.

Ich glaube also, dass die Delamination schwerlich eine primäre Art der Keimblätterbildung ist. Sie entstand, höchst wahrscheinlich, nach dem bekannten Schema Metschnikow's (203), ebenso wie auch die typische Invagination, aus Immigration, welche die ursprünglichste und einfachste Art der Keimblätterbildung zu sein scheint. Indem ich also die Invagination von der einpoligen Immigration ableite, bin ich jedoch geneigt, anzunehmen, dass die abgekürzte Art der Bildung von Keimblättern vermittelst typischer Gastrulaeinstülpung sich in den verschiedensten Gruppen des Thierreichs tief eingewurzelt hat, was durch Vorhandensein einer rudimentären Invagination auch bei denjenigen Thieren, wo die Complicirtheit des Eies eine Recapitulation dieses Stadiums gar nicht erwarten lässt, am besten bewiesen wird.

Speciell bei den Insekten kommt die Invagination ebenfalls vor, und zwar bisweilen in einem ganz unerwarteten Grade, ungeachtet der sehr grossen Quantität vom Nahrungsdotter. Es genügt nur auf einige von Graber und Voeltzkow gegebene Abbildungen einen Blick zu werfen, um sich zu überzeugen, dass bei gewissen Insekten eine ganz typische Gastrula vorkommen kann. Bei denjenigen Insekten, wo die Einstülpung verhältnissmässig schwach ausgesprochen ist (*Phyllodromia*), tritt die Immigration um desto deutlicher hervor und wird allmählich zu einer seichten Invagination. Das Vorhandensein der Primitivrinne scheint mir ganz unerklärbar, wenn man bei den Insekten eine Keimblätterbildung durch Delamination annimmt. Anhänger der letztgenannten Auffassung verfahren daher ganz folgerecht, indem sie die Primitivrinne nicht für Blastopor halten. In der That hätte das Auftreten eines Blastopors, nachdem sich das Ecto- und Entoderm schon durch Delamination gebildet haben, gar keinen Sinn. Ist die Primitivrinne aber kein Blastopor, so ist es sehr sonderbar, dass das Mesoderm sich gerade durch eine so überraschend an die Gastrula erinnernde Einstülpung bildet. Noch sonderbarer wäre das Auftreten der Primitivrinne, wenn nicht bloss das Entoderm, sondern auch das gesammte Mesoderm aus Dotterzellen entstünde, wie es Tichomirow in neuester Zeit behauptet und also jede Theilnahme der Primitivrinne an der Bildung der Keimblätter entschieden in Abrede stellt. Wie Tichomirow bei einer solchen Auffassung der Keimblätterbildung bei den Insekten noch die Primitivrinne für den Gastrulamund erklären kann, — das ist mir vollkommen unbegreiflich. Mir scheint es ganz evident zu sein, dass die Primitivrinne kein Blastopor sein kann, falls die (primären) Dotterzellen das Entoderm darstellen. In dieser Hinsicht äussert sich Schimkewitsch, der die Dotterzellen für Entoderm hält, ganz folgerecht, wenn er sagt (216): «Entschieden zu bestreiten ist aber die von Heider versuchte Anwendung der Gastrula-Theorie beim Process der Mitteldarmbildung bei *Hydrophilus*». Indem er weiter die Heider'sche Deutung ausführlich kritisirt, sucht er dieselbe auch von anderer Seite zu entkräftigen. Nehmen wir an, schreibt er, dass in seiner Gastrula die Archenteron-Wand mehrschichtig geworden ist; wo wird dann das Mesenteronepithel liegen? Nun, ohne Zweifel auf der inneren Oberfläche des Archenterons; während bei den Insekten dasselbe gerade auf der äusseren, d. h. dem Dotter zugekehrten Archenteronoberfläche gelegen ist». Mir scheint es aber, dass ein

solcher scheinbarer Widerspruch nur auf einer allzu schematischen Auffassung der Insekten-Gastrula beruht. Ihre Archenteronhöhle verschwindet sehr bald, wodurch eine solide Mesoentodermanlage entsteht, in welcher sich weder eine innere, noch eine äussere Oberfläche unterscheiden lässt. Etwas ganz Analoges, aber in einer viel einfacheren und deutlicheren Form, hat Bobretzky (175) bei *Palaemon* beobachtet, wo die den Boden der archenterischen Höhle auskleidenden Zellen in den Dotter wandern, sich innerhalb desselben vermehren und eine unregelmässige, also keine bestimmte Oberfläche auskleidende Entodermanlage bilden, später sich aber an die Peripherie des Dotters begeben und das Mesenteronepithel liefern. Bei den Insekten begegnen wir fast denselben Erscheinungen, nur wandern die Entodermzellen vorläufig nicht in den Dotter, sondern vermehren sich direkt an der Peripherie desselben. Indem Balfour die Keimblätterbildung bei *Astacus* und *Palaemon* vergleicht, schreibt er: «Although the process of formation of the hypoblast and mesenteron is essentially the same in *Astacus* and *Palaemon*, yet the difference between these two forms is very interesting, in that the yolk is external to the mesenteron in *Astacus*, but enclosed within it in *Palaemon*. This difference in the position of the yolk is rendered possible by the fact that the invaginated hypoblast cells in *Palaemon* do not, at first, form a continuous layer enclosing a central cavity, while they do so in *Astacus*». Dieser Auffassung kann ich nur beistimmen. Ueberhaupt scheint mir eine höchst interessante Parallele zwischen der Keimblätterbildung der *Crustacea Decapoda*, der Insekten und der Wirbelthiere zu existiren, welche sehr gut geeignet ist, die Bedeutung der Primitivrinne und anderer Blastoporrudimente zu erklären. Ehe ich aber zur Durchführung dieser Parallele übergehe, halte ich es nicht für überflüssig, verschiedene Modificationen der Blastoporbildung bei den Insekten anzuführen.

Bei gewissen Insekten, wie z. B. bei *Hydrophilus*, bildet sich eine in der ganzen Länge des Keimstreifens verlaufende mehr oder weniger tiefe Rinne, die die ausschliessliche Bildungsquelle des inneren Keimblattes ist.

Andere Insekten (wie *Phyllodromia*, *Musca*), besitzen ebenfalls eine mediane Primitivrinne, ausser ihr aber noch je ein Paar laterale Einstülpungen am Vorder- und Hinterende des Keimstreifens, welche zur Verstärkung des inneren Keimblattes dienen.

Einige Insekten endlich (*Chalicodoma*, *Apis*), unterscheiden sich von den übrigen dadurch, dass bei ihnen der ganze mittlere Theil des Keimstreifens (die Mittelplatte) lateralwärts durch zwei Furchen begrenzt wird und später unter das dieselbe von den Seiten überwachsende Ectoderm gelangt. Nach den neuesten Untersuchungen von Carrière dient die Mittelplatte eigentlich für die Mesodermbildung, während die beiden Entodermanlagen bei dem vorderen und hinteren Ende des Keimstreifens liegen und verhältnissmässig lange Zeit vom Ectoderm unbedeckt bleiben.

Dies sind die drei Hauptmodificationen des Blastopors bei den Insekten. Dazu ist noch hinzuzufügen, dass in gewissen Fällen die Primitivrinne sich zuerst am Hinterende des Keimstreifens zeigt und allmählich sich nach vorne fortsetzt (*Phyllodromia*); in anderen Fällen erscheint sie zuerst in der Mitte des Embryos und wächst nach vorne und nach hinten (bei

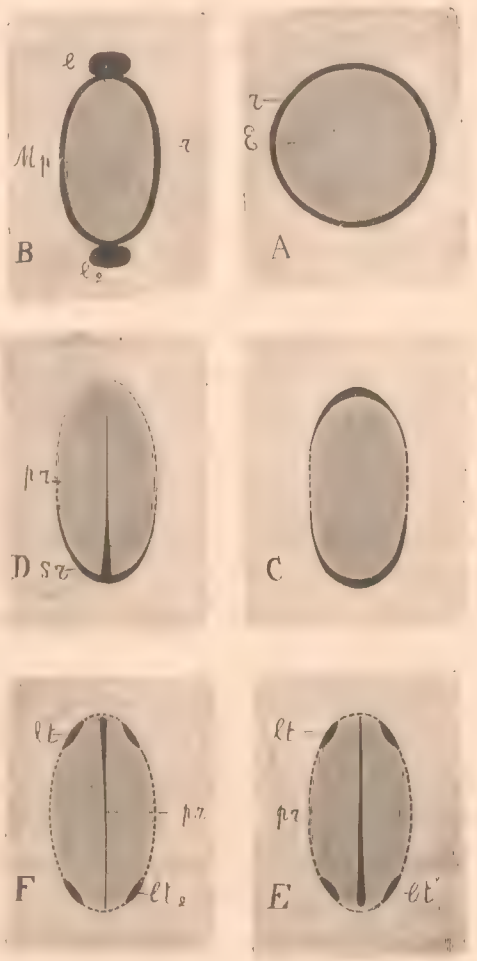
Bombyx mori nach Tichomirow); bisweilen beginnt die Primitivrinne am vorderen Ende des Keimstreifens und setzt sich allmählich nach hinten fort (bei *Apis* und bei Lepidopteren nach Kowalevsky); es giebt endlich auch Fälle, wo dieselbe ziemlich gleichzeitig am Vorder- und Hinterende des Keimstreifens beginnt und nach der Mitte des Embryos wächst (bei *Hydrophilus* nach Heider).

Wollen wir nun die Keimblätterbildung bei den Insekten mit derjenigen bei *Astacus* und bei den Wirbelthieren vergleichen.

Bei *Astacus* geht das Entoderm aus einer besonderen Scheibe hervor, die zuerst ganz im Niveau des übrigen Blastoderms liegt, dann von einer kreisförmigen Rinne umgeben wird und sich einstülpt, indem der kreisförmige Blastopor immer enger wird und sich endlich über der Archenteronhöhle schliesst.

Bei den Vögeln pflegt man für das Homologon des Blastopors eigentlich die sogenannte Sichelrinne zu halten, nach vorne von welcher die Primitivrinne abgeht.

Wenden wir uns zum Insektenkeimstreif, so sehen wir (vergl. den beigelegten Holzschnitt), dass derselbe in gewissen Fällen, ähnlich der Entodermscheibe von *Astacus*, von einer Rinne umgeben wird, die z. B. bei *Chalicodoma* eigentlich ganz continuirlich ist, da dieselbe nach vorne und nach hinten direkt an die später sich einstülpende Entodermanlage grenzt. Bei Musciden und bei *Phyllodromia* gesellen sich zur Primitivrinne noch zwei Paare laterale Furchen oder Grübchen, die zwar von einander durch nicht eingestülpte Zwischenräume gesondert sind, aber doch ziemlich deutliche Rudimente der bei *Astacus* und *Chalicodoma* vollständig entwickelten Ringfurche darzustellen scheinen. Bei den Vögeln entspricht vielleicht die Sichelrinne dem hinteren Umkreise der Ringfurche. Bei *Phyllodromia* steht die von hinten nach vorne fortlaufende Primitivrinne zum hinteren Paar der lateralen Einstülpungen in demselben Verhältniss, wie die Primitivrinne der Vögel zur Sichelrinne. Bei Musciden, wo die Primitivrinne am Vorderende des Embryos beginnt, steht sie in einem



Schema der Blastoporbildung. *A* bei Astacus; *B* bei Chalicodoma; *C* bei Hydrophilus; *D* bei Vögeln; *E* bei Blatta; *F* bei Musciden. *e* vordere, e_2 hintere Entodermanlage, *r* Ringfurche, *Mp* Mittelplatte, *E* Entodermscheibe, *pr* Primitivrinne, *sr* Sichelrinne, *lt*, lt_2 laterale Einstülpungen.

ganz ähnlichen Verhältniss zum vorderen Paar der lateralen Einstülpungen, die wahrscheinlich Ueberbleibsel der vorderen Hälfte der Ringfurche sind. Die verhältnissmässig sehr breite und flache Primitivrinne von *Hydrophilus* unterscheidet sich wesentlich von der gewöhnlich viel engeren und seichteren Primitivrinne der übrigen Insekten und erinnert sehr an die Mittelplatte und die Lateralfurchen von Apiden. Sie wird auch seitwärts von Längsfurchen begrenzt, die vorn und hinten anfangen und so die vordere und hintere Hälfte der ursprünglichen Ringfurche bilden.

Die obige Zusammenstellung scheint mir sehr klar und ungezwungen verschiedene Formen der Primitivrinne von einem Grundschema herzuleiten und auch die sonst räthselhaften lateralen Einstülpungen («laterale Gastrulation» Graber's) genügend zu erklären. Dabei erhellt auch, dass nicht alle Formen der Primitivrinne der Insekten einander vollkommen homolog sind. Während nämlich das Blastopor von *Hydrophilus*, *Apis* und *Chalicodoma* dem Grundtypus der Gastrula eines meroblastischen Eies sehr nahe steht und der ganzen Entodermscheibe von *Astacus* entspricht, stellt die Primitivrinne von Musciden und *Phyllodromia* (ähnlich wie bei Vögeln) bloss einen medialen Auswuchs der rudimentär gewordenen Ringfurche dar und dient vielleicht lediglich zur Mesodermbildung, indem die Entodermanlagen möglicherweise (wie es Graber vermuthet) von den complementären Lateraleinstülpungen herrühren. Bei gewissen Insekten entspricht also die Primitivrinne dem ganzen Blastopor, bei anderen aber nur einem Theile desselben.

Indem ich also die Primitivrinne und die lateralen Einstülpungen für Blastoporrudimente halte und das Mesenteronepithel nicht von Dotterzellen ableite, stelle ich die Bedeutung der primären Dotterzellen als Entoderm der Insekten entschieden in Abrede. Einige Autoren, die das Mesenteronepithel ebenfalls nicht von Dotterzellen, sondern vom inneren Keimblatte ableiten, halten es jedoch für möglich, die Dotterzellen als Entodermelemente zu betrachten. So verfährt z. B. Wheeler (166), der die von Tichomirow in die Insektenembryologie eingeführte Unterscheidung von «primärem» und «secundärem» Entoderm, wie ich glaube, etwas unrichtig anwendet. Tichomirow war ganz consequent, indem er die Dotterzellen deshalb als primäres Entoderm ansah, weil er von denselben das definitive Entoderm, d. h. das Mesenteronepithel ableitete. Nach Wheeler sollen aber die grossen Dotterzellen zum Mesenteronepithel in keiner genetischen Beziehung stehen und das letztere ganz unabhängig von ihnen entstehen. Er schlägt eine neue Hypothese vor, indem er annimmt, dass bei der Furchung des Insekteneies ursprünglich sämmtliche Furchungsprodukte zur Eioberfläche aufstiegen und in späteren Entwicklungsstadien ein Theil der Zellen wieder in den Dotter wanderte, um für das Mesenteronepithel Material zu liefern; infolge der Verkürzung der Ontogenie kam es aber dahin, dass ein Theil der Zellen von Anfang an im Dotter blieb, so dass Spuren der ursprünglichen Wanderung der Blastodermelemente und ihrer Derivate in den Dotter bloss in der zufälligen Migration einzelner Elemente des secundären Entoderms sich erhalten haben. Ohne mich auf eine Kritik dieser etwas geschraubten Hypothese einzulassen, muss ich nur bemerken, dass Wheeler also eigentlich sämmtliche Dotterzellen

für secundär hält, während ich gar keinen Grund für die Annahme finde, dass jemals sämmtliche Furchungsprodukte auf die Oberfläche des Eies wanderten, und es für unentbehrlich halte, zwischen den primären und secundären Dotterzellen zu unterscheiden. Schimkewitsch spricht in seinen Arbeiten (216) den Gedanken aus, dass die Dotterzellen, wenn sie auch kein definitives Entoderm lieferten, doch für primäres Entoderm gelten müssten, da sie «bei *Scorpio*, bei *Oniscus*, wo dieselben am Aufbau des Mitteldarmepithels nicht theilnehmen, doch von der gemeinsamen Entomesodermanlage herstammen». Allein der Kernpunkt der streitigen Frage liegt eben darin, ob die Dotterzellen primär, d. h. vom Blastoderm und seinen Derivaten unabhängig, oder aber, wie bei *Scorpio* und *Oniscus*, secundär sind. Oben habe ich schon Gelegenheit gehabt, darauf hinzuweisen, dass es sehr leicht wäre, die verschiedenen Ansichten über die Bildung des definitiven Entoderms der Insekten in Einklang zu bringen, wenn die Herstammung der Dotterzellen vom Blastoderm oder von den Keimblättern ausser Zweifel stände. Bleiben aber die Dotterzellen von Anfang an innerhalb des Dotte und nehmen dabei an der Bildung des Mesenteronepithels keinen Antheil, — so sehe ich gar keinen Grund, dieselben als Entodermelemente aufzufassen.

Sind aber die (primären) Dotterzellen kein Entoderm, so ist doch ihr Verhältniss zu den Keimblättern in irgend einer Weise zu bestimmen. Beim Erörtern dieser Frage ist freilich sowohl das Schicksal, als auch die Function der Dotterzellen nicht aus dem Auge zu lassen. Hier gehen die Meinungen der Autoren weit auseinander. Während die Einen die Dotterzellen für embryonale Phagocyten (Vitellophagen nach Graber) ansehen (Kowalevsky, Graber, Heider u. A.), halten Andere es für möglich, dass dieselben auch an der Gewebebildung theilnehmen, d. h. Fettkörper und Blut erzeugen (Tichomirow, Will). Für *Phyllodromia germanica* halte ich die Bildung des Fettkörpers, der Blutzellen und sogar der Geschlechtsdrüsen aus den Dotterzellen für sehr wahrscheinlich. Nehmen sie aber auch gar keinen Antheil am Aufbau der Gewebe, zu welchem Keimblatte sollen sie denn gehören? Indem Heider bei der Erörterung dieser Frage es für sehr schwierig hält, die Angehörigkeit der Dotterzellen zu irgend einem Keimblatte zu bestimmen, neigt er sich jedoch zu dem Gedanken, in denselben Mesodermderivate zu sehen. «Dann könnten, sagt er, die Dotterzellen gleichsam als frühzeitig vom übrigen Keim sich trennende Blutkörperchen aufgefasst werden, was sowohl mit ihrer Bedeutung als Phagocyten im Einklang stünde, als auch die Möglichkeit offen liesse, dass sie sich bei einzelnen Formen (z. B. den Lepidopteren) wieder — wie behauptet wird — zu Blutkörperchen zurückverwandeln». Hierzu muss ich wieder bemerken, dass eine solche Bedeutung bloss secundären Dotterzellen beigegeben werden kann, für die primären Dotterzellen aber, die schon vor der Blastodermbildung im Dotter liegen und daselbst bis zum Ende der Embryonalentwicklung bleiben, gar nicht einzusehen ist, wie dieselben als frühzeitig von dem übrigen Keim sich trennende Blutkörperchen aufgefasst werden könnten.

Bei der Erörterung der uns interessirenden Frage müssen wir auch den Ursprung, sowie die Bedeutung der Dotterzellen bei den übrigen Arthropoden, d. h. bei Crustaceen,

Arachnoideen und Myriopoden in Betracht ziehen. Ich will hier nicht alle hierher gehörigen Litteratur-Angaben aufzählen, um so weniger, als dies schon von Seiten Schimkewitsch's (216) ziemlich ausführlich geschehen ist. Ich möchte nur bemerken, dass der Vergleich dieser Angaben mit dem, was wir in der Litteratur der Insektenembryologie finden, die Entscheidung der Frage von der Bedeutung der Dotterzellen gar nicht erleichtert. Wir begegnen nämlich wieder derselben Verschiedenheit der Ansichten, indem gewisse Autoren die Dotterzellen vom Blastoderm ableiten, während Andere dieselben für von Anfang an innerhalb des Dotters bleibende Furchungsprodukte halten.

Mir persönlich scheint es, dass die primären Dotterzellen zu keinem Keimblatte, d. h. weder zum Mesoderm, noch zum Entoderm, geschweige denn zum Ectoderm gehören. Zum Mesoderm können sie deshalb nicht gezählt werden, weil sie schon vor der Blastodermbildung da sind. Zum Entoderm lassen sie sich ebenfalls nicht zählen, da es durchaus nicht bewiesen ist, dass dieselben dem Mesenteronepithel Ursprung geben. Für die Insekten ist ihre Theilnahme an der Bildung des definitiven Entoderms so gut wie ganz widerlegt, für die Myriopoden ist sie äusserst zweifelhaft; was aber die Arachnoideen betrifft, wo das Mitteldarmepithel in der That von Dotterzellen gebildet zu werden scheint, so erklärt sich dieser scheinbare Widerspruch einfach dadurch, dass hier die Dotterzellen höchst wahrscheinlich secundär sind und also den primären Dotterzellen der Insekten nicht entsprechen. Die neueren Autoren, die sich mit der Embryologie der Araneinen beschäftigt haben (215, 201, 205), stimmen in der Frage von der Herkunft der Dotterzellen nicht überein. Während nämlich Schimkewitsch annimmt, dass die Dotterzellen von Anfang an im Dotter bleiben, behauptet Morin, der gerade die jüngsten Entwicklungsstadien besonders sorgfältig untersucht hat, dass alle Furchungsprodukte zur Eioberfläche aufsteigen. Locy lässt diese Frage unentschieden. Existirt also bei den Spinnen in der That ein Blastoporrudiment (Schimkewitsch) oder kommt bei denselben eine concentrirte Immigration vor (Morin)? Ich persönlich halte die Ansicht Morin's für mehr wahrscheinlich und also die Dotterzellen der Araneinen für secundär. In diesem Falle lassen sich damit auch die Angaben von Kowalevsky und Schulgin (196) in Einklang bringen. Was die Myriopoden anbelangt, so sind die Kenntnisse über ihre Embryonalentwicklung noch recht unvollständig. Die am meisten ausführliche Arbeit über die Entwicklung dieser Thiere stammt von Sograf (22). Der Verfasser beschreibt die Bildung des Mesenteronepithels von *Geophilus* aus dem Nahrungsdotter, wobei die Kerne künftiger Entodermzellen zeitweilig unsichtbar werden und erst zur Zeit, wenn der Mitteldarm schon von Epithel ausgekleidet ist, wieder auftauchen sollen. Den Zusammenhang der Dotterzellenkerne mit den Kernen der Mesenteronepithelzellen hat Sograf nicht verfolgen können. Ziehen wir noch in Betracht, dass bei *Geophilus* nach Sograf eine Primitivrinne existirt, so wird, auf Grund der oben angeführten Auseinandersetzungen, die Bildung des Mitteldarmepithels auf Kosten der (primären) Dotterzellen äusserst unwahrscheinlich. Ich kann die Vermuthung nicht unterdrücken, dass bei Chilopoden die Keimblätterbildung ähnlich der der Insekten verläuft

und dass die Primitivrinne (falls dieselbe wirklich ausgeprägt ist) an der Bildung des inneren Keimblattes einen viel grösseren Antheil nimmt, als wie es Sograf beschreibt. Nach Heathcote (185), der die Embryonalentwicklung von *Julus* studirt hat, vollzieht sich die Furchung ganz ähnlich wie bei den Insekten, die Dotterzellen bleiben im Dotter und geben dem Mesoderm sowohl, als dem Entoderm den Ursprung. Seine Abbildungen scheinen mir jedoch gar nicht überzeugend zu sein; so lassen seine Fig. 9a und 20a (185) eher schliessen, dass das Mesoderm vom Blastoderm herstammt; auch die die Bildung des Mitteldarmes aus zerstreuten Dotterzellen veranschaulichenden Zeichnungen sind, meiner Ansicht nach, wenig geeignet, ein Vertrauen einzuflössen. Ueber Entwicklung anderer Myriopoden ist noch sehr Weniges bekannt geworden; ich muss nur darauf hinweisen, dass Metschnikoff für die *Chilognatha* eine totale Eifurchung beschreibt. Ueberhaupt scheint die Embryologie der Myriopoden einer völligen Umarbeitung zu bedürfen.

Ich halte es also für unmöglich, die primären Dotterzellen zu irgend einem der drei Keimblätter zu zählen. Ist aber eine solche Zuzählung überhaupt nothwendig? Ist es bewiesen, dass in allen Fällen sämmtliche Furchungsprodukte des Eies zu Bestandtheilen der Keimblätter werden, so dass die Gewebe immer von einem der drei Keimblätter herstammen?

Der erste, der diese Frage im negativen Sinne zu beantworten gewagt hat, war His, der seine Parablast-Theorie 1868 veröffentlichte. Wie bekannt, hat His anfänglich den Gedanken vertheidigt, dass der complicirte Organismus aus zwei Anlagen entstehen soll, nämlich erstens aus den Furchungsprodukten des Eies, die die drei Keimblätter liefern, und zweitens aus Zellen, die in das Ei von aussen (seitens des folliculären Epithels) eindringen. Die erste Anlage nennt er den Archiblast, die zweite — den Parablast, und leitet vom Parablast die Blutzellen, das Gefässendothel und das Bindegewebe ab, während aus dem Archiblast alle übrigen Gewebe entstehen sollen. In dieser Form hat die His'sche Lehre wenig Erfolg gehabt, wie es bei der schnellen Entwicklung der Zellentheorie und der vergleichenden Embryologie auch nicht anders sein konnte. Andererseits haben sich aber Thatsachen angehäuft, die zu zeigen schienen, dass es nicht immer leicht ist, die Gewebe und Organe auf dieses oder jenes Keimblatt zurückzuführen. Es hat sich das Bedürfniss herausgestellt, noch eine complementäre, von den typischen Keimblättern unabhängige, wenn auch immer auf die Furchungsprodukte des Eies zurückführbare Bildungsquelle anzunehmen. Dieses Bedürfniss hat einerseits in der bekannten Mesenchymtheorie der Gebrüder Hertwig, andererseits aber in dem Erscheinen einer merkwürdigen Arbeit von Waldeyer «Archiblast und Parablast» (224) ihren Ausdruck gefunden. Indem ich die Mesenchymtheorie beiseite lasse, wende ich mich nun zur Arbeit Waldeyer's. Nach diesem Autor entsteht der ganze Embryo ausschliesslich aus Furchungsprodukten der einzigen Eizelle und die von His anfänglich angenommene «rein mütterliche Mitgift» spielt hier so gut wie keine Rolle, was übrigens auch His in seinen späteren Arbeiten (187), wenn auch etwas abweichend, zugegeben hat. Dabei nimmt aber Waldeyer für Blut und Binde-

gewebe eine besondere Bildungsquelle an, welche er, den drei «archiblastischen» Keimblättern gegenüber als Parablast bezeichnet. Dieser Parablast bildet sich bei der Entwicklung nicht nur der meroblastischen, sondern auch der holoblastischen Eier. In den meroblastischen Eiern wird die Furchung durch die grosse Menge des Nahrungsdotters bedeutend verzögert, wobei eine Anzahl von Zellen, die lediglich aus Bildungsdotter bestehen, die Keimblätter bilden, während die übrigen Furchungskerne im Nahrungsdotter bleiben und den Parablast darstellen. Hierher gehören die im Nahrungsdotter zerstreuten Kerne der Selachier, Teleostier, Reptilien, Vögel, Arthropoden u. s. w. Was die holoblastischen Eier anlangt, so ist in denselben der Parablast nicht so scharf vom Archiblast geschieden. «Auch bei den holoblastischen Eiern, sagt Waldeyer, muss es immer eine Anzahl Furchungszellen geben, welche eine unverhältnissmässig grosse Portion Nahrungsdotter enthalten und, so zu sagen, mit ihrem Theilungsprocesse noch nicht ganz fertig sind. Diejenigen Zellen nun, welche zur Gewebebildung reif sind, ordnen sich alsbald in die primären Keimblätter ein und liefern, ganz wie bei den meroblastischen Eiern, den Archiblast; die eben bezeichneten, noch nicht fertigen, mit Nahrungsdotter überladenen Formen schnüren nun noch später kernhaltige Protoplasmastücke ab, welche den Parablast liefern. Ist, wie wahrscheinlich beim *Amphioxus* und den Säugethieren, der Nahrungsdotter nicht zu reichlich vertreten, so können diese später reifenden Zellen mit ihrer ganzen Masse in die Parablastbildung eintreten, d. h. auch die nach wiederholten Abschnürungen, resp. ungleichen Theilungen, bleibenden Reste sind noch lebendige Zellen und zur Gewebebildung fähig. Ist aber, wie z. B. bei den Amphibien, in den noch unfertigen nahrungsdotterreichen Elementen zu viel Dotter vorhanden, so wird, nach Aussonderung des zu Parablastzellen werdenden Protoplasmas, der nahrungsdotterhaltige Rest zu weiterer formativer Verwendung untauglich und kann nur als Nahrungsmaterial dienen».

Indem also die Parablast-Theorie Waldeyer's sich von der gleichnamigen His'schen Lehre dadurch unterscheidet, dass Waldeyer den Parablast sowohl, als den Archiblast von Furchungsprodukten der Eizelle ableitet, stimmt jedoch Waldeyer in der Herleitung des Blutes und der Bindesubstanzen von besonderer, von den Keimblättern unabhängiger Anlage, die als Parablast bezeichnet wird, mit His überein. Halten wir also den Fettkörper der Arthropoden für eine Art Bindegewebe, so stellen die Dotterzellen der Insekten nach Waldeyer's Theorie den typischen Parablast dar.

Es ist hier nicht der Ort, eine eingehende Kritik der Parablasttheorie und der hierher gehörigen Angaben verschiedener Forscher folgen zu lassen; diese Frage ist so complicirt und interessant, dass ich die Absicht habe, dieselbe in einer besonderen Schrift zu bearbeiten. Hier will ich nur bemerken, dass es zur Zeit sehr schwer zu bestimmen ist, welche Gewebe vom Parablast entspringen und welche Bedeutung diesem, so zu sagen, complementären Keimblatte überhaupt zuzuschreiben ist. Während die einen Forscher, wie His, Rauber u. A. vom Parablast die Bindesubstanzen und Blutzellen herleiten, lassen andere (Goette, Romiti u. A.) von demselben lediglich oder gar ausschliesslich das Blut ent-

stehen; einige Autoren fügen noch hinzu (Kupffer, Hensch u. A.), dass der Parablast auch zur Ergänzung des Mitteldarmepithels dienen kann. Eine der letztgenannten ähnliche Auffassung wurde auch auf Gliederthiere angewendet; so bezeichnet Sograf als Parablast die Gesammtheit derjenigen Elemente, die dem Blut, dem Fettkörper und theilweise auch dem definitiven Entoderm Ursprung geben. Waldeyer bemerkt ebenfalls, dass er keine Schwierigkeit darin sieht, «zuzulassen, dass dasselbe protoplasmatische Material, welches die Parablastzellen erzeugt, auch dem Hypoblasten einen Zuwachs liefern könne». Mir scheint es aber theoretisch wenig plausibel, die Bildung des Mitteldarmepithels aus zwei so verschiedenen Quellen, wie die vom Blastoderm herstammenden Entodermzellen einerseits, und die undifferenzirten Parablastzellen andererseits, — anzunehmen. Lassen sich die Angaben von Rückert (213), Kupffer (198) und anderen die Theilnahme der Dotterzellen (Merocyten) an der Bildung des Darmepithels beschreibenden Forschern nicht vielleicht in derselben Weise erklären, wie diejenigen der Autoren, welche die primären Dotterzellen als das Entoderm der Insekten ansehen, d. h. wurde nicht die Wanderung der parablastischen Zellen in die Leibeshöhle für Einordnen derselben in das Darmepithel gehalten? Was den «Parablast» der Myriapoden (nach Sograf) betrifft, so unterscheidet sich dieser «Parablast» in keiner Weise von dem Tichomirow'schen «primären Entoderm», wie auch überhaupt in der citirten Arbeit von Sograf ein starker Einfluss der Arbeit Tichomirow's über die Embryologie des Seidenspinners sich fühlen lässt. Einige Forscher schreiben dem Parablaste gar keine morphologische Rolle zu, wohl aber eine physiologische, indem sie die Parablastzellen zur Verdauung des Dotters dienen lassen (Hoffmann, Strahl 188, 222). Aehnliche Bedeutung wird von Kowalevsky, Heider, Graber (84, 66, 53) auch den Dotterzellen der Insekten zugeschrieben; auch ich huldigte dieser Ansicht (27), bis mich meine Beobachtungen über die Entwicklung von *Phyllodromia* die Richtigkeit dieser Auffassung anzuzweifeln bewogen haben.

Wir sehen also, dass die Bedeutung des Parablastes von den Forschern in sehr verschiedener Weise bestimmt wird. Welche aber seine Bedeutung auch sein mag, ist es jedenfalls kaum möglich, die Existenz des Parablastes überhaupt anzuzweifeln, wenn wir unter Parablast sämmtliche sich den drei typischen Keimblättern (dem Ecto-, Meso- und Entoderm) nicht einordnenden Furchungsprodukte der Eizelle verstehen. Wir haben gesehen, dass die primären Dotterzellen der Insekten keinem der drei Keimblätter zuzurechnen sind; welche ihre Rolle in der Entwicklung dieser Thiere sein mag, stellen sie jedenfalls eine Summe von Furchungsprodukten dar, die nicht zu Keimblättern gehören. Es ist sehr wahrscheinlich, dass auch die Dotterzellen (resp. Dotterkerne) anderer Thiere (Fische, Reptilien, Vögel, Cephalopoden) den Parablast darstellen. Ausser den Dotterzellen giebt es aber bei gewissen Thieren noch andere entschieden nicht zu Keimblättern gehörende Furchungsprodukte, die also ebenfalls als Parablastzellen anzusehen sind, und die am Aufbau der wichtigsten Organe des Thierkörpers theilnehmen. Ich spreche von den sogenannten Polzellen, die bei gewissen Insekten noch vor der Bildung der Keim-

blätter oder sogar vor der Blastodermbildung auftreten (106, 136) und zur Bildung der Geschlechtsorgane dienen. Nehmen wir an, dass bei denjenigen Insekten, wo die Geschlechtszellen sich nicht vor der Bildung der Keimblätter differenziren, die Sexualdrüsen von den Dotterzellen herstammen (was ich für sehr wahrscheinlich halte), so wird der auf den ersten Blick so scharfe Unterschied in der Bildung der Geschlechtsorgane bei verschiedenen Insekten gar nicht so gross, da die Geschlechtszellen in solchem Falle überhaupt bei allen Insekten parablastischen Ursprungs sind. Der Gedanke, dass die Keimzellen eigentlich nicht zu den Keimblättern gehören, ist nicht neu: er war schon von Jäger (190), M. Nusbaum (208), in neuester Zeit, von besonderen Gesichtspunkten aus, von Kleinenberg (193) und Ed. Meyer (204) vertheidigt worden. Diese Hypothese ist sehr anziehend, da nach neueren theoretischen Vorstellungen über die Vererbung in den Geschlechtszellen eine nicht specialisirte Substanz bestehen soll, welche eben zur erblichen Uebertragung aller Eigenschaften des Organismus fähig ist. Leider sind die Kenntnisse über die Herkunft der Geschlechtszellen äusserst unvollständig, so dass sich zur Zeit nicht bestimmen lässt, in wie weit im Thierreiche eine frühe, von Keimblättern unabhängige Differenzirung der Geschlechtszellen verbreitet ist. Jedenfalls unterliegt es aber keinem Zweifel, dass in vielen Fällen dieselben nicht vom Parablast, sondern von einem der Keimblätter Ursprung nehmen. So entstehen z. B. die Geschlechtszellen bei *Sagitta* vom Entoderm (vor der Bildung des Mesoderms), bei Coelenteraten vom Ecto- und Entoderm. Für uns ist es aber wichtig, dass wenigstens in gewissen Fällen die Geschlechtszellen nicht von Keimblättern herrühren, sondern parablastischen Ursprungs sind.

Auf Grund der obigen Betrachtungen erlaube ich mir meine Auffassung des Parablasts in folgenden Thesen kurz darzulegen:

1. Festgestellte Thatsachen berechtigen uns zur Annahme, dass bei Furchung gewisser Eier Zellen oder Kerne sich bilden, die sich nicht den Keimblättern einordnen. Die Gesammtheit dieser Elemente lässt sich als Parablast bezeichnen.

2. Der Parablast besteht aus nicht specialisirten Zellen (resp. Kernen) und kann bei verschiedenen Thieren von verschiedener Bedeutung sein. Bei einigen Thieren giebt er z. B. den Geschlechtszellen den Ursprung, bei anderen bildet sich aus demselben Blut oder Bindesubstanz, oder aber die Parablastzellen dienen zur Verdauung des Nahrungsdotters.

3. Es ist gar nicht nöthig den Parablast bei allen Thieren oder gar bei allen mit Blut und Bindegewebe versehenen Thieren anzunehmen, wie es Waldeyer thut. Es unterliegt keinem Zweifel, dass diejenigen Gewebe, die bei gewissen Thieren wahrscheinlich parablastischen Ursprungs sind, bei anderen Thierformen von Keimblättern herrühren können. Die Annahme eines Parablasts in holoblastischen, ungefähr regelmässig sich furchenden Eiern (*Sagitta, Amphioxus*) scheint mir ganz willkührlich zu sein, und ich sehe keinen. Grund den Parablast z. B. bei *Amphioxus* anzunehmen, wo sämmtliche Furchungsprodukte im Gastrulastadium unzweifelhafte Bestandtheile des Ectoderms oder Entoderms sind und wo der erwachsene Organismus doch Blut und Bindegewebe besitzt.

4. Parablast, als Rückstand von dem Furchungsprocesse, scheint bloss in nahrungsdotterreichen Eiern mit verzögerter Furchung, vorzugsweise in meroblastischen Eiern zu existiren.

5. Als Parablastderivate erscheinen wohl vorzugsweise solche Zellen oder Gewebe, die entweder wenig specialisirt sein müssen (z. B. die Polzellen der Cecidomyiden), oder einer weitgehenden Specialisirung nicht bedürfen, da sie lediglich zur Ernährung dienen (Fettkörper) oder den Nahrungsdotter verdauen (Dotterzellen).

Auf diese Thesen mich stützend, halte ich also die primären Dotterzellen der Insekten für Parablast und das Entwicklungsstadium des Insekteneies nach Vollendung der Blastodermbildung — für das Blastula-Stadium.

Nachdem ich die Frage über den Parablast der Insekten erörtert habe, will ich hier noch kurz darauf hinweisen, dass die Annahme der Parablasttheorie zu einiger Einschränkung der Auffassung der Keimblätter als bestimmter Primitivorgane führt. In Bezug auf Mesoderm stimmten die Embryologen bekanntlich zu keiner Zeit in der Frage über seine Herkunft und Bedeutung überein: die Einen leiteten dasselbe vom Ectoderm, die Anderen vom Entoderm ab; auch die Rolle des Mesoderms wurde von verschiedenen Autoren sehr verschieden beurtheilt. Das Eine unterliegt wohl keinem Zweifel, nämlich dass das Mesoderm im Vergleich mit dem Ecto- und Entoderm etwas Secundäres darstellt und bei gewissen Thieren (Coelenteraten) auch fehlen kann. Es kann also nicht Wunder nehmen, dass Kleinenberg und seine Anhänger überhaupt die Existenz des Mesoderms als eines selbstständigen Keimblattes in Abrede stellen. Von der completen Homologie des Mesoderms im Thierreiche, wie dieselbe z. B. Rabe festzustellen sucht, kann, meiner Ansicht nach, kaum die Rede sein. Ist aber die Bedeutung des Mesoderms vollkommen unbestimmt, so stellt die allgemeine Homologie der beiden primären Keimblätter (des Ecto- und Entoderms) ein fast von allen Forschern angenommenes Dogma dar. Und doch scheinen einige Thatsachen, wie z. B. die Existenz des Parablasts, auch das allgemeine Walten dieses Dogma's etwas zu beschränken. In der That, — nehmen diejenigen Zellen oder Gewebe, die in einem Falle vom Ectoderm entspringen, in anderen Fällen vom Entoderm oder vom Parablast ihren Ursprung (wie es z. B. für die Geschlechtszellen der Fall ist), so ist offenbar sogar die Bedeutung der primären Keimblätter nicht ganz beständig und nicht ganz bestimmt. Mit diesen Worten will ich gar nicht die theoretische Wichtigkeit des Dogma's der Homologie der primären Keimblätter oder ihre Bedeutung als der primitiven Organe vermindern, möchte aber nur darauf hinweisen, dass auch diese Bedeutung keine absolute ist.

§ 3. Zur Morphologie und Phylogenie der Insekten.

Die vergleichende Anatomie wird sich mehr und mehr darauf beschränken müssen, die Probleme aufzuwerfen, während die exakte Fassung und Lösung derselben Sache der Entwicklungsgeschichte ist.

Kleinenberg.

Unter den für phylogenetische Schlussfolgerungen wichtigen embryologischen Erscheinungen ist die Gliederung des Keimstreifens gewiss von hervorragender Bedeutung. Daher wird es hier wohl am Orte sein, die Frage über die Zahl der Keimstreifsegmente und der paarigen Anhänge derselben zu erörtern. Die von Ayers, Graber und Nusbaum beobachtete sogenannte «primäre Segmentation» werde ich beiseite lassen, erstens weil dieselbe noch sehr wenig untersucht worden ist, zweitens aber weil ich zweifle, dass diese primäre Segmentation von hoher phylogenetischer Bedeutung wäre. Es ist nämlich leicht möglich, dass die frühe Theilung des Keimstreifens in vier Abschnitte durch ähnliche Ursachen hervorgerufen wird, wie das frühe Auftreten der bilateralen Symmetrie bei Wirbelthieren und Arthropoden oder der Schale bei Mollusken, d. h. durch Rückwirkung der definitiven Gestalt des Thieres auf die Form des Embryos. Es soll noch hinzugefügt werden, dass Metschnikow bereits 1870 eine ähnliche primäre Segmentirung bei *Scorpio* beschrieben hat, wo der Keimstreif sich zuerst in drei grosse Abschnitte theilt.

Die Gesammtzahl der Segmente des Keimstreifens von Insekten wird von den Autoren als 16—18 bestimmt und soll jedenfalls nicht über 18 sein. Das vorderste, Antennen tragende Segment wird allgemein für präoral gehalten, während die übrigen den primären Rumpf bilden sollen; von diesen gehören die drei vordersten dem Kopfe, das 4.—6. Rumpfsegment — der Brust und das 7.—17. dem Abdomen. Das letzte (elfte) abdominale Segment gilt nicht für den übrigen metameren vollkommen homolog und wird als «Endsegment» bezeichnet. Entsprechend dieser zur Zeit herrschenden Auffassung des Insektenkeimstreifens wird auch die morphologische Bedeutung seiner Anhänge und ihre Homologie mit Extremitäten anderer Gliederthiere beurtheilt. Dabei wird die Homologie des Vorderendes vom Embryo bei allen Gliederthieren angenommen; von der Homologie des Hinterendes kann keine Rede sein, da die Zahl der Rumpfsegmente bei verschiedenen Gliederthieren eine sehr wechselnde ist.

Beim Aufstellen von Homologien der Körpertheile und der Extremitäten ist die Frage von der Bedeutung der vordersten Kopfanhänge besonders wichtig, da gerade auf Grund der Auffassung dieser Anhänge Versuche gemacht worden sind, den Typus der Arthropoden in zwei, drei oder vier Subtypen zu theilen. Bei der Beurtheilung der morphologischen Bedeutung der Anhänge wird auch — wohl mit Recht — die Innervation derselben in Betracht gezogen. Hier will ich die Versuche der Homologisirung der Kopfanhänge bei Arthropoden nicht aufzählen, da mich dies zu weit führen würde; es genügt auf die von der Mehrzahl der Autoren als Dogmata angenommenen Grundprincipien dieser Homologien hinzuweisen.

Es gilt nämlich für festgestellt, dass 1) der Kopf der Insekten aus vier Metameren besteht, 2) die Fühler der Tracheaten, zum Theil auf Grund ihrer Innervation aus dem Oberschlundganglion, als präorale Anhänge zu betrachten sind, 3) die Cheliceren der Arachnoideen (die früher für Homologa der Insektenfühler galten) den Mandibeln der Insekten homolog sind, da dieselben ursprünglich aus einem postoralen, erst später mit dem Oberschlundganglion verwachsenden Ganglion innervirt werden; 4) das erste (vordere) Paar der Crustaceen-Antennen den Insektenfühlern homolog ist, da dem zweiten Antennenpaare ein besonderes ursprünglich postorales, später mit dem Oberschlundganglion verschmelzendes Ganglienpaar entspricht.

In letzter Zeit sind einige hochwichtige Thatsachen bekannt geworden, die, meiner Ansicht nach, die Richtigkeit der obigen Auffassung der Kopfextremitäten der Insekten sehr zweifelhaft machen. Im Kapitel IV (S. 43) habe ich schon erwähnt, dass bereits Tichomirow (144) die Vermuthung ausgesprochen hat, dass der Insektenkopf vielleicht aus 6 Metameren besteht; weiter, dass Carrière für *Chalicodoma* sogar 7 embryonale Kopfsegmente annimmt und dass ich auf Grund eigener Untersuchungen nicht minder als 6 Segmente im Kopfe der Insektenembryonen anzunehmen geneigt bin. Die von Carrière mitgetheilten höchst interessanten Thatsachen sind leider nur zu kurz dargelegt; dabei sind seine Abbildungen etwas undeutlich und, was besonders zu bedauern, enthält seine Arbeit keine Querschnitte aus der Kopfregion, aus welchen ersichtlich wäre, wie sich die vom Verfasser erwähnten sieben Ganglienpaare zu den Kopfextremitäten verhalten. Carrière hält das Ganglion frontale für Nervenknoten des ersten (vordersten) Kopfsegmentes; wie schon oben gesagt, halte ich es nicht für möglich, die sympathischen Ganglien mit den Knoten des centralen Nervensystems zu homologisiren. Es ist weiter zu bemerken, dass nach Carrière das Antennensegment präoral ist, was übrigens mit seinen eigenen Abbildungen nicht im Einklang steht. Von präoralen Segmenten sind nach Carrière vier vorhanden, so dass bloss die Mandibeln- und Maxillen-Segmente postoral sind. Meiner Ansicht nach wird aber die Homologie der Insektenantennen mit den übrigen ventralen Extremitäten durch ihre, für viele Insekten vollkommen bewiesene postorale Lage sowohl, als durch das Vorhandensein eines zu den Antennen gehörigen Mesodermsomiten ausser allem Zweifel gestellt. Ich bin also genöthigt, wenigstens bis zum Erscheinen der ausführlicheren Arbeit von Carrière mich lediglich auf meine eigenen Beobachtungen über die Entwicklung des Kopfnervensystemes bei *Phyllodromia* und auf Tichomirow's Angaben über die embryonalen Kopfextremitäten der *Bombyx mori* (welche ich durch eigene Beobachtungen an *Gastropacha pini* bestätigt finde) zu stützen. Aus diesen Beobachtungen erhellt, glaube ich, zur Genüge, dass wenn überhaupt eine Homologie zwischen den Tracheaten- und Crustaceenantennen besteht, so können die Insektenfühler nur dem zweiten Paare der Crustaceenantennen entsprechen, da die Antennenganglien (die embryonalen Fühlerlappen) der Insekten eigentlich zum primären Rumpfe gehören und ebenso wie bei Crustaceen erst nachträglich mit den präoralen Ganglienanlagen verschmelzen. Aus demselben Grunde halte ich auch die Cheli-

ceren der Arachnoideen für homolog den Insektenfühlern. Was weitere Homologien der Mundtheile und der übrigen Extremitäten der Arthropoden anlangt, so halte ich es für ganz unmöglich, zur Zeit eine vergleichende Homologientabelle derselben, wie üblich geworden ist, zu geben. Solche Tabellen sind, meiner Ansicht nach, vorzeitig, da die Frage über die Zusammensetzung des Arthropodenkopfes sich viel verwickelter erweist, als allgemein angenommen wird. Schon die von Tichomirow, Bütschli, Carrière und mir (bei *Gastropacha pini*) beobachtete Thatsache, dass zwischen den Antennen und Mandibeln kleine Anhänge liegen, genügt, uns zur Vorsicht zu mahnen und mit der Homologisirung der Mundtheile von Myriopoden, Arachnoideen und Insekten, geschweige denn von Crustaceen besser etwas zu warten. Denn unsere Kenntnisse über die Myriopodenentwicklung sind noch gar zu dürftig und selbst die Embryologie der Insekten und der Spinnen bedarf einer Vervollständigung. Unter solchen Bedingungen würde es allzu kühn sein, schon gegenwärtig eine Homologisirung der Mundtheile der Arthropoden zu versuchen. Das Eine steht, glaube ich, fest: nämlich dass die Antennen der Insekten und höchst wahrscheinlich der Tracheaten überhaupt, wahre Homologa der Rumpfextremitäten sind und also den präoralen Fühlern von *Peripatus* nicht entsprechen. Es kann auch kaum einem Zweifel unterliegen, dass die von Kingsley begründete Gruppe Acerata (Poecilopoda und Arachnoidea) ihrem Namen nicht entspricht, da gar kein Grund vorliegt, die Cheliceren den Insektenfühlern nicht für homolog zu halten. Auch die von Lang vorgeschlagene Theilung der Tracheaten in Antennata (Myriopoda und Hexapoda) und Chelicerota (Arachnoidea) ist nicht berechtigt, da die Arachnoideen auf Grund der Entwicklung der Kopfextremitäten von den Antennaten nicht zu trennen sind.

Unter anderen Anhängen des Keimstreifens der Insekten sind auch die Abdominalanhänge sehr interessant und ich will dieselben hier etwas eingehender besprechen. Wie wir gesehen haben (Kapitel III), besitzt der Embryo von *Blatta germanica* 11 Paare Abdominalanhänge, die allem Anscheine nach den Thoraxbeinen vollkommen homolog sind. Hier habe ich die Absicht, diejenigen Abdominalanhänge zu betrachten, die längere Zeit in der postembryonalen Entwicklung persistiren, wie die «Afterfüsse» der Raupen und Afterraupen, die Abdominalanhänge der Thysanuren u. s. w.

In Bezug auf die Abdominalanhänge von *Campodea* und *Machilis* herrschte lange Zeit die Ansicht, dass dieselben den echten Beinen homolog seien. Bloss wenige Forscher, wie Burmeister (177) haben sich gegen diese Annahme erklärt. In jüngster Zeit entstanden lebhafte Zweifel über die Bedeutung dieser Anhänge als Beinrudimente. Einige Autoren glauben nämlich, dass dieselben nicht den Beinen, sondern den Coxalanhängen, welche auch an der Thoraxbeinen vorhanden sind, entsprechen. Ist diese ausschliesslich auf anatomische Thatsachen sich stützende Meinung richtig, so müssen doch auch bei *Machilis* und *Campodea* im Embryonalleben mit Coxalanhängen versehene Abdominalbeine existiren, die später verschwinden können, von sich bloss Coxalanhänge übrig lassend. Mit der Frage über die Abdominalanhänge der Insekten hat sich Herr Dr. Haase viel beschäftigt, der

vor kurzer Zeit über diesen Gegenstand eine ausführliche Abhandlung publicirt hat. Die sehr interessante Arbeit von Herrn Dr. Haase nimmt leider allzu ausschliesslich zoographische und anatomische Thatsachen in Betracht, die vergleichende Embryologie wird aber in derselben wenig berücksichtigt. Homologieen können aber, meiner Ansicht nach, ohne constante Berücksichtigung der embryologischen Thatsachen gar nicht aufgestellt werden. Indem Haase z. B. die ganz streitige, weil entwicklungsgeschichtlich noch nicht untersuchte Frage über die abdominalen Griffel von *Machilis* und *Campodea* dahin entscheidet, dass er dieselben für Coxalanhänge erklärt, zählt er zu derselben Kategorie auch die sogenannten Styli der Orthopteren, indem er sich theilweise auf meine Untersuchungen beruft, nach welchen die Styli «erst bedeutend nach der Anlage der Beine, selbst noch der der Endraife, aus Hautpapillen entstehen». Ich muss erklären, dass Herr Dr. Haase weder aus meinen Abbildungen (29), noch aus meinen Präparaten, die ihm zu Gebote standen, einen solchen Schluss ziehen konnte. Die Styli entstehen nicht aus «Hautpapillen», sondern bestehen ebenso wie die übrigen Extremitäten aus Ectoderm und Mesoderm und ihre Höhle communicirt mit der Höhle des betreffenden Somiten. Auch entstehen sie zwar wohl nach den Thoraxbeinen, nicht aber später, als die Cerci. Hat Haase nicht vielleicht für die ersten Cerci-Anlagen die Schwanzlappen gehalten, die später verkümmern und fast gänzlich in die Bildung der Cerci übergehen, wie es schon von Tichomirow für *Bombyx mori* beschrieben worden ist? Der einzige Unterschied zwischen den Styli und Cerci einer- und den übrigen Bauchanhängen andererseits besteht darin, dass die letzteren bald verschwinden, während die ersteren in der postembryonalen Entwicklung persistiren. Ich zweifle also nicht, dass die Styli bei *Phyllodromia* (und höchst wahrscheinlich bei allen Orthopteren) echte Beinrudimente sind, und, falls die Ansicht von Haase über die Bedeutung der Abdominalgriffel von *Machilis* und *Campodea* als Coxalanhänge richtig ist, den letzteren nicht entsprechen.

In Betreff der Cerci liegen zwar einige Zweifel vor, die aber vielleicht mehr scheinbarer Natur sind. So trägt das letzte (10.) Bauchsegment von Machilis drei einander ähnliche, lange, gegliederte Anhänge. Entsprechen die zwei seitlichen Anhänge den Cerci der Orthopteren, was schwerlich zu bezweifeln ist, — wohin gehört dann der dritte mittlere Anhang? Haase spricht die Vermuthung aus, dass derselbe nichts Anderes, als ein sehr verlängertes secundär gegliedertes Endsegment (Afterdeckstück) darstellt. Diese Erklärung ist sehr plausibel. Dass die Segmente des Insektenkörpers secundäre (oberflächliche) Gliederung zeigen können, beweisen am besten gewisse Insektenlarven, wie z. B. die von *Chardiophorus*, welche 26 scheinbare Segmente (hinter dem Kopfe) zeigt, die von *Thereva*, wo 17 scheinbare Abdominalringe auftreten u. s. w. (nach Perris). Es versteht sich aber von selbst, dass das definitive Urtheil über den mittleren Endfaden von *Machilis*, von Ephemeriden u. s. w. erst nach der Untersuchung ihrer Embryonalentwicklung gegeben werden kann. Ein anderes sehr interessantes Beispiel zeigt die Gattung *Tridactylus* Oliv. *(Xya* Latr.*)*, wo das 10. Abdominalsegment zwei Paar Cerci (ventrale und dorsale) trägt. Vielleicht entsprechen hier die ventralen Cerci den bei anderen Insekten (auch bei *Phyllodromia*) verkümmernden Anhängen

des zehnten embryonalen Bauchsegmentes, das später mit dem elften verschmilzt. Diese Frage ist ebenfalls durch embryologische Untersuchung zu entscheiden.

Wir sehen also, dass die angeführten Schwierigkeiten der Deutung von Endraifen jedenfalls mehr oder weniger plausible Erklärungen zulassen; andererseits zeigt die Entwicklung der Cerci bei *Phyllodromia* so klar ihre Gleichwerthigkeit mit den Antennen und den übrigen ventralen Extremitäten, dass ich gar keinen Grund sehe, dieselben nicht für homolog mit den Thoraxbeinen zu halten. Jedenfalls scheint mir eine solche Deutung der Cerci viel besser begründet und nicht so willkührlich zu sein, wie z. B. der Vergleich mit den Furkalanhängen von *Apus* oder den Analfühlern der Polychaeten (Haase).

Höchst interessant sind die Bauchanhänge von Poduren, d. h. ihre Sprunggabel und der sogenannte Ventraltubus. Haase hält die Gabel für den Abdominalgriffeln von *Machilis* gleichwerthig, also den Beinen nicht homolog. Aber schon Uljanin (147) hat gezeigt, dass die Sprunggabel der Poduren aus zwei in jeder Hinsicht beinähnlichen Bauchanhängen entsteht, so dass ihre Homologie mit den Thoraxbeinen kaum zu bezweifeln ist. Für den Ventraltubus nimmt Haase an, dass derselbe den «Ventralsäcken» von *Machilis*, *Scolopendrella*, *Campodea* u. s. w. entsprechen soll, wobei er wieder embryologische Thatsachen ausser Acht lässt: Uljanin bewies nämlich, dass der Ventraltubus aus zwei vorderen Abdominalanhängen sich entwickelt, die den Thoraxbeinen ganz ähnlich und wohl ohne Zweifel homolog sind, während die Ventralsäckchen z. B. bei *Scolopendrella* an denselben Segmenten vorkommen, wo auch Beine vorhanden sind, also den Beinen nicht homolog sein können. Ueber die birnförmigen Anhänge des ersten abdominalen Segmentes gewisser Insektenembryonen äussert sich Haase sehr unbestimmt; indem er nämlich ihre Homologie mit den Ventralsäckchen auch für etwas zweifelhaft hält, glaubt er aber, dass dieselben eine gleiche (respiratorische) Function besitzen und dass «es wahrscheinlich eine latente Vererbung ist, welche diese einander so durchaus analogen Bildungen an denselben Orten wieder entstehen liess». Die Entwicklungsgeschichte zeigt aber auf's Deutlichste, dass die birnförmigen Anhänge sich aus typischen beinartigen und den Thoraxbeinen unzweifelhaft homologen Bildungen entwickeln, dass also von der Homologie derselben mit den Ventralsäckchen der Myriopoden und Thysanuren keine Rede sein kann. Was die Function der birnförmigen Anhänge betrifft, so ist sie, höchst wahrscheinlich, dieselbe, wie auch die des Ventraltubus der Poduren, die nach Haase mit Hülfe dieses Organes am Glase in die Höhe klettern (wozu sie aber auch ohne Hülfe desselben fähig sind). Dass die birnförmigen Organe klebrig sind, davon hat sich schon Rathke (132) überzeugt, nach welchem beim Herausnehmen der *Gryllotalpa*embryonen aus den Embryonalhüllen die «pilzhutförmigen Körper» leicht abreissen und an den Hüllen haften bleiben[1]). Damit stimmen auch die neuesten Angaben von Wheeler (166), Graber (54) und Nusbaum (113) überein. Zeigen diese Organe aber einen drüsigen Charakter, so folgt daraus noch nicht, dass sie Athmungsorgane

1) Rathke war auch der erste, der die Facettirung der Oberfläche dieser Anhänge beobachtet hat.

sind. Neue von Haase mit den Ventralsäckchen und dem Ventraltubus angestellte Experimente beweisen, dass diese Organe im erweiterten und ausgestreckten Zustande sich mit Blut füllen, was besonders in feuchter und warmer Atmosphäre geschieht. Haase schliesst daraus, dass sie Blutkiemen darstellen. Es ist nicht unmöglich, dass in gewissen Fällen auch die birnförmigen Abdominalanhänge der Insektenembryonen der Athmungsfunction dienen können; für *Blatta germanica* trifft dies aber gewiss nicht zu, da hier die betreffenden Anhänge gar keine Höhle enthalten. Wie dem auch sein mag, die Entwicklungsgeschichte zeigt uns ganz unzweideutig, dass die ursprüngliche Gestalt dieser Anhänge beinartig ist und also ihre primitive Function eine ambulatorische gewesen ist; erst später ändern sie ihre Form und werden, durch enorme Entwicklung der Ectodermzellen, zu drüsigen Haftorganen; erhält sich dabei in denselben eine Höhle, so können sie vielleicht in gewissem Grade auch die Athmungsfunction übernehmen. Es ist sehr interessant diese drüsigen Anhänge mit den zu Spinnwarzen werdenden abdominalen Anhängen der Spinnen zu vergleichen, wo nach den schönen Beobachtungen Morin's (205) auf der Spitze des Anhanges eine drüsige Vertiefung (die künftige Spinndrüse) sich bildet, die den von Nusbaum (113) für *Meloë* beschriebenen Vertiefungen der Abdominalanhänge überaus ähnlich ist[1]).

Ich gehe nun zur Betrachtung der übrigen im postembryonalen Leben persistirenden Abdominalanhänge über. Hierher gehören die sogenannten Afterfüsse der Lepidopteren- und Blattwespenlarven sowohl, als auch die Bauchanhänge anderer Insektenlarven. In der oben citirten Arbeit hat Herr Haase eine grosse Anzahl hierher gehöriger Thatsachen gesammelt, so dass ich auf die Aufzählung derselben verzichten kann. Ich wende mich also direkt zu den Bauchfüssen der Raupen.

Wie bekannt, hat Brauer (176) schon 1869 die Ansicht ausgesprochen, dass vielfüssige Insektenlarven als secundäre, von der primären *Campodea*-artigen Larve ableitbare und auf dem Wege der Anpassung entstandene Formen zu betrachten sind. Ihm haben sich Packard (210) und Lubbock (202) angeschlossen und die von Brauer begründete Ansicht ist bisjetzt die herrschende. Zur Zeit, als Brauer seinen kleinen Aufsatz, der so viel Erfolg gehabt hat, publicirte, waren die Kenntnisse über die embryonale Entwicklung der Insekten noch sehr dürftig, da die bahnbrechende Arbeit Kowalevsky's (83) erst 1871 und die Arbeit Bütschli's (23), in der zuerst das Vorhandensein zahlreicher abdominaler Anhänge bei einem Insektenembryo behauptet worden ist, erst 1870 erschienen. Dadurch, glaube ich, erklärt sich die günstige Aufnahme der Brauer'schen Hypothese, mit welcher die embryologischen Thatsachen, wie ich zeigen werde, entschieden im Widerspruche stehen. Dass diese Hypothese bis jetzt ihre Bedeutung für die Mehrzahl der Zoologen behalten hat und in Lehrbüchern beständig wiederholt wird, erklärt sich, meiner Ansicht nach, durch die Dürftigkeit der betreffenden embryologischen Angaben sowohl, als auch durch die unvoll-

1) Ob hierher auch die von Gerstaecker (181) bei *Corydia* beschriebenen ausstülpbaren Curunken gehören, ist sehr zweifelhaft.

ständige Bekanntschaft mit einigen werthvollen Arbeiten; so ist z. B. die Arbeit Tichomirow's über *Bombyx mori*, weil russisch geschrieben, erst in den letzten Jahren den ausländischen Gelehrten ausführlicher bekannt geworden. Obschon ich aber nicht ableugnen will, dass die Embryologie der Insekten und speciell der Lepidopteren noch einer Vervollständigung bedarf, wage ich doch zu behaupten, dass gerade in der Frage über die Abdominalanhänge unsere Kenntnisse schon befriedigend sind. Die hierher gehörigen Thatsachen wurden von Kowalevsky, Tichomirow und Graber mitgetheilt. Kowalevsky, der u. A. die Entwicklungsgeschichte des *Smerinthus populi* untersuchte, bildet am Keimstreifen dieses Schmetterlings 10 Paar ganz deutliche Abdominalanhänge ab. Tichomirow beschreibt und zeichnet für *Bombyx mori* kleine, aber «deutliche» Anhänge auf allen Abdominalsegmenten, das erste ausgenommen; in späteren Stadien (wenn die Kopfsegmente mit einander verschmelzen) bleiben bloss die Anhänge des 3.—6. und des 11. (später mit dem 10. und 9. Segmente verschmelzenden) Segmentes erhalten und werden weiter entwickelt, während die übrigen sich reduciren und endlich spurlos verschwinden. Graber hat *Gastropacha quercifolia* untersucht, bei welchem Schmetterlinge die abdominalen Anhänge erst verhältnissmässig sehr spät (wenn die vier Kopfsegmente sich miteinander verschmolzen haben) und bloss an denjenigen Segmenten erscheinen sollen, wo dieselben auch bei der Raupe vorhanden sind, so dass die Reihe der embryonalen Bauchanhänge keine continuirliche ist. Daraus schliesst Graber, sich irriger Weise auf Tichomirow berufend (der russische Text der Tichomirow'schen Arbeit war ihm offenbar unverständlich), dass die Afterfüsse der Raupen den Thoraxbeinen nicht homolog sind und secundäre Bildungen darstellen. Dabei ist er doch bereit, zuzugeben, dass wenn in der That beim Embryo eine continuirliche Reihe von Abdominalanhängen vorkommt, dieselben den Thoraxbeinen homolog sein sollen. Meiner Ansicht nach unterliegt es keinem Zweifel, dass das Letztere auch der Fall ist. Erstens ist nämlich die Richtigkeit der Kowalevsky'schen Angaben wohl schwerlich anzuzweifeln, da es höchst unwahrscheinlich ist, dass ein so vorsichtiger und feiner Forscher, wie Kowalevsky, dessen Beobachtungen fast ohne Ausnahme von allen Forschern bestätigt worden sind, — in einer so einfachen Frage in Irrthum gerathen könnte. Zweitens sind auch die Angaben Tichomirow's sehr ausführlich und bestimmt. Graber sagt zwar, dass seine Zeichnungen «undeutlich» sind; allein bloss die Anhänge des 11. Abdominalsegmentes sind auf der Tichomirow'schen Fig. 26 undeutlich, oder eigentlich gar nicht angegeben, während die übrigen Abdominalanhänge zwar schwach contourirt, aber vollkommen deutlich sind. Besonders ausführlich und genau ist aber die im Text (S. 41—42) gegebene Beschreibuug der Abdominalanhänge. Dazu kann ich noch hinzufügen, dass ich auf Grund eigener Untersuchungen über den Keimstreif von *Gastropacha pini* die Tichomirow'sche Schilderung ganz bestätigen kann, da auch bei diesem Schmetterling in einem sehr frühen Entwicklungsstadium eine continuirliche Reihe von sehr kleinen, aber doch deutlichen Abdominalanhängen zu beobachten ist und die von Tichomirow für *Bombyx mori* gegebene Abbildung (Fig. 26) in allen Zügen auch für *Gastropacha pini* passt.

Wären aber in Bezug auf die äussere Entwicklung des Lepidopterenembryo's ausschliesslich die von Graber publicirten Beobachtungen über *Gastropacha quercifolia* bekannt, so würde, glaube ich, daraus noch nicht folgen, dass die Afterfüsse der Raupen «secundäre» Bildungen sind. Worauf wäre denn eine solche Schlussfolgerung begründet: auf das späte Erscheinen der Abdominalanhänge, oder aber auf die Thatsache, dass die Reihe derselben keine ununterbrochene ist? Aber das späte Auftreten an sich kann nicht als Beweis für die secundäre Natur eines Organes gelten, da im Auftreten der Organe in der Embryonalentwicklung nahe verwandter Thiere sich gar keine bestimmte Reihenfolge beobachten lässt: ein und dasselbe Organ oder Organsystem kann sich bei einem Thiere sehr früh, bei einem anderen aber sehr spät zeigen. So sind z. B. bei *Apis* die Stigmenlöcher nahezu die allerersten Differenzirungen des segmentirten Keimstreifens, während bei *Blatta germanica* sich dieselben erst nach der begonnenen Gliederung der Extremitäten bemerken lassen. Folgt nun daraus, dass die Stigmen bei Hymenopteren primär, bei Orthopteren aber secundär sein sollten? Was aber die Discontinuirlichkeit der Reihe von Abdominalanhängen und ihr Auftreten bloss an denjenigen Segmenten, wo bei der Raupe Afterfüsse vorhanden sind, betrifft, — so beweist diese bisjetzt bloss an einem Schmetterlingsembryo beobachtete Thatsache an sich ebenfalls noch nicht, dass die Afterfüsse secundär seien. Anstatt die Hypothese aufzustellen, dass die Raupen ihre Bauchanhänge in postembryonaler Entwicklung erworben hatten und das erste Auftreten dieser Organe nachträglich in frühe (embryonale) Entwicklungsphasen zurückverlegt worden ist, sind wir ebenso wohl berechtigt anzunehmen, dass beim Embryo, der ursprünglich eine continuirliche Reihe von abdominalen Anhängen besass, später sich bloss diejenigen Anhänge anzulegen anfingen, die sich auch in postembryonaler Entwicklung erhielten, dass die Unterdrückung der übrigen Abdominalextremitäten aber aus eben derselben Ursache geschah, aus welcher beim Embryo anderer Insekten sämmtliche Bauchfüsse nicht mehr angelegt werden, d. h. infolge des Nichtgebrauches. Die zweite Hypothese ist schon a priori nicht minder wahrscheinlich, als die erste; durch die Thatsache aber, dass bei gewissen Lepidopterenembryonen in der That eine continuirliche Reihe von Abdominalbeinen vorkommt, wird sie vollkommen bestätigt und ist wohl die allein richtige. Bei Gelegenheit der Besprechung meiner Arbeit über die äussere Entwicklung von *Blatta germanica* (39) schreibt Prof. Emery u. A.: «Die Abdominalfüsse der Schmetterlingsraupen mögen sich ganz gut durch Rückschlag in der Phylogenie aus den bei anderen Insekten sonst rasch schwindenden Embryonalrudimenten wieder entwickelt haben, und jene Raupen dürfen mit grosser Wahrscheinlichkeit aus *Campodea*-artigen primitiven Formen abgeleitet werden. Derartige Atavismus-Fälle spielen wohl in der Phylogenie eine viel bedeutendere Rolle, als gewöhnlich angenommen wird. Primitive Bildungen werden aus ihren rudimentären oder sogar latenten Anlagen durch neue Adaptation wieder gezüchtet, und so entstehen neue Organisationsverhältnisse, welchem mit gleichem Recht als primitive oder als secundäre aufgefasst werden können». Ich führe hier dieses Citat an, um darauf hinzuweisen, dass ich bereits vor Jahren die mög-

liche (und wahrscheinliche) hohe Bedeutung des Atavismus in der Ontogenie und Phylogenie hervorgehoben habe (178, 179), indem ich die hieher gehörenden Fälle mit dem Namen des «normalen periodischen Atavismus» bezeichnete. Indem ich also mit Herrn Emery principiell die Möglichkeit für sehr wahrscheinlich finde, dass ontogenetisch secundäre Organe den phylogenetisch primären homolog sein können, halte ich es jedoch für überflüssig und sogar für unmöglich, diese Ansicht auf die Raupen anzuwenden. Die vielfüssigen Raupen können schon darum nicht von sechsfüssigen (*Campodea*artigen) Larven abgeleitet werden, weil die letzteren in ihrer embryonalen Entwicklung selbst vielfüssig sein können (*Hydrophilus* u. A.). Der ganze Unterschied zwischen den sechsfüssigen und polypoden Insektenlarven beruht also auf dem Umstande, dass bei jenen die Abdominalfüsse vor dem Verlassen des Eies rückgebildet werden, bei diesen aber sich in der postembryonalen Entwicklung erhalten. Dass die vielfüssigen Larven nicht von sechsfüssigen abgeleitet werden können, ist aus der Embryonalentwicklung der Insekten klar; andererseits lehrt uns aber die Paläontologie, dass die ältesten Insekten eine unvollständige Metamorphose besassen, also nach dem Verlassen des Eies sechsfüssig waren und dass folglich auch die sechsfüssigen Larven von polypoden nicht abzuleiten sind. Es bleibt nun nur übrig, was auch am natürlichsten ist, anzunehmen, dass sowohl die hexapoden, als polypoden Larven in verschiedenen Insektenordnungen unabhängig von einander entstanden sind.

Nachdem ich die Frage von den abdominalen Extremitäten der Raupen erörtert habe, muss ich noch kurz der Abdominalanhänge der übrigen Insektenlarven erwähnen. Wie oben gesagt, hat Herr Dr. Haase fast alle hierher gehörigen Beispiele in seiner neuen Arbeit (62) zusammengestellt. Leider benutzt er dabei für seine Schlussfolgerungen fast ausschliesslich zoographische und anatomische Thatsachen, scheint dagegen die Ergebnisse der vergleichenden Embryologie für überflüssig zu halten. So genügt es ihm, z. B., die Thatsache zu constatiren, dass die abdominalen Anhänge nicht direkt in der Verlängerung der Reihe der Thoraxbeine, sondern etwas seitwärts oder einwärts von derselben liegen, — um die Homologie dieser Anhänge mit den Thoraxbeinen zu verwerfen. Mir scheint aber, dass die Annahme oder Verwerfung von Homologien in der grossen Mehrzahl der Fälle gar nicht ohne Berücksichtigung der Entwicklungsgeschichte möglich ist, welche allein uns zeigen kann, ob die betreffenden Anhänge aus embryonal angelegten Abdominalbeinen hervorgehen oder nicht. Fehlen gerade die embryologischen Thatsachen, so muss die Frage unentschieden bleiben und alle Schlussfolgerungen sind vorzeitig. So besitzen z. B. viele Tenthredinidenlarven zahlreiche Abdominalanhänge, die denjenigen der Schmetterlingsraupen äusserst ähnlich sehen. Da nun die Embryonalentwicklung der Blattwespen, von einigen äusserst unvollständigen Angaben Packard's (125) abgesehen, noch nicht bekannt ist, so lässt sich die Natur der betreffenden Anhänge, ungeachtet ihrer grossen Aehnlichkeit mit denen der Raupen, nicht genau bestimmen.

Sehr interessant ist die Frage über die morphologische Bedeutung der sogenannten Gonapophysen, d. h. der männlichen Copulationsorgane, Legeröhren, des Stachels der Hymenopteren u. s. w. Zu Gonapophysen zähle ich u. A. auch die männlichen Appendices

copulatarii der Schmetterlinge. Einige Autoren, wie Huxley und Dewitz halten die Gonapophysen für Homologa der Beine; andere, wie Claus, wagen nicht, sich in dieser Frage mit Bestimmtheit auszusprechen und bemerken nur, dass die Homologie der Gonapophysen mit den Beinen nicht bewiesen ist; gewisse Autoren verwerfen endlich diese Homologie entschieden (Haase). Gegen die Homologisirung der Gonapophysen mit den Beinen können verschiedene Belege angeführt werden. So befinden sich z. B. bei *Machilis* auf den die Gonapophysen tragenden Bauchsegmenten auch Ventralgriffel, so dass diese Segmente mit je zwei Paaren von Anhängen versehen sind. Oben haben wir gesehen, dass die Frage über die Bedeutung der Ventralgriffel der Thysanuren wegen der Unkenntniss ihrer embryonalen Entwicklung nicht entschieden werden kann. Aber auch abgesehen davon spricht die Thatsache des Vorhandenseins von zwei Paaren von Anhängen an einem Segment an sich noch nicht gegen die Homologisirung dieser Anhänge mit den Beinen. Erstens haben die schönen Untersuchungen Uljanin's über die postembryonale Entwicklung der Biene (149) gezeigt, dass ursprünglich einfache Anhänge sich später der Länge nach spalten können, wodurch zwei Paar Anhänge entstehen, die alle zusammen einem Beinpaare homolog sein können. Zweitens, ist die Hypothese, dass die Ventralgriffel den Coxalanhängen entsprechen, richtig, so können bei *Machilis* die Ventralgriffel des 8. und 9. Segmentes die vom Extremitätenstamme abgelösten Coxalanhänge darstellen. Andere Einwände gegen die Homologisirung der Gonapophysen mit den Beinen beruhen auf dem späten Auftreten der Gonapophysen, die also «secundäre» Bildungen sein sollen. Oben habe ich schon Gelegenheit gehabt, darauf hinzuweisen, dass mehr oder weniger spätes Auftreten der Organe in der Entwicklung für Aufstellung von Homologien wenig Bedeutung hat; ich bin überzeugt, dass sogar erst im postembryonalen Leben auftretende Organe den sehr früh auftretenden gleichwerthig sein können, da ja zwischen der embryonalen und postembryonalen Entwicklung kein principieller Unterschied besteht. Können gewisse Organe auf rein postembryonale Anpassung zurückgeführt werden, so sind wir doch nicht verpflichtet, alle postembryonal auftretenden Bildungen für phylogenetisch secundär zu halten. Speciell für diejenigen Insekten, bei welchen die Entwicklung der Gonapophysen genügend untersucht worden ist (z. B. für die Biene), — erweist sich die Homologie derselben mit den Beinen gerade sehr wahrscheinlich. Bei der Biene entwickelt sich der Stachel nach Uljanin (149) aus zwei Paaren von Anhängen am Hinterende des Abdomens, wobei sich die hinteren Anhänge sehr bald der Länge nach spalten. Nach Bütschli (23) sind beim Bienenembryo besonders die zwei hintersten Abdominalanhangpaare entwickelt. Auch Grassi (56) erwähnt dieser Anhänge, obgleich er das Vorhandensein der übrigen Abdominalextremitäten in Abrede stellt (gegen Bütschli). Diese hintersten Abdominalanhänge scheinen sich nun später stark zu reduciren, so dass sie unmittelbar vor dem Verlassen des Eies flache Ectodermscheiben darstellen (Kowalevsky, 83). Erst nach der zweiten Häutung der Larve fangen sie (nach Uljanin) an, weiter zu wachsen, und was besonders interessant ist, zeigen sie sogar eine undeutliche Gliederung. Die Entwicklung dieser Abdominalan-

hänge tritt also gegen das Ende des Embryonallebens etwas zurück, um erst in der postembryonalen Entwicklung weiter zu gehen. Nach Haase können diese Anhänge darum den Beinen nicht homolog sein, weil ihre erste Anlage rein ectodermal sei. «Diese Ansicht, — sagt er, — welche auch von Grassi vertreten zu werden scheint, wurde zuerst 1872 von Uljanin ausgesprochen, der die Entwicklung der Gonapophysen aus subcutanen Imaginalscheiben nachwies». Diese, wie ich gleich zeigen werde, ganz ungerechtfertigte Berufung auf Uljanin beruht wohl seitens Herrn Dr. Haase auf der Unkenntniss der russischen Sprache. Uljanin spricht, im Gegentheil, seine tiefe Ueberzeugung aus, dass die Stachelheile den Beinen homolog sind, und zwar dass die Stechborsten dem einen, die Quadratplatten mit der Stachelrinne zusammen aber dem anderen Beinpaare entsprechen. Auch beweist Uljanin, dass die Thoraxbeine ebenfalls sich aus subcutanen Imaginalscheiben entwickeln, so dass zwischen der Entwicklungsart der Thoraxbeine und der Abdominalanhänge eigentlich kein Unterschied besteht. Es liegt also gar kein Grund vor, den Bienenstachel mit den Thoraxbeinen nicht für homolog zu halten.

Die Entwicklungsgeschichte der Biene liefert auch schöne Belege für die Richtigkeit der von mir, wie oben gesagt, schon vor Jahren (178, 179) ausgesprochenen Ansicht, dass auch ontogenetisch wirklich secundäre Organe eben dieselbe morphologische und phylogenetische Bedeutung haben können, wie unzweifelhaft primäre Bildungen. Die Thoraxbeine des Bienenembryo sind derartig stark entwickelt, dass sie keinem der Embryologen, die die Entwicklung der Biene untersuchten, entgangen sind. Diese Beine reduciren sich mit der Entwicklung des Embryo und verwandeln sich in flache ectodermale Scheiben (Kowalevsky). Erst im Larven- und Puppenleben entwickeln sie sich weiter und werden zu definitiven Beinen. Die Thoraxbeine der Biene sind also, ihrer Entwicklungsart nach, secundär; jedoch wird es wohl Niemandem einfallen, ihre Homologie mit den Thoraxbeinen anderer Insekten anzuzweifeln. Ebenso «secundär» sind auch die Thoraxbeine der Borkenkäfer (nach Packard's (124) Untersuchungen, was ich durch eigene Erfahrungen bestätigen kann), der Flöhe (nach Balbiani, 5) und wahrscheinlich sehr vieler Insekten, deren Larven fusslos sind. Die Kopfanhänge der Musciden (Fühler und Kiefer) fallen ebenfalls im Larvenstadium der Rückbildung anheim und entwickeln sich später zum zweiten Mal. Unter den inneren Organen sind alle Theile, die im Puppenstadium durch Histolyse zerstört werden, im erwachsenen Thiere ebenfalls «secundär». Aehnliche Processe lassen sich auch bei Crustaceen beobachten. So erscheinen bei den Stomatopoden (bei *Erichthus* nach Claus) drei hintere Thoraxbeinpaare erst am Ende des Larvenstadiums, während das 3.—5. Paar sehr früh auftreten, um später zu verkümmern und dann wieder von Neuem aufzutreten. Bezüglich dieser merkwürdigen Erscheinung schreibt Lang (199): «Der erste, später zu nichte gemachte Anlauf zur Bildung der sämmtlichen oder der meisten typischen Malacostrakenextremitäten, den wir hier constatiren, ist ohne Zweifel der Macht der Vererbung zuzuschreiben. Das temporäre Verschwinden eines Theiles der Extremitäten ist höchst wahrscheinlich eine Anpassungserscheinung an die speciellen, von denen des erwachsenen Thieres

so verschiedenen Existenzbedingungen der Larve. Wenn aber der erste frucht- und nutzlose Anlauf im Laufe der Zeiten allmählich schwächer wurde und schliesslich gänzlich unterblieb, so würden wir bei Loricaten und Stomatopoden ganz ähnliche Erscheinungen antreffen, wie bei der Brachyuren-Entwicklung, wo die Ausbildung der 5 letzten Brustsegmente und ihrer Extremitäten so ausserordentlich spät geschieht». Diese Worte möchte ich gern unterschreiben und glaube, dass die Folgerungen Lang's auch auf andere Thiere, wie z. B. auf die Insekten auszudehnen sind. Es ist evident, dass das ontogenetisch Secundäre bei Weitem nicht immer auch phylogenetisch secundär ist. Ueberhaupt scheint es mir, dass der Begriff des Secundären nur allzu oft missbraucht wird: ist einem Autor irgend welche Erscheinung zur Durchführung seiner Theorien unbequem, so erklärt er sie einfach für «secundär» und glaubt damit die ganze Frage abgefertigt zu haben.

Die Entwicklung der männlichen Gonapophysen ist leider viel weniger untersucht, als die der Eiröhre und des Stachels. Die sehr interessanten «Forcipes» der Hummeln stellen sehr gut entwickelte und sogar gegliederte Anhänge dar (218), die ganz den Eindruck der etwas modificirten Beine machen. Die Untersuchungen Packard's (126) scheinen aber die Homologie dieser Anhänge mit den Beinen nicht zu bestätigen, da dieselben aus drei Paaren von Höckern sich entwickeln sollen, die alle dem neunten Segmente angehören. Kräpelin verwirft ebenfalls die Homologie der männlichen Copulationsorgane der Drohne (*Apis mellifica*) mit den Theilen des Bienenstachels. Diese Frage bedarf noch weiterer Untersuchung. Etwas besser liegen die Sachen in Bezug auf die männlichen Forcipes der Schmetterlinge. Wie bekannt (6, 197), entwickeln sich diese Forcipes aus dem hintersten Paare der Afterfüsse der Raupe (den sogenannten Nachschiebern); die letzteren entstehen aber nach Tichomirow aus dem hintersten Paare der embryonalen Abdominalanhänge, d. h. aus den Anhängen des 11. Segmentes und entsprechen also den Cercis anderer Insekten. Tichomirow schreibt nämlich, dass die Schwanzlappen im Laufe der Entwicklung mehr und mehr verkümmern und zuletzt fast gänzlich in die Bildung des hintersten Paares der abdominalen Beine der Larve übergehen, deren neuntes Abdominalsegment durch Verschmelzung des 16.—18. embryonalen Segmentes entsteht. Oben habe ich gezeigt, dass die Cerci aller Wahrscheinlichkeit nach den echten Beinen homolog sind; die männlichen Forcipes der Schmetterlinge sind also ebenfalls als Homologa der Beine zu betrachten. Im erwachsenen Zustande befestigen sie sich an der ventralen Hälfte des neunten Abdominalringes, welcher bei vielen Arten stark modificirt ist, bei einigen aber seine typische Ringform erhält.

Die Gonapophysen sind also wenigstens in gewissen Fällen für Homologa der Beine anzusehen.

Bei der Betrachtung der Morphologie des Insektenkeimstreifens kann ich nicht umhin, die Frage über das Verhalten des Keimstreifens und der Embryonalhüllen zur Trochophora-Theorie zu berühren. Wie bekannt, hat B. Hatschek 1878 ein Schema der Bildung des Annelidenkörpers gegeben, nach welchem das vorderste oder Kopfsegment sämmtlichen

übrigen Körpersegmenten, als dem Rumpfe gegenüber gestellt wird. Dieses Schema wurde neulich auch auf den Keimstreif der Insekten angewendet, der nach Haase 1) aus dem die Antennen tragenden «Frontalstück» (das «Kopfsegment» Hatschek's), 2) aus einer Reihe einander homologer Gliedmaassen tragender Metameren, und 3) aus einem Cerci tragenden Endsegment zusammengesetzt wird. Oben habe ich Belege gegen die Ansicht, dass die Fühler und Endraife den Beinen nicht homolog seien, angeführt und halte es für überflüssig hier darauf nochmals zurückzukommen. Ich will nur darauf hinweisen, dass, obschon die Antennen nicht präoral sind und dem primären Rumpfe angehören, dennoch das präorale Segment in der That vorhanden ist und vom übrigen Körper durch die Antennenfurche abgegrenzt wird. Ob dieses präorale Segment mit dem Trochophoraleibe vergleichbar ist oder nicht, — das ist sehr fraglich. Einerseits ist dieser Vergleich nicht von der Hand zu weisen, da das präorale Segment keine coelomatische Höhlen besitzt; andererseits haben sich aber die Insekten von ihren Vorfahren — den Anneliden — gewiss so weit entfernt, dass eine Wiederholung des Trochophora-Stadiums in ihrer Entwicklung auch gänzlich fehlen kann. Dem Umstande, dass die präoralen Ganglien aus einer von der Bauchkette getrennten Anlage sich entwickeln, ist schwerlich eine so hohe Bedeutung zuzuschreiben, wie es von Seiten einiger Forscher (215) geschehen ist, da, wie wir gesehen haben, auch jedes Ganglion der Bauchkette aus einer gesonderten Anlage entstehen kann. Dass das präorale Segment keine Coelomhöhlen besitzt, erklärt sich vielleicht aus dem rudimentären Charakter seiner Anhänge (Oberlippe), und es ist dabei noch rathsam, detaillirte Untersuchungen über die Entwicklung dieses Segmentes abzuwarten, in welchem vielleicht, wie im «Endsegment» von *Blatta germanica*, rudimentäre Coelomhöhlen sich finden werden.

Was die Embryonalhüllen anbelangt, so wird die Frage über ihre morphologische Bedeutung sehr verschiedenartig beantwortet. P. Mayer (103) betrachtet die Bildung der Embryonalhüllen als summarische Häutung des Embryos, welcher Ansicht sich auch Balfour anschliesst. Tichomirow und Emery (144, 40) halten es für möglich, die Embryonalhüllen der Insekten mit dem Krebspanzer zu vergleichen. Kennel (191) sieht dieselben als Rudimente der Trochophora an. Will schlägt eine neue Hypothese vor (169), die auf den ersten Blick sehr einfach und plausibel erscheint. Indem er nämlich den inneren Keimstreif der Insekten mit dem Myriopoden-Keimstreif vergleicht, der bekanntlich sehr stark in die Länge wächst, sich endlich an der Mitte zusammenbiegt und in den Nahrungsdotter einstülpt, — hält er das Insektenamnion der hinteren Hälfte des Myriopodenkeimstreifens für homolog. Die Insekten mit innerem Keimstreif wären also phylogenetisch älter als die mit äusserem (gegen P. Mayer, nach welchem umgekehrt die Insekten mit äusserem Keimstreifen die älteren sind). Von allen diesen Hypothesen scheint mir die von Tichomirow und Emery vorgeschlagene am mindesten glücklich zu sein. Alle Ergebnisse der vergleichenden Anatomie und Embryologie zwingen uns anzunehmen, dass die Crustaceen eine von den übrigen Arthropoden gesonderte Abstammung haben müssen, so dass eine Wiederholung des Krebspanzers in der Entwicklung der Insekten geradezu unmöglich er-

scheint. Die Hypothese von Will ist schwerlich auf diejenigen Insekten anzuwenden, wo die Kopffalte des Amnions, die nach Will eine secundäre Bildung sein soll, fast allein das ganze Amnion bildet (*Apis*), während die Schwanzfalte sehr wenig entwickelt ist; auch ist es sehr unwahrscheinlich, dass die ihrer Bildung nach einander so ähnlichen Kopf- und und Schwanzfalte des Amnions ganz verschiedenen Ursprungs wären. Die Hypothese P. Mayer's schien mir bis zum Erscheinen der Arbeit Graber's (52) die wahrscheinscheinlichste zu sein, nach Graber besteht aber das Amnion bei *Melolontha* nicht bloss aus Ectoderm, sondern auch aus Mesoderm, was mit der Auffassung des Amnions als einer abgeworfenen Haut wohl unvereinbar ist. Im Gegentheil scheint in dieser merkwürdiger Thatsache die Ansicht Kennel's Bestätigung zu finden. Ueberhaupt scheint mir die oben angeführte Hypothese Kennel's die einzige zu sein, gegen welche sich keine gewichtigen Belege anführen lassen. Ich lasse also gern mit Kennel zu, dass die Embryonalhüllen keine neue Bildung sind, sondern im Gegentheil das Aelteste im Embryo der Insekten darstellen. Mit dieser Ansicht steht auch die Thatsache im Einklang, dass gerade bei denjenigen Insekten, die sich ohne Zweifel von den Urformen am weitesten entfernt haben (Diptera), die Embryonalhüllen am schwächsten entwickelt sind und fast gänzlich fehlen.

Um alles Obige zu resumiren, stelle ich die folgenden Hauptthesen auf:

1) Der Kopf der Insekten enthält mehr als vier Protozonite, wahrscheinlich sechs, von denen eines präoral, die übrigen aber postoral sind.

2) Die Insektenfühler gehören dem ersten postoralen Segmente an und sind den übrigen ventralen Extremitäten vollkommen homolog. Sie entsprechen nicht den Antennen von *Peripatus*, wohl aber den Cheliceren der Spinnen und vielleicht dem zweiten Antennenpaare der Crustaceen.

3) Da die Möglichkeit, dass eine Anzahl von Segmenten im Keimstreif verschiedener Arthropoden verschwunden, nicht ausgeschlossen ist, so kann zur Zeit eine Homologie der Mundtheile der verschiedenen Classen der Gliederthiere nicht aufgestellt werden.

4) Die Abdominalanhänge des Insektenkeimstreifens (mit Einschluss der Cerci) sind den Thoraxbeinen homolog. Dabei ist es indifferent, ob dieselben sich an der Mitte, an der Seite, am Vorder- oder Hinterrande befestigen (meso-, pleuro-, pro- oder opisthostatisch sind, nach Graber), wenn nur ihre Höhle sich unmittelbar in die Höhle des zugehörigen Somites fortsetzt. Dass die Abdominalanhänge meist ungegliedert bleiben, spricht gar nicht gegen ihre Gliedmaassennatur, da z. B. auch die Mandibeln immer ungegliedert sind.[1])

5) Viele der Abdominalanhänge von Larven und vollendeten Insekten sind den Thoraxbeinen homolog, auch wenn sie ontogenetisch secundär sind.

---

1) Ob die gegliederten Kiemenfäden von *Sisyra* und *Sialis* hierher gehören, ist zweifelhaft, aber erst durch embryologische Untersuchungen zu entscheiden.

6) Die primitive Funktion des ersten Paares der Abdominalanhänge war die ambulatorische, wie auch diejenige der übrigen Anhänge. Die Vorfahren der Insekten waren also ohne Zweifel homopod, nicht aber heteropod.

7) Die vielfüssigen Insektenlarven sind von den sechsfüssigen ebensowenig abzuleiten, wie umgekehrt die hexapoden Larven von den polypoden; beide Formen entwickelten sich unabhängig von einander.

8) Die embryonalen Hüllen der Insekten entsprechen wahrscheinlich den Resten von Trochophora.

Aus diesen Thesen erhellt in den Hauptzügen meine Ansicht über die phylogenetischen Beziehungen der Insekten. Der Ursprung der Insekten wurde von den Autoren sehr verschieden beurtheilt. Die hierher gehörigen Hypothesen sind ziemlich ausführlich im Graber'schen Buche «Die Insekten» (p. 66—71) und in der Arbeit Sograf's über die Entwicklung von *Geophilus* aufgezählt und kritisirt, so dass ich von der Zusammenstellung derselben absehen kann. Ich will nur bemerken, dass ich sowohl mit der Meinung Graber's über die Zoëa-Hyopthese («einen unpassenderen Landkerfcandidaten hätte man nimmermehr finden können») als auch mit der Beweisführung von Sograf gegen die Myriopoden-Hypothese Haeckel's[1]) vollkommen einverstanden bin. In der neuesten Zeit, Dank sowohl den Arbeiten von Moseley (206), Balfour (174), Kennel (191), Sedgwick (219, 220) und Gaffron (180) über die Anatomie und Entwicklungsgeschichte von *Peripatus*, als auch den Untersuchungen von Ryder (214), Haase, Nassonow (207), Grassi (182), Oudemans (209) u. A. über die Morphologie der niederen Insekten und Myriopoden, — wird die Verwandtschaft der Insekten und Myriopoden immer mehr ausser Zweifel gestellt. Die für *Phyllodromia germanica* von mir hervorgehobene und von Graber bestätigte Thatsache der merkwürdigen Theilung der Somitenhöhle in drei Abschnitte, deren einer, meiner Ansicht nach, dem Segmentaltrichter von *Peripatus* homolog ist, — scheint die Frage noch bestimmter im Sinne der Ableitung der Insekten von homo- und polypoden, wahrscheinlich *Scolopendrella*-artigen Vorfahren zu entscheiden. Selbst Graber, der eine, wie ich glaube, zu grosse Bedeutung der sackförmigen Gestalt der ersten Abdominalanhänge zuschreibt, hält es doch für wahrscheinlich, dass die Vorfahren der Insekten myriopodenartig waren, und giebt zu, dass diese Annahme a priori am meisten für sich zu haben scheint. Erwägen wir aber die grossen Unterschiede zwischen den Crustaceen einer- und den übrigen Arthropoden

1) Sograf schreibt: «Die Pulli der Chilognathen entsprechen dem mit sechs (vorderen) Extremitätenpaaren versehenen Keimstreif der Insekten .... damit also dieselben mit Insekten oder Arachnoideen verglichen werden könnten, wäre es zu beweisen, dass der sechsfüssige Chilognathenembryo früher eine weit grössere Anzahl von Extremitäten besass, welche alle bis auf die drei vorderen Paare zurückgebildet wurden. Dass eine solche Metamorphose den Chilognathen früher eigen war, später aber verloren ging, — ist sehr unwahrscheinlich». Wie man sieht, beruht auch hier die Frage darauf, ob der Embryo vor oder nach dem Verlassen des Eies seine Beine bekommt oder verliert.

andererseits, — so erscheint die nahe Verwandtschaft der Insekten mit den Krebsthieren geradezu unmöglich. Die ausschliesslich den Crustaceen eigene Naupliusform der Larve, die merkwürdige Aehnlichkeit der Embryonalentwicklung von Insekten und *Peripatus*, die Beschaffenheit der Athmungs- und Excretionsorgane, — alle diese Thatsachen zwingen uns zu der Annahme, dass der Typus der Arthropoden einen wenigstens diphyletischen Ursprung hat, und zwar sind die Crustaceen von Sceanneliden, die in ihrer Entwicklung das Trochophora-Stadium durchliefen (welches in der Crustaceenentwicklung zum Nauplius-Stadium sich umgestaltete), die Tracheaten aber von terricolen oder Süsswasser bewohnenden, mehr oligochaetenähnlichen Ringelwürmern abzuleiten. Der Subtypus Tracheata wird zur Zeit von mehreren Zoologen verworfen, indem die Arachnoideen von den übrigen luftathmenden Gliederthieren abgetrennt und den Poecilopoden genähert werden. Oben habe ich schon die Belege gegen die Begründung der Gruppen Acerata (Kingsley) und Antennata (Lang) angeführt und muss hier nur hinzufügen, dass die Entwicklungsart der Athmungsorgane der Arachnoideen (Schimkewitsch, Morin) meiner Ansicht nach entschieden gegen die Vereinigung der Arachnoideen und Poecilopoden spricht. Es ist nicht zu bestreiten, dass *Limulus* mit den Crustaceen (die Trilobiten und Merostomata ausgenommen) sehr wenig Gemeinsames hat und dass die Abstammung der Arachnoideen in tiefes Dunkel gehüllt ist; allein die uns zu Gebote stehenden Thatsachen scheinen eher vor der Auflösung des Subtypus Tracheata und vor der Vereinigung so verschiedenartiger Geschöpfe, wie die meeresbewohnenden Poecilopoda und die trockenes Land bewohnenden luftathmenden Arachnoideen sind, zu warnen.

Verzeichniss der Literatur über die Entwicklungsgeschichte der Insekten*).

1. **Ayers. H.** On the devel. of Oecanthus niveus and its parasite Teleas. Mem. of the Bost. Soc. of nat. hist. v. III, 1884, pp. 225—281, Pl. 18—25.
2. **Balbiani.** Sur la signification des cellules polaires des insectes. Comptes rendus (Paris) T. 95, 1882, pp. 927—9.
2a. — Contribution à l'étude de la formation des organes sexuels chez les insectes. Recueil Zool. Suisse. Tome 2, № 4, 1885 (6), p. 527—588, avec 2 planches.
3. — Mémoire sur la génération des Aphides. Ann. sc. natur. Zool. 5° Sér., I. XI, 1869, T. XIV, 1870; T. XV, 1872.
4. — Note sur la reproduction et l'embryogénie des Pucerons. Comptes rendus (Paris). T. 62, 1866.
5. — Sur l'émbryogénie de puce. Comptes rendus (Paris). T. 81. 1875 (p. 901 — 4).
6. **Barthelemy.** Recherches d'anatomie et physiologie générales sur la classe des Lépidoptères. Toulouse. 1864. 11 Planches.
7. **Baer C. E. von.** Ueber Prof. N. Wagner's Entdeckung von Larven, die sich fortpflanzen. Bull. de l'Acad. Imp. d. sc. de St.-Pétersb. T. 9, 1866, p. 64—137. (Dasselbe russisch St.-Petersb. 1866.).
8. **Blochmann.** Ueber das regelmässige Vorkommen von bacterien-ähnl. Gebilden in den Geweben und Eiern verschiedener Insekten. Zeitschr. f. Biologie. 24 Bd., 1887, S. 1—15, Taf. 1.
9. — Ueber die Reifung d. Eier bei Ameisen u. Wespen. Heidelberg. 1886. (Festschrift d. Nat. Med. Vereins. p. 143—172).
10. — Ueber die Eireifung b. d. Insekten. Biol. Centralb. Bd. VI, 1886, pp. 554 — 9.
11. — Ueber d. Metamorphose der Kerne in den Ovarialeiern u. üb. d. Beginn d. Blastodermbildung b. d. Ameisen. Verh. naturh. med. Ver. Heidelb. N. F. 3 Bd., p. 243—6, 1884.

*) In diesem Verzeichniss sind möglichst vollständig alle Arbeiten über die embryonale Entwicklung der Insekten aufgezählt, von den die postembryonale Entwicklung und die Eibildung behandelnden Schriften sind aber nur die wichtigsten berücksichtigt.

12. **Blochmann.** Ueb. die Richtungskörper b. d. Insekteneiern. Morph. Jahrb., XII Bd., 1887, p. 544—576, Taf. 26—27., 1 Holzschn. (Vergl. auch Biol. Centralb. Bd. VII. Nr. 4. 1887).

13. **Bobretzky N.** Ueb. die Bildung des Blastoderms u. d. Keimblätter der Insekten. Z. w. Z.[1]) Bd. 31, 1878, p. 196, T. 14.

14. — Z. Frage üb. d. Blastodermbildung b. d. Insekten. Nachr. d. Kiew'schen Naturf. Ges. Bd. V, 1877 (Russisch).

15. **Brandt A.** Beitr. z. Entw. d. Libellulid. u. Hemipt. 31 pp. 3 Taf. Mem. de l'Acad. sc. de St.-Pét. 7. XIII. 1.

16. — Comment. z. Keimbläschentheorie des Eies. Arch. f. mikr. Anat. Bd. 17, 1880, pp. 43—57, Taf. 4, pp. 551—574.

17. — Ueb. das Ei und seine Bildungstätte. Leipzig 1878. (Dasselbe russisch. Moskau. 1876).

18. **Brass A.** Zur Kenntniss d. Eibildung u. d. ersten Entw.-stadien b. d. viviparen Aphiden. Halle a. d. Saale. 1883.

19. — Das Ovarium u. d. ersten Entw.-stad. d. Eies d. viviparen Aphiden. Zeitschr. f. Naturw. Halle. Bd. 55, p. 339—75, 1882.

20. **Bruce A. T.** Observations on the embryology of insects a. arachnids. Memorial volume. Baltimore. 1887, p. 31, Plates 6.

21. **Burnett (Waldo).** Researches on the devel. of the vivip. Aphides. Proceed. Amer. Assoc. for Advancement of Science, VII. Meet. a. Silliman's Amer. Journ. of Science a. Arts. 2, 17, 1854.

22. **Burmeister.** Beiträge zur Entw.-gesch. d. Ephemeren. Zeitung für Zoologie. Bd. 1, 1848, p. 109—112.

23. **Bütschli.** Zur Entwicklungsgeschichte der Biene. Z. w. Z. Bd. 20, 1870, S. 519—564, 4 Tafeln.

24. — Bemerkungen üb. d. Entw. v. Musca. Morph. Jahrb. 14 Bd., 1888, p. 170.

25. — Ueb. eine Hypothese bez. d. phylog. Herleitung d. Blutgefässapparates d. Metazoen. Morphol. Jahrb. Bd. 8, 1883, p. 474—482.

26. **Carrière.** Die Entw. d. Mauerbiene im Ei. Arch. f. mikr. Anat. Bd. 35. (Heft. 2), 1890, S. 141—165, Taf. VIII, VIII a.

27. **Cholodkowsky N.** Ueb. d. Bild. d. Entod. bei Blatta germ. Zool. Anz. 1888, p. 163.

28. — Zur Embryologie von Blatta germ. Zool. Anz. 1890, p. 137—138.

29. — Studien z. Entw.-geschichte d. Insekten (n. Nachtrag dazu). Z. w. Z. Bd. 48, p. 89—100 u. 301—2, Taf. VIII.

30. **Claus.** Beobachtungen üb. d. Bildung d. Insekteneies. Z. w. Z. Bd. 14, 1864, p. 42—54.

1) Z. w. Z. bedeutet in diesem Verzeichniss: Zeitschr. für wissenschaftliche Zoologie.

31. **Dohrn A.** Notizen z. Kenntniss der Insektenentw. Z. w. Z. Bd. 26., 1876, p. 112—138.

32. **Dohrn, A.** Zur Embryologie d. Arthropoden. Vorl. Mitth. Centralbl. f. d. med. Wiss. 1866.

33. — Ueb. die Bedeut. d. fundamentalen Entw.-vorgänge in d. Insekteneiern f. d. Systematik d. Insekten. Stett. Entom. Ztg. 31 Jhg., 1870, p. 244—250.

34. **Dewitz.** Ueb. d. Bau u. Entw. d. Stachels u. d. Legescheide einiger Hymenopteren u. d. grünen Heuschrecke. Z. w. Z. Bd. 25, 1875, p. 174—200, 2 Taf.

35. — Ueb. Bau u. Entw. d. Stachels b. d. Ameisen. Z. w. Z. Bd. 28, 1877, p. 527—556, 1 Taf.

36. — Ueb. d. Bildung d. Brustgliedmaassen b. d. Ameisen. Sitz.-ber. d. Ges. naturf. Freunde. Berlin. 1878, p. 122—5.

37. — Ueb. d. postembryonale Gliedmaassenbildung b. d. Insekten. Z. w. Z. Bd. 30, Suppl. 1878, p. 78—105, 1 Taf. Nachträge dazu: ibid. Bd. 31, 1878, p. 25—28.

38. **Filippi.** Note sur la génération d'un Hymenoptère de la famille des Pteromaliens Ann. sc. nat. 3°. Zool. T. 15, 1851, p. 294—7.

39. **Emery.** Neuere Arbeiten üb. d. Phylogenie d. Insekten. Biol. Centralbl. Bd. IX, 1889—1890, p. 396—405.

40. — Referat üb. d. Arbeiten v. Korotnew u. Grassi. Biol. Centralbl. Bd. V, 1887, p. 656—7.

41. **Ganin M.** Ueb. d. Darmdrüsenblatt der Arthropoden. Warschauer Universitätsberichte. № 1, 1874. (Russisch).

42. — Entw.-geschichte d. Nematoceren-Eies. St.-Petersb. 1866. (Beilage z. IX. der Denkschr. d. Acad. Wiss. St.-Petersb., 64 pgg., 1 Taf.). (Russisch).

43. — Zur Kenntniss d. postembryonalen Entw. d. Insekten. Arbeiten d. 5-ten Versamml. russischer Naturforscher u. Aerzte. Warschau. 1877, Lief. 3, 77 pgg., 4 Taf., 4°. (Russisch).

44. — Beitr. z. Erkenntniss d. Entw.-gesch. b. d. Insekten. Z. w. Z. Bd. 19., 1869, p. 381 ff., Taf. 30—33.

45. — Ueb. d. Embryonalhülle der Hymenopteren- u. Lepidopteren-Embryonen. Mém. Acad. St.-Petersb. 7°, T. 14, 1870.

46. **Graber.** Die Insekten. München. 1877.

47. — Zur Entwicklungsgesch. u. Reproductionsfähigkeit der Orthopteren. Wiener Sitzber. Math. naturw. Classe. 5 Bd, 1867. p. 307—329, 4 Taf.

48. — Fortgesetzte Untersuchungen üb. d. nachembr. Entw. u. d. Cuticula der Geradflügler. 48 S., 3 Taf., Graz. 1871. (Schulprogramm d. 2. Obergymnasiums. Graz.).

49. — Ueber d. primäre Segmentirung des Keimstreifs der Insekten. Morph. Jahrb. 14. Bd., 1888, p. 345—368, Taf. 14—15.

50. **Graber.** Ueb. d. Polypodie bei Ins.-Embryonen. Morph. Jahrb. Bd. 13, 1888, p. 586—613, Taf. 25—26.

51. — Vorl. Ergebnisse einer grösseren Arbeit über vergl. Embryologie d. Insecten. Arch. f. mikr. Anat. 15 Bd. 1878, p. 630—640, mit einem Holzschnitt.

52. — Vergl. Studien üb. d. Keimhüllen u. d. Rückenbildung d. Insecten. 54 pp., 8 Taf. 32 Holzschn. Denkschriften d. math. naturw. Classe d. Kais. Akad. d. Wiss. Wien. 1888.

53. — Vergl. Studien üb. d. Embryol. d. Insekten u. insbesondere der Musciden. 53 pp., 10 Taf. 12 Holzschn. Denkschr. math. naturw. Classe d. Kais. Akad. Wiss. Wien. 1889.

54. — Ueb. d. Bau u. d. phylogenetische Bedeutung d. embryonalen Bauchanhänge der Insecten. Biolog. Centralblatt. Bd. IX. 1889—90 p. 355—363.

55. **Grassi B.** Intorno allo sviluppo delle Api nell'uovo. Atti Soc. Ital. Scienze Nat. Vol. 26. Milano, 1883.

56. — Intorno allo sviluppo delle Api nell'uovo. Atti dell'Acad. Gioenia di Scienze Natural. in Catania. S. 3° Vol. 18. 1884, 78 pgg. 10 Taf.

57. — Breve nota intorno allo sviluppo degli Iapyx. Catania. 1884. 3 pgg.

58. **Grimm O.** Beiträge zur Lehre v. d. Fortpflanzung u. Entw. d. Arthropoden. Mém. Acad. Pétersb. 7. Série, XVII, № 12, 1872.

59. — Die ungeschl. Fortpflanzung einer Chironomus-Art u. deren Entw. aus d. unbefruchteten Ei. Mém. Acad. Pétersb. 7. Série, XV, № 8, 1870, (Dasselbe russisch, Moscau, 1871).

60. — Zur Embryologie von Phthirius pubis. Bull. Acad. Petersb. 1869. (Mel. Biologiques). T. VII, p. 303—309, 1 Tafel.

61. **Hallez.** Sur la loi de l'orientation de l'embryon chez les insectes. Comptes rendus. (Paris), Tome 103, 1886, p. 606.

62. **Haase.** Die Abdominalanhänge d. Insekten mit Berücksichtigung der Myriapoden. Morphol. Jahrb, Bd. XV, 1889, p. 331—435, Taf. 14, 15.

63. **Hagen.** Die Entw. u. der innere Bau von Osmylus. Linnaea entomol. Bd. 7, 1852 p. 368—418.

64. **Hatschek B.** Beiträge z. Entw.-gesch. d. Lepidopteren. Jena-Zeitschr. XI, 1877, S. 115—148, Taf. VII—IX.

65. **Heider C.** Ueb. die Anlage der Keimblätter bei Hydrophilus piceus L. Abh. d. kgl. preuss. Acad. d. Wiss. Berlin, 1885.

66. — Die Embryonalentw. von Hydrophilus piceus L. Erster Theil, 4°, 98 pgg. 13 Taf., 9 Holzschn, Jena, 1889.

67. **Henking.** Die ersten Entw.-vorgänge im Fliegenei u. freie Kernbildung. Z. w. Z. Bd. 46, 1888, p. 289, Taf. 23—26.

68. **Henking.** Ueb. d. Bildung d. Richtungskörper i. d. Eiern d. Insecten. Nachr. d. kgl. Ges. d. Wiss. Göttingen, 1888.

69. **Herold.** Entw.-gesch. d. Schmetterlinge. Cassel. u. Marburg, 1815, (13 Tafeln).

70. — Disquisitiones de animalium vertebris carentium in ovo formatione. De generatione insectorum in ovo. Frankf. a. M. 1835 — 38.

— — Recherches sur le développement de l'oeuf chez les insectes. (extrait). Ann. sc. nat. 1ere S. Zool. XII, 1839.

71. — Unters. üb. d. Bildungsgeschichte d. wirbellosen Thiere im Ei. 3 Lieferungen. Frankfurt u. Berlin, (fol.) 32 Tafl. 1835 — 76.

72. **Heymons.** Ueb. d. hermaphrod. Anlage d. Gesehl.-drüsen beim Männchen von Phyllodromia germanica. Zool. Anz. 1890, p. 451.

73. **Hummel.** Quelques observations sur la Blatte germanique. Essais entomologiques St.-Pétersb. 1829, p. 2 — 16.

74. **Huxley.** On the agamic reproduction and morphology of Aphis. Trans. of the Linn. Soc. of. London, Vol. 22, 1858, p. 193 — 236, 5 Plates.

75. **Jaworovski.** Vorl. Res. Entw.-gesch. u. anat. Unters. üb. d. Eierstock bei Chironomus und ein. and. Insekten. Zool. Anz. 1882.

76. — Ueb. d. Entw. d. Rückengefässes u. spec. d. Muskulatur bei Chironomus u. ein. and. Insekten. Sitz.-ber. Wien. Akad. Math. naturw. Classe. 80 Bd. 1879, p. 238 — 258, 5 Taf.

77. **Joly.** Recherches sur les moeurs, les metamorphoses, l'anatomie et l'embryogénie de Colaspis atra. Ann. sc. nat. 3°, Zoll, Taf. 2, 1844, p. 5 — 38, 2 Planches.

78. **Kölliker.** Observationes de prima insectorum genesi. Turici. 1842, 31 pgg., 3 Tafeln.

79. **Korotneff.** Die Entw. d. Herzens bei Gryllotalpa. Zool. Anz. 1883, p. 687.

80. — Die Embryologie d. Gryllotalpa. Z. w. Z. Bd. 41, 1885, pp. 570—604. Tf. 29 — 31.

81. **Korschelt.** Zur Bildung d. Eihüllen, d. Mikropylen u. Chorionanhänge bei d. Insekten. Nova Acta Acad. Leop. Carol. 51 Bd. 1887, p. 181 — 252, Taf. 35 — 39.

82. — Ueb. einige interessante Vorgänge bei der Bildung d. Insekteneier. Z. w. Z. Bd. 45, 1887, p. 327 — 397, Taf. 18 — 19.

83. **Kowalevsky A.** Embr. Stud. an Würm. u. Arthrop. Mem. Ac. Sc. Pétersb. 7, XVI, № 2, 1871, 70 pg. 12 Taf.

84. — Zur embr. Entw. d. Musciden. Biol. Centralbl. VI. 1886 — 87, S. 49—54.

85. — Zum Verhalten des Rückengefässes u. d. guirlandenförmigen Zellenstrangs der Musciden während der Metamorphose. Biol. Centralbl. VI, p. 74 — 79. 1886.

86. **Kowalevsky, A.** Beitr. z. Kenntniss der nachembryonalen Entw. d. Musciden. Z. w. Z. Bd. 45, 1887, p. 542 — 594, Taf. 26 — 30.

87. **Kulagin N.** Zur Entwicklungsgesch. d. Platygaster instricator L. Zool. Anz. 1890. (Dasselbe russ. Moskau. 1890).

88. **Kraepelin.** Unters. üb. d. Bau, Mechanismus u. d. Entw. d. Stachels der bienenartigen Thiere. Z. w. Z. Bd. 23, 1873, p. 289 — 330, 2 Taf.

89. **Krassilschtschik.** Zur Kenntniss d. biophyten Bacterien. Arbeiten d. VIII. Versamml. russ. Naturf. u. Aerzte. St.-Petersb. 1890. Anat. u. Physiologie, p. 29 — 32.. (russisch).

90. — Sur les bacteries biophytes. Annales de l'Institut Pasteur. 1889.

91. **Kupffer, C.** Ueb. d. Faltenblatt an den Embryonen d. Gatt. Chironomus. Arch. f. mikr. Anat. Bd. 2, 1866. S. 385 — 398, Taf. 20.

92. — De embrogenesi apud Chironomos observationes. Kiel. 1866, 16 Seiten, 1 Taf.

93. **Lemoine.** Recherches sur le développement des Podurelles. Paris. 1883.

94. **Leuckart.** Ueb. d. Mikropyle u. d. feineren Bau der Schalenhaut bei den Insekteneiern. Arch. f. Anat. u. Physiol. 1855, p. 90 — 264, 2 Taf.

95. — Ueb. d. Fortpflanzung u. Entw. d. Pupiparen. Halle. 1858. (Abh. d. naturf. Gesellsch. zu Halle. Bd. IV. 1858, p. 145 — 226, 3 Taf.).

96. — Die ungeschlechtliche Fortpflanzung d. Cecidomyialarven. Arch. f. Naturg. 1865, 31 Jhg. Bd. 1 pg. 286 — 303. Taf. 12.

97. **Leydig.** Die Dotterfurchung nach ihrem Vorkommen in der Thierwelt. Oken's Isis. 1848.

98. — Einige Bemerkungen üb. d. Entw. d. Blattläuse. Zeitschr. f. w. Zool. Bd. 2. 1850, p. 62 — 66, 1 Taf.

99. — Der Eierstock u. d. Samentasche d. Insekten. Nova Acta. Acad. Leop. Carol. Nat. Curios. T. 33, 1867.

100. — Zur Anatomie von Coccus hesperidum. Z. w. Z. Bd. 5, 1854, p. 1—12 (mit Abbildungen).

101. **Lubbock.** On the ova and pseudova of insects. Philos. Trans. Roy. Soc. London, Vol. 149, 1859, p. 341 — 369, 3 Plates.

102. **Ludwig.** Ueb. d. Eibildung im Thierreiche. Arb. zool.-zoot. Inst. in Würzburg. 1 Bd., 1874, p. 287 — 510, 3 Taf.

103. **Mayer P.** Ueb. Ontogenie u. Phylogenie d. Insekten. Jen. Zeitschr. X, 1876.

104. **Meissner.** Beob. üb. d. Eindringen d. Samenelemente i. d. Dotter. Z. w. Z. Bd. 6, 1855, p. 208 — 264, 272 — 295, 3 Taf.

105. **Melnikow.** Beitr. z. Embryonalentw. d. Insekten. Arch. f. Naturg. Jhg. 35. 1869, p. 136—189, Taf. 8—11.

106. **Mecznikow.** Embr. Stud. an Insekten. Z. w. Z. Bd. 16, 1866, p. 389 — 500, Taf. 23 — 32.

107. **Metschnikoff.** Unters. üb. d. Embryologie d. Hemipteren. Vorl. Mitth. Z. w. Z. Bd. 16, 1866.

108. — Ueb. d. Entw. d. Cecidomyia-Larve a. d. Pseudovum. Arch. f. Naturg. 1865, p. 304 — 11.

109. **Müller I.** Ueb. d. Entw. d. Eier im Eierstocke d. Gespenst-Heuschrecken. Nova Acta Acad. Leop. Carol. T. XII, P. II, 1825, p. 553 — 672, 6 Taf.

110. **Murray.** On the early Stages of Development of Orthopterous insects. With 3 woodcuts. Journ. of the Proc. Linn. Soc. Lond. Zool. Vol. 7, 1864, p. 97 — 105.

111. **Newport.** On the nat. hist., anat. a. devel. of the oil beetle, Meloë. Trans. Linn. Soc. Lond. Vol. 20, 1847, p. 297—357; Vol. 21, 1853, p. 167—183, (2 Taf.).

112. **Nusbaum J.** Beitr. z. Organogenie von Insekten u. Würmern. Mit 8 Taf. 1885, Warsch. Univers.-Ber. (russisch).

113. — Die Entw. d. Keimblätter bei Meloë proscarabaeus. Biol. Centralbl. VIII, 1888, p. 449.

114. — Zur Frage d. Segmentierung d. Keimstr. u. d. Bauchanhänge d. Insekten-embryonen. Biol. Centralbl. IX. 1889, p. 516 — 522.

115. — Studya nad morfologya zwierzat. I. Przyczynek do embryologii Maika. Lwowie, 1891, (106 pg, 7 Taf. 4°).

116. — Ueber d. Bildung d. Rückens b. d. Insectenembryonen. Biol. Centralbl. X, 1890.

117. — The embryonic devel. of the Cocroach (Bl. germ.) Chapter X, p. 181—195 in Miall a. Denny, the structure and life history of the cockroach. London, 1886.

118. — Vorl. Mittheilung üb. d. Chorda d. Arthropoden. Zool. Anz. № 140, 1883, p. 291.

119. **Packard.** Embryol. studies on Diplax, Perithemis a. the Thysanurous Genus Isotoma. Memoirs of the Peabody Acad. of Science. Vol. 1, № 2, 1871, 21 pp. Plates 1 — 3.

120. — Guide to the study of insects. 9 ed. New-York, 1889.

121. — Our common insects. Boston. 1873.

122. — Outlines of Comparative Embryology. New-York. 1878.

123. — Development of Caloptenus atlanis and Caloptenus spretus. U. S. Departm. of Agriculture. 3. Report of the entomological Commission. Washington. 1883, p. 273—279, Plates 16—21.

124. **Packard.** Development of the bark beetles (Xyleborus and Hylurgops.) ibid. p. 280—282, Pl. 22.

125. — Embryol. studies on Hexapodous insects. Memoirs of the Peabody Acad. Sc. V. 1 Numb. 3, 1872, 17 pp. 3 plates.

126. — Observations on the development a. position of the Hymenoptera (Annals a. Magazin of nat. hist. XVIII, 1866, p. 82—99).

127. **Patten W.** The development of Phryganids with a preliminary note on the devel. of Blatta germanica. Quart. Journ. micr. science. V. 24, 1884, Plates 36 A—36 C. pp. 549—602.

128. — Studies on the eyes in Arthropods. Journ. of Morphology. Boston. Vol. 2, p. 97—190, 5 Fig. I, 7—13, 1888.

129. **Pedaschenko.** Ueb. d. Bildung d. Keimstreifens bei Notonecta glauca. (m. einem Holzschnitt). (Russisch). Révue des sciences naturelles. St. Petersburg, 1890.

130. **Platner G.** Die erste Entw. befruchteter und parthenogen. Eier von Liparis dispar. Biol. Centralbl. VIII, 1888, p. 521.

131. **Rathke.** Zur Entwicklungsgesch. d. Blatta germanica. Arch. f. Anat. u. Physiol. 1832. (Bd. 6), p. 371—9, Taf. IV.

132. — Zur Entwicklungsgesch. d. Maulwurfsgrille. Arch. f. Anat. u. Physiol. 1844, p. 27—38, Taf. II, Fig. 1—5.

133. — Ueb. d. zurückschreitende Metamorphose der Thiere. Neueste Schrift. d. naturf. Gesellsch. zu Danzig. 1842, T. III, p. 120—154 (auch in Reisebemerk. aus Skandinav. 1842).

134. — Studien zur Entwicklungsgesch. d. Insekten. (gesamm. v. Hagen) Stettiner entomolog. Zeitung. 1861 p. 170—191, 229—240, 1862, p. 389—408.

135. **Rees van.** Beitr. z. inneren Metamorphose von Musca vomitoria. Zool. Jahrbücher. Morph. Abth. 3 Bd. 1888, p. 1—134, 10 Fig. T. 1, 2.

136. **Ritter R.** Die Entw. d. Geschlechtsorgane u. d. Darmes bei Chironomus. Z. w. Z, Bd. 50, 1890, p. 408—428, Taf. 16.

137. **Robin. Ch.** Mém. s. la production des cellules de blastoderme sans segmentation du vitellus chez quelques articulés. Comptes rendus (Paris), T. 54, p. 150, 1862.

— Journal de physiol. de Brown-Séquard. T. V. 1862.

138. **Sabatier.** Contribution à l'étude des globules polaires. Revue Sc. Nat. Montpellier (3), T. 3. 1883, p. 5—27, 2 pl.

139. **Schmidt F.** Die Bildung des Blastoderms u. d. Keimstreifens d. Musciden. Sitzungsber. d. Dorpater Naturf. Gesellsch. Bd. VIII, 1889, p. 366—71.

140. **Suckow.** Anat. physiol. Unters. d. Insekt. u. Krustenthiere, Bd. 1. Heft 1. Heidelbg. 1818.

141. **Suckow.** Geschlechtsorgane d. Insekten. Heusinger's Zeitschrift f. organ. Physik. II, 1828.

142. **Thompson, Allen.** Artikel «Ovum». Todd's Cyclopaedia of Anat. a Physiology. V, 1859.

143. **Tichomiroff A.** Ueb. d. Entwicklungsgesch. d. Seidenwurms. Zool. Anz. 1879.

144. — Entwicklungsgesch. d. Seidenspinners im Ei. Moskau. 1882 (Russ.).

145. — **O.** Zur Embryologie v. Chrysopa. VIII russ. Naturf.-Vers. St. Petersb. 1890.

146. — **A.** Zur Embryologie von Calandra granaria. VIII russ. Naturf.-Versammlung. St. Petersb. 1890.

147. **Uljanin B.** Beobachtungen über d. Entw. d. Poduren. Nachrichten d. Moskauer Gesellsch. d. Liebhaber von Naturwissensch. etc. 1875, Bd. 16, Lief. 3, p. 1—10, Taf. III—V. (Russisch).

148. — Ueb. die Entw. d. Physopoden. Moskau. 1873.

149. — Zur postembryonalen Entwicklung der Biene. Protokolle der Sitzungen der Moskauer Gesellschaft der Liebhaber von Naturwissenschaft, Anthropologie und Ethnographie. Jahrg. IX, 1872, Moskau, P. 17—32, Taf. II—V (Russ.)

150. **Voeltzkow.** Entw. im Ei von Musca vomitoria. Arb. aus dem zool.-zoot. Inst. zu Würzburg. IX. Bd. 1889, pg. 1—48, Taf. 1—4.

151. — Melolontha vulgaris, ein Beitrag zur Entw. im Ei bei Insekten. Arb. zool. zoot. Inst. Würzb. IX. Bd. 1889, p. 49—64, Taf. V.

152. — Vorl. Mitth. über d. Entw. im Ei v. Musca vomitoria. Zool. Anz. 1888, p. 235.

153. **Waldeyer.** Eierstock und Ei. Leipzig. 1870.

154. **Wagner, N.** Ueb. d. Entw. d. Hymenopt.-Form aus d. Familie Pteromalinae. Arb. d. I Vers. russ. Naturf. Petersb. 1868.

155. — Beitrag z. Lehre über d. Fortpflanzung der Insektenlarven. Z. w. Z. Bd. 13. 1863, p. 513—527, 2 Taf.

156. — Spontane Fortpfl. d. Insektenlarven. Kasan, 1862, Fol. (Russisch).

157. **Weismann.** Die Entw. d. Dipteren im Ei, nach Beobachtungen an Chironomus sp., Musca vomitoria und Pulex canis. Z. w. Z. Bd. 13, 1863, S. 107—220, Taf. VII—XIII.

158. — Beitr. zur Entwicklungsgesch. d. Insekten. Arch. für Anat. und Pysiol. 1864.

159. — Beitr. z. Kenntniss d. erst. Entwicklungsvorgänge im Insektenei. Beitr. z. Anat. u. Embryol. als Festgabe J. Henle. 1882, p. 80—111, T. 10 bis 12.

160. — Ueb. d. Entstehung des vollendeten Insekts in der Larve und Puppe (mit 3 Taf.) Frankf. a. M. 1863. (Abhandl. d. Senckenb. naturf. Gesellsch. 4 Bd. 1862—63, p. 227—260.

161. **Weismann.** Die nachembryonale Entw. d. Musciden. Z. w. Z., Bd. 14, 1864.

162. — Ueb. d. Metamorphose d. Corethra pumicornis. Z. w. Z., Bd. 16, 1866, p. 45—127, 5 Taf.

163. **Weismann u. Ischikawa.** Ueb. d. Bild. der Richtungskörper b. thier. Eiern. Ber. d. Naturf. Ges. z. Freiburg i. B. Bd. 3, 1887, p. 1—44, Taf. 1—4.

164. — Weitere Unters. zum Zahlengesetz d. Richtungskörper. Zool. Jahrb. Morph. Abth. III Bd. 1888, p. 575—610, Taf. 25—28.

165. **Wheeler, W. M.** On the appendages of the first abdominal segment of the embryo Cockroach. (Blatta germ.). Proceed. Wiscons. Acad. Sc. Arts a. Letters, Vol. 8, 1888.

166. — The embryology of Blatta germanica a. Doryphora decemlineata. Journal of Morphology Vol. III, 1889, p.p. 293—374, Pl. 15—20.

167. — Ueber drüsenartige Gebilde am ersten Abdominalsegment d. Hemipteren-Embryonen. Zool. Anz. 1889, p. 500.

168. — Ueb. ein eigenthümliches Organ im Locustiden-Embryo. Zool. Anz. 1890, pg. 475.

169. **Will, L.** Entwicklungsgesch. d. viviparen Aphiden. Zool. Jahrb. Morph. Abth. Bd. III, 1888, S. 201—286, Taf. 6—10. (Hierzu Will: Arb. Zool. Zoot. Inst. Würzb. Bd. 6, 1883, Ueb. d. Embryonalentw. d. viv. Aph. Sitz.-Ber. naturf. Ges. Rostock. 24. Mai 1887. Arch. Ver. Freund. Naturg. Mecklenb. 1887. 41. Jhg. 1888. Zur Entwicklungsgesch. d. vivip. Aph. Biol. Centralbl. VIII, 1888, № 5).

170. — Zur Bild. d. Eies u. d. Blastoderms b. d. viviparen Aphiden. Arb. zool.-zoot. Inst. Würzb. VI, 1883, p. 217. Taf. 16.

171. **Witlaczil, E.** Entwicklungsgesch. d. Aphiden. Z. w. Z. Bd. 40, 1884, S. 559—696, Taf. 28—34.

172. **Zaddach.** Unters. üb. d. Entw. u. d. Bau d. Gliederthiere. 1 Hft. Die Entw. d. Phryganideneies. Berl. 1854, 4°, S. 129, 5 Taf.

Die übrigen citirten Schriften.

173. **Balfour.** Comparative Embryology. London. 1880—81, 2 Vols.

174. — The anatomy and development of Peripatus capensis. Quart. Journ. Micr. Sc. Vol. 23, 1883, 8 pl.

175. **Bobretzky.** Zur Embryologie der Arthropoden. Nachrichten der Naturf. Ges. zu Kiew. Bd. 3. 1872—73, p. 129—263, (Russisch).

176. **Brauer.** Betracht. üb. d. Verwandlung d. Insekten im Sinne d. Descendenz-Theorie. (mit 1 Taf.). Verh. zool. bot. Ges. Wien, Bd. 19, 1869, p. 299—318.

177. **Burmeister.** Handbuch. d. Entomologie. Bd. 2, 1838, p. 454.

178. **Cholodkowsky.** Sur la morphologie de l'appareil urinaire des Lepidoptères. Archives de Biologie. T. VI, 1885, p. 497—514, pl. 17.

179. — Sur les vaisseaux malpighiens des Lepidoptères. Comptes rendus. Acad. Paris. T. 98, p. 631—633, T. 99, p. 816—819, (1884).

180. **Gaffron.** Beitr. zur Anat. u. Histologie von Peripatus. Zool. Beitr. Schneid. 1 Bd. 1883—1885, p. 33—60, 145—165, 9 Taf.

181. **Gerstaecker.** Ueb. d. Vorkommen von ausstülpbaren Anhängen am Hinterleibe von Schaben. Arch. f. Naturg. 27 Jhg. 1 Bd., 1861, p. 107—115.

182. **Grassi.** I progenitori dei Miriapodi e degli insetti. Atti. Accad. Gioenia. Sc. N. Catania (3). Vol. 19, 1886, 83 pgg., 5 Taf.; Bull. soc. Ent. Ital. 1886, p. 173—180. T. 7, 8; Atti Accad. Lincei (4). Vol. 4, 1888, p. 543—606, 5 Taf.

183. **Hatschek.** Studien üb. d. Entwicklungsgesch. d. Anneliden. Arb. zool. Inst. Wien. T. 1. 1878, p. 277—404. 8 Taf.

184. **Heathcote.** The post-embryonic development of Julus. Philos. Trans. Roy. Soc. Lond. Vol. 179, 1889, p. 157—179, pl. 27—30.

185. — The early development of Julus. Quart. Journ. Micr. Sc. Vol. 26, 1886, p. 449—471, pl. 23—24.

186. **His.** Untersuchungen üb. d. Anlage des Wirbelthierleibes. Leipzig, 1868.

187. — Die Lehre vom Bindesubstanzkeim (Parablast). Arch. f. Anat. u. Physiologie. 1882, p. 62—108.

188. **Hoffmann.** Vorläufige Mitth. z. Ontogenie der Knochenfische. Zool. Anz. 1880, № 71—72.

189. **Huxley.** Grundzüge d. vergl. Anatomie d. Wirbellosen. 1878.

190. **Jäger.** Lehrb. d. allg. Zoologie. Leipzig, 1878.

191. **Kennel.** Entwicklungsgeschichte von Peripatus. Arb. a. d. zool.-zoot. Inst. in Würzb. Bd. 7, 1885, pp. 95—200, Taf. V—XI, Bd. 8, 1888, pp. 1—93, Taf. I—VI.

192. **Kingsley.** Notes on the Embryology of Limulus. Quart. Journ. Micr. Science. 2, Vol. 25, p. 521—576, Taf. 37—39.

193. **Kleinenberg.** Die Entstehung eines Annelids aus d. Larve von Lopadorhynchus. Z. w. Z., Bd. 44, 1886, p. 1—227, Taf.. 1—16.

194. **Kowalevsky.** Ueb. d. Excretionsorgane d. Wirbellosen. Nachricht. d. neurussischen Naturf.-Ges. zu Odessa. T. 14. Lief. 1, 1889, p. 79—84 (russisch).

195. — Ein Beitr. z. Kenntniss d. Excretionsorgane. Biol. Centralbl., IX, 1889—1890, pp. 33—47, 65—76, 127—128.

196. **Kowalevsky u. Schulgin.** Zur Entw.-gesch. des Scorpions. Biol. Centralbl. VI Bd., 1887. Idem russisch, Odessa, 1887. Nachr. d. Naturf. Ges., Odessa, Bd. 11.

197. **Künckel.** Signification morpholog. des appendices servant à la suspension des chrysalides. Comptes rendus. Ac. Paris, T. 91, 1880, p. 395—7.

198. **Kupffer.** Die Entw. d. Härings im Ei. Jahresbericht d. Commiss. z. wiss. Unters. d. deutsch. Meeres in Kiel, für d. Jahre 1874—76, Berl. 1878, p. 175—226.

199. **Lang.** Lehrbuch d. vergleich. Anatomie, Abth. 2, Jena, 1889.

200. **Laurie.** The embryology of a Scorpion. Quart. Journ. of Micr. Sc. Vol. 31, 1890, p. 105—141, pl. 13—18.

201. **Locy.** Observations on the development of Agelena naevia, Bull. Mus. Compar. Zool., V. 12, 1886, p. 63—103, 12 pl.

202. **Lubbock.** Ursprung u. Metamorph. d. Insekten, Jena, 1876.

203. **Metschnikoff.** Embryologische Studien an Medusen. Wien, 1886.

204. **Meyer. Ed.** Die Abstammung d. Anneliden. Biol. Centralbl., Bd. X, 1890—91, p. 296—308.

205. **Morin.** Zur Entw.-gesch. d. Spinnen. Biol. Centralbl., VI Bd., 1887, p. 658—663 (Auch russisch, Odessa, 1887. Mit Tafeln).

206. **Moseley.** On the structure a. development of Peripatus capensis. Philos. Trans. R. S. London, Vol. 164, 1874, p. 757—782, 4 Pl.

207. **Nassonow.** Zur Morphologie d. niederen Insekten. Nachr. d. Moskauer Ges. d. Freunde d. Naturw. etc., Bd. 52, Lief. 1, 1887 (Russisch).

208. **Nussbaum. M.** Zur Differenzirung d. Geschlechts im Thierreich. Arch. f. mikr. Anat. Bd. 18. 1880, p. 1—123, Taf. 1—4.

209. **Oudemans.** Beiträge z. Kenntniss d. Thysanura u. Collembola, Berl., 1889.

210. **Packard.** The Ancestry of insects, Salem, 1873.

211. **Pekarsky.** Ueb. d. Peritrachealzellen d. Insekten. Nachr. d. neuruss. Naturf. Ges., Odessa, Bd. 14, p. 231—243, 1889.

212. **Rabl.** Theorie d. Mesoderms. Morph. Jahrb., Bd. 15, 1889, p. 113—254, Taf. 7—10.

213. **Rückert.** Zur Keimblätterbildung bei d. Selachiern. Sitz.-Ber. Ges. Morph. Phys., München, 1885, p. 47—104.

214. **Ryder.** The structure, affinities and species of Scolopendrella. Proc. Ac. Nat. Sc., Philadelphia, 1881, p. 79—86.

215. **Schimkewitsch.** Étude sur le développement des araignées. Arch. de Biologie, Th. VI, 1885, p. 515—584, pl. 18—23. Idem russisch, St. Petersburg, 1886.

216. — Beobachtungen üb. d. Fauna d. Weissen Meeres, St. Petersb., 1889 (russisch).

217. **Schimkewitsch.** Ueb. d. Identität d. Herzbildung bei d. Wirbel- und wirbellosen Thieren. Zool. Anz., 1885, p. 37—40.

218. **Schmiedeknecht.** Monographie d. in Thüringen vorkommenden Arten der Gattung Bombus. Jenaische Zeitschr., 12 Bd., 1878, p. 303—430, 2 Taf.

219. **Sedgwick.** The devel. of Peripatus capensis. Quart. Journ. Micr. Sc., Vol. 25, 1885, p. 449—468, 2 pl.; — Vol. 26, p. 175—211, 3 pl.; — Vol. 27, p. 467—550, 4 pl.

220. — On the fertilized ovum of and the formation of layers in Peripatus, Proc. Roy. Soc., Lond., Vol. 39, 1885, p. 239—244.

221. **Sograf.** Zur Kenntniss d. Embryonalentwicklung von Geophilus. Nachr. d. Moskauer Ges. der Freunde d. Naturwiss. etc., Bd. 43, Lief. 1, 1883 (Russisch).

222. **Strahl.** Die Dottersackwand u. d. Parablast d. Eidechse. Z. w. Z., Bd. 45, 1887, Taf. 16, pp. 282—307.

223. **Tichomirow.** Zur Entw.-gesch. d. Hydroiden. Nachr. d. Mosk. Ges. d. Freunde d. Naturw. etc., Bd. 50, Lief. 2, 1887 (Russisch).

224. **Waldeyer.** Archiblast u. Parablast. Arch. f. mikr. Anatomie, Bd. 22, 1883, p. 1—79.

225. **Wielowijeiski.** Ueb. d. Blutgewebe d. Insekten. Z. w. Z., Bd. 43, p. 512—536.

Nachtrag.

226. **Selvatico.** Sur le développement embryonnaire des Bombyciens. Journal de Micrographie (Pelletan) 1882, №№ 4—8.

227. **V. Graber.** Vergleichende Studien am Keimstreif der Insekten. Mit. 12 Tafeln und 38 Textfiguren. Denkschriften der mathematisch-naturwiss. Klasse d. Wien. Akademie, Bd. LVII, 1890. Diese höchst interessante Abhandlung habe ich erst bekommen, als meine Arbeit bereits im Drucke war. Ich war deshalb nicht im Stande, die neuesten Resultate Graber's in meiner Arbeit zu berücksichtigen und kann nur mit Genugthuung bemerken, dass Graber jetzt seine Ansichten über die Morphologie der Bauchextremitäten der Insektenembryonen mit der von mir ausgesprochenen Auffassung derselben nicht mehr für unvereinbar zu halten scheint. Es freut mich sehr, dass ich die Mehrzahl meiner Resultate und Schlüsse durch die Ergebnisse der langjährigen Untersuchungen eines so hervorragenden Forschers, wie Graber, bestätigt finde.

Erklärung der Tafeln.

Tafel I.

Figg. 1—4. Aus einer Serie von Querschnitten beim Anfang der Keimblätterbildung; 1. aus dem vorderen Drittel des sich bildenden Keimstreifens, 2. aus dem mittleren, 3. 4. aus dem hinteren Theile des Keimstreifens, um die beginnende Immigration (4) und Invagination (3) zu zeigen. *bl* die den gewöhnlichen Blastodermzellen ähnlichen Zellen des Keimstreifens, *asd* der äussere homogene Dotter, *Vc* Vacuolen des Nahrungsdotters, *vc* Vacuolen des äusseren Dotters, *dz* Dotterzellen, von den Stäbchenanhäufungen umgeben, *St* Stäbchen, *pr* Anlage der Primitivrinne, *ec* das äussere, *hp* das innere Keimblatt, *dl* Abspaltung einer Zelle vom äusseren Keimblatte. Zeiss $^1/_{12}$, Oc. 2.

Figg. 5—8. Aus einer Querschnittserie von einem etwas älteren Stadium; *gl* (Fig. 5) die ersten Anlagen des Oberschlundganglions; *dk* Dotterkerne, *se* Serosa, *am* Amnion, *ll* Anlagen der lateralen Einstülpungen, *Hg* der hintere Hügel. Fig. 5 stellt einen Querschnitt aus dem Kopfende, Fig. 6 etwas nach hinten von der Mitte, Fig. 7 u. 8 Querschnitte des hinteren Hügels dar. Die Bedeutung der übrigen Buchstaben ist wie in Figg. 1—4. Zeiss $^1/_8$, Oc. 2.

Fig. 9. Ein Längsschnitt eines Keimstreifens vom Stadium der Figg. 1—4, etwas seitwärts von der Mittellinie; *v* Kopf-, *h* Hinterende des Keimstreifens, *am* Amnion, *ec* das äussere, *hp* das innere Keimblatt, *dz* Dotterzellen. Zeiss A, Oc. 4.

Figg. 10—12. Aus einer Querschnittserie vom Stadium der stärksten Entwicklung der lateralen Einstülpungen; Fig. 10 ein Querschnitt aus dem Kopfende: *pr* die Primitivrinne, *hp* das innere Blatt, *ll* die lateralen Einstülpungen. Zeiss $^1/_8$, Oc. 2. Fig. 10a. Theil eines der nächsten Querschnitte, um die mit Stäbchen beladenen Dotterzellen zu zeigen; Zeiss $^1/_8$, Oc. 5. Fig. 11. Ein Querschnitt nahe dem Hinterende: *Hg* der hintere Hügel, *ll* die lateralen Einstülpungen, *am* Amnion, *Se* Serosa, *hp* das innere Blatt, *dk* Dotterzellen. Zeiss $^1/_8$, Oc. 2. Fig. 12 Aus der Mitte des Keimstreifens: *pr* die Primitivrinne, *ec* das äussere, *hp* das innere Blatt, *dz* Dotterzellen. Zeiss $^1/_{12}$, Oc. 2.

Tafel II.

Fig. 13. Ein Querschnitt des Hinterendes vom Keimstreifen, nachdem die lateralen Einstülpungen verschwunden sind. *Hg* der hintere Hügel, *am* Amnion, *Se* Serosa, *st* Stäbchen, *bl* die Stelle der Invagination, worunter die Zellen des inneren Blattes in zwei Reihen angeordnet sind. Zeiss $^1/_{12}$, Oc. 2.

Fig. 14. Ein Ei beim Anfang der Keimstreifenbildung; *v* das Vorderende, *h* das Hinterende des Keimstreifens, *bl* das Blastoderm, *kstr* die Bildung des Keimstreifens durch die sich vermehrenden Blastodermzellen. Zeiss A, Oc. 3.

Fig. 15. Ein vom Ei abpräparirter junger Keimstreif en face; *os* die Mundöffnung, *at* Antennenanlagen, *kpf* Kopflappen, *atf* Antennenfurche. Zeiss A, Oc. 3.

Fig. 15a. Der mittlere Theil der Fig. 15, stark vergrössert, um die metamer angeordneten Ectodermzellenanhäufungen zu zeigen. I, II, III die Zellenhäufchen, *kk* karyokinetische Theilungsfiguren. Zeiss $^1/_{12}$, Oc. 2.

Fig. 16. Ein etwas älterer Keimstreif, wo die Extremitäten *ex* sich schon zu erheben beginnen. *Kpf* die Kopflappen. Zeiss A, Oc. 3.

Fig. 17. Ein vom Ei abpräparirter Keimstreif, etwas älter als der in der Fig. 16 abgebildete, en face. *Kpf* Kopflappen, *f* die laterale Einschnürung des Kopflappens, *os* Mund, *at* Antennen, mx^1 die ersten, mx^2 die zweiten Maxillen, I—III die Thoraxbeine. Zeiss A, Oc. 4.

Fig. 18. Ein noch etwas älterer Keimstreif en face. *Ob* Oberlippe, *md* Mandibeln, ab^1 das erste Paar Abdominalanhänge. Die Bedeutung der übrigen Buchstaben wie in Fig. 17. Zeiss A, Oc. 4.

Fig. 19. Ein Keimstreif, etwas älter als der in der Fig. 18 abgebildete. Ab^1, ab^2, ab^3 Anlagen der drei ersten Paare von Abdominalanhängen; *h* das Hinterende des Keimstreifens, das sich einzubiegen beginnt. Die übrigen Buchstaben wie in Fig. 17. Zeiss A, Oc. 4.

Fig. 20. Ein Embryo mit 4 Paaren von Abdominalanhängen. *k* das Kopfende, *h* das eingebogene und knopfartig verdickte Hinterende, *ab* Abdominalanhänge, *am* Amnion, *se* Serosa. Die übrigen Buchstaben wie in Figg. 17—19. Zeiss A, Oc. 3.

Fig. 21. Ein vom Ei abpräparirter Embryo vom Stadium der Fig. 20 en face. *Kpf* die Kopflappen, *s* der dieselben von einander trennende Einschnitt, *ob* Oberlippe, *Sl* Schwanzlappen, *an* Anuseinstülpung, ab^1, ab^2, ab^3, ab^4 Abdominalanhänge; die übrigen Buchstaben wie in Figg. 17—20. Zeiss A, Oc. 4.

Fig. 22. Ein Embryo mit voller Anzahl der Extremitäten, in Profilansicht; ab^1—ab^{11} — 11 Paare von Bauchextremitaten, ab^9 Styli, ab^{11} Cerci. Die übrigen Buchstaben wie in Figg. 17—21. Zeiss A, Oc. 4.

Fig. 23. Ein ebensolcher Embryo, wie in Fig. 23, à trois quarts. *Br* Thoraxbeine, *c* Cerci, *Htd* Hinterdarm. Die übrigen Buchstaben wie in Fig. 22. Zeiss A, Oc. 4.

Fig. 24. Das Hinterende eines etwas älteren Embryos als in Fig. 22. Die Anhänge des 10-ten Paares sind schon verschwunden; *c* cerci, *St* Styli, die sich zu verlängern beginnen. Zeiss D, Oc. 2.

Fig. 25. Die hintere Hälfte eines Embryos, dessen Hinterende sich schon gerade gestreckt hat und die zerrissenen Keimhüllen sich über das Hinterende hinüberziehen; *se* die verdickte Serosa, *c* cerci, *St* Styli, *hr* Harnablagerungen. Zeiss A, Oc. 4.

Fig. 26. Ein Längsschnitt des birnförmigen Abdominalanhanges des ersten Paares; *St* das Stielchen. Zeiss D, Oc. 2.

Fig. 27. Ein Embryo, dessen Hinterende den hinteren Eipol fast erreicht hat; *am* Amnion, *Se* Serosa, *Ro* das Rückenorgan, *Oes* der Vorderdarm, *Htd* der Hinterdarm, *br* der erste Abdominalanhang, *c* cerci, *St* Styli. Zeiss A, Oc. 2.

Fig. 28. Ein Embryo, dessen Hinterende den hinteren Eipol erreicht hat. Die Bildung des Rückens ist schon begonnen; *am* Amnion, *oes* der Vorderdarm, *Htd* der Hinterdarm, *at* Antennen, *br* der birnförmige erste Abdominalanhang, *n* die Nervenknoten der Bauchkette, *c* Cerci, *St* Styli, *R* der Rücken, *lt* der dorsale Rand der lateralen Wand des Embryos, *Ro* das Rückenorgan. Zeiss A, Oc. 3.

Fig. 29. Ein noch etwas älterer Embryo; das Kopfende hat sich dem vorderen Eipol genähert; *Ro* das sich einstulpende Rückenorgan; die übrigen Buchstaben wie in der Fig. 28. Zeiss A. Oc. 3.

Tafel III.

Fig. 30. Ein Embryo mit soeben beendeter Bildung des Rückens. *Oes* der Vorderdarm, *Htd* der Enddarm, *Mtd* der von Dotter erfüllte Mitteldarm, *Ro* die eingewanderten Zellen des Rückenorgans im vorderen Theile des Mitteldarms. Zeiss A, Oc. 2.

Fig. 31. Das Vorderende eines etwas älteren Embryos; *oes* der Oesophagus, *kr* die Anlage des Kropfes, *r* die rüsselähnliche Vorstülpung des Vorderdarms in den Mitteldarm *Mtd*, *g* das Ganglion supraoesophageum, *s* das Ganglion infraoesophageum, *Rgf* das Rückengefäss, *ct* die Cuticula. Zeiss D, Oc. 2.

Fig. 32. Ein fast reifer Embryo, von Carmin gefärbt und in Nelkenöl aufgehellt. Der Nahrungscanal und das centrale Nervensystem scheinen sehr schön durch die Körperwand durch; *St* Styli, *c* Cerci, *Htd* der Hinterdarm; die übrigen Buchstaben wie in der Fig. 31. Zeiss A, Oc. 4.

Fig. 33. Ein Längsschnitt durch das Hinterende eines Embryos vom Stadium etwa der Fig. 25, um das Hinüberziehen der Keimhüllen auf die Rückenseite zu veranschaulichen; *am* das Amnion, das unmittelbar in die Serosa übergeht, *Htd* der Enddarm, *c* Cercus. Zeiss D, Oc. 3.

Fig. 34a. Ein Querschnitt durch die Rückenseite eines Eies im Stadium der Fig. 27, um die Structur des Rückenorgans *Ro* zu zeigen. Zeiss D, Oc. 3.

Fig. 34b. Ein Querschnitt des sich einstülpenden Rückenorgans. Zeiss D, Oc. 2.

Fig. 35. Ein Querschnitt des eingestülpten Rückenorgans; *g* das Ganglion supraoesophageum, *oe* der Vorderdarm, *Mtd* der Mitteldarm, *Ro* die Zellen des Rückenorgans. Zeiss D, Oc. 2.

Fig. 36. Ein (etwas schiefer) Querschnitt durch die Kopflappen im Stadium etwa der Fig. 18. Jeder Kopflappen ist von seinem besonderen Amniossack umhüllt; *se* Serosa, *ep* Ectodermepithel über den präoralen Ganglionanlagen g_1; *atf* Antennenfurche, die bloss an einer Seite des Querschnittes getroffen ist; g_2 die nackten (vom Epithel unbedeckten) embryonalen Fühlerlappen; *oes* die obere Wand des Vorderdarms; *mes* Mesodermzellen; *dz* Dotterzellen. Zeiss $^1/_{12}$, Oc. 2.

Figg. 37—39. Drei aufeinander folgende Querschnitte aus der vorderen Hälfte des Abdomens im Stadium etwa der Fig. 19. Fig. 37 — der vordere Schnitt — zwischen zwei Extremitätenpaaren; Fig. 38 — der mittlere Schnitt — durch zwei Extremitätenanlagen, zwischen denen das Ectoderm etwas vertieft ist; Fig. 39 — der hintere Schnitt — durch dieselben Extremitätenanlagen: die Vertiefung des Ectoderms bildet hier eine ziemlich tiefe Grube; *am* Amnion, *Se* Serosa, *hp* das innere Blatt, *dk* die Dotterzellen, *ec* das Ectoderm, *St* die Stäbchen, *n* das Nervengrübchen (eine der Anlagen der Nervenrinne). Zeiss $^1/_{12}$, Oc. 2.

Fig. 40. Ein Querschnitt aus der Thoraxregion eines Keimstreifens vom Stadium etwa der Fig. 18; die Thoraxbeine sind getroffen; *am* Amnion, *Se* Serosa, *hp* das innere Blatt, *dk* Dotterzellen, *n* die Nervenrinne. Zeiss $^1/_{12}$, Oc. 2.

Fig. 41. Ein Querschnitt aus der Thoraxregion eines etwas älteren Embryos. Die Buchstaben wie in der Fig. 40 und 42. Zeiss $^1/_{12}$, Oc. 2.

Fig. 42a. Ein Querschnitt aus der Thoraxregion eines Embryos vom Stadium der Fig. 20; die Thoraxbeine sind getroffen; *se* Serosa, *am* Amnion, *Sh* die Somitenhöhle, die sich in die Extremität fortsetzt, *g* Ganglionanlagen, *Mst* Mittelstrang. Zeiss $^1/_{12}$, Oc. 2.

Fig. 42b. Ein Querschnitt aus dem Abdomen desselben Embryos; die Abdominalbeine sind getroffen. Die Buchstaben wie in der Fig. 42a. Zeiss $^1/_{12}$, Oc. 2.

Tafel IV.

Fig. 43. Ein (etwas schiefer) Querschnitt am Niveau der Mundeinstülpung im Stadium etwa der Fig. 18; *oe* Mundeinstülpung, *atf* Antennenfurche, *ms* Mesodermzellen, *dz* Dotterzellen. Zeiss $^1/_{12}$, Oc. 3.

Fig. 44. Ein Querschnitt etwas nach hinten von dem vorigen (Fig. 43); die hintere (untere) Wand des Oesophagus *oe* ist getroffen; *en* die vordere Entodermanlage, vom Mesoderm *ms* nicht scharf abgegrenzt; *atf* Antennenfurche, *dz* Dotterzellen. Zeiss $^1/_{12}$, Oc. 3.

Fig. 45. Die rechte Hälfte und die Mitte eines gleich nach hinten von dem vorigen (44) geführten Querschnittes (die linke Hälfte ist nicht abgebildet); *atf* Antennenfurche, *at* Antenne, *dz* Dotterzelle, *ms* Mesodermzellen. Zeiss $^1/_{12}$, Oc. 3.

Fig. 46. Ein Querschnitt durch den Kopf eines Embryos vom Stadium der Fig. 31, um die drei Paar Heerde vom Ganglion supraoesophageum zu zeigen: g^1 die präoralen Heerde, die nach hinten mit den Heerden der embryonalen Fühlerlappen g_2 verwachsen, g_3 die Heerde der optischen Lappen; *nz* Nervenzellen, *oc* Augenanlagen, *F* Fettkörper. Zeiss $^1/_8$, Oc. 2.

Fig. 47. Ein Längsschnitt eines Embryos vom Stadium etwa der Fig. 19: *ve* Mundeinstülpung, *ob* Oberlippe, *V.en* die vordere Entodermanlage, *ms* Mesoderm, mx^1 mx^2 die Maxillen, T_1 T_2 T_3 die Thoraxbeine, ab^1, ab^2 die Abdominalanhänge, *dz* die Dotterzellen, *am* Amnion, *Se* Serosa; *H.en* die hintere Entodermanlage. Zeiss A, Oc. 3.

Fig. 48. Ein Längsschnitt eines Embryos vom Stadium etwa der Fig. 22; *kg* das Oberschlundganglion, *ks* Antennensomit, *at* Antenne, *Mds* das mandibulare Somit, Mx^1S, Mx^2S die Maxillensomiten, $T_1T_2T_3$ die thoracalen Somiten, *Abs* die abdominalen Somiten. Zeiss A, Oc. 4.

Fig. 49. Ein Längsschnitt (etwas seitwärts von der Mittellinie) durch das Hinterende eines Embryos vom Stadium der Fig. 22. *Cs* das Somit des Cercus, $Ab_{10}S$ das 10-te abdominale Somit, Ab_9S das Somit des Stylus. Zeiss D, Oc. 3.

Fig. 50. Ein Querschnitt durch das Kopfende eines Embryos vom Stadium etwa der Fig. 20; *oe* der Vorderdarm, *ms* Mesodermzellen, *Ks* die Antennensomiten, *V.en* die vordere Entodermanlage. Die drei Paar Anlagen des Oberschlundganglions ($g_1g_2g_3$) sind schematisch angedeutet. Zeiss $^1/_{12}$, Oc.2.

Fig. 51. Ein Querschnitt durch das Hinterende eines Embryos vom Stadium der Fig. 22, am Niveau des 8-ten Paares der Abdominalanhänge. *Htd* der Hinterdarm, *H.en* die hintere Entodermanlage, von welcher zwei Stränge *En* abgehen; Ab_8 die Bauchanhänge des 8-ten Paares. Zeiss $^1/_{12}$, Oc. 2.

Fig. 52. Ein Theil des Querschnittes aus dem Abdomen eines Embryos aus dem Stadium etwa der Fig. 22 (etwas jünger); *p* ein Abdominalanhang, *n* die Nervenstränge. *vsc* der viscerale, *md* der mediale, *lt* der laterale (in die Extremität sich fortsetzende) Abschnitt der Somitenhöhle; *Dk* kleine Dotterkerne, *F* Fettkörperzellen. Zeiss $^1/_{12}$, Oc. 2.

Fig. 53. Ein Längsschnitt durch einen Embryo, der etwas älter war als der in der Fig. 22 abgebildete; *Oe* der Vorderdarm, *End* das Entoderm, *Ab* der birnförmige sich umgestaltende abdominale Anhang des ersten Paares, *St* Stylus, *Vsc* die visceralen Abschnitte der Somitenhöhle, *Dz* grosse, *Dk* kleine Dotterkerne. Zeiss A, Oc. 3.

Fig. 54. Die rechte Hälfte eines Querschnittes vom Stadium der Fig. 53 (Abdomen): *n* der Nervenstrang, *tr* eine Tracheeneinstülpung, *md* der mediale, *lt* der laterale, *vsc* der viscerale Abschnitt der Somitenhöhle, *En* Entoderm, *F* Fettkörper, *Dk* kleine Dotterkerne, *D* Zellen des drüsigen Körpers. Zeiss $^1/_{12}$, Oc. 2.

Tafel V.

Fig. 55. Ein Querschnitt aus dem hinteren Drittel eines Embryos vom Stadium etwa der Fig. 27; *nn* Ganglion der Bauchkette, *F* Fettkörper (im medialen Abschnitte der Somitenhöhle). *vsc* der viscerale, *lt* der laterale Abschnitt der Somitenhöhle, *dk* kleine Dotterkerne, die dicht an der Entodermlamelle liegen, *en* Entoderm, *st* Stäbchen. Zeiss $^1/_{12}$, Oc. 4.

Fig. 56. Ein Querschnitt aus dem mittleren Drittel eines Embryos vom Stadium der Fig. 28; *n* Nervenknoten, *en* Entoderm, *st* eine zoogloëenähnliche Stäbchenansammlung, *df* das Darmfaserblatt, *tr* eine Tracheeneinstülpung, *D* Zellen des drüsigen Körpers, *Fst* die mit Stäbchen beladenen Zellen des Fettkörpers. Zeiss $^1/_{12}$, Oc. 4.

Fig. 57. Ein Querschnitt aus dem hinteren Drittel desselben Embryos; *D* Zellen des drüsigen Körpers, *F* Fettkörper, *n* Nervenknoten, *Gs* die Geschlechtsanlage, *En* Entoderm, *k* ein grosser Dotterkern, *St* eine Stäbchenansammlung. Zeiss D, Oc. 4.

Fig. 58. Ein Querschnitt durch den Rücken eines Embryos vom Stadium der Fig. 30 (aus dem vorderen Drittel des Embryos), um die beginnende Herzbildung zu zeigen. *Mtd* die Mitteldarmhohle, *F* der Fettkörper, *Hf* das Hautmuskelblatt, *Df* das Darmfaserblatt, *M* die beiden Rückenmesenterien, welche die lateralen Wände des Herzens bilden, *c* die Höhle des Herzens, *Ec* das Ectoderm, *En* das Entoderm. Zeiss $^1/_{12}$, Oc. 2.

Fig. 59. Ein entsprechender Querschnitt aus dem hinteren Drittel desselben Embryos; *Rf* die Höhle des Rückengefässes, *Dk* Dotterzellen, *Bt* Blutzellen, *Lh* Leibeshöhle, *St* Stäbchen; die übrigen Buchstaben wie in der Fig. 58. Zeiss $^1/_{12}$, Oc. 2.

Fig. 60. Ein Querschnitt durch das Abdomen eines Embryos vom Stadium der Fig. 31; *n* Nervenknoten, *F* Fettkörper, *St* Stäbchen im Fettkörper, *D* der drüsige Körper, *Bc* Stabchen in der Darmhöhle, *tr* eine Trachee, *Gs* Geschlechtsanlagen, *R* Rückengefäss, *En* Entoderm, *Df* Darmfaserblatt, *Hf* Hautmuskelblatt. Zeiss F, Oc. 2.

Fig. 61. Ein Querschnitt durch die vordere Hälfte eines Embryos vom Stadium der Fig. 32. *Rf* Rückengefass, *en* Mitteldarmepithel, *Df* die Mesodermschicht des Mitteldarms, *m* Muskeln, *F* Fettkörper, *Hr* Harnablagerungen, *P* Beine; in der Darmhöhle sind Stäbchenansammlungen zu bemerken; der Dotter ist geborsten. Zeiss $^1/_{12}$, Oc. 2.

Fig. 62. Ein Längsschnitt eines Embryos vom Stadium der Fig. 32. *Rf* Rückengefäss, *g* das centrale Nervensystem, *Mt* der Mitteldarm, dessen Wandung einschichtig zu sein scheint, *Kr* der Kropf, *r* die rüsselartige Vorstülpung des Vorderdarms in den Mitteldarm, *Mp* Malpighische Gefässe, *Htd* der Enddarm. Zeiss A, Oc. 2.

Fig. 63. Ein Querschnitt durch den vorderen Theil des Abdomens eines Embryos, der etwas älter war als der in der Fig. 32 abgebildete. *Rf* das Rückengefäss, *Hr* Harnablagerungen, *p* Beine, *N* Nervenknoten, *En* das schon etwas höher gewordene Mitteldarmepithel, *Df* die Mesodermschichten des Mitteldarms; der Dotter ist geborsten. Zeiss $^1/_{12}$, Oc. 2.

Fig. 64. Ein Querschnitt durch das Vorderende des Mitteldarms eines ganz reifen Embryos. *Ms* die doppelte Mesodermschicht in der querdurchschnittenen rüsselartigen Vorstülpung des Vorderdarms; *Z* die sechs Längsfalten der Innenschicht dieser Vorstülpung; *En* Mitteldarmepithel, das schon hoch cylindrisch geworden ist; *En*^{1} das den basalen Theil des Rüssels bekleidende Entodermepithel, *Dv* die zwei blinden Aussackungen des Mitteldarms. Zeiss $^1/_{12}$, Oc. 1.

Fig. 65. Ein Querschnitt aus dem hinteren Viertel eines ganz reifen Embryos. *Hd* die zwei in diesem Schnitte getroffenen Hodenfollikel, *N* Nervenknoten, *tr* Trachee, *Mp* Malpighische Gefässe, *rr* der an zwei Stellen durchschnittene vordere Theil des Hinterdarms, *R* der mittlere Theil des Hinterdarms, der sich bei *R*^{1} in den vorderen Theil desselben rüsselartig vorstülpt, *Rdf* das Rückendiaphragma, *F* der Fettkörper. Zeiss D, Oc. 2.

Fig. 66. Ein Schnitt aus dem Fettkörper mit der Anlage des Eierstocks. *Fk* der Fettkörper, *Gs* der Eierstock, *St* Stäbchen. Zeiss $^1/_{12}$, Oc. 5.

Eig. 67. Ein Querschnitt durch den Metathorax eines Embryos vom Stadium der Fig. 30; *c* Herz, *n* Commissuren der Bauchkette, *end* die drüsenähnlichen Ectodermeinstülpungen zur Bildung der Endoskelets. Zeiss D, Oc. 2.

Tafel VI.

Fig. 68. Ein Querschnitt durch das Kopfende eines Embryos vom Stadium der Fig. 20; *ep* das Ectodermepithel, *am* Amnion, *Se* Serosa, *Dz* Dotterzellen, *oe* der Vorderdarm, *ms* das Antennensomit, g_1 die präoralen Oberschlundganglionanlagen, g_2 die embryonalen Fühlerlappen des Gehirns, g_3 die optischen Anlagen. Zeiss $^1/_{12}$, Oc. 2.

Fig. 69. Ein (etwas schiefer) Querschnitt durch das Kopfende eines Embryos vom Stadium der Fig. 27; *oc* Augenanlagen, *o* eine ectodermale Verdickung unbekannter Bedeutung (ocelli?) *oe* der Vorderdarm (seine obere Wand), *dz* eine grosser Dotterkern; die übrigen Buchstaben wie in der Fig. 68. In den embryonalen Fühlerlappen ist links der «Heerd» getroffen. Zeiss $^1/_{12}$, Oc. 2.

Fig. 70. Eine Hälfte des Querschnitts aus der hinteren Hälfte des Abdomens vom Stadium der Fig. 22; *am* Amnion, *se* Serosa, *Dz* Dotterkern, *g* Nervenstrang, *es* der viscerale Abschnitt der Somitenhöhle, *gs* eine Geschlechtszelle. Zeiss $^1/_{12}$, Oc. 4.

Fig. 71. Eine Hälfte des Querschnitts durch das erste Bauchsegment vom Stadium der Fig. 53; *am* Amnion, *T* Bein, ab_1 der erste abdominale Anhang, *g* Nervenknoten, *mst* Mittelstrang, *lt* der laterale, *vs* der viscerale, *d* der mediale Abschnitt der Somitenhöhle. Zeiss $^1/_8$, Oc. 2.

Fig. 72. Ein entsprechender Querschnitt vom Stadium der Fig. 27. Die Bedeutung der Buchstaben wie in der Fig. 71. Zeiss $^1/_{12}$, Oc. 2.

Fig. 73. Ein Querschnitt durch das Hinterende eines Embryos vom Stadium etwa der Fig. 22, zwischen dem 7-ten und 8-ten Bauchsegmente. *Schw* quergeschnittenes eingebogenes Hinterende des Abdomens; *End* Enddarm, *St* das Stylus-Somit, ab_8 der 8-te Abdominalanhang, *nn* die Ganglien der Bauchkette, *mst* der Mittelstrang, *Fk* der Fettkörper, *en* die zwei Häufchen der Entodermzellen, en_1 die dieselben mit einander verbindende Zellenbrücke, *Dk* kleine Dotterzellen, *Med* die mediane Region. Zeiss $^1/_{12}$, Oc. 2.

Fig. 74. Ein (etwas schiefer) Querschnitt desselben Embryos (Fig. 73) am Niveau des 5-ten Abdominalanhanges; *vs* der viscerale Abschnitt der Somitenhöhle, *Gs* die Geschlechtszellen, *D* die Zellen des drüsigen Körpers; die übrigen Buchstaben wie in der Fig. 73. Zeiss $^1/_{12}$, Oc. 2.

Inhalt.

Seite.

Kapitel I. Historisches über die Embryologie von Blatta germanica. Untersuchungsmethoden. Die ersten Entwicklungsstadien. Die Bedeutung der bacterienähnlichen Stäbchen. 1

Kapitel II. Die Bildung des Keimstreifens, der beiden primären Keimblätter und der Embryonalhüllen 12

Kapitel III. Ueber die Entwicklung der äusseren Form des Embryos. 22

Kapitel IV. Die Ectodermderivate. 34

Kapitel V. Differenzirung des Mesoderms und Entoderms. Entwicklung der Körperhöhle, des Herzens, des Fettkörpers und der Geschlechtsorgane. 45

Kapitel VI. Allgemeine Betrachtungen. 70

§ 1. Ueber die Furchung des Insekteneies. 70

§ 2. Ueber die Keimblätter der Insekten und anderer Thiere. 72

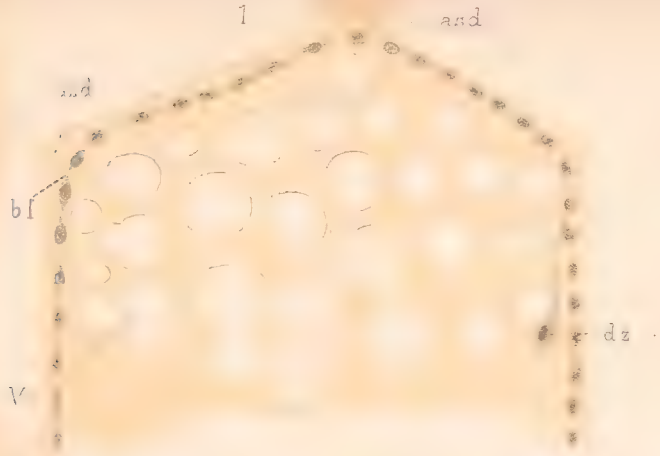
§ 3. Zur Morphologie und Phylogenie der Insekten. 86

Verzeichniss der Litteratur 102

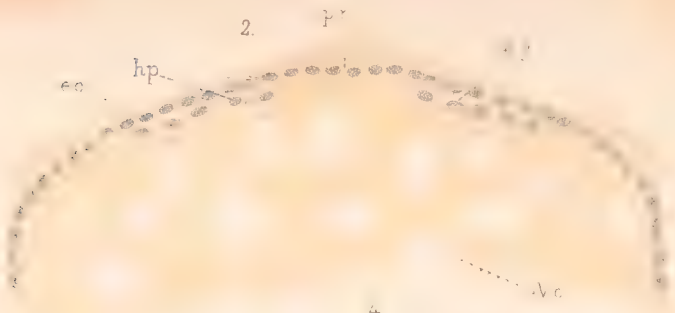
Nachtrag 114

Erklärung der Tafeln 115

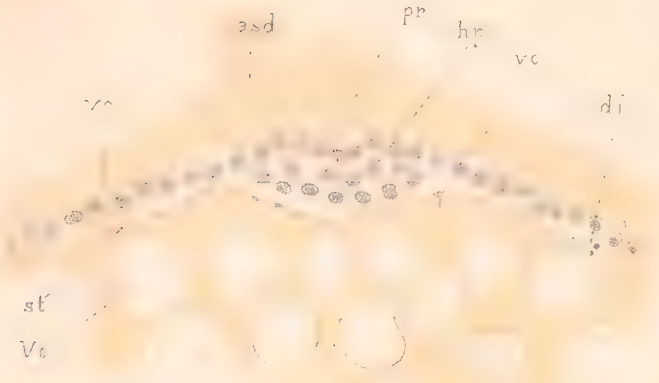
1



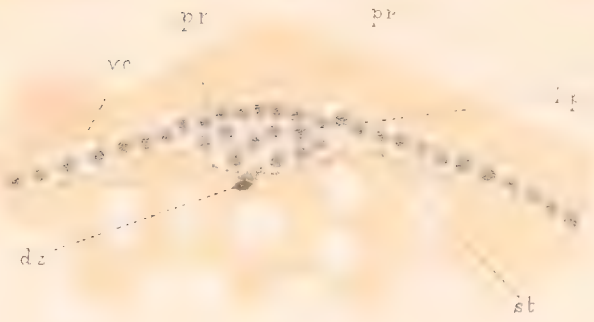
2.



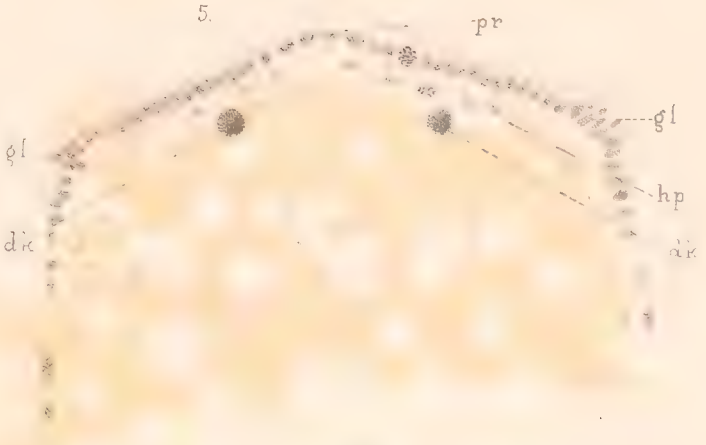
3.



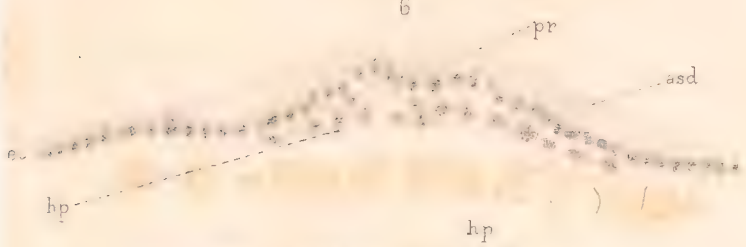
4



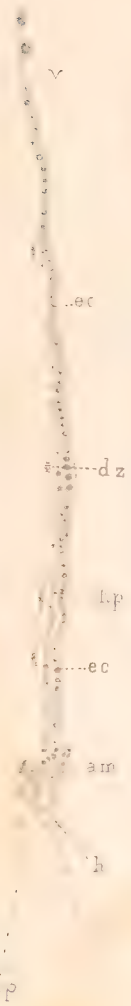
5.



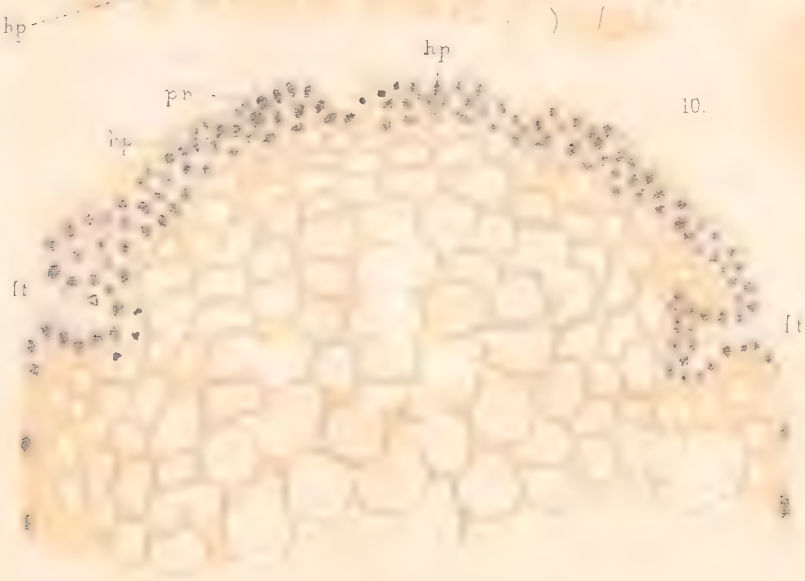
6



9

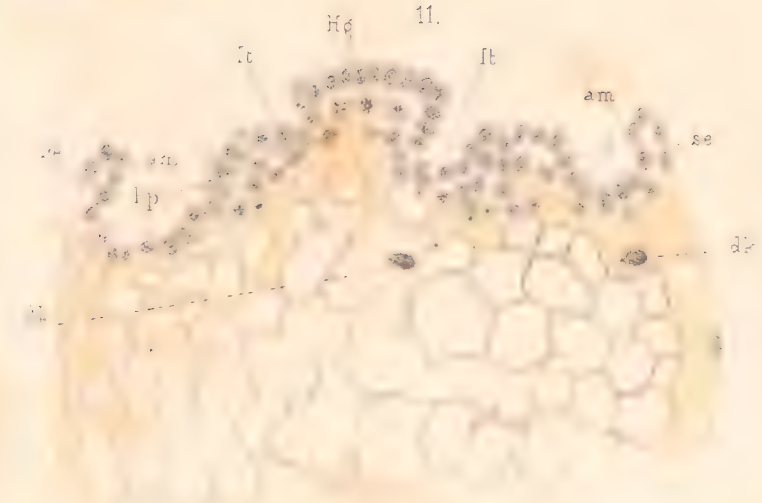


10.

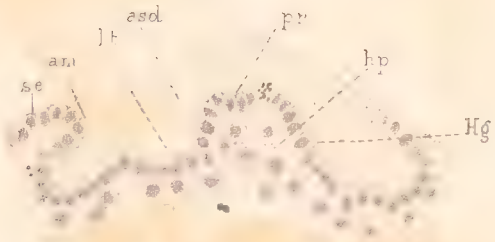


12

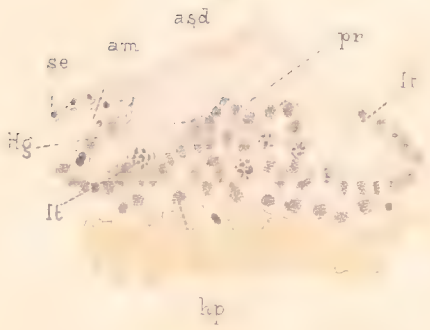
11.



7.



8



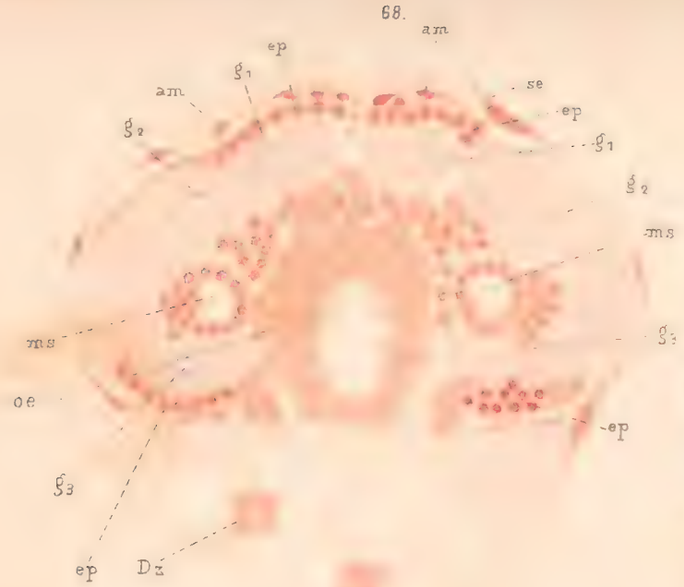
13
14
15
15a
16
17
18
19
20
21
22
23
24
25
26
27
28
29
kstr
kpf
Hg
se
bl
at
md
ab
Ro
am

A. Birula et E. Gotowin ad. nat. del.

43.
44
oe
atf
46
T2
T3
Gs
End
Dk
Dk
50.
ks
oe

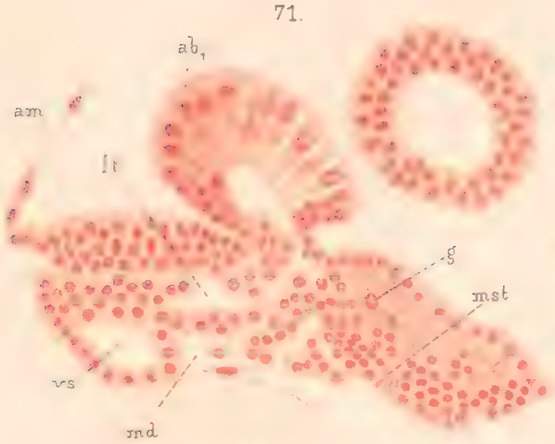
55.
n
F
en
ct
dk
st
56
n
Fst
st
D
tr
df
en
63
Rf
Df
Hr
En
P
N
59.
Rf
en
Bt
Lh
Hf
Df
Dk
St
64.
En
Df
Z
Ms
Dv
60.
n
F
D
Bc
st
tr
kr
gs
Hf
Df
en
R
57.
n
En
D
F
Gs
k
St
61.
m
F
Hr
p
Df
en
Rf
62.
oes
Rf
M
Mp
Htd
58.
Mtd
Df
F
M
end
Ec
65.
Hd
N
tr
R
R1
r
Rf
Rdf
66.
Fk
St
m
67.
end

68.

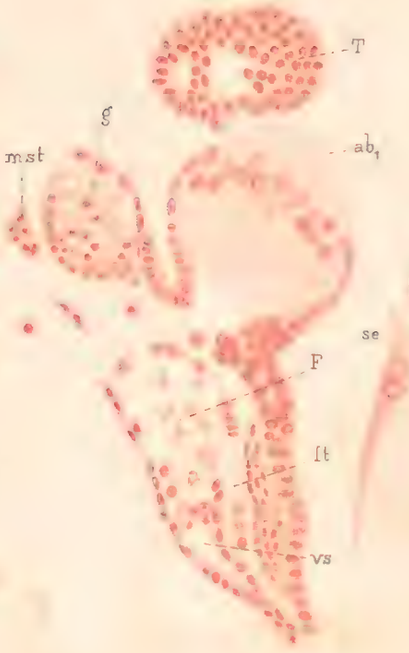


69

71.



72.



70.

73

74.

MÉMOIRES
DE
L'ACADÉMIE IMPÉRIALE DES SCIENCES DE ST.-PÉTERSBOURG, VII^e SÉRIE.
TOME XXXVIII, N° 6.

ÜBER DIE VERTHEILUNG DER WÄRME

IN

EINER EINSEITIG BESTRAHLTEN SCHWARZEN KUGEL.

EINE ACTINOMETRISCHE STUDIE

VON

O. Chwolson.

Lu le 3 mai 1891.

ST.-PÉTERSBOURG, 1891.

Commissionnaires de l'Académie Impériale des sciences:

à St.-Pétersbourg:
M. Eggers & C° et J. Glasounof.

à Riga:
M. N. Kymmel.

à Leipzig:
Voss' Sortiment (Haessel).

Prix: 95 Cop. = 2 Mark 40 Pf.

MÉMOIRES
DE
L'ACADÉMIE IMPÉRIALE DES SCIENCES DE ST.-PÉTERSBOURG, VII^E SÉRIE.
TOME XXXVIII, N° 6.

ÜBER DIE VERTHEILUNG DER WÄRME

IN

EINER EINSEITIG BESTRAHLTEN SCHWARZEN KUGEL.

EINE ACTINOMETRISCHE STUDIE

VON

O. Chwolson.

Lu le 3 mai 1891.

ST.-PÉTERSBOURG, 1891.
Commissionnaires de l'Académie Impériale des sciences:
à St.-Pétersbourg: M. Eggers & C° et J. Glasounof.
à Riga: M. N. Kymmel.
à Leipzig: Voss' Sortiment (Haessel).
Prix: 95 Cop. = 2 Mark 40 Pf.

Imprimé par ordre de l'Académie Impériale des sciences.

Août 1891. A. Strauch, Secrétaire perpétuel.

Imprimerie de l'Académie Impériale des sciences.
Vass.-Ostr., 9 ligne, № 12.

EINLEITUNG.

Im Laufe des letzten Jahrzehntes haben die actinometrischen Beobachtungen eine beständig wachsende Bedeutung und Verbreitung erlangt. Durch die Arbeiten von Langley, O. Fröhlich, Violle, Crova, K. Angström und Anderer sind eine Reihe von experimentellen Methoden ausgebildet und zur Bestimmung der Solar-Constanten angewandt worden. Wenn sich trotzdem die actinometrischen Beobachtungen bisher noch nicht auf den meteorologischen Observatorien eingebürgert haben, so dürfte dies zum nicht geringsten Theil daran liegen, dass die meisten der erwähnten Methoden auf nicht genügend theoretisch durchgearbeiteten Grundlagen aufgebaut sind, so dass ein gewisser Zweifel über die wahre physikalische Bedeutung der den Beobachtungen entnommenen Zahlengrössen obwalten muss. Einer Anregung von Seiten des Herrn Akademiker H. Wild folgend, beschäftigte ich mich seit einiger Zeit mit dem Studium der bisher in Anwendung gebrachten actinometrischen Methoden und zwar zuerst speciell derjenigen, bei welchen die Intensität der Sonnenstrahlung an der Erwärmung einer geschwärzten, als Thermometerreservoir dienenden Kugel beobachtet wird. Bei der Ausrechnung der betreffenden Beobachtungen wurden bisher sehr einfache Formeln benutzt; dieselben waren abgeleitet unter Zuhülfenahme ebenfalls sehr einfacher Betrachtungen. Die Kugel wurde vor Allem als ein Körper betrachtet, dem in jedem gegebenen Augenblick *Eine* bestimmte Temperatur zukommt; der stationäre Temperaturzustand sowohl, als auch der variabele während der Erwärmung oder Abkühlung wurde auf einfachste Weise aus der in jedem Zeitmoment empfangenen Wärmemenge und dem, der augenblicklichen Temperatur entsprechenden, Wärmeverlust berechnet. Die räumliche Vertheilung der auf die Kugel auffallenden Wärmestrahlen wurde ebensowenig in Betracht gezogen, als die Vertheilung der Wärme in der Kugel selbst. In Wirklichkeit haben wir es aber mit recht verwickelten Verhältnissen zu thun. Die Strahlen treffen jeden-

falls nur Eine Seite der Kugel, meistentheils sogar nur den mittleren Theil der, der Sonne zugekehrten Oberfläche. An dieser findet die grösste Erwärmung und zugleich auch die grösste Ausstrahlung statt; auf der entgegengesetzten Seite ist die Erwärmung jedenfalls geringer und haben wir es dort nur mit der Ausstrahlung zu thun. Es musste fraglich erscheinen, ob die erwähnte einfache Theorie für den vorliegenden Fall gültig sei und dies bewog mich allgemein den stationären und den variabelen Temperaturzustand einer einseitig bestrahlten schwarzen Kugel zu untersuchen; ersteres auch für den Fall, dass die Kugel aus zwei Stoffen besteht, von denen der eine, wie beim gewöhnlichen Thermometer, den anderen schalenförmig umgiebt.

In der vorliegenden Arbeit sind die Resultate der betreffenden Untersuchungen niedergelegt. Da mir die Frage über die Wärmevertheilung in einer einseitig bestrahlten schwarzen Kugel an und für sich interessant schien, so habe ich dieselbe auch in solchen Richtungen untersucht, welche für die Actinometrie keine Bedeutung haben können. Für Letztere ist z. B. nur die jeweilige Mitteltemperatur der Kugel von Werth, nicht aber die Gesetze der Wärmevertheilung in der Kugel — wenigstens soweit die vorhandenen actinometrischen Methoden in Betracht kommen.

Die vorliegende Arbeit ist in VI Capitel getheilt.

Cap. I enthält die oben erwähnte völlig elementare Ableitung einiger in der Actinometrie gebräuchlichen Formeln.

Cap. II enthält den Beweis eines für die Actinometrie wichtigen Satzes. Derselbe besagt wesentlich, dass der Ausdruck für die mittlere Temperatur einer bestrahlten Kugel im stationären Zustand, wie er bei elementarer Ableitung erhalten wird, thatsächlich richtig ist und dass er gültig bleibt, unabhängig davon, wie die auffallenden Strahlenbündel über die Kugeloberfläche vertheilt sind und aus wie vielen concentrischen heterogenen Schichten die Kugel besteht. Für den variabelen Zustand sind dagegen die auf elementarem Wege abgeleiteten Formeln nicht mehr streng gültig.

Cap. III enthält die Untersuchung der stationären Wärmevertheilung in einer schwarzen, einseitig durch parallele Strahlen getroffenen Kugel. Ausser einer Reihe specieller Fragen habe ich auch den Fall behandelt, dass die Kugel aus zwei concentrischen heterogenen Theilen besteht.

Im Cap. IV bin ich von der hier behandelten Aufgabe abgeschweift und ist dasselbe gewissen allgemeinen Betrachtungen über das Problem des variabelen Temperaturzustandes in einer Kugel gewidmet.

Cap. V enthält die Untersuchung des variabelen Zustandes einer sich abkühlenden schwarzen Kugel, welche zuerst durch anhaltende einseitige Bestrahlung zu dem im Cap. III gefundenen stationären Zustand gelangt ist.

Im Cap. VI werden die genauen Formeln für den variabelen Zustand einer schwarzen Kugel entwickelt, welche zuerst in allen Theilen die Temperatur der Umgebung besitzt und dann einer einseitigen Bestrahlung ausgesetzt wird. Die Aufgabe wird erweitert für den

Fall mehrfacher successiver Erwärmungen und Abkühlungen von gegebener Dauer — also ohne jeweilige Erreichung des stationären Zustandes.

Ich benutze in dieser Arbeit unter Anderen die folgenden Bezeichnungen:

R der Radius der Kugel;

R_1 der Radius des inneren Theiles in dem Fall, dass die Kugel aus zwei heterogenen concentrischen Theilen besteht;

k die innere Wärmeleitungsfähigkeit;

k_1 dasselbe für den inneren Theil der Kugel (Radius R_1);

h die äussere Wärmeleitungsfähigkeit;

$b = \frac{h}{k}$ hat die Dimension $[L^{-1}]$; für Kupfer mit geschwärzter Oberfläche kann man rund etwa

$$\frac{h}{k} = 0{,}00005 \text{ (Millim.)}^{-1}$$

setzen;

$bR = \frac{h}{k} R$ eine *absolute*, für eine gegebene Kugel charakteristische Zahl. Ein besonderes Interesse bietet der Fall $bR = 1$; dieser Werth gilt z. B. für eine schwarze Kugel, deren Wärmeleitung 200 mal geringer, als die des Kupfers und deren Radius gleich einem Decimeter ist;

δ die Dichte und

γ die specifische Wärme der Kugel;

$a^2 = \frac{k}{\delta\gamma}$;

t die Zeit;

r, φ und ψ Polarcoordinaten eines Punktes der Kugel; den Pol dieser Coordinaten nehmen wir im Centrum der Kugel, die Axe parallel den auffallenden Strahlen;

V die Temperatur eines Punktes der Kugel; bei der erwähnten Wahl der Coordinaten ist allgemein V Function von r und φ, dagegen von ψ unabhängig;

Q die gesammte Wärmemenge, welche in der Zeiteinheit auf die Kugel fällt;

q die Wärmemenge, welche in der Zeiteinheit durch die Querschnittseinheit des auffallenden Strahlenbündels hindurchgeht; wird die ganze Kugelhälfte bestrahlt, so ist $Q = \pi R^2 q$;

P_n soll stets das Zeichen der Kugelfunction Einer Variabelen von der Ordnung n sein;

$c = \frac{q}{k}$; $\frac{c}{b} = \frac{q}{h}$ hat die Dimension einer Temperatur;

$\eta_1, \eta_2, \eta_3 \ldots\ldots \eta_n \ldots$ sind die der Grösse nach geordneten Wurzeln der bekannten Gleichung

$$\eta \operatorname{cotg} \eta = 1 - bR;$$

für $bR = 1$ haben wir $\eta_n = (2n + 1)\frac{\pi}{2}$;

ein *horizontaler Strich über* einem Buchstaben (z. B. $\bar{V}$) bedeutet den Werth der betreffenden Grösse an der Oberfläche;

V_c die Temperatur im Centrum der Kugel;
V_m einen mittleren Werth der Grösse V;
V_0 Anfangswerth der Temperatur;
sämmtliche Temperaturen sind als Ueberschüsse über die Temperatur der Umgebung zu verstehen;
das Zeichen D^2 bedeutet die Summe der zweiten Differentialquotienten.

Capitel I.

Elementare Ableitung einiger Näherungsformeln.

Abstrahirt man vollkommen von einer Betrachtung der Art und Weise, erstens, wie die auf die schwarze Kugel auffallenden Strahlenbündel rund um die Kugel vertheilt sind und zweitens, wie die Temperatur innerhalb der Kugel von Punkt zu Punkt variirt, so lässt sich sofort ein Ausdruck für die stationäre Temperatur V_0 der bestrahlten Kugel niederschreiben.

Es mögen R, k, h, $b = \frac{h}{k} R$ und Q die in der Einleitung angegebene Bedeutung besitzen.

Die Kugel erhält in der Zeiteinheit die Wärmemenge Q und verliert, wenn der stationäre Zustand erreicht ist, in derselben Zeit die Wärmemenge $4\pi R^2 h V_0$. Es ist also

$$(1) \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad V_0 = \frac{Q}{4\pi R^2 h}.$$

Wird eine Halbkugel von parallelen Strahlen getroffen und haben q und c die oben gegebene Bedeutung ($Q = \pi R^2 q$), so erhalten wir

$$(2) \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad V_0 = \frac{q}{4h} = \frac{c}{4b}.$$

Das Gesetz der Abkühlung (nach erreichter Temperatur V_0) erhalten wir auf elementare Weise, indem wir den Wärmeverlust $-\frac{4}{3}\pi R^3 \delta\gamma\, dV$ der ausgestrahlten Wärmemenge $4\pi R^2 h V dt$ gleichsetzen. Es ist also

$$(3) \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad \frac{dV}{dt} = -\frac{3h}{\delta\gamma R} V,$$

und hieraus

$$(4) \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad V = V_0 e^{-\frac{3h}{\delta\gamma R} t}.$$

Setzen wir

$$\frac{3h}{\delta \gamma R} = m, \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (5)$$

so ist also *während der Abkühlung*

$$V = V_0 e^{-mt} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (6).$$

Der in τ Secunden stattfindende *Temperaturverlust* V_τ ist gleich

$$V_\tau = V_0 (1 - e^{-m\tau}) \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (7).$$

Für die Anfangsgeschwindigkeit der Abkühlung haben wir

$$\left(\frac{dV}{dt}\right)_{t=0} = -mV_0 \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (8)$$

Hat die Kugel anfangs die Temperatur Null, so ist ihre Temperatur zur Zeit t (gerechnet von dem Augenblick, wo die Erwärmung beginnt)

$$V = V_0 (1 - e^{-mt}) \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (9).$$

Die in τ Secunden stattfindende *Temperatursteigerung* V_τ ist gleich

$$V_\tau = V_0 (1 - e^{-m\tau}) \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (10).$$

Durch Vergleich von (7) und (10) erhält man den für die Actinometrie wichtigen

Satz I: In gleichen Zeiten τ sind Steigerung und Verlust der Temperatur gleich, wenn in beiden Fällen die Zeit τ vom Anfang der Erwärmung oder Abkühlung gerechnet wird **und** *letztere mit dem stationären Zustand beginnt.*

Bezeichnen wir vorübergehend durch V_e die Temperaturen während der Erwärmung und durch V_a diejenigen während der Abkühlung, so ist bei gleichen $t = \tau$

$$V_a + V_e = V_0 \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (11).$$

Für die Erwärmungsgeschwindigkeit erhalten wir aus (9)

$$\frac{dV_e}{dt} = mV_0 - mV_e \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (11, a)$$

und für die Abkühlungsgeschwindigkeit aus (6) *bei Fortlassung des Vorzeichens*

$$\frac{dV_a}{dt} = mV_a \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (11, b).$$

Für Momente *gleicher* erreichter Temperaturen $V_e = V_a$ ist

$$\frac{dV_e}{dt} + \frac{dV_a}{dt} = mV_0 = \left(\frac{dV_a}{dt}\right)_{t=0} = \left(\frac{dV_e}{dt}\right)_{t=0} \quad \ldots \ldots \quad (12).$$

Dies giebt den

Satz II: Für Momente gleicher Temperaturen ist die Summe der absoluten Werthe von Erwärmungs- und Abkühlungs-Geschwindigkeit constant und gleich den Anfangswerthen dieser beiden Geschwindigkeiten.

Für Momente gleicher, vom Anfang der Erwärmung oder Abkühlung verflossener, Zeiten erhält man aus (6) und (9) die gleichen absoluten Werthe für $\frac{dV}{dt}$. Dies giebt uns den

Satz III: Für Momente gleicher, vom Anfang der Erwärmung oder Abkühlung verflossener, Zeiten haben die Geschwindigkeiten der Temperaturänderungen die gleichen absoluten Werthe.

Die Sätze I, II und III spielen eine grosse Rolle bei Anwendung der dynamischen Methode in der Actinometrie (Violle u. A.).

Nehmen wir jetzt an, die Kugel werde abwechselnd bestrahlt und abgekühlt, ohne dass der stationäre Zustand jedesmal erreicht würde. Wir beschränken uns auf den Fall, dass die einzelnen Perioden der Erwärmung und Abkühlung von gleicher Zeitdauer τ sind. Die Zeit t rechnen wir in jeder einzelnen Periode von dem Anfange derselben. Wir erhalten

1-te Erwärmung

$$V_{e,1} = V_o(1 - e^{-mt});$$

1-te Abkühlung

$$V_{a,1} = (V_{e,1})_{t=\tau} e^{-mt} = V_o(1 - e^{-m\tau}) e^{-mt}.$$

2-te Erwärmung

$$V_{e,2} = V_o - \left[V_o - (V_{a,1})_{t=\tau}\right] e^{-mt} = V_o\left\{1 - (1 - e^{-m\tau} + e^{-2m\tau}) e^{-mt}\right\}$$

oder

$$V_{e,2} = V_o\left\{1 - \frac{1 + e^{-3m\tau}}{1 + e^{-m\tau}} e^{-mt}\right\}.$$

2-te Abkühlung

$$V_{a,2} = (V_{e,2})_{t=\tau} e^{-mt} = V_o \frac{1 - e^{-4m\tau}}{1 + e^{-m\tau}} e^{-mt}.$$

3-te Erwärmung

$$V_{e,3} = V_o - \left[V_o - (V_{a,2})_{t=\tau}\right] e^{-mt}, \text{ also}$$

$$V_{e,3} = V_o\left\{1 - \frac{1 + e^{-5m\tau}}{1 + e^{-m\tau}} e^{-mt}\right\}.$$

3-te Abkühlung

$$V_{a,3} = (V_{e,3})_{t=\tau} e^{-mt} = V_o \frac{1 - e^{-6m\tau}}{1 + e^{-m\tau}} e^{-mt}.$$

Allgemein erhalten wir

I. Für die Periode der n-ten Erwärmung:

$$V_{e,n} = V_o \left\{ 1 - \frac{1 + e^{-(2n-1)m\tau}}{1 + e^{-m\tau}} e^{-mt} \right\} \quad \ldots\ldots\ldots (13)$$

Am Anfang dieser Periode haben wir die Temperatur

$$(V_{e,n})_{t=0} = V_o \frac{1 - e^{-(2n-2)m\tau}}{1 + e^{-m\tau}} \cdot e^{-m\tau} \quad \ldots\ldots\ldots (13,a)$$

und *am Ende* derselben

$$(V_{e,n})_{t=\tau} = V_o \frac{1 - e^{-2nm\tau}}{1 + e^{-m\tau}} \quad \ldots\ldots\ldots (13,b)$$

II. Für die Periode der n-ten Abkühlung:

$$V_{a,n} = V_o \frac{1 - e^{-2nm\tau}}{1 + e^{-m\tau}} e^{-mt} \quad \ldots\ldots\ldots (14)$$

Am Anfange derselben haben wir

$$(V_{a,n})_{t=0} = V_o \frac{1 - e^{-2nm\tau}}{1 + e^{-m\tau}} \quad \ldots\ldots\ldots (14,a)$$

und *am Ende*

$$(V_{a,n})_{t=\tau} = V_o \frac{1 - e^{-2nm\tau}}{1 + e^{-m\tau}} e^{-m\tau} \quad \ldots\ldots\ldots (14,b)$$

Die Amplituden der einzelnen Erwärmungen und Abkühlungen werden mit wachsendem n ein und demselben Endwerthe zustreben, sodass die Temperatur der Kugel zwischen zwei constant gewordenen Werthen hin und her schwanken wird; diese Werthe sind

$$V_o \frac{e^{-m\tau}}{1 + e^{-m\tau}} \text{ und } \frac{V_o}{1 + e^{-m\tau}} \quad \ldots\ldots\ldots (14).$$

Die *Amplitude* wird also gleich

$$V_o \frac{1 - e^{-m\tau}}{1 + e^{-m\tau}} \quad \ldots\ldots\ldots (14,a).$$

Es ist selbstverständlich, dass die sämmtlichen Formeln dieses Capitels *von der Gestalt* des den Bestrahlungen und Abkühlungen ausgesetzten Körpers *unabhängig* sind.

Capitel II.

Beweis der Richtigkeit dreier actinometrischer Sätze über die Mitteltemperatur einer bestrahlten schwarzen Kugel.

Wir haben in (1) auf elementarem Wege einen Ausdruck für die stationäre Temperatur V_0 einer schwarzen Kugel abgeleitet, welche in der Zeiteinheit die Wärmemenge Q erhält (R — Radius, h — äussere Wärmeleitungsfähigkeit).

Ich will nun beweisen, dass jener Ausdruck in der That streng richtig die Mitteltemperatur V_m einer bestrahlten schwarzen Kugel ausdrückt, wenn der stationäre Zustand erreicht ist. Wir können den Satz folgendermaassen formuliren:

Satz A. Die mittlere stationäre Temperatur einer schwarzen bestrahlten Kugel (vom Radius R und der äusseren Wärmeleitungsfähigkeit h), welche in der Zeiteinheit die Wärmemenge Q erhält, ist stets gleich

$$(15) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots V_m = \frac{Q}{4\pi R^2 h}.$$

Diese Temperatur ist unabhängig von dem Material der Kugel und unabhängig von der geometrischen Vertheilung der auf die Kugel auffallenden Strahlenbündel; sei es, dass die ganze Oberfläche gleichförmig von zu ihr normalen Wärmestrahlen getroffen wird; oder, dass die Eine Hälfte der Kugel von parallelen Strahlen getroffen wird; oder, dass nur Eine Stelle der Kugel (von beliebiger Begrenzung) die gesammte Wärmemenge erhält; oder, endlich, dass auf die Kugel eine beliebige Anzahl Strahlenbündel auffallen, deren Vertheilung, relative Intensitäten und Querschnittsfiguren ganz beliebig sein können.

Beweis. Es ist selbstverständlich, dass in den verschiedenen soeben aufgezählten möglichen Fällen die wahren Temperaturvertheilungen in der Kugel und auf ihrer Oberfläche sehr verschiedene sein werden. Wir wollen aber beweisen, dass die Mitteltemperatur in allen Fällen die gleiche ist.

Wie der stationäre Zustand auch beschaffen sein mag, jedenfalls genügt die Temperatur V in allen Punkten der Kugel der Laplace'schen Differentialgleichung

$$(16) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots D^2 V = 0.$$

Ebenso muss jedenfalls die Gesammtstrahlung an der Oberfläche gleich Q sein, d. h.

$$(17) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \int \overline{V} h\, ds = Q,$$

wo $\overline{V}$ die Temperatur des Oberflächenelementes ds ist.

Da V endlich und stetig ist und der Gleichung (16) genügt, so gilt für diese Grösse der bekannte Satz vom arithmetischen Mittel, nach welchem die Mitteltemperaturen aller concentrischen Kugeloberflächen einander gleich und gleich der Temperatur des gemeinsamen Centrums sind. Denken wir uns also in der Kugel alle concentrischen Kugeloberflächen, so haben die Letzteren alle die gleiche Mitteltemperatur. Diese ist zugleich die Temperatur des Centrums, die Mitteltemperatur V_m der ganzen Kugel und die Mitteltemperatur

$$\frac{\int \overline{V}\, ds}{4\pi R^2}$$

der wahren Kugeloberfläche. Es ist also

$$V_m = \frac{\int V\, ds}{4\pi R^2}.$$

Multipliciren wir Zähler und Nenner mit h und beachten wir (17), so erhalten wir

$$V_m = \frac{Q}{4\pi R^2 h},$$

was zu beweisen war.

Der Satz *A* lässt eine wesentliche Erweiterung zu.

Satz B. Die mittlere stationäre Temperatur einer schwarzen Kugel wird in allen, im Satze A erwähnten Fällen durch die Formel (15) ausgedrückt, auch wenn die Kugel aus einer beliebigen Anzahl concentrischer heterogener Schichten besteht.

Beweis. Wir wollen diesen Satz zuerst für den Fall beweisen, dass die Kugel aus einem inneren Theil (Radius R_1, Wärmeleitung k_1) und einer Hülle (äusserer Radius R, Wärmeleitung k) besteht. V_1 sei die Temperatur eines beliebigen Punktes der inneren Kugel, V die eines Punktes der Hülle; r die Entfernung eines beliebigen Punktes vom Centrum. Ein oberer Horizontalstrich möge, wie früher, Specialwerthe für $r = R$, zwei solche Striche Specialwerthe für $r = R_1$ andeuten. Offenbar ist

$$\overline{\overline{V}}_1 = \overline{\overline{V}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (18).$$

Ein Element der Oberfläche $r = R$ sei durch ds, ein solches der Oberfläche $r = R_1$ durch $d\sigma$ bezeichnet. An der äusseren Oberfläche muss die Gesammtausstrahlung gleich Q sein; wir haben also, wie früher

$$\int \overline{V} h\, ds = Q \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (19).$$

An der Oberfläche $r = R_1$ gilt die Stetigkeits-Bedingung

$$k_1 \frac{\overline{\overline{d\,V_1}}}{dr} = k \frac{\overline{\overline{d\,V}}}{dr} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (20).$$

Die gesammte, durch die Oberfläche $r = R_1$ strömende Wärmemenge muss Null sein. Es ist also

$$\int k_1 \frac{\overline{d\,V_1}}{dr}\, d\sigma = \int k \frac{\overline{d\,V}}{dr}\, d\sigma = 0$$

oder einfacher

$$\int \frac{\overline{\overline{d\,V_1}}}{dr}\, d\sigma = \int \frac{\overline{\overline{d\,V}}}{dr}\, d\sigma = 0. \quad (21)$$

Die Functionen V und V_1 genügen der Laplace'schen Gleichung

$$D^2 V = D^2 V_1 = 0. \quad (22)$$

Hieraus folgt, dass wir V und V_1 als Potentiale zweier fictiven Massen betrachten können, von denen die Eine auf der Oberfläche $r = R$ vertheilt ist, die Andere auf der Oberfläche $r = R_1$. Die Dichtigkeit der Letzteren sei gleich m_1.

Zuerst beweisen wir, dass die zweite Gesammtmasse Null ist. Es ist

$$-4\pi m_1 = \frac{\overline{\overline{d\,V}}}{dr} - \frac{\overline{\overline{d\,V_1}}}{dr},$$

oder, aus (20)

$$-4\pi m_1 = \frac{\overline{\overline{d\,V}}}{dr}\left(1 - \frac{k}{k_1}\right).$$

Für die Gesammtmasse auf der Fläche $r = R_1$ erhalten wir

$$\int m_1 d\sigma = -\frac{1}{4\pi}\left(1 - \frac{k}{k_1}\right)\int \frac{\overline{\overline{d\,V}}}{dr}\, d\sigma$$

d. h. aus (21)

$$\int m_1 d\sigma = 0.$$

Die mittlere Dichtigkeit auf der Oberfläche $r = R_1$ ist also Null. Nach einem bekannten Satze der Potentialtheorie ist dann aber auch der mittlere Werth des von der Oberfläche $r = R_1$ erzeugten Potentiales auf allen mit ihr concentrischen Kugelflächen, sowohl $r < R_1$ als $r > R_1$, ebenfalls Null. Der Werth des mittleren Potentiales auf allen Kugelflächen $r = \text{Const.}$ von $r = 0$ bis $r = R$ hängt also nur von der fictiven Massenvertheilung auf der äusseren Oberfläche ($r = R$) der Kugel ab; dieser Mittelwerth ist auf allen diesen Kugelflächen ein und derselbe und gleich dem Mittelwerthe aller Potentialwerthe der Kugelpunkte und ebenfalls gleich dem Mittelwerthe des Potentiales auf der äusseren Oberfläche unserer zusammengesetzten Kugel. Wie früher haben wir also

$$V_m = \frac{\int \overline{V}\, ds}{4\pi R^2}.$$

Multipliciren wir Zähler und Nenner mit h und berücksichtigen wir (19), so ist

$$V_m = \frac{Q}{4\pi R^2 h},$$

was zu beweisen war.

Nehmen wir jetzt an, dass die Kugel aus einer beliebigen Anzahl concentrischer heterogener Schichten besteht, die durch die Oberflächen $r = R_1$, $r = R_2$, $r = R_3$..... von einander getrennt sind. Die stationäre Temperatur eines beliebigen Punktes der Kugel kann betrachtet werden als Potential von Massen die auf den erwähnten Oberflächen und auf der Fläche $r = R$ vertheilt sind. Genau wie oben lässt sich zeigen, dass die mittlere Dichtigkeit auf allen diesen Flächen ausser der letzten ($r = R$) Null ist. Die mittlere Temperatur jeder Fläche $r =$ Const. kann also betrachtet werden als mittlerer Werth des von der Oberfläche $r = R$ erzeugten Potentiales. Hieraus folgt wie oben der Beweis des Satzes.

Wir wenden uns wieder zu einer homogenen Kugel, welche in der Zeiteinheit in beliebig vertheilter Weise die Wärmemenge Q erhält. Da wir jetzt nur von Mittelwerthen sprechen werden, so lassen wir das Zeichen m überall weg. Wir betrachten die anfängliche Erwärmung und die Abkühlung der Kugel nach erreichtem stationärem Zustande. Es sei V_e die mittlere Temperatur der *ganzen* Kugel während der Erwärmung, $\bar{V}_e$ dieselbe für die Oberfläche; V_a und $\bar{V}_a$ entsprechend die mittleren Temperaturen der ganzen Kugel und der Oberfläche während der Abkühlung; V_o die mittlere Temperatur im stationären Zustand, also nach Satz *A*

$$V_o = \frac{Q}{4\pi R^2 h} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (23).$$

Wie früher sei

$$m = \frac{3h}{\gamma\delta R} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (23,\text{a}).$$

Während der Periode der Erwärmung haben wir jedenfalls die Gleichung

$$\frac{4}{3}\pi R^3 \gamma\delta\, dV_e = Q\,dt - 4\pi R^2 h \bar{V}_e\, dt$$

und hieraus

$$\frac{dV_e}{dt} = m V_o - m \bar{V}_e \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (24,\text{a}).$$

Während der Abkühlung haben wir

$$-\frac{4}{3}\pi R^3 \gamma\delta\, dV_a = 4\pi R^2 \imath\, \bar{V}_a\, dt,$$

also *mit Weglassung des Vorzeichens*

$$\frac{dV_a}{dt} = m \bar{V}_a \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (24,\text{b}).$$

Die Ausdrücke (24, a) und (24, b) unterscheiden sich wesentlich von (11, a) und (11,b). Auf der rechten Seite stehen im Ersteren nicht die Mitteltemperaturen der ganzen Kugel, sondern die der Oberflächen.

Satz C. Die Erwärmungs- und Abkühlungsgeschwindigkeiten einer schwarzen Kugel (bezogen auf die mittlere Temperatur der Kugel) werden durch die Formeln (24, a) und (24, b) ausgedrückt. Der Satz II, Cap. I wird also allgemein nicht gültig sein.

Capitel III.

Ueber den stationären Temperaturzustand einer einseitig bestrahlten schwarzen Kugel.

Wir betrachten zuerst eine *homogene* Kugel (Radius R, äussere Wärmeleitung h, innere k); dieselbe wird von einer Seite, die wir als *die vordere* bezeichnen wollen, von parallelen Strahlen getroffen, welche jeder *zu ihnen senkrechten* Flächeneinheit in der Zeiteinheit

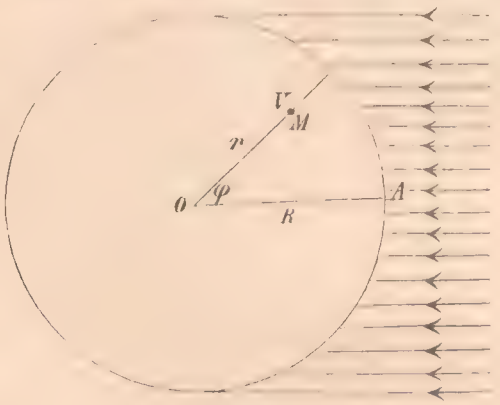


Fig. 1.

die Wärmemenge q zuführen. Die in der Zeiteinheit der Kugel zugeführte Gesammtwärme Q ist gleich

$$(25,\text{a}) \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \quad Q = \pi R^2 q.$$

Wir setzen

$$(25,\text{b}) \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \quad \begin{cases} \frac{h}{k} = b \\ \frac{q}{k} = c \\ \frac{q}{h} = \frac{c}{b} \end{cases}$$

Wir legen die Axe eines Polarcoordinaten-Systemes parallel den Strahlen (s. Fig. 1); ein beliebiger Punkt M der Kugel habe die Coordinaten r, φ, ψ. Es handelt sich darum für den temporären Zustand die Temperatur V des Punktes M zu finden. Aus Gründen der Symmetrie muss V von ψ unabhängig sein; es ist als

$$V = F(r, \varphi) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (25, \text{c}).$$

Die Temperatur V genügt der Laplace'schen Gleichung

$$D^2 V = 0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (26)$$

in allen Punkten der Kugel.

An der Oberfläche erhalten wir für die vordere und hintere Seite der Kugel verschiedene Bedingungen.

An der *hinteren* Seite haben wir die gewöhnliche Bedingung

$$\left.\begin{aligned} -k\frac{\overline{dV}}{dr} &= h\,V \\ \text{oder } \frac{\overline{dV}}{dr} &= -b\,V \end{aligned}\right\} \ldots\ldots \left[\frac{\pi}{2} < \varphi < \pi\right] \ldots\ldots\ldots \quad (27, \text{a})$$

An der *vorderen* dagegen

$$q\cos\varphi\, ds = k\frac{\overline{dV}}{dr}\, ds + h\,\overline{V}\, ds$$

oder, s. (25, b)

$$\frac{\overline{dV}}{dr} = -b\,\overline{V} + c\cos\varphi \ldots\ldots \left[0 < \varphi < \frac{\pi}{2}\right] \ldots\ldots\ldots \quad (27, \text{b}).$$

Für $\varphi = \frac{\pi}{2}$ werden *die Oberflächenbedingungen* identisch; sie *erleiden also keinen Sprung.*

Wir können die Bedingungen (27, a) und (27, b) in Eine zusammenfassen:

$$\frac{\overline{dV}}{dr} = -b\,V + c\,f(\cos\varphi) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (28)$$

$$f(\cos\varphi) = \left\{\begin{aligned} &\cos\varphi \text{ für } 0 < \varphi < \tfrac{\pi}{2} \\ &0 \quad \text{für } \tfrac{\pi}{2} < \varphi < \pi \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (29).$$

Die Formeln (25, c) und (26) zeigen, dass die gesuchte Temperatur V (inneres Potential einer Kugelfläche) von der Form

$$(30) \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad V = \sum_{n=0}^{\infty} A_n \frac{r^n}{K^n} P_n(\cos\varphi)$$

sein muss, wo P_n die Kugelfunktion Einer Veränderlichen n-ter Ordnung ist. Die Coefficienten A_n sind so zu wählen, dass der Bedingung (28) genügt wird.

Zerlegung von $f(\cos\varphi)$, s. (29) nach Kugelfunktionen. Wir setzen

$$(31, a) \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad f(\cos\varphi) = \sum_{n=0}^{\infty} h_n P_n(\cos\varphi).$$

Es ist

$$h_n = \frac{2n+1}{2} \int_0^{\pi} f(\cos\varphi_1) \cdot P_n(\cos\varphi_1) \sin\varphi_1 \, d\varphi_1,$$

oder nach (29)

$$(31, b) \quad \ldots \ldots \ldots \quad h_n = \frac{2n+1}{2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} P_n(\cos\varphi_1) \cos\varphi_1 \sin\varphi_1 \, d\varphi_1$$

d. h.

$$(31, c) \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad h_n = \frac{2n+1}{2} \int_0^1 P_n(x) \cdot x \, dx.$$

Nun ist bekanntlich

$$(2n+1)x P_n(x) = (n+1) P_{n+1}(x) + n P_{n-1}(x),$$

$$P_n(1) = 1$$

und

$$P_n(x) = \frac{1}{2n+1} \frac{dP_{n+1}(x)}{dx} - \frac{1}{2n+1} \frac{dP_{n-1}(x)}{dx}.$$

Mit Hülfe dieser Formeln erhalten wir sofort

$$(32) \quad \ldots \quad h_n = \frac{n}{2(2n-1)} P_{n-2}(0) - \frac{2n+1}{2(2n-1)(2n+3)} P_n(0) - \frac{n+1}{2(2n+3)} P_{n+2}(0).$$

Nun ist aber

$$(33, a) \quad \ldots \ldots \ldots \quad P_{2m}(0) = (-1)^m \frac{1.3.5.\ldots.(2m-1)}{2.4.6.\ldots.(2m)}$$

$$(33, b) \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad P_{2m+1}(0) = 0.$$

Aus (33, b) folgt

$$h_{2n+1} = 0 \ldots . \; n > 0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (33, \text{c}).$$

Mit Hülfe von (33, a) erhalten wir aus (32):

$$h_{2n} = \frac{(-1)^{n+1}}{8} \cdot \frac{4n+1}{n(n+1)} \cdot \frac{1.3.5. \ldots (2n-3)}{2.4.6. \ldots (2n-2)} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (33, \text{d}).$$

Diese Entwickelung gilt nicht für h_0 und h_1, welche gesondert berechnet werden müssen. Es ist

$$h_0 = \frac{1}{2}\int_0^1 P_0(x).\, x\, dx = \frac{1}{2}\int_0^1 x\, dx = \frac{1}{4} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (33, \text{e})$$

und

$$h_1 = \frac{3}{2}\int_0^1 P_1(x).\, x\, dx = \frac{3}{2}\int_0^1 x^2\, dx = \frac{1}{2} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (33, \text{f}).$$

(33, c, d, e, f) geben nun

$$\left.\begin{array}{ll} h_0 = \frac{1}{4} & h_6 = \frac{13}{256} \\ h_1 = \frac{1}{2} & h_8 = -\frac{17}{512} \\ h_2 = \frac{5}{16} & h_{10} = \frac{49}{2048} \\ h_4 = -\frac{3}{32} & h_{12} = -\frac{75}{4096} \\ \multicolumn{2}{c}{h_{2n+1} = 0 \text{ für } n > 0.} \end{array}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (34).$$

Die gesuchte Funktion wird also ausgedrückt durch die Reihe

$$\left.\begin{array}{l} f(\cos\varphi) = \frac{1}{2}\cos\varphi + \frac{1}{4} + \frac{5}{16}P_2(\cos\varphi) - \frac{3}{32}P_4(\cos\varphi) + \frac{13}{256}P_6(\cos\varphi) - \\ - \ldots . + \frac{(-1)^{n-1}}{8} \cdot \frac{4n+1}{n(n+1)} \cdot \frac{1.3.5. \ldots (2n-3)}{2.4.6. \ldots (2n-2)} P_{2n}(\cos\varphi) + \ldots . \end{array}\right\} \quad (35)$$

$$f(\cos\varphi) = \begin{cases} \cos\varphi \ldots . & 0 < \varphi < \frac{\pi}{2} \\ 0 \ldots . & \frac{\pi}{2} < \varphi < \pi. \end{cases}$$

Der Umstand, dass die Reihe (35) auf der vorderen Seite der Kugel $\cos\varphi$, auf der

hinteren Null giebt, drückt sich rein äusserlich durch den Umstand aus, dass $P_{2n}(-x) = P_{2n}(x)$ ist. Setzen wir also

$$f(\cos\varphi) = \tfrac{1}{2}\cos\varphi + F(\cos\varphi),$$

so bleibt der zweite Theil unverändert, wenn wir $\pi - \varphi$ statt φ setzen, und ist

$$F(-\cos\varphi) = F(\cos\varphi) = \tfrac{1}{2}\cos\varphi.$$

Für $0 < \varphi < \frac{\pi}{2}$ (*vordere* Kugelseite) haben wir

$$f(\cos\varphi) = \tfrac{1}{2}\cos\varphi + \tfrac{1}{2}\cos\varphi = \cos\varphi.$$

Auf der *hinteren* Seite haben wir

$$f\left(\cos(\pi-\varphi)\right) = -\tfrac{1}{2}\cos\varphi + \tfrac{1}{2}\cos\varphi = 0.$$

Die Reihe (35) ist sicher convergent. Für $\varphi = 0$ muss $f(\cos\varphi) = 1$ sein. Da $P_n(1) = 1$ ist, so erhalten wir eine Reihe, deren Glieder ein abwechselndes Vorzeichen haben. Berechnen wir die Summe der ersten 5, 6, 7 u. s. w. Glieder, so erhalten wir Werthe, die in der That abwechselnd grösser und kleiner als Eins sind. Die ersten 7 Glieder geben zusammen $\frac{4128}{4096} = 1\ \frac{1}{128}$; die ersten 8 Glieder geben $\frac{4053}{4096} = 1 - \frac{43}{4096}$.

Für $\varphi = \frac{\pi}{2}$ muss $f(\cos\varphi) = 0$ sein. Mit Hülfe von (33, a) lassen sich die Glieder der Reihe berechnen. Das erste Glied ist gleich Null; das zweite $+\frac{1}{4}$, alle übrigen negativ. Die Summe der ersten 8 Glieder ist nur noch 0,0236.

Nach einer von Poisson angegebenen Methode kann die Convergenz der Reihe (35) nachgewiesen werden. (31, a) und (31, b) geben

$$f(\cos\varphi) = \tfrac{1}{2}\sum_{n=0}^{\infty}(2n+1)\,P_n(\cos\varphi)\int_0^{\frac{\pi}{2}} P_n(\cos\varphi_1)\cos\varphi_1\sin\varphi_1\,d\varphi_1.$$

oder

$$f(\cos\varphi) = \tfrac{1}{2}\left[\sum_{n=0}^{\infty}\int_0^{\frac{\pi}{2}}(2n+1)\,\alpha^n\,P_n(\cos\varphi).\,P_n(\cos\varphi_1).\,\cos\varphi_1\sin\varphi_1\,d\varphi_1\right]_{\alpha=1}.$$

Die Hülfsgrösse α sei allgemein nicht grösser als Eins. Nun ist

$$\left.\begin{aligned} P_n(\cos\varphi).\ P_n(\cos\varphi_1) &= \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} P_n(\cos\gamma)\, d\psi, \text{ wo} \\ \cos\gamma &= \cos\varphi\cos\varphi_1 + \sin\varphi\sin\varphi_1\cos\psi. \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots (36, a).$$

Also

$$f(\cos\varphi) = \frac{1}{4\pi}\left[\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos\varphi_1 \sin\varphi_1\, d\varphi_1 \int_{\psi=0}^{2\pi} \sum_{n=0}^{\infty} (2n+1)\ \alpha^n\ P_n(\cos\gamma)\, d\psi\right]_{\alpha=1}.$$

Ferner ist

$$\sum_{n=0}^{\infty} (2n+1)\ \alpha^n\ P_n(\cos\gamma) = \frac{1-\alpha^2}{(1-2\alpha\cos\gamma+\alpha^2)^{\frac{3}{2}}},$$

folglich

$$f(\cos\varphi) = \frac{1}{4\pi}\left[(1-\alpha^2)\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos\varphi_1 \sin\varphi_1\, d\varphi_1 \int_0^{2\pi} \frac{d\psi}{(1-2\alpha\cos\gamma+\alpha^2)^{\frac{3}{2}}}\right]_{\alpha=1} \quad \ldots\ldots (36, b).$$

Für

$$\left.\begin{aligned} \varphi_1 &= \varphi \\ \psi &= 0 \\ \alpha &= 1 \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (36, c)$$

wird $1 - 2\alpha\cos\gamma + \alpha^2 = 0$, so dass der Ausdruck (36, b) trotz des ersten Faktors für $\alpha = 1$ nicht gleich Null zu sein braucht.

Hintere Kugelseite. $\varphi > \frac{\pi}{2}$.

Die erste Bedingung (36, c) kann nicht erfüllt werden; das Integral in (36, b) ist endlich; also ist

$$f(\cos\varphi) = 0 \text{ für } \frac{\pi}{2} < \varphi < \pi.$$

Vordere Kugelseite. $\varphi > \frac{\pi}{2}$.

Berechnen wir zuerst den Werth von (36, b) für $\varphi = 0$; es muss $f(1) = 1$ werden. Für $\varphi = 0$ ist $\gamma = \varphi_1$ und wir erhalten

$$f(1) = \frac{1}{4\pi}\left[(1-\alpha^2)\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos\varphi_1 \sin\varphi_1 \, d\varphi_1}{(1-2\alpha\cos\varphi_1+\alpha^2)^{\frac{3}{2}}} \int_0^{2\pi} d\psi\right]_{\alpha=1}$$

oder

$$f(1) = \frac{1}{2}\left[(1-\alpha^2)\int_0^1 \frac{x\,dx}{(1-2\alpha x+\alpha^2)^{\frac{3}{2}}}\right]_{\alpha=1}$$

$$f(1) = \frac{1}{2}\left[\frac{1+\alpha^3}{\alpha^2} - \frac{1-\alpha^2}{\alpha^2}\sqrt{1+\alpha^2}\right]_{\alpha=1}$$

(37, a) . . . . . $f(1) = 1.$

Da die Funktion unter dem Integralzeichen in (36, b) stets positiv ist, so erhalten wir

(37, b) . . . . . $f(\cos\varphi) \geqslant 0$ für $0 < \varphi < \frac{\pi}{2}$.

Aus (36, b) folgt

$$(37,c).\quad \frac{df(\cos\varphi)}{d\varphi} = \frac{3}{4\pi}\left[(1-\alpha^2)\alpha\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos\varphi_1 \sin\varphi_1 \, d\varphi_1 \int_0^{2\pi} \frac{(\sin\varphi_1\cos\varphi\cos\psi - \sin\varphi\cos\varphi_1)\,d\psi}{(1-2\alpha\cos\gamma+\alpha^2)^{\frac{5}{2}}}\right]_{\alpha=1}.$$

Für $\varphi = 0$, also $\gamma = \varphi_1$ wird

$$\left[\frac{df(\cos\varphi)}{d\varphi}\right]_{\varphi=0} = \frac{3}{4\pi}\left[(1-\alpha^2)\alpha\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos\varphi_1 \sin\varphi_1 \, d\varphi_1 \int_0^{2\pi} \frac{\sin\varphi_1\cos\psi\,d\psi}{(1-2\alpha\cos\varphi_1+\alpha^2)^{\frac{5}{2}}}\right]_{\alpha=1}$$

oder, da die Integration nach ψ stets Null giebt,

(37, d). . . . . $\left[\frac{df(\cos\varphi)}{d\varphi}\right]_{\varphi=0} = 0.$

Für ein beliebiges φ *vergrössern* wir die rechte Seite von (37, c), indem wir im Zähler, im Ausdruck für cos γ, s. (36, a), Eins statt cos ψ setzen. Es ist also jedenfalls

$$\frac{df(\cos\varphi)}{d\varphi} < \frac{3}{4\pi}\left[(1-\alpha^2)\,\alpha\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos\varphi_1\sin\varphi_1\,d\varphi_1\int_0^{2\pi}\frac{(\sin\varphi_1\cos\varphi\cos\psi-\cos\varphi_1\sin\varphi)\,d\psi}{[1-2\alpha\cos(\varphi-\varphi_1)+\alpha^2]^{\frac{5}{2}}}\right]_{\alpha=1},$$

oder, da das erste Integral nach ψ Null, das zweite gleich -2π ist,

$$\frac{df(\cos\varphi)}{d\varphi} < -\frac{3}{2}\left[(1-\alpha^2)\,\alpha\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{\sin\varphi.\cos^2\varphi_1\sin\varphi_1\,d\varphi_1}{[1-2\alpha\cos(\varphi-\varphi_1)+\alpha^2]^{\frac{5}{2}}}\right]_{\alpha=1}.$$

Die rechte Seite ist sicher negativ, also

$$\frac{df(\cos\varphi)}{d\varphi} < 0 \ldots . 0 < \varphi < \frac{\pi}{2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (37,\mathrm{e}).$$

Aus (37, a, b, e) folgt

$$0 < f(\cos\varphi) < 1 \text{ für } 0 < \varphi < \frac{\pi}{2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (38).$$

Bestimmung von V. Wir wenden uns nun zur Berechnung der Coefficienten A_n in (30). Durch Einsetzen von (30) und (31, a) in (28) haben wir

$$\frac{1}{R}\sum_{n=0}^{\infty} n\,A_n\,P_n(\cos\varphi) = -b\sum_{n=0}^{\infty}A_n\,P_n(\cos\varphi)+c\sum_{n=0}^{\infty}h_n\,P_n(\cos\varphi);$$

hieraus

$$A_n\frac{n+bR}{R} = c\,h_n,$$

$$A_n = \frac{Rc}{n+bR}\,h_n \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (39)$$

und

$$V = R\,c\sum_{n=0}^{\infty}\frac{h_n}{n+bR}\frac{r^n}{R^n}\,P_n(\cos\varphi) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (40)$$

wo b, c und h_n in (25, b), (33, c, d, e, f) und (34) gegeben sind. Es ist also

$$(41)\quad \left\{\begin{aligned} V = {} & \frac{c}{4b} + \frac{Rc}{1+bR}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{r}{R}\cos\varphi + \frac{Rc}{2+bR}\cdot\frac{5}{16}\cdot\frac{r^2}{R^2}P_2(\cos\varphi) - \\ & - \frac{Rc}{4+bR}\cdot\frac{3}{32}\cdot\frac{r^4}{R^4}P_4(\cos\varphi) + \frac{Rc}{6+bR}\cdot\frac{13}{256}\cdot\frac{r^6}{R^6}P_6(\cos\varphi) - \ldots\ldots \\ & \ldots + \frac{(-1)^{n+1}Rc}{2n+bR}\cdot\frac{4n+1}{n(n+1)}\cdot\frac{1.3.5.\ldots.(2n-3)}{2.4.6.\ldots.(2n-2)}\cdot\frac{r^{2n}}{R^{2n}}P_{2n}(\cos\varphi) + \ldots\ldots \end{aligned}\right.$$

Die Formeln (40) und (41) bilden die vollständige Lösung des in der Capitelüberschrift erwähnten Problemes für den Fall einer homogenen Kugel. Die Reihe (40) ist jedenfalls noch schneller convergirend als (35).

Aus (41) folgt *der Mittelwerth* V_m der Temperatur für eine beliebige Oberfläche r = Const. ($r = R$ mit eingeschlossen), zugleich *die mittlere Temperatur der ganzen Kugel* und die des Centrums ($r = 0$)

$$V_m = \frac{c}{4b}$$

oder, nach (25, b) und (25, a)

$$(42)\quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\quad V_m = \frac{c}{4b} = \frac{q}{4h} = \frac{Q}{4\pi R^2 h}$$

in Uebereinstimmung mit Satz A, Cap. II.

An der Oberfläche der Kugel haben wir aus (40)

$$(43)\quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\quad \bar{V} = Rc\sum_{n=0}^{\infty}\frac{h_n}{n+bR}P_n(\cos\varphi).$$

Ueber die Temperaturvertheilung in der Kugel lässt sich ein einfacher Satz beweisen.

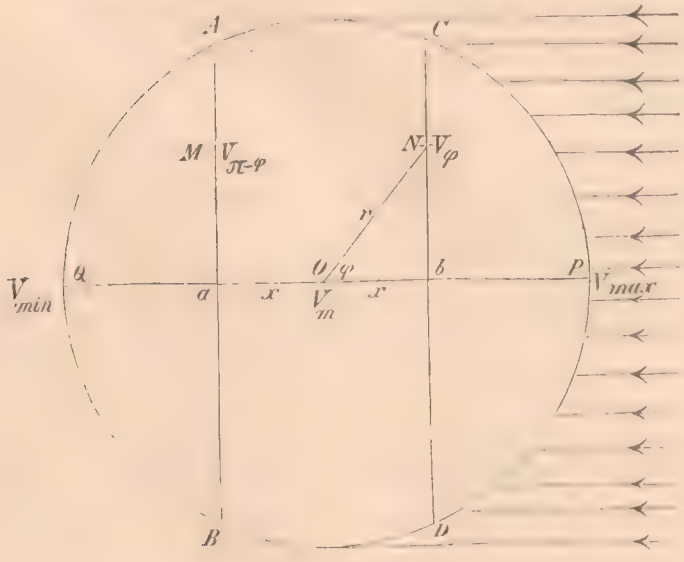


Fig. 2.

Denken wir uns zwei zur Strahlenrichtung senkrechte Ebenen AB und CD (Fig. 2) in gleicher Entfernung x vom Centrum O. Diese Ebenen schneiden die Kugeln in 2 Kreisen. Zwei Punkte M und N, welche in gleicher Entfernung von den Centren a und b dieser Kreise liegen, wollen wir *correspondirende Punkte* nennen. Da alle Punkte des Kreises aM = Const. die gleiche Temperatur haben (und ebenso die des Kreises bN = Const.), so brauchen M und N nicht auf einer den Strahlen parallelen Geraden zu liegen. Um von

der Temperatur der Punkte N zu der der Punkte M überzugehen, haben wir φ durch $\pi - \varphi$ zu ersetzen; die Temperaturen seien V_φ und $V_{\pi-\varphi}$. Bei diesem Uebergange ändert nur das zweite Glied der Reihe (41) sein Vorzeichen, während alle übrigen Glieder unverändert bleiben. Hieraus erhalten wir

$$V_\varphi - V_{\pi-\varphi} = \frac{c}{1+bR} r\cos\varphi = \frac{c}{1+bR} x = \frac{1}{2}\frac{c}{1+bR} 2x \quad \ldots\ldots (44).$$

Dies giebt uns den folgenden

Satz. Alle correspondirenden Punkte desselben Ebenenpaares haben die gleiche Temperaturdifferenz; dieselbe ist proportional der Entfernung der Ebenen vom Kugelcentrum oder von einander. Die Punkte A und C, M und N, a und b haben also die gleiche Temperaturdifferenz.

Setzen wir in (44) $x = R$, so erhalten wir die Differenz zwischen den Temperaturen V_{max} und V_{min} der Punkte P und Q:

$$V_{max} - V_{min} = \frac{cR}{1+bR} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (44, \text{a}).$$

Mit Hülfe von (42) können wir (44, a) und (44, b) schreiben:

$$V_\varphi - V_{\pi-\varphi} = \frac{x}{R}\cdot\frac{4bR}{1+bR} V_m \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (45)$$

$$V_{max} - V_{min} = \frac{4bR}{1+bR} V_m \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (45, \text{a}).$$

Für den speciellen Fall $bR = 1$ erhalten wir

$$\left.\begin{aligned} V_m &= \tfrac{1}{4} cR \\ V_\varphi - V_{\pi-\varphi} &= \tfrac{1}{2} cx = \frac{x}{R}\cdot 2V_m \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (46)$$

und

$$V_{max} - V_{min} = \tfrac{1}{2} cR = 2V_m \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (46, \text{a}).$$

Bilden wir aus (41) die halbe Summe $\frac{V_{max}+V_{min}}{2}$, so heben sich die zweiten Glieder der beiden Reihen und es bleibt, s. (42),

$$\frac{V_{max}+V_{min}}{2} = V_m + Rc\left\{\frac{5}{16}\cdot\frac{1}{2+bR} - \frac{3}{32}\cdot\frac{1}{4+bR} + \ldots\right\}.$$

Hieraus folgt

$$(47) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad V_{max} - V_m > V_m - V_{min}.$$

Ohne Mühe lassen sich aus (41) noch folgende Sätze beweisen:

I. Die vordere Hälfte $E\,b\,F$ (Fig. 3) der Kugelfläche $r = \text{Const.}$ hat die Mitteltemperatur

$$V_m\left(1 + \frac{b}{1 + bR}\,r\right),$$

die hintere Hälfte $E\,a\,F$ dagegen

$$V_m\left(1 - \frac{b}{1 + bR}\,r\right).$$

Die Differenz ist gleich

$$\frac{2\,b}{1 + bR}\,r\,V_m.$$

Dies ist gerade die Hälfte zwischen der Differenz der Temperaturen der Punkte b und a ($x = r$ in (45)) oder zweier beliebiger correspondirender Punkte der Tangentialebenen CD und AB.

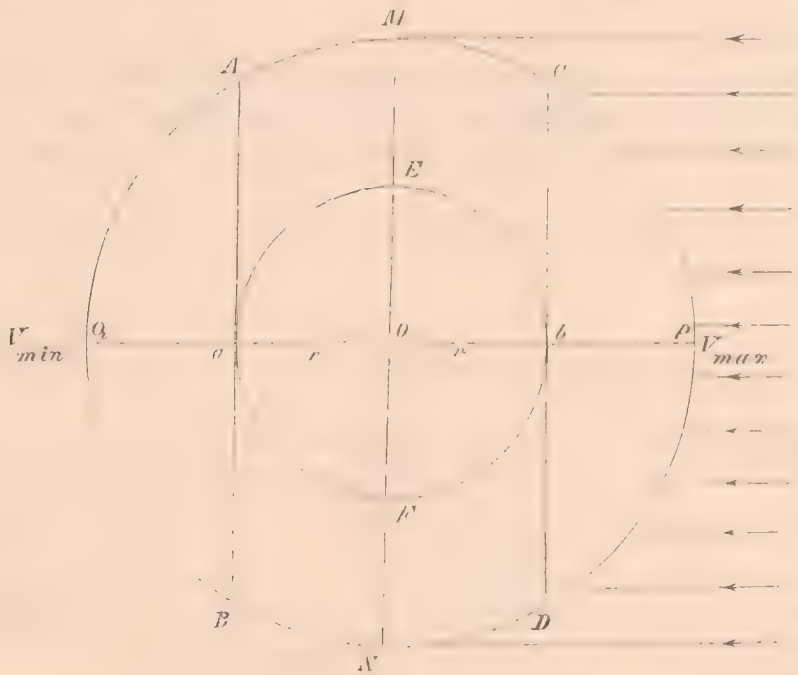


Fig. 3.

Es sei $\overline{V}_+$ die Mitteltemperatur der vorderen Kugeloberfläche $M\,P\,N$ und $\overline{V}_-$ die der hinteren $M\,Q\,N$. Wir haben

$$(48,\text{a}) \quad \ldots\ldots \quad \begin{cases} \overline{V}_+ = V_m\left(1 + \frac{bR}{1 + bR}\right) = \overline{V}_m\left(1 + \frac{bR}{1 + bR}\right) \\ \overline{V}_- = V_m\left(1 - \frac{bR}{1 + bR}\right) = \overline{V}_m\left(1 - \frac{bR}{1 + bR}\right) \end{cases}$$

$$(48,\text{b}) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad V_{max} - V_{min} = 2\,(\overline{V}_+ - \overline{V}_-).$$

Für $bR = 1$ ist $\overline{V}_+ - \overline{V}_- = V_m$.

II. Die ganze Kugeloberfläche strahlt in der Zeiteinheit die Wärmemenge Q aus; es frägt sich, wie sich diese Grösse auf die beiden Hälften der Oberfläche vertheilt?

Die vordere Hälfte der Kugeloberfläche strahlt in der Zeiteinheit die Wärmemenge

$$\frac{Q}{2}\left(1+\frac{bR}{1+bR}\right)=\frac{Q}{2}\,\frac{1+2\,bR}{1+bR},$$

die hintere die Wärmemenge

$$\frac{Q}{2}\left(1-\frac{bR}{1+bR}\right)=\frac{Q}{2}\cdot\frac{1}{1+bR}$$

aus.

Für $bR=1$ wird vorn $\frac{3}{4}\,Q$, hinten $\frac{1}{4}\,Q$ ausgestrahlt.

III. Mit sinkender Wärmeleitungsfähigkeit k muss die Ungleichförmigkeit der Temperaturvertheilung zunehmen. Es ist interessant diejenige Vertheilung zu bestimmen, welche dem Grenzwerthe $k=0$ $(bR=\infty)$ entspricht, dem wir uns nähern, den wir aber nicht erreichen können.

Für $k=0$ erhalten wir aus (43)

$$\overline{V}=4\,V_m\,f(\cos\varphi),$$

wo $f(\cos\varphi)$ durch (29) und (35) gegeben ist.

An der *vorderen* Oberfläche ist

$$\overline{V}=4\,V_m\cos\varphi,$$

an der hinteren

$$\overline{V}=0.$$

Es ist

$$V_{max}=4\,V_m$$

$$V_{max}-V_{min}=4\,V_m,$$

also doppelt so gross, als für $bR=1$, s. (46, a).

Die vordere Oberfläche hat die Mitteltemperatur $2\,V_m$, die hintere — Null. Die ganze Wärmemenge Q wird von der vorderen Hälfte ausgestrahlt.

Innerhalb der Kugel hat V nur noch die Bedeutung eines Potentiales, aber nicht den einer Temperatur: $\frac{dV}{dr}$ ist überall endlich, also der Wärmestrom $k\,\frac{dV}{dr}=0$.

Transformation der Reihe (40). Durch Einsetzen von (31, b) in (40) erhalten wir

$$V = \frac{R\,c}{2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2n+1}{n+bR} \cdot \frac{r^n}{R^n} P_n(\cos\varphi)\, P_n(\cos\varphi_1) \cos\varphi_1 \sin\varphi_1\, d\varphi_1$$

oder, s. (36, a),

$$(49) \quad V = \frac{Rc}{4\pi} \int_{\varphi_1=0}^{\frac{\pi}{2}} \int_{\psi=0}^{2\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2n+1}{n+bR} \alpha^n P_n(\cos\gamma) \cos\varphi_1 \sin\varphi_1\, d\varphi_1\, d\psi,$$

wo

$$(49,a) \quad \alpha = \frac{r}{R}$$

gesetzt ist.

Aus der Identität

$$\sum \alpha^n P_n(\cos\gamma) = \frac{1}{\sqrt{1 - 2\alpha\cos\gamma + \alpha^2}}$$

folgt durch Multiplication mit α^{bR-1}, Integration nach α von $\alpha = 0$ bis $\alpha = \alpha$ und Division durch α^{bR}

$$(49,b) \quad \sum \frac{\alpha^n}{n+bR} P_n(\cos\gamma) = \frac{1}{\alpha^{bR}} \int_0^{\alpha} \frac{\alpha^{bR-1}\, d\alpha}{\sqrt{1 - 2\alpha\cos\gamma + \alpha^2}}.$$

Wir differenziren nach α, multipliciren das Resultat mit 2α und addiren es zu (49, b). So erhalten wir

$$(50) \quad \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2n+1}{n+bR} \alpha^n P_n(\cos\gamma) = \frac{2}{\sqrt{1 - 2\alpha\cos\gamma + \alpha^2}} + \frac{1 - 2bR}{\alpha^{bR}} \int_0^{\alpha} \frac{\alpha^{bR-1}\, d\alpha}{\sqrt{1 - 2\alpha\cos\gamma + \alpha^2}}.$$

Dies in (49) eingesetzt und α wieder durch $\frac{r}{R}$ ersetzt, giebt

$$(51) \quad V = \frac{R^2 c}{4\pi} \int_{\varphi_1=0}^{\frac{\pi}{2}} \int_{\psi=0}^{2\pi} \cos\varphi_1 \sin\varphi_1\, d\varphi_1\, d\psi \left\{ \frac{2}{\sqrt{R^2 - 2Rr\cos\gamma + r^2}} + \frac{1 - 2bR}{r^{bR}} \int_0^{r} \frac{r^{bR-1}\, dr}{\sqrt{R^2 - 2Rr\cos\gamma + r^2}} \right\},$$

wo

$$(51,a) \quad \cos\gamma = \cos\varphi\cos\varphi_1 + \sin\varphi\sin\varphi_1\cos\psi.$$

Für den Specialfall $bR = 1$ ist

$$V = \frac{R^2 c}{4\pi} \int_{\varphi_1=0}^{\frac{\pi}{2}} \int_{\psi=0}^{2\pi} \cos\varphi_1 \sin\varphi_1 \, d\varphi_1 \, d\psi \left\{ \frac{2}{\sqrt{R^2 - 2Rr\cos\gamma + r^2}} - \frac{1}{r} \int_0^r \frac{dr}{\sqrt{R^2 - 2Rr\cos\gamma + \alpha^2}} \right\}$$

oder

$$V = \frac{R^2 c}{4\pi} \int_{\varphi_1=0}^{\frac{\pi}{2}} \int_{\psi=0}^{2\pi} \cos\varphi_1 \sin\varphi_1 \left\{ \frac{2}{\sqrt{R^2 - 2Rr\cos\gamma + r^2}} - \frac{1}{r} lg \frac{\sqrt{R^2 - 2Rr\cos\gamma + r^2} + r - R\cos\gamma}{R(1 - \cos\gamma)} \right\} d\varphi_1 \, d\psi \, . \, (51,\text{b}).$$

(51) und (51, a) geben für $r = 0$ die richtigen Werthe (42) und (46) für V_m.

An der Oberfläche haben wir aus (51):

$$\overline{V} = \frac{Rc}{4\pi} \int_{\varphi_1=0}^{\frac{\pi}{2}} \int_{\psi=0}^{2\pi} \cos\varphi_1 \sin\varphi_1 \left\{ \frac{1}{\sin\frac{\gamma}{2}} + (1 - 2\,bR) \int_0^1 \frac{\alpha^{bR-1}\, d\alpha}{\sqrt{1 - 2\alpha\cos\gamma + \alpha^2}} \right\} d\varphi_1 \, d\psi \quad . \quad (52)$$

und *für den Specialfall* $bR = 1$:

$$\overline{V} = \frac{Rc}{4\pi} \int_{\varphi_1=0}^{\frac{\pi}{2}} \int_{\psi=0}^{2\pi} \cos\varphi_1 \sin\varphi_1 \left\{ \frac{1}{\sin\frac{\gamma}{2}} - lg \frac{1 + \sin\frac{\gamma}{2}}{\sin\frac{\gamma}{2}} \right\} d\varphi_1 \, d\psi \, . \, . \, . \, . \, . \, (52,\text{a}).$$

γ ist überall durch (51, a) gegeben.

Beispielsweise wollen wir V_{max} und V_{min} für den Fall $bR = 1$ berechnen.

V_{max} entspricht dem Punkte $\varphi = 0$, also $\gamma = \varphi_1$; V_{min} dem Punkte $\varphi = \pi$, also $\gamma = \pi - \varphi_1$. Aus (52, a) erhalten wir

$$V_{max} = \frac{Rc}{2} \left[\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos\varphi_1 \sin\varphi_1 \, d\varphi_1}{\sin\frac{\varphi_1}{2}} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos\varphi_1 \sin\varphi_1 \, lg \frac{1 + \sin\frac{\varphi_1}{2}}{\sin\frac{\varphi_1}{2}} \, d\varphi_1 \right]$$

$$V_{min} = \frac{Rc}{2} \left[\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos\varphi_1 \sin\varphi_1 \, d\varphi_1}{\cos\frac{\varphi_1}{2}} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos\varphi_1 \sin\varphi_1 \, lg \frac{1 + \cos\frac{\varphi_1}{2}}{\cos\frac{\varphi_1}{2}} \, d\varphi_1 \right]$$

oder

$$(53)\ldots\ldots\begin{cases} V_{max} = \frac{Rc}{2}\left\{\frac{3}{\sqrt{2}} - \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\,lg\,(1+\sqrt{2})\right\} = 0{,}590317\ Rc \\ V_{min} = \frac{Rc}{2}\left\{\frac{3}{\sqrt{2}} - \frac{3}{2} - \frac{1}{2}\,lg\,(1+\sqrt{2})\right\} = 0{,}090317\ Rc \\ bR = 1 \end{cases}$$

Da $V_m = \frac{1}{4}\,R\,c$ ist, s. (46), so haben wir

$$(53,a)\ldots\ldots\ldots\ldots\begin{cases} V_{max} = 2{,}361268\ V_m \\ V_{min} = 0{,}361268\ V_m \end{cases}$$

in Uebereinstimmung mit (46, a).

Nicht homogene Kugel. Wir wenden uns zu dem Fall einer aus zwei heterogenen concentrischen Theilen bestehenden schwarzen Kugel; die Mitteltemperatur einer solchen Kugel wird durch den Satz B, Cap. II, gegeben. Es seien, wie dort, k_1 und R_1 Leitungsfähigkeit und Radius des inneren Theiles, V_1 die Temperatur eines Punktes ebendaselbst; k, R und V die entsprechenden Grössen für den äusseren Theil. Wir haben die Bedingungen

$$(54,a)\ldots\ldots\ldots\ldots\ D^2 V_1 = 0;\ D^2 V = 0$$

$$(54,b)\ldots\ldots\ldots\ldots\ (V_1)_{r=R_1} = (V)_{r=R_1}$$

$$(54,c)\ldots\ldots\ldots\ldots\ k_1\left(\frac{dV_1}{dr}\right)_{r=R_1} = k\left(\frac{dV}{dr}\right)_{r=R_1}$$

$$(54,d)\ldots\ldots\ldots\ldots\ \frac{d\overline{V}}{dr} = -b\,\overline{V} + c\,f(\cos\varphi).$$

(54, a) und (54, b) zeigen, dass V und V_1 als Potentiale zweier Massenbelegungen auf den Oberflächen $r = R_1$ und $r = R$ betrachtet werden können. Dieselben sind, wie aus (54, d) folgt, gegen die Axe der Polarcoordinaten symmetrisch vertheilt. Es müssen also V_1 und V von der Form

$$\left.\begin{aligned} V_1 &= \sum_{n=0}^{\infty} a_n \frac{r^n}{R^n} P_n(\cos\varphi) + \sum_{n=0}^{\infty} b_n \frac{r^n}{R_1{}^n} P_n(\cos\varphi) \ldots\ 0 < r < R_1 \\ V &= \sum_{n=0}^{\infty} a_n \frac{r^n}{R^n} P_n(\cos\varphi) + \sum_{n=0}^{\infty} b_n \frac{R_1{}^{n+1}}{r^{n+1}} P_n(\cos\varphi) \ldots\ R_1 < r < R \end{aligned}\right\} \ldots (55)$$

sein.

Diese Ausdrücke genügen den Bedingungen (54, a) und (54, b). Die weiteren Bedingungen (54, c) und (54, d) geben die Werthe der a_n und b_n durch die Gleichungen (s. noch (31, a)):

$$\frac{n+bR}{R}\, a_n - \frac{{R_1}^{n+1}}{R^{n+2}}\,(n+1-bR)\, b_n = c\, h_n$$

$$n\,(k-k_1)\,\frac{{R_1}^n}{R^n}\, a_n - (n\,k_1 + (n+1)\,k)\, b_n = 0\,;$$

also

$$\left.\begin{aligned} a_n &= c\,\frac{\{n\,k_1+(n+1)\,k\}\,R^{2n+2}}{(n+bR)\,(n\,k_1+(n+1)\,k)\,R^{2n+1} - n\,(k-k_1)\,(n+1-bR)\,{R_1}^{2n+1}}\, h_n \\ b_n &= c\,\frac{n\,(k-k_1){R_1}^n\,R^{n+2}}{(n+bR)\,(n\,k_1+(n+1)\,k)\,R^{2n+1} - n\,(k-k_1)\,(n+1-bR)\,{R_1}^{2n+1}}\, h_n \end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad (56),$$

wo die h_n in (33, d) und (34) gegeben sind.

(56) zeigt, dass

$$b_0 = 0 \quad \ldots \quad (57)$$

ist und darin liegt die Bestätigung des bei Ableitung des Satzes B, Cap. II bewiesenen Umstandes, dass die mittlere Dichtigkeit der fictiven Massen auf der Oberfläche $r = R_1$ Null ist. Ferner ist, s. (34),

$$a_0 = \frac{c\,h_0}{b} = \frac{c}{4\,b} \quad \ldots \quad (58).$$

Aus (57) und (58) folgt, dass *alle* Oberflächen $r = \text{Const.}$, von $r = 0$ bis $r = R$ die gleiche Mitteltemperatur a_0 haben; dies ist zugleich die Mitteltemperatur der ganzen Kugel und die Temperatur des Centrums, — übereinstimmend mit dem erwähnten Satz B.

Setzt man (56) in (55), so lassen sich die beiden Summen in dem Ausdruck für V_1 in Eine zusammenziehen und es wird

$$V_1 = c\,k \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(2n+1)\,{R_1}^n\,R^{n+2}}{(n+bR)\,(n\,k_1+(n+1)\,k)\,R^{2n+1} - n\,(k-k_1)\,(n+1-bR)\,{R_1}^{2n+1}}\, h_n\, \frac{r^n}{{R_1}^n}\, P_n(\cos\varphi) \quad . \quad (57)$$

$$0 < r < R_1.$$

Es zeigt sich, dass für die innere Kugel der für die Vollkugel p. 21 bewiesene Satz über die Constanz der Temperaturdifferenz correspondirender Punkte gültig bleibt. Entsprechend (44) erhalten wir:

$$(58) \quad V_{1,\varphi} - V_{1,\pi-\varphi} = \frac{3\,c\,k\,R^3}{(1+bR)(k_1+2k)R^3-(k-k_1)(2-bR)R_1^3}\,x,$$

$$0 < x < R_1.$$

Für den äusseren Theil der Kugel gilt dieser Satz nicht mehr.

Capitel IV.

Allgemeine Betrachtungen über den variabelen Temperaturzustand überhaupt und speciell den einer Kugel.

Nachdem der stationäre Zustand der Kugel gefunden war, beabsichtigte ich den variabelen Zustand, und zwar zuerst die Abkühlung der Kugel, nachdem die Zustrahlung unterbrochen wurde, zu untersuchen. Hierbei traf ich aber auf eine principielle Schwierigkeit, einen scheinbaren inneren Widerspruch zwischen den dem betreffenden Problem zu Grunde liegenden Grenzbedingungen. Es schien mir nothwendig zuerst den erwähnten Widerspruch zu untersuchen; ich werde in diesem Capitel zeigen, auf welche Weise sich mathematisch der Widerspruch löst. Es scheint mir, dass nach dieser Seite hin das dynamische Wärmeproblem noch nicht untersucht worden ist.

Ein Körper mit gegebener anfänglicher Temperaturvertheilung wird in einem Raum, dessen Temperatur Null ist, sich selbst überlassen. Der variabele Zustand des Körpers soll bestimmt werden. Fourier und Poisson haben die Lösung dieses Problemes gegeben, so dass es scheinen müsste, als wäre die allgemeine Frage abgeschlossen. Es scheint mir aber, dass dieselbe doch noch eine Seite hat, die bisher nicht beleuchtet wurde. Es handelt sich um die Bestimmung einer Funktion V der Zeit und der drei Punktcoordinaten, welche folgenden drei Bedingungen zu genügen hat:

$$(59) \quad \begin{cases} \dfrac{dV}{dt} = a^2 D^2 V \\ a^2 = \dfrac{k}{\delta\gamma} \end{cases}$$

$$(60) \quad \frac{d\bar{V}}{dn} = -b\bar{V}$$

an der Oberfläche und

$$(61) \quad V_0 = f(x, y, z)$$

für $t = 0$.

Nehmen wir an, die Lösung sei

$$V = F(t, x, y, z) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (62).$$

Die Bedingungen (60) und (61) scheinen mit einander im Widerspruch zu stehen. In der That: die Funktion V muss für alle Werthe von t, also auch für beliebig kleine, der Bedingung (60) genügen; für $t = 0$ aber sich in die Funktion (61) verwandeln, welche *beliebig* angesetzt werden kann, also allgemein der Bedingung (60) nicht genügen wird. Der Widerspruch wird noch grösser, wenn man sich vergegenwärtigt, auf welchem Wege in vielen Fällen die Lösung der Aufgabe construirt wird. Es wird ein Integral der Gleichung (59) aufgestellt, welches der Bedingung (60) für *alle* Werthe von t (*auch* $t = 0$) genügt und einen unbestimmten Coefficienten enthält. Die vollständige Lösung stellt sich als eine Summe (oder Integral) von solchen particulären Lösungen dar. Die Coefficienten müssen so bestimmt werden, dass bei $t = 0$ die Summe in die Funktion (61) übergeht. Es muss also möglich sein, diese Funktion als Summe von Specialwerthen ($t = 0$) der particularen Lösung (von denen jede der Gleichung (60) genügt) darzustellen. Hier liegt der Widerspruch scheinbar auf der Hand: *die ganz beliebige Function (61) muss darstellbar sein als Summe von Gliedern, deren jedes unzweifelhaft der Bedingung (60) genügt, während sie selbst dieser Bedingung nicht genügt.* Bei dem dieser Arbeit zu Grunde liegenden Problem ist unter (61) die durch Bestrahlung erzeugte stationäre Temperaturvertheilung zu verstehen; dieselbe genügt der Bedingung (60) *nicht*; an der vorderen Kugelfläche ist $\frac{dV}{dr}$ sogar grösstentheils positiv, s. (28). Dies der Grund, woher eine allgemeine Betrachtung und Lösung des Widerspruches als nöthig erschien.

Der einfachste Ausweg wäre, anzunehmen, dass die Funktion (61) eben durchaus so gewählt werden muss, dass sie der Bedingung (60) genügt. Dann wäre aber die von Fourier und Poisson gefundene Lösung des hier betrachteten Wärmeproblems nur für höchst specielle Fälle richtig und die von diesen grossen Mathematikern und späteren Gelehrten durchgeführten Speciallösungen unrichtig. Fourier (deutsche Ausgabe von B. Weinstein, 1884, p. 239) sagt ausdrücklich, dass die Funktion (61) ganz beliebig gegeben sein kann, dass sie einen continuirlichen oder discontinuirlichen, oder ganz arbiträren Verlauf nehmen kann. Er betrachtet speciell den Fall $f(x) = 1$ und dasselbe thut Riemann[1]). Hierbei erscheint $f(x) = 1$ in der That als Summe einer Reihe, deren sämmtliche Glieder der Bedingung (60) genügen, was bei der Funktion $f(x) = 1$ offenbar nicht zutrifft.

Da es sich um einen *principiellen* Widerspruch handelte, so nahm ich zu seiner Lösung ein möglichst vereinfachtes Problem und suchte ausserdem nach einem solchen Specialfall, für welchen die factische Ausrechnung möglichst weit durchgeführt werden kann. Da der Widerspruch für den Specialfall ebenso zu gelten schien, wie für das allgemeine Problem,

1) Riemann, Differentialgleichungen, p. 164.

so war anzunehmen, dass die Art, wie sich der Widerspruch in dem Specialfall lösen würde, allgemeine Gültigkeit haben würde.

Der Specialfall, den ich betrachtete, war der einer sich abkühlenden Kugel, bei welcher die Anfangstemperatur V_0, also auch die variabele, nur Funktion von r war. Speciell untersuchte ich die Fälle $V_0 = f(r) = 1$ und $V_0 = f(r) = r$. Ausserdem aber specialisirte ich die Aufgabe noch weiter, indem ich annahm, dass

$$(63) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad bR = \frac{h}{k} R = 1$$

sei; ein Werth, der factisch existirenden Kugeln zukommt (s. darüber in der Einleitung). Beide für $f(r)$ angenommene Formen (1 und r) genügen der Oberflächenbedingung (60) *nicht*.

Setzen wir, wie üblich,

$$(64) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad V = \frac{1}{r} U,$$

so erhalten wir aus (59) für U die Gleichung

$$(65) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad \frac{dU}{dt} = a^2 \frac{d^2U}{dr^2}.$$

Ein particuläres Integral ist

$$(66) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad U = e^{-\frac{\eta^2}{R^2} t} \left\{ \alpha \sin \frac{\eta}{R} r + \beta \cos \frac{\eta}{R} r \right\}.$$

Da V für $r = 0$ endlich bleiben muss, so muss $\beta = 0$ sein.

Die Bedingung (61), d. h.

$$(67) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad \overline{\frac{dV}{dr}} = -b\overline{V}$$

wird erfüllt, wenn η der berühmten Gleichung

$$(68) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad \frac{\eta}{tg\,\eta} = 1 - bR$$

genügt.

Bezeichnen wir die *positiven* Wurzeln dieser Gleichung durch

$$\eta_1, \eta_2, \eta_3, \ldots\ldots \eta_n, \ldots\ldots,$$

so genügen sowohl

$$(69) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad V = \frac{1}{r} \sum_{n=0}^{\infty} \alpha_n e^{-\frac{\eta_n^2}{R^2} a^2 t} \sin \frac{\eta_n}{R} r,$$

als auch jedes einzelne Glied dieser Summe für jedes t den Bedingungen (65) und (67). Für $t = 0$ *gilt dasselbe, da jedes Glied von*

$$V_0 = \frac{1}{r} \sum_{n=0}^{\infty} \alpha_n \sin \frac{\eta_n}{R} r \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (70)$$

der Gleichung (67) genügt. Nun muss aber $V_0 = f(r)$ sein.

Um die Coefficienten α_n in (69) zu bestimmen, haben wir $f(r)$ in die Reihe

$$f(r) = \frac{1}{r} \sum_{n=0}^{\infty} \alpha_n \sin \frac{\eta_n}{R} r \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (70, \text{a})$$

zu zerlegen. Fourier hat gezeigt, dass

$$\alpha_n = \frac{4\,\eta_n}{2R\eta_n - R \sin 2\eta_n} \int_0^R f(r) \cdot r \sin \frac{\eta_n}{R} r \, dr$$

ist, welcher Ausdruck, mit Hülfe von (68), sich in die Form[1])

$$\alpha_n = \frac{2}{R} \frac{\eta_n^2 + (1 - bR)^2}{\eta_n^2 - bR(1 - bR)} \int_0^R f(r)\, r \sin \frac{\eta_n}{R} r \, dr \quad \ldots \ldots \ldots \quad (71)$$

bringen lässt. Die Zerlegung (70, a), also auch der vollständige Ausdruck (69) von V sind gefunden. *Der Widerspruch tritt aber grell hervor, da jedes Glied der Summe (70, a) rechts der Gleichung (67) genügt, nicht aber die Funktion links* — ausser bei ganz specieller Wahl von $f(r)$.

Es sei

$$f(r) = 1 \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (72).$$

(70, a) und (71) geben, da $\eta_n^2 + (1 - bR)^2 = \frac{\eta_n^2}{\sin^2 \eta_n}$ ist,

$$\left.\begin{aligned} 1 = \frac{2bR^2}{r} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{\eta_n^2 - bR(1 - bR)} \cdot \frac{1}{\sin \eta_n} \sin \frac{\eta_n}{R} r \\ 0 \leqslant r \leqslant R. \end{aligned}\right\} \quad \ldots \ldots \quad (72, \text{a}).$$

1) Riemann, l. c., p. 161.

Für $r = 0$ erhalten wir

$$(72, b) \quad 1 = 2\,b\,R \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\eta_n}{\eta_n^2 - bR(1-bR)} \cdot \frac{1}{\sin \eta_n}$$

und für $r = R$

$$(72, c) \quad 1 = 2\,b\,R \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{\eta_n^2 - bR(1-bR)}.$$

Da es sich um die allgemeine Frage handelt, ob $f(r) = 1$, welche der Gleichung (67) nicht genügt, in eine Reihe von der Form (70, a) zerlegt werden kann (deren sämmtliche Glieder die Gleichung (67) erfüllen), so können wir uns damit begnügen, die Reihen (72, a bis c) für einen Specialwerth von bR zu prüfen und zwar für $bR = 1$, s. (63). Die Gleichung (68) wird

$$(73) \quad \frac{\eta}{tg\ \eta} = 0,$$

d. h.

$$(73, a) \quad \begin{cases} \eta_n = (2n+1)\frac{\pi}{2} \\ \sin \eta_n = (-1)^n. \end{cases}$$

Aus (72, a bis c) wird

$$(74, a) \quad 1 = \frac{2R}{r} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\left[(2n+1)\frac{\pi}{2}\right]^2} \sin (2n+1)\frac{\pi}{2}\frac{r}{R}$$

$$(74, b) \quad 1 = 2 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)\frac{\pi}{2}}$$

$$(74, c) \quad 1 = 2 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{\left[(2n+1)\frac{\pi}{2}\right]^2}.$$

Die letzten drei Reihen sind aber unzweifelhaft richtig. Setzen wir in (74, a)

$$\frac{\pi r}{2R} = x,$$

so erhalten wir

$$1 = \frac{4}{\pi x} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{\sin(2n+1)x}{(2n+1)^2}, \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (74, \mathrm{d})$$

was thatsächlich richtig ist, da

$$x = \frac{4}{\pi} \left\{ \frac{\sin x}{1^2} - \frac{\sin 3x}{3^2} + \frac{\sin 5x}{5^2} - \ldots \right\} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (74, \mathrm{e})$$

$$0 \leqslant x \leqslant \frac{\pi}{2}$$

ist[1]).

(74, b) und (74, c) sind nichts Anderes, als die Reihen

$$\frac{\pi}{4} = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \ldots .$$

$$\frac{\pi^2}{8} = \frac{1}{1^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{5^2} + \ldots .$$

Schreiben wir (74, a) in der Form

$$1 = \frac{8R}{\pi^2} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{\sin(2n+1)\frac{\pi r}{2R}}{r(2n+1)^2} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (74, \mathrm{f}),$$

so *haben wir eine unzweifelhaft richtige Reihe vor uns, in welcher der oft erwähnte Widerspruch auf das greifbarste zu Tage tritt.* Jedes einzelne Glied der Summe rechts genügt der Gleichung (67), welche in unserem Falle ($bR = 1$) die Form

$$\frac{d\overline{V}}{dr} = -\frac{1}{R}\overline{V} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (74, \mathrm{g})$$

annimmt, während die Funktion links

$$\frac{dV}{dr} = 0$$

für *jedes* r giebt. Hierbei ist der Umstand wichtig, dass (74, a) oder (74, f) für $r = R$, also an der kritischen Grenze noch gültig ist, s. (74, c).

Wir haben uns an dem Beispiel (74, f) überzeugt, dass die Entwickelung (70, a), in welcher jedes Glied der Summe einer gewissen Bedingung genügt, die Summe aber nicht, thatsächlich möglich ist und haben daher keinen Grund, weiter an der Richtigkeit der Formeln (72, a) bis (72, c) zu zweifeln.

---

1) Riemann, l. c., p. 51.

Setzen wir $r f(r) = \varphi(r)$, so erhalten wir die merkwürdige, ebenfalls stets mögliche Reihenentwickelung

$$(75) \quad \varphi(r) = \sum_{n=0}^{\infty} \alpha_n \sin \frac{\eta_n}{R} r.$$

So giebt z. B. (72, a)

$$(75, a) \quad r = 2 b R^2 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{\eta_n^2 - bR(1-bR)} \cdot \frac{\sin \frac{\eta_n}{R} r}{\sin \eta_n},$$

und hieraus, durch Differentiation nach r

$$(75, b) \quad 1 = 2 b R \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\eta_n}{\eta_n^2 - bR(1-bR)} \frac{\cos \frac{\eta_n}{R} r}{\sin \eta_n}.$$

Ob diese letzte Formel für $r = R$ noch richtig ist, lassen wir einstweilen dahingestellt.

Nachdem wir in der Reihe (74, f) den uns beschäftigenden Widerspruch in denkbar einfachster Form zum Ausdruck gebracht haben, können wir an demselben Beispiele auch den Widerspruch lösen und — wenn man sich so ausdrücken kann — seinen mathematischen Hintergrund aufdecken.

Die Reihe (74, e) ist nämlich:

$$(76) \quad \frac{4}{\pi}\left\{\frac{\sin x}{1} - \frac{\sin 3x}{3^2} + \frac{\sin 5x}{5^2} - \ldots\right\} = \begin{cases} x \ldots\ldots 0 \leqslant x \leqslant \frac{\pi}{2} \\ \pi - x \ldots \frac{\pi}{2} \leqslant x \leqslant \pi \end{cases}$$

d. h. sie stellt innerhalb der zwei Paar Grenzen zwei verschiedene Funktionen dar, die zwar an der gemeinsamen Grenze Einen und denselben Werth haben, aber zwei verschiedene Werthe des Differentialquotienten. Graphisch stellt die Reihe eine gebrochene Linie dar. Entsprechend (76) ist $\left(x = \frac{\pi r}{2R}\right)$

$$(76, a) \quad \frac{4}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{\sin (2n+1) \frac{\pi r}{2R}}{(2n+1)^2} = \begin{cases} \frac{\pi r}{2R} \ldots\ldots 0 \leqslant r \leqslant R \\ \frac{\pi (2R - r)}{2R} \ldots R \leqslant r < 2R \end{cases}$$

Bezeichnen wir also symbolisch *die rechte Seite* von (74, f) durch $\varphi(r) = [1]$, so haben wir

$$\varphi(r) = [1] = \frac{8R}{\pi^2} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{\sin(2n+1)\frac{\pi r}{2R}}{r(2n+1)^2} = \begin{cases} 1 = f(r) \ldots 0 \leqslant r \leqslant R \\ \frac{2R-r}{r} \quad \ldots \ R \leqslant r \leqslant 2R \end{cases} \quad (76,b).$$

Es ist also

$$\varphi'(r) = [1]' = \begin{cases} 0 = f'(r) \ldots 0 \leqslant r < R \\ -\frac{2R}{r^2} \ldots\ldots R < r \leqslant 2R \end{cases} \quad \ldots\ldots (76, c).$$

An der Grenze $r = R$ wird $\varphi'(r)$ einen Sprung erleiden und zwar ist, nach üblicher Bezeichnungsweise,

$$\left.\begin{aligned} \varphi'(R-0) &= 0 = f'(R) \\ \varphi'(R+0) &= -\frac{2}{R} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots (76, d).$$

Die betreffende Reihe wird den Mittelwerth geben, d. h.

$$\varphi'(R) = -\frac{1}{R} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (76, e)$$

in vollkommener Uebereinstimmung mit (74, g).

Zugleich wird

$$\varphi''(R) = \infty \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (76, f)$$

sein. Alles dies bestätigt sich, wenn wir $\varphi'(r)$ bilden.

Aus (76, b) erhalten wir

$$\varphi'(r) = [1]' = -\frac{1}{r^2} \cdot \frac{8R}{\pi^2} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{\sin(2n+1)\frac{\pi r}{2R}}{(2n+1)^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{4}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{\cos(2n+1)\frac{\pi r}{2R}}{2n+1} \quad (76, g).$$

Die erste Summe erhalten wir aus (76); sie ist gleich

$$\left.\begin{aligned} &\frac{\pi^2 r}{8R} \ldots\ldots 0 \leqslant r \leqslant R \\ &\frac{\pi^2 (2R-r)}{8R} \ \ldots R \leqslant r \leqslant 2R \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots (76, h).$$

Die zweite Summe ist gleich (Fourier, l. c., p. 111)

$$(76,\mathrm{i}) \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{\pi}{4} \ldots . \; 0 \leqslant r < R \\ 0 \ldots . \; r = R \\ -\frac{\pi}{4} \ldots . \; R < r < 2R. \end{array} \right.$$

(76, h) und (76, i) in (76, g) eingesetzt, giebt in der That (76, c) und (76, e). Bilden wir aus (76, g) $\varphi''(r)$:

$$(76,\mathrm{k}) \quad \left\{ \begin{array}{l} \varphi''(r) = \frac{2}{r^3} \cdot \frac{8R}{\pi^2} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{\sin(2n+1)\frac{\pi r}{2R}}{(2n+1)^2} - \frac{2}{r^2} \cdot \frac{4}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{\cos(2n+1)\frac{\pi r}{2R}}{2n+1} - \\ \qquad\qquad - \frac{1}{r} \cdot \frac{2}{R} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \sin(2n+1)\frac{\pi r}{2R} \end{array} \right.$$

und hieraus, da die letzte Summe für $r = R$ die Form $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^{2n}$ annimmt,

$$(76,\mathrm{l}) \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \quad \varphi''(R) = \infty,$$

in Uebereinstimmung mit (76, f).

Wir haben für den Specialfall $bR = 1$ den oft erwähnten scheinbaren Widerspruch aufgeklärt und dürfen gewiss ohne Weiteres das Princip des erhaltenen Resultates verallgemeinern.

Sämmtliche Glieder der Reihe in (70, a) rechts genügen der Bedingung (67) für $r = R$, während die linke Seite derselben nicht genügt. Dies erklärt sich dadurch, dass die Summe rechts für $0 \leqslant r \leqslant R$ gleich $f(r)$, für $R \leqslant r \leqslant 2R$ aber gleich einer anderen Funktion $F(r)$ ist, wo $f(R) = F(R)$. Graphisch findet bei $r = R$ ein Bruch in der Curve statt, so dass $f'(R)$ nicht gleich $F'(R)$ ist. Der Differentialquotient der Summe rechts giebt für $r = R$ weder den Einen, noch den anderen, sondern einen mittleren Werth (ob das arithmetische Mittel, lassen wir dahingestellt), welcher der Bedingung (67) genügt. Der zweite Differentialquotient der Summe (70, a) wird für $r = R$ unendlich. Alles dies gilt nicht, wenn $f(r)$ selbst zufällig der Gleichung (67) genügt.

Für den durch (76, b) gegebenen Specialfall ($bR = 1$ und $f(r) = 1$) stellt die Summe für $0 < r < R$ eine der Abscissenaxe in der Entfernung $+1$ parallele Gerade dar; für $R < r < 2R$ dagegen den Bogen einer Hyperbel, welche die Abscissenaxe bei $r = 2R$ trifft; die Assymptoten derselben sind die Ordinatenaxe und eine der Abscissenaxe in der Entfernung -1 parallele Gerade.

Es ist nicht schwer, für den Fall $bR = 1$ auch ganz allgemein den Zusammenhang zwischen $f(r)$ und $F(r)$ aufzustellen.

Für $bR = 1$ nimmt (70, a) die Form

$$f(r) = \frac{1}{r}\sum_{n=0}^{\infty} \alpha_n \sin(2n+1)\frac{\pi r}{2R} \ldots 0 < r < R \quad \ldots\ldots\ldots (77)$$

an, s. (73, a). Die Summe rechts hat nun die Eigenschaft, dass sie denselben Werth giebt, ob man $r = \rho$, oder $r = 2R - \rho$ setzt, wo $\rho \leqslant R$ ist. (77) giebt

$$\rho f(\rho) = \sum_{n=0}^{\infty} \alpha_n \sin(2n+1)\frac{\pi \rho}{2R} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (77, a).$$

Setzen wir in (77) $r = 2R - \rho$, so müssen wir links ein anderes Funktionszeichen wählen und erhalten

$$F(2R-\rho) = \frac{1}{2R-\rho}\sum_{n=0}^{\infty} \alpha_n \sin(2n+1)\frac{\pi(2R-\rho)}{2R} = \frac{1}{2R-\rho}\sum_{n=0}^{\infty} \alpha_n \sin(2n+1)\frac{\pi\rho}{2R},$$

oder, s. (77, a),

$$F(2R-\rho) = \frac{\rho f(\rho)}{2R-\rho}.$$

Setzen wir $2R - \rho = r$, so erhalten wir

$$F(r) = \frac{2R-r}{r} f(2R-r) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (77, b).$$

Zerlegen wir also eine Funktion $f(r)$ mit Hülfe der Formeln (70, a) und (71) in eine Reihe unter der speciellen Annahme $bR = 1$ und bezeichnen wir den Werth der Summe durch $\varphi(r)$, so dass also

$$\left.\begin{aligned} \varphi(r) &= \frac{1}{r}\sum_{n=0}^{\infty} \alpha_n \sin(2n+1)\frac{\pi r}{2R} \\ \alpha_n &= \frac{2}{R}\int_0^R f(r).\, r.\, \sin(2n+1)\frac{\pi r}{2R}\, dr \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots (77, c),$$

so ist

$$\varphi(r) = \left\{\begin{aligned} &f(r) \ldots\ldots\ldots\ldots 0 \leqslant r \leqslant R \\ &\tfrac{2R-r}{r} f(2R-r) \ldots . R \leqslant r \leqslant 2R \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots (78).$$

Es ist also

$$\varphi'(r)=\begin{cases} f'(r) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 0 \leqslant r < R \\ -\frac{2R-r}{r} f'(2R-r) - \frac{2R}{r^2} f(2R-r) \ldots R < r \leqslant 2R. \end{cases}$$

Dies giebt

$$\varphi'(R-0)=f'(R)$$
$$\varphi'(R+0)=-f'(R)-\frac{2}{R}f(R).$$

Der Mittelwerth ist in der That

$$\varphi'(R)=-\frac{1}{R}f(R)$$

in Uebereinstimmung mit (74, g).

Setzen wir in (77, c) $f(r)=r^m$, so ist die Reihe $\varphi(r)$ gleich r^m für $0<r<R$ und $\frac{(2R-r)^{m+1}}{r}$ für $R<r<2R$.

Wir wollen noch den Fall

$$(79) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots f(r)=r$$

betrachten. (70, a) und (71) geben

$$(79,a)\ldots f(r)=r=\frac{2}{r}R^2\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{\eta_n{}^2-bR(1-bR)}\cdot\frac{1}{\eta_n\sin\eta_n}\left\{(1+bR)\eta_n+\frac{2(\cos\eta_n-1)}{\sin\eta_n}\right\}\sin\frac{\eta_n}{R}r.$$

$$0\leqslant r\leqslant R$$

Für den Specialfall $bR=1$ erhalten wir, s. (73, a):

$$(79,b)\ldots f(r)=r=\frac{16R^2}{r\pi^2}\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n\frac{\sin(2n+1)\frac{\pi r}{2R}}{(2n+1)^2}-\frac{32R^2}{r\pi^3}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{\sin(2n+1)\frac{\pi r}{2R}}{(2n+1)^3}.$$

$$0\leqslant r\leqslant R$$

Die erste Summe ist in (76, a) gegeben. Es ist ferner

$$(79,c)\ldots\ldots\ldots\ldots\frac{8}{\pi}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{\sin(2n+1)x}{(2n+1)^3}=(\pi-x)x.$$

$$0\leqslant x\leqslant\pi.$$

Bezeichnen wir *die rechte Seite* von (79, b) durch $\varphi(r)=[r]$, so erhalten wir

$$\varphi(r) = [r] = \left\{ \begin{array}{l} r = f(r) \ldots 0 \leqq r \leqq R \\ \frac{(2R-r)^2}{r} \ldots R \leqq r \leqq 2R \end{array} \right\} \ldots\ldots\ldots (79, \text{d})$$

übereinstimmend mit (78). Bilden wir $\varphi'(r)$, so finden wir

$$\varphi'(r) = [r]' = \left\{ \begin{array}{l} 1 = f'(r) \ldots 0 \leqq r < R \\ -\frac{4R^2 - r^2}{r^2} \ldots R < r < 2R. \end{array} \right.$$

Hieraus

$$\varphi'(R-0) = 1$$

$$\varphi'(R+0) = -3$$

und als Mittelwerth

$$\varphi'(R) = -1$$

übereinstimmend mit (74, g).

Bilden wir $\varphi''(r)$, so tritt wiederum ein Glied von der Form

$$\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \sin(2n+1)\frac{\pi r}{2R} \ldots\ldots\ldots\ldots (79, \text{e})$$

auf, so dass $\varphi''(R) = \infty$ ist.

Wir wollen nun noch ein Beispiel ausrechnen für den Fall, dass $f(r)$ in (70, a) selbst der Bedingung (67) genügt, dass also

$$f'(R) = -bf(R) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (80)$$

ist; für den Fall $bR = 1$ haben wir

$$f'(R) = -\frac{1}{R} f(R) \ldots\ldots\ldots\ldots (80, \text{a}).$$

Als Beispiel wählen wir

$$f(r) = 1 - \frac{1}{2R} r \ldots\ldots\ldots\ldots (80, \text{b});$$

dieselbe genügt der Gleichung (80, a).

(74, f) und (79, b) geben

$$f(r) = 1 - \frac{r}{2R} = \frac{16R}{r\pi^3} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\sin(2n+1)\frac{\pi r}{2R}}{(2n+1)^3} \ldots\ldots\ldots (80, \text{c}).$$

Die beiden sozusagen kritischen Glieder haben sich gekürzt. Aus (79, c) folgt, dass die Summe in (80, c) für *alle* Werthe

$$0 \leqslant r \leqslant 2R$$

gleich $f(r) = 1 - \frac{r}{2R}$ ist. Auch (77, b) giebt $F(r) = f(r)$.

Jede Funktion, die der Bedingung

$$F(r) = \frac{2R-r}{r} f(2R-r) = f(r)$$

genügt, erfüllt die Gleichung (80, a).

Umgekehrt sieht man leicht, dass, wenn (80, a) erfüllt ist, so ist sicher

$$F'(R) = f'(R);$$

es findet also kein Sprung in dem Werth des Differentialcoefficienten bei $r = R$ statt.

In der That finden wir in dem zuletzt betrachteten Falle aus (80, c)

$$(80, \mathrm{d}) \quad \ldots \quad f'(r) = -\frac{16R}{r^2\pi^3} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\sin(2n+1)\frac{\pi r}{2R}}{(2n+1)^3} + \frac{8}{r\pi^2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\cos(2n+1)\frac{\pi r}{2R}}{(2n+1)^2}.$$

Die erste Summe erhalten wir aus (79, c), die zweite aus[1])

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\cos(2n+1)x}{(2n+1)^2} = \frac{\pi}{8}(\pi - 2x).$$

$$0 < x < \pi$$

Es ist

$$f'(r) = -\frac{1}{2R}$$

$$0 \leqslant r \leqslant 2R$$

also auch $f'(R) = -\frac{1}{2R} = -\frac{1}{R} f(R)$.

Ohne weiteres sieht man, auch aus (80, d), dass $f''(R)$ *nicht* unendlich wird.

Wenden wir uns zu dem allgemeineren Falle eines beliebigen bR. Bezeichnen wir die *rechte* Seite von (70, a) mit $\varphi(r)$, so ist für $0 < r < R$ die Summe $\varphi(r) = f(r)$. Es lässt sich nun wenigstens für die zwei näher betrachteten Fälle $f(r) = 1$ und $f(r) = r$ nachweisen, dass die entsprechenden Reihen in der That für $r > R$ andere Funktionen darstellen und dass die durch die Summen dargestellten Curven bei $r = R$ einen Bruch haben. Bilden wir nämlich für die Reihe (72, a) die Grösse $\varphi''(R)$:

---

1) Riemann, l. c., p. 55.

$$\varphi''(R) = [1]''_{r=R} = \frac{2b}{R}\left[1 - \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\eta_n^2}{\eta_n^2 - bR(1-bR)}\right] \quad \ldots\ldots\ldots \quad (80, \text{e}).$$

Die Wurzeln η_n der Gleichung (68) liegen[1]) entweder im 1., 3., 5., 7. Quadranten oder im 2., 4., 6., 8. u. s. w. Welchen Werth bR auch haben mag, jedenfalls haben wir

$$\varphi''(R) = \infty.$$

Der erste Differentialquotient der Reihe in (72, a) erleidet also einen Sprung und zwar von $f'(R) = 0$ zu einer Grösse $F'(R)$, die ich nicht näher bestimmen kann. Die neue Reihe aber giebt einen Mittelwerth $-\frac{1}{R}$. Nehmen wir $f(r) = r$ und bezeichnen wieder die rechte Seite von (79, a) mit $\varphi(r)$, so erhalten wir für $\varphi''(R)$ einen Ausdruck, dessen sämmtliche Glieder sicher endlich sind mit Ausnahme Eines, welches als Faktor die in (80, e) auftretende Summe enthält; es ist also sicher wiederum $\varphi''(R) = \infty$.

Auch für den allgemeineren Fall $f(r) = r^p$, wo p eine ganze positive Zahl ist, kann nachgewiesen werden, dass wir $\varphi''(R) = \infty$ erhalten.

Anmerkung. Die hier gefundene Lösung des Eingangs erwähnten scheinbaren Widerspruches dürfte von allgemeinerer Bedeutung und auch auf andere Probleme anwendbar sein, bei denen Grenzbedingungen verschiedener Art scheinbar in Widerspruch mit einander stehen. Es dürfte unrichtig sein, allgemein aus dem gleichzeitigen Vorhandensein zweier Arten von Grenzbedingungen zu folgern, dass gewisse Reihenentwickelungen nur möglich sind für Funktionen, die für Specialwerthe der Variabelen gegebenen Bedingungen genügen. So wäre es in unserem Falle, wie wir sahen, unrichtig gewesen, wenn wir angenommen hätten, dass die Reihenentwickelung (70, a) nur möglich sei für eine Funktion, die für $r = R$ der Bedingung (67) genügt.

Ich will das Gesagte noch an einem anderen Beispiele darlegen. In einer früheren Arbeit («Ueber die Abhängigkeit der Wärmeleitungsfähigkeit von der Temperatur», Mém. de l'Ac. Imp. des Sc. de St. Pétersb. T. XXXVII, № 12) hatte ich den stationären Temperaturzustand in einem Cylinder (Radius des Querschnitts R, Länge l) betrachtet, dessen Grundflächen *gegebene* Temperaturen besitzen. Die Coordinaten eines Punktes waren x (Entfernung von der Cylindermitte) und r (Entfernung von der Axe). Wir wollen nur die Grundfläche $x = -\frac{l}{2}$ betrachten, an welcher die Temperatur y den *gegebenen* Specialwerth

$$y = \varphi_1(r) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (51)$$

(ich führe hier die Formelnummern jener Arbeit an) erhalten soll. Für einen beliebigen Punkt wird die stationäre Temperatur y gleich

$$y = \sum_i [\alpha_i e^{-m_i x} + \beta_i e^{m_i x}] I_0(m_i r) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (37)$$

sein; I_0 und die unten auftretende I_1 sind die Bessel'schen Funktionen von der Ordnung Null und Eins. Die m_i sind die Wurzeln der Gleichung

1) Riemann, l. c., p. 154—159.

$$(42) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \left(\frac{d\,I_0(m_i r)}{dr}\right)_{r=R} + \frac{h}{k} I_0(m_i R) = 0$$

oder

$$(44) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots m_i I_1(m_i R) = \frac{h}{k} I_0(m_i R).$$

Für $x = -\frac{l}{2}$, muss (37) in (51) übergehen, d. h. es muss

$$(52) \quad \ldots\ldots\ldots \varphi_1(r) = \sum_i \left[\alpha_i e^{m_i \frac{l}{2}} + \beta_i e^{-m_i \frac{l}{2}}\right] I_0(m_i r)$$

sein. Dies ist nur möglich, wenn $\varphi_1(r)$ sich in eine Reihe von der Form

$$(53) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \varphi_1(r) = \sum_i a_i I_0(m_i r)$$

darstellen lässt. Ist dies der Fall, so wird a_i durch

$$(56) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots a_i = \frac{2 m_i^2 \int_0^R r\, \varphi_1(r)\, I_0(m_i r)\, dr}{\left(m_i^2 + \frac{h^2}{k^2}\right) R^2 I_0^2(m_i R)}$$

gegeben. Der scheinbare Widerspruch zwischen zwei Grenzbedingungen tritt hier ebenfalls auf, nur mit dem Unterschiede gegen früher, dass die eine der Letzteren nicht für $t = 0$, sondern für $x = -\frac{l}{2}$ erfüllt sein muss und dass es sich eben um ganz andere Reihen handelt. Jedes einzelne Glied V der Reihe (53) genügt der Gleichung (42), welche wir in der Form

$$(42, \text{a}) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \left(\frac{dV}{dr}\right)_{r=R} = -\frac{h}{k}(V)_{r=R}$$

schreiben können. Daraus schien zu folgern, dass nur solche Funktionen $\varphi_1(r)$ sich durch die Reihe (53) darstellen lassen, welche der Bedingung

$$(59) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \left(\frac{d\,\varphi_1(r)}{dr}\right)_{r=R} + \frac{h}{k}\varphi_1(R) = 0$$

genügen. Wie in meiner Arbeit (l. c., p. 16) erwähnt ist, war ich von höchst competenter Seite darauf aufmerksam gemacht worden, dass $\varphi_1(r)$ der Bedingung (59) genügen muss. Nach den obigen Untersuchungen dürfte es angezeigt sein, diese Beschränkung fallen zu lassen. *Die Funktion $\varphi_1(r)$ kann in die Reihe (53) entwickelt werden, ohne der Gleichung (59) zu genügen.* Bezeichnen wir die Reihe rechts in (53) einfach durch $\varphi(r)$, so ist

$$\varphi(r) = \varphi_1(r)$$

für jedes r von $r=0$ bis $r=R$ *inclusive*. Für $r > R$ ist aber $\varphi(r)$ gleich einer anderen Funktion $F(r)$. Der Differentialcoefficient der Reihe $\varphi'(r)$ ist gleich $\varphi_1'(r)$ für jedes r von $r=0$ bis $r=R$ *exclusive*. Für $r > R$ ist $\varphi'(r) = F'(r)$. Bei $r=R$ macht dieser Differentialcoefficient einen Sprung von $\varphi_1'(R)$

zu $F'(R)$ und die Reihe giebt einen Mittelwerth $\varphi'(R)$, welcher gleich $-\frac{h}{k}\varphi(R)$ ist. Die Reihe $\varphi(r)$ genügt also der Bedingung (59), nicht aber die linke Seite $\varphi_1(r)$ von (53). Wir haben ferner $\varphi''(R)=\infty$.

Es genügt, wenn wir die Richtigkeit des zuletzt Gesagten für die zwei speciellen Fälle $\varphi_1(r)=1$ und $\varphi_1(r)=r$ prüfen; dieselben erfüllen die Gleichung (59) *nicht*.

Es sei also zuerst

$$\varphi_1(r)=1.$$

Das in (56) auftretende Integral ist gleich (l. c., p. 17)

$$\int_0^R r\,I_0(m_i r)\,dr = R\,\frac{h}{k}\cdot\frac{I_0(m_i R)}{m_i^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (67).$$

Es ist also

$$a_i = \frac{2\,\frac{h}{k}}{R\left(m_i^2+\frac{h^2}{k^2}\right)I_0(m_i R)} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (a)$$

und

$$1 = \frac{2}{R}\cdot\frac{h}{k}\sum_i \frac{I_0(m_i r)}{\left(m_i^2+\frac{h^2}{k^2}\right)I_0(m_i R)} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (b).$$

Wie früher schreiben wir

$$\varphi(r)=[1]=\frac{2}{R}\,\frac{h}{k}\sum_i \frac{I_0(m_i r)}{\left(m_i^2+\frac{h^2}{k^2}\right)I_0(m_i R)} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (c).$$

Hieraus

$$\varphi''(R)=[1]''=\frac{2}{R}\,\frac{h}{k}\sum_i \frac{m_i^2}{\left(m_i^2+\frac{h^2}{k^2}\right)I_0(m_i R)}\left(\frac{d^2 I_0(m_i r)}{d(m_i r)^2}\right)_{r=R} \quad \ldots\ldots\ldots (d).$$

Nun ist bekanntlich

$$\frac{d\,I_0(z)}{d\,z} = -I_1(z) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (e).$$

Ferner genügen die I den beiden Gleichungen [1])

$$2\,\frac{d\,I_1(z)}{dz} = I_0(z) - I_2(z)$$

$$\frac{2}{z}\,I_1(z) = I_0(z) + I_2(z);$$

durch deren Addition erhalten wir

$$\frac{d\,I_1(z)}{dz} = -\frac{1}{z}\,I_1(z) + I_0(z) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (f).$$

---

1) C. Neumann, Theorie der Bessel'schen Funktionen, Leipzig 1867, p. 20 und 22.

Aus (e) und (f) folgt

$$(g) \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \quad \frac{d^2 I_0(z)}{dz^2} = \frac{1}{z} I_1(z) - I_0(z).$$

Dies giebt

$$\left(\frac{d^2 I_0(m_i r)}{d(m_i r)^2}\right)_{r=R} = \frac{1}{m_i R} I_1(m_i R) - I_0(m_i R);$$

mit Hülfe (44) (in dieser Anmerkung) erhalten wir

$$(h) \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad \left(\frac{d^2 I_0(m_i r)}{dr^2}\right)_{r=R} = - I_0(m_i R) \frac{m_i^2 R^2 - \frac{h}{k} R}{m_i^2 R^2}.$$

Nun giebt (d)

$$(i) \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad \varphi''(R) = [1]'' = - \frac{2h}{R^3 k} \sum_i \frac{m_i^2 R^2 - \frac{h}{k} R}{m_i^2 + \frac{h^2}{k^2}}.$$

Ich hatte gezeigt (l. c., p. 22 und 23), dass angenähert $m_1 R = \sqrt{2 R \frac{h}{k}}$ ist; die ferneren Wurzeln sind: $m_2 R = 3{,}8\ldots$, $m_3 R = 7{,}0\ldots$, $m_4 R = 10{,}1\ldots$, $m_5 R = 13{,}3\ldots$, $m_6 R = 16{,}4\ldots$, $m_7 R = 19{,}6\ldots$ u. s. w. Mit wachsendem i wachsen die $m_i R$ unbegrenzt; die Differenz zweier aufeinanderfolgender Werthe entfernt sich nicht weit von π (l. c., p. 22). Offenbar giebt also (i)

$$\varphi''(R) = -\infty.$$

Setzen wir, zweitens

$$\varphi_1(r) = r.$$

Das in (56) auftretende Integral ist gleich (l. c., p. 18)

$$\int_0^R r^3 I_0(m_i r)\, dr = \frac{m_i R^2 \left(2 + R \frac{h}{k}\right) - 4 R \frac{h}{k}}{m_i^4} I_0(m_i R).$$

Es ist also

$$(k) \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad r = \frac{2}{R^2} \sum_i \frac{m_i^2 R^2 \left(2 + R \frac{h}{k}\right) - 4 R \frac{h}{k}}{m_i^2 \left(m_i^2 + \frac{h^2}{k^2}\right) I_0(m_i R)} I_0(m_i r).$$

Bezeichnen wir wieder die rechte Seite mit $\varphi(r)$, so erhalten wir für $\varphi''(R)$ mit Hülfe von (h) den Werth

$$\varphi''(R) = - \frac{2}{R^4} \sum_i \frac{m_i^2 R^2 \left(2 + R \frac{h}{k}\right) - 4 R \frac{h}{k}}{m_i^2 + \frac{h^2}{k^2}} \cdot \frac{m_i^2 R^2 - R \frac{h}{k}}{m_i^2},$$

d. h.

$$\varphi''(R) = -\infty.$$

Untersuchung des variabelen Zustandes. Wir haben am Anfange dieses Capitels auf eine allgemeine principielle Schwierigkeit, einen scheinbaren Widerspruch in den Grundbedingungen des Problemes hingewiesen und durch genauere Betrachtung von Specialfällen die Schwierigkeit hinweggeräumt. Ueberlegen wir uns aber das gefundene Resultat näher, so überzeugen wir uns leicht, dass dasselbe eine neue Schwierigkeit im Gefolge hat, einen neuen Zweifel an der Richtigkeit der Lösung des eigentlichen Problemes über den *variabelen* Zustand des Körpers. Obwohl es leicht wäre, diese neue Schwierigkeit in allgemeinster Form zu charakterisiren — durch Betrachtung der Gleichungen (59) bis (62) —, so wollen wir uns doch auf den Fall einer Kugel mit concentrischen Isothermen beschränken. Die Verallgemeinerung ergiebt sich dann von selbst.

Wir wollen die Hauptformeln nochmals wiederholen. Die gesuchte Temperatur V hat für jedes t ausser $t = 0$ der Bedingung (67), d. h.

$$\left.\begin{aligned} \frac{d\bar{V}}{dr} &= -b\bar{V} \\ t &> 0 \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (81)$$

zu genügen. Es ist, s. (69) und (68)

$$V = \frac{1}{r}\sum_{n=0}^{\infty} \alpha_n e^{-\frac{\eta_n^2}{R^2}a^2 t} \sin\frac{\eta_n}{R} r \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (81, \text{a}),$$

wo η_n die positiven Wurzeln der Gleichung

$$\frac{\eta}{tg\,\eta} = 1 - bR \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (81, \text{b})$$

bedeuten. Für $t = 0$ muss V gleich $V_0 = f(r)$ werden, wo, s. (70, a)

$$f(r) = \frac{1}{r}\sum_{n=0}^{\infty} \alpha_n \sin\frac{\eta_n}{R} r \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (81, \text{c}).$$

Hier sind die α_n in (71) gegeben.

Die Summe in (81, c) stellt für alle Werthe von r, von $r = 0$ bis $r = R$ *inclusive*, oder für alle Punkte der Kugel vom Centrum bis zur Oberfläche inclusive eine gewisse Funktion dar—eben die gegebene anfängliche Temperaturvertheilung. Diese Funktion genügt allgemein der Bedingung (81) nicht. Die Reihe rechts in (81, c) erfüllt zwar für $r = R$ jene Bedingung (81), wir dürfen aber sagen, dass dies Erfüllen gewissermaassen ein fictives ist. Der Differentialquotient der Reihe macht bei $r = R$ einen Sprung und die neue Reihe giebt für $r = R$ einen Mittelwerth, der nicht gleich $f'(R)$ ist und der Gleichung (81) genügt. Die in der Kugel thatsächlich vorhandene Temperaturvertheilung, die uns allein interessiren

kann und die eine reelle physikalische Bedeutung hat, genügt der Gleichung (81) nicht (ausser bei zufälligen Ausnahmen, die wir jetzt ausschliessen).

Dies führt zu einem naheliegenden Verdachte: sollte nicht vielleicht die Reihe (81, a) ebenfalls der Gleichung (81) nur in fictiver Weise genügen, so zwar, dass sie für alle Werthe von r, von $r = 0$ bis $r = R$ inclusive eine gewisse Funktion V darstellt, welche die factisch vorhandenen Temperaturen definirt, der Bedingung (81) aber nicht genügt?

Falls der Differentialcoefficient der Reihe (81, a) bei $r = R$ einen Sprung macht, und die durch Differentiation entstehende neue Reihe für $r = R$ einen Mittelwerth darstellt, welcher der Gleichung (81) genügt, so wäre die Lösung unserer Aufgabe hinfällig, denn *die physikalischen Grundbedingungen unseres Problemes verlangen, dass die Gleichung (81) durch die Funktion V factisch erfüllt sei.*

Man wird zugeben, dass der Verdacht ein begründeter ist. In der That: bei $t = 0$ ist die Gleichung (81) nur fictiv erfüllt; bei jedem noch so kleinen t muss aber (81) factisch erfüllt sein. Damit also (81, a) wirklich eine Lösung unserer Aufgabe darstelle, müssen folgende Bedingungen erfüllt sein.

Bezeichnen wir die Reihe in (81, a) mit $\varphi(r, t)$, so stellt dieselbe bei $t = 0$ eine Curve dar, welche bei $r = R$ einen Bruch hat. Für jedes noch so kleine $t = \tau$ muss $\varphi(r, \tau)$ eine Curve geben, die bei $r = R$ keinen Bruch hat. Anders ausgedrückt: *der Differentialquotient von φ nach r macht bei $t = 0$ und $r = R$ einen endlichen Sprung. Für jedes noch so kleine $t = \tau$ muss diese Grösse bei $r = R$ stetig bleiben.* Also

$$\text{(81, d)} \quad \begin{cases} \left[\frac{d\varphi(r,t)}{dr}\right]_{t=0,\, r=R} \ldots \text{unstetig} \\ \left[\frac{d\varphi(r,t)}{dr}\right]_{t=\tau,\, r=R} \ldots \text{stetig,} \end{cases}$$

wo τ beliebig klein sein kann.

Noch anders ausgedrückt: *der zweite Differentialquotient von φ nach r wird bei $t = 0$ und $r = R$ unendlich; für jedes noch so kleine $t = \tau$ muss diese Grösse endlich bleiben*, d. h.

$$\text{(81, e)} \quad \begin{cases} \left[\frac{d^2\varphi(r,t)}{dr^2}\right]_{t=0,\, r=R} = \infty \\ \left[\frac{d^2\varphi(r,t)}{dr^2}\right]_{t=\tau,\, r=R} \ldots \text{endlich,} \end{cases}$$

wo τ beliebig klein sein kann.

Ist diese Bedingung nicht erfüllt, so ist die in (81, a) gegebene Lösung des Problemes eine rein fictive.

Da es sich wiederum um eine ganz allgemeine principielle Frage handelt, so genügt es, wenn wir einen oder zwei specielle Fälle betrachten. Wir werden berechtigt sein, dem erhaltenen Resultat eine allgemeine Bedeutung zuzuschreiben.

Wir nehmen also den früher untersuchten Fall

$$f(r) = 1,\ bR = 1.$$

Für (81, c) hatten wir die Reihe (74, a) oder (74, f) erhalten; die η_n sind in (73, a) gegeben. Für die gesuchte variabele Temperaturvertheilung erhalten wir aus (81, a), wenn wir zur Abkürzung

$$e^{-\frac{\pi^2 a^2}{4R^2}} = q \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (82)$$

setzen:

$$V = \frac{1}{r} \cdot \frac{8R^2}{\pi^2} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{q^{(2n+1)^2 t} \sin (2n+1) \frac{\pi r}{2R}}{(2n+1)^2} \quad \ldots\ldots (82, \text{a}).$$

Bezeichnen wir die Summe rechts durch $\varphi(r, t)$; statt $\varphi(r, 0)$ war in (76, b) und folgenden kurz $\varphi(r)$ gesetzt. Bilden wir $\frac{d^2 \varphi(r,t)}{dt^2}$ und richten wir unser Augenmerk nur auf dasjenige Glied, welches bei $t = 0$ und $r = R$ unendlich wird. Es ist dies das letzte Glied in der Formel (76, k). Wir können also schreiben

$$\left(\frac{d^2 \varphi(r,t)}{dt^2}\right)_{t=0} = \text{stets endliche Glieder} - \frac{2}{rR} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \sin (2n+1) \frac{\pi r}{2R}. \quad (82, \text{b})$$

$$\frac{d^2 \varphi(r,t)}{dt^2} = \text{stets endl. Glieder} - \frac{2}{rR} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n q^{(2n+1)^2 t} \sin (2n+1) \frac{\pi r}{2R}. \quad (82, \text{c}).$$

Für $r = R$ wird das letzte Glied in (82, b) gleich

$$-2 \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^{2n} = \infty,$$

in (82, c) dagegen gleich

$$-2 \sum_{n=0}^{\infty} q^{(2n+1)^2 t} = -2 \left\{ q^t + q^{9t} + q^{25t} + q^{49t} + \ldots \right\} \quad \ldots\ldots (82, \text{d}).$$

Diese Reihe ist für jedes noch so kleine t eine endliche Grösse. Nach Jacobi's Bezeichnung ist bekanntlich $1 + 2q + 2q^4 + 2q^9 + 2q^{16} + \ldots = \theta(K)$. Setzen wir unser q^t gleich dem Jacobi'schen q, so wird (82, d) gleich $\theta(0) - \theta\left(\frac{K}{2}\right)$.

Die Bedingung (81, e) ist also thatsächlich erfüllt.

Betrachten wir noch den ersten Differentialquotienten. Derselbe ist für $t=0$ in (76, g) gegeben. Die kritische Grösse, welche bei $r=R$ einen Sprung macht, ist, wie man aus (76, i) sieht, die Summe

$$(82,\text{e}) \quad \left\{ \begin{array}{l} \cos x - \frac{\cos 3x}{3} + \frac{\cos 5x}{5} - \frac{\cos 7x}{7} \ldots\ldots = \\ x = \frac{\pi r}{2R} \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} \frac{\pi}{4} \ldots 0 < x < \frac{\pi}{2} \\ 0 \ldots x = \frac{\pi}{2} \\ -\frac{\pi}{4} \ldots \frac{\pi}{2} < x < \pi. \end{array} \right.$$

Für t nicht gleich Null wird dieselbe gleich

$$(82,\text{f}) \quad q^t \cos x - \tfrac{1}{3} q^{9t} \cos 3x + \tfrac{1}{5} q^{25t} \cos 5x - \tfrac{1}{7} q^{49t} \cos 7x + \ldots\ldots$$

Die Reihe (82, e) ist für jedes $r < R$ gleich $\frac{\pi}{4}$, auch wenn r sehr nahe gleich R, x also nahe gleich $\frac{\pi}{2}$ ist. In diesem Falle ist $\cos x$ eine sehr kleine Grösse und wenn die Summe (82, e) trotzdem gleich $\frac{\pi}{4}$ ist, so ist das so zu verstehen, dass die entfernten Glieder eine sehr wichtige Rolle spielen. Sowie aber t von Null verschieden wird, verschwinden, wegen der enormen Convergenz der Reihe (82, f) gerade die entfernten Glieder am ehesten und mit wachsendem t wird der Werth dieser Reihe durch eine immer kleinere Zahl seiner *ersten* Glieder bestimmt. Hierin liegt der thatsächliche Hintergrund des Factums, dass der Charakter des ersten Differentialquotienten einer wesentlichen Aenderung unterworfen wird, sobald t von Null verschieden wird. Der scharfe Bruch in der Curve (bei $r=R$), welche durch die Reihe (82, a) bei $t=0$ dargestellt wird, verschwindet also in der That, sobald t von Null verschieden wird. Nehmen wir, zweitens

$$f(r) = r,\ bR = 1.$$

Die Reihe bei $t=0$ ist in (79, a) gegeben. Die allgemeine, (81, a) entsprechende Lösung ist also

$$(82,\text{g}) \quad V = \frac{1}{r} \cdot \frac{16}{\pi^2} R^2 \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{q^{(2n+1)^2 t} \sin (2n+1) \frac{\pi r}{2R}}{(2n+1)^2} - \frac{1}{r} \cdot \frac{32 R^2}{\pi^3} \sum_{n=0}^{\infty} q^{(2n+1)^2 t} \frac{\sin (2n+1) \frac{\pi r}{2R}}{(2n+1)^3}.$$

Bilden wir den zweiten Differentialquotienten der rechten Seite, so erhalten wir bei $t=0$ ein Glied, welches die in (82, b) gegebene Summe enthält, s. (79, c), also unendlich wird, während es bei $t>0$ endlich bleibt.

Dass für $f(r)=1$ und $f(r)=r$ das eben Gesagte auch *bei beliebigem* bR gilt, sieht man sofort aus der Gleichung (80, e). Das kritische Glied im Ausdruck des zweiten Differentialquotienten enthält bei $t=0$ und $r=R$ die Summe

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\eta_n^2 n}{\eta_n^2 - bR(1-bR)} = \infty.$$

Bei $t > 0$ erhalten wir statt derselben die Summe

$$\sum_{n=0}^{\infty} q^{(2n+1)^2 t} \frac{\eta_n^2}{\eta_n^2 - bR(1-bR)},$$

deren Glieder bei grossem n sich nicht wesentlich von denen der Summe in (82, d) unterscheiden und die unzweifelhaft endlich ist.

Der oben ausgesprochene Verdacht erweist sich also als unbegründet. Die durch (81, a) gegebene Temperaturvertheilung in der Kugel genügt thatsächlich der Gleichung (81), die Bedingung (81, d) oder (81, e) ist factisch erfüllt.

Wir wollen den Ausdruck (82, g) genauer untersuchen, um uns über den Modus der Abkühlung eine genauere Vorstellung bilden zu können und zwar für den Fall, dass im Moment, wo die Kugel sich selbst überlassen wurde, die Temperatur *gegen die Oberfläche hin ansteigt*, also $\frac{dV}{dr}$ positiv ist. Einen solchen Fall werden wir im nächsten Capitel zu betrachten haben.

Während der Abkühlung wird $\frac{dV}{dr}$ an der Oberfläche selbst, wie wir gesehen haben, unzweifelhaft sofort negativ. Aber auch für innere Punkte der Kugel muss $\frac{dV}{dr}$ negativ werden, damit ein Ausströmen der Wärme möglich ist. Je näher der Punkt zur Kugeloberfläche liegt, desto schneller ist die Zeichenumkehr von $\frac{dV}{dr}$ zu erwarten. Wir wollen nun sehen, wie diese Zeichenumkehr durch die betreffenden Formeln ausgedrückt wird.

Setzen wir

$$\xi = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi r}{2R}, \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (83)$$

so ist für Punkte nahe an der Oberfläche ξ eine sehr kleine Grösse. Für $\frac{dV}{dr}$ erhalten wir aus (82, g) den Ausdruck

$$\left.\begin{aligned} \frac{dV}{dr} = &- \frac{16R^2}{r^2\pi^2} \sum_{n=0}^{\infty} q^{(2n+1)^2 t} \frac{\cos(2n+1)\xi}{(2n+1)^2} + \frac{32R^2}{r^2\pi^3} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n q^{(2n+1)^2 t} \frac{\cos(2n+1)\xi}{(2n+1)^3} + \\ &+ \frac{8R}{r\pi} \sum_{n=0}^{\infty} q^{(2n+1)^2 t} \frac{\sin(2n+1)\xi}{2n+1} - \frac{16R}{r\pi^2} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n q^{(2n+1)^2 t} \frac{\sin(2n+1)\xi}{(2n+1)^2} \end{aligned}\right\} . \quad (83, a).$$

Man überzeugt sich leicht, dass bei $t = 0$ diese vier Reihen für jedes ξ zwischen Null und $\frac{\pi}{2}$ den Werth

$$\left(\frac{dV}{dr}\right)_{t=0} = 1 \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (83, b)$$

ergeben, entsprechend dem anfänglichen Werth von $V = r$. Es ist nämlich bei $t = 0$ die erste Summe in (83, a) gleich $\frac{\pi}{8}(\pi - 2\xi) = \frac{\pi^2 r}{8R}$; die zweite Summe ist gleich $\frac{\pi}{8}(\pi^2 - \xi^2) = \frac{\pi^3 r(2R - r)}{32 R^2}$; die dritte ist gleich $\frac{\pi}{4}$ und die vierte gleich $\frac{\pi}{4}\xi = \frac{\pi^2(R - r)}{8R}$. Dies eingesetzt, giebt in der That den Werth (83, b).

Ist $t = 0$, so spielen in den obigen vier Reihen Glieder mit hohem n noch eine sehr bedeutende Rolle; dies bezieht sich besonders auf die dritte Reihe, deren Summe für jedes noch so kleine ξ doch gleich $\frac{\pi}{4}$ wird. Sowie aber t von Null verschieden wird, fangen die entfernteren Glieder mit enormer Geschwindigkeit an der Null zuzustreben; je grösser t ist, desto kleiner ist die Anzahl der ersten nicht verschwindend kleinen Glieder in jenen Reihen.

Für $t > 0$ kann (83, a) in folgende Form gebracht werden:

$$(83,b) \quad \left\{ \begin{aligned} \frac{dV}{dr} = &- \frac{8R}{\pi r} q^t \left(1 - \frac{2}{\pi}\right) \left\{ \frac{2R}{\pi r} \cos\xi - \sin\xi \right\} - \\ &- \frac{8R}{\pi r} \frac{q^{9t}}{3} \left(1 + \frac{2}{\pi}\right) \left\{ \frac{2R}{\pi r} \cdot \frac{\cos 3\xi}{3} - \sin 3\xi \right\} - \\ &- \frac{8R}{\pi r} \frac{q^{25t}}{5} \left(1 - \frac{2}{\pi}\right) \left\{ \frac{2R}{\pi r} \cdot \frac{\cos 5\xi}{5} - \sin 5\xi \right\} - \\ &- \frac{8R}{\pi r} \frac{q^{49t}}{7} \left(1 + \frac{2}{\pi}\right) \left\{ \frac{2R}{\pi r} \cdot \frac{\cos 7\xi}{7} - \sin 7\xi \right\} - \\ &- \ldots\ldots\ldots \end{aligned} \right.$$

Nehmen wir nun einen Punkt sehr nahe der Oberfläche, so ist ξ ein sehr kleiner Winkel und es wird eine grosse Anzahl von Gliedern in (83, b) negativ sein; ist nun t so gross, dass die noch weiteren Glieder vernachlässigt werden können, so ist also $\frac{dV}{dr}$ bereits negativ geworden. Je näher der Punkt zur Oberfläche liegt, desto früher findet der Zeichenwechsel von $\frac{dV}{dr}$ statt. Für einen Punkt, dessen $r = 0{,}99\,R$ ist, sind die ersten zehn Glieder von (83, b) bereits negativ; das nächste Glied enthält den Faktor $q^{441\,t}$; der Zeichenwechsel muss relativ viel früher stattfinden, als zu einer Zeit, wo dies Glied vernachlässigt werden darf.

In grösserer Tiefe findet der Zeichenwechsel später statt.

An der Oberfläche ist

$$\left(\frac{dV}{dt}\right)_{r=R} = -\frac{4a^2}{R}\left\{\left(1 - \frac{2}{\pi}\right)q^t + \left(1 + \frac{2}{3\pi}\right)q^{9t} + \left(1 - \frac{2}{5\pi}\right)q^{25\,t} + \left(1 + \frac{2}{7\pi}\right)q^{49t} + \ldots\right\},$$

also *negativ für jedes t*. Im Innern wird dagegen die Temperatur zuerst steigen und dann fallen. Setzt man voraus, dass das Maximum der Temperatur im Kugelcentrum zu einer Zeit τ erreicht wird, wo $q^{49\tau}$ bereits vernachlässigt werden kann, so erhält man

$$q^{\tau} = \sqrt[8]{\frac{\pi - 2}{3\pi + 2}}.$$

Wir wollen zum Schluss noch eine Bemerkung *über die mittlere Temperatur der sich abkühlenden Kugel* machen und zwar für ein beliebiges bR. Aus (81, a) finden wir die mittlere Temperatur V_m der Kugel

$$V_m = 3b \sum_{n=0}^{\infty} \alpha_n e^{-\frac{\eta_n^2}{R^2} a^2 t} \frac{\sin \eta_n}{\eta_n^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (84).$$

An der *Oberfläche* haben wir die Temperatur

$$\overline{V} = \frac{1}{R} \sum_{n=0}^{\infty} \alpha_n e^{-\frac{\eta_n^2}{R^2} a^2 t} \sin \eta_n \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (84, a).$$

Im *Kugelcentrum*

$$V_c = \frac{1}{R} \sum_{n=0}^{\infty} \alpha_n e^{-\frac{\eta_n^2}{R^2} a^2 t} \cdot \eta_n \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (84, b).$$

Aus (84) erhalten wir für die Abkühlungsgeschwindigkeit der Kugel

$$\frac{dV_m}{dt} = -\frac{3ba^2}{R^2} \sum_{n=0}^{\infty} \alpha_n e^{-\frac{\eta_n^2}{R^2} a^2 t} \sin \eta_n$$

oder

$$\frac{dV_m}{dt} = -\frac{3ba^2}{R} \overline{V}.$$

Nun war $b = \frac{h}{k}$, $a^2 = \frac{k}{\delta\gamma}$; also ist

$$\frac{dV_m}{dt} = -\frac{3h}{\delta\gamma R} \overline{V} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (84, c)$$

übereinstimmend mit (24, b) und Satz C, Capitel II.

Dagegen ist die Abkühlungsgeschwindigkeit $\frac{dV_m}{dt}$ *nicht proportional der augenblicklichen mittleren Temperatur der Kugel. Dies bezieht sich ganz besonders auf den Anfangsmoment* $t = 0$. Hat die Abkühlung einige Zeit gedauert, so kann man sich je mit dem ersten Gliede der obigen Reihen begnügen und erhält

$$\left.\begin{aligned} V_m &= 3b\alpha_0 e^{-\frac{\eta_0^2}{R^2} a^2 t} \frac{\sin \eta_0}{\eta_0^2} \\ \overline{V} &= \frac{1}{R} \alpha_0 e^{-\frac{\eta_0^2}{R^2} a^2 t} \sin \eta_0 \\ V_c &= \frac{1}{R} \alpha_0 e^{-\frac{\eta_0^2}{R^2} a^2 t} \eta_0 \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (84, d).$$

Also

$$(84, e) \quad \frac{V_c}{\bar{V}} = \frac{\eta_0}{\sin \eta_0}$$

Für den Fall $bR = 1$ haben wir $\eta_0 = \frac{\pi}{2}$, also

$$(84, f) \quad \begin{cases} V_c = \frac{\pi}{2} \bar{V} \\ V_m = \frac{12}{\pi^2} \bar{V} \\ V_c = \frac{\pi^3}{24} V_m. \end{cases}$$

Capitel V.

Ueber die Abkühlung einer schwarzen, bis zum stationären Zustand einseitig bestrahlten Kugel.

Im Capitel III haben wir den stationären Zustand einer einseitig bestrahlten schwarzen Kugel bestimmt; derselbe war durch die Formel (40), (41) oder (51) bestimmt. Wird der einseitige Wärmestrom unterbrochen, so tritt ein variabeler Zustand ein, den wir jetzt untersuchen wollen. Die Wärmevertheilung (40) wollen wir dabei als Anfangszustand durch V_0 bezeichnen, es ist also

$$(85) \quad V_0 = f(r, \varphi) = Rc \sum_{n=0}^{\infty} \frac{h_n}{n + bR} \frac{r^n}{R^n} P_n(\cos \varphi).$$

Auf der vorderen Seite ist an der Oberfläche (wenigstens in den mittleren Theilen) $\frac{dV_0}{dr}$ sicher positiv; die Bedingung (81) wird im Anfangszustand nicht erfüllt, da (27, b) gilt. Dies der Grund, woher das vorige Capitel eingeschoben wurde; die daselbst erhaltenen Resultate werden in ihren charakteristischen Grundzügen auch hier gelten und wir können die bekannten von Poisson gegebenen Methoden ruhig anwenden.

Wir betrachten den variabelen Zustand der Abkühlung früher, als den der Erwärmung aus Gründen, die im nächsten Capitel einleuchten werden.

Poisson hat gelehrt, den variabelen Temperatur-Zustand einer Kugel zu bestimmen. Es handelt sich aber in unserem Falle erstens um einen Specialfall (V unabhängig von ψ) und zweitens werden wir einen Ausdruck zu berechnen haben, der von Poisson nur symbolisch bezeichnet wurde, von Heine in der 2. Aufl. seiner «Kugelfunktionen» zwar angegeben ist, aber ohne Hinweis auf die Methode der Ableitung.

Die Gleichung (59) nimmt in unserem Falle die Form

$$r^2 \frac{dV}{dt} = a^2 \left[r \frac{d^2(rV)}{dr^2} + \frac{1}{\sin\varphi} \frac{d\left(\sin\varphi \frac{dV}{d\varphi}\right)}{d\varphi} \right] \quad \ldots\ldots\ldots (85, \text{a})$$

an.

An der Oberfläche ($r = R$) muss

$$\frac{dV}{dr} = -bV \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (85, \text{b})$$

sein und für $t = 0$ soll sich V in $f(r, \varphi)$ verwandeln:

$$(V)_{t=0} = V_0 = f(r, \varphi) = Rc \sum_{n=0}^{\infty} \frac{h_n}{n + bR} \cdot \frac{r^n}{R^n} P_n(\cos\varphi) \quad \ldots\ldots (85, \text{c}).$$

Hier ist $a^2 = \frac{k}{\delta\gamma}$, $b = \frac{h}{k}$ und h_n in (33, c, d) und (34) gegeben.

Setzen wir

$$V = \sum_n G_n(r, t)\, P_n(\cos\varphi), \quad \ldots\ldots\ldots (85, \text{d})$$

dann

$$G_n(r, t) = N_n(t)\, L_n(r) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (85, \text{e})$$

und zuletzt

$$L_n(r) = \frac{1}{r} M_n(r), \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (85, \text{f})$$

so ist

$$N_n(t) = e^{-\frac{a^2 m^2}{R^2} t}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (85, \text{g})$$

wo m eine vorläufig unbestimmte Grösse, und M_n welches der Gleichung

$$\frac{d^2 M_n}{dr^2} + \left(\frac{m^2}{R^2} - \frac{n(n+1)}{r^2} \right) M_n = 0 \quad \ldots\ldots\ldots (85, \text{h})$$

genügt, kann in die Form

$$M_n(r) = \frac{r^{n+1}}{R^{n+1}} \int_0^{\pi} \cos\left(m \frac{r}{R} \cos\theta\right) \sin^{2n+1}\theta \, d\theta \quad \ldots\ldots\ldots (85, \text{i})$$

gebracht werden. Es ist

$$M_0(r) = \frac{2 \sin m \frac{r}{R}}{m} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (85, \text{k}).$$

Der Bedingung (85, b) wird genügt, wenn die Gleichung

$$(85,\mathrm{l}) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots R\left(\frac{d M_n(r)}{dr}\right)_{r=R} = (1 - bR) M_n(R)$$

erfüllt ist. Bezeichnen wir die positiven Wurzeln dieser transcendenten Gleichung durch

$$(85,\mathrm{m}) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots m_{n,1}\, m_{n,2}\, m_{n,3} \ldots m_{n,i} \ldots\ldots$$

Für $n = 0$ giebt (85, k)

$$\frac{m}{tg\, m} = 1 - bR$$

identisch mit (68). Es ist also bei $n = 0$

$$(85,\mathrm{n}) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots m_{0,i} = \eta_i$$

und für den Specialfall

$$(85,\mathrm{o}) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \begin{cases} bR = 1 \\ m_{0,i} = (2i + 1)\frac{\pi}{2} \end{cases}$$

s. (73, a). In (85, g und i) haben wir für m der Reihe nach die Wurzeln (85, m) einzusetzen. Dann giebt (85, d) die allgemeine Lösung der Gleichung (85, a) und (85, b):

$$(86) \quad \ldots\ldots\ldots V = \frac{1}{r}\sum_{n=0}^{\infty} P_n(\cos\varphi) \sum_{i=1}^{\infty} C_{n,i}\, e^{-\frac{a^2 m^2_{n,i}}{R^2} t} M_{n,i}(r).$$

Hier bedeutet $M_{n,i}$ die Funktion, welche man erhält, wenn man in (85, i) für m die i-te Wurzel $m_{n,i}$ der Gleichung (85, l) einsetzt.

Um noch die Bedingung (85, c) zu erfüllen, muss $V_0 = f(r, \varphi)$ in eine Reihe von der Form

$$(86,\mathrm{a}) \quad \ldots\ldots\ldots V_0 = f(r,\varphi) = \sum_{n=0}^{\infty} P_n(\cos\varphi) \cdot \sum_{i=1}^{\infty} C_{n,i} \frac{M_{n,i}(r)}{r}$$

zerlegt werden. Dies giebt die Coefficienten $C_{n,i}$ in (86). Wir können (85, c) in der Form

$$(86,\mathrm{b}) \quad \ldots\ldots V_0 = f(r,\varphi) = \sum_{n=0}^{\infty} g_n \frac{r^n}{R^n} P_n(\cos\varphi) = \sum_{n=0}^{\infty} P_n(\cos\varphi) \cdot Z_n(r)$$

schreiben, wo also

$$\left.\begin{aligned} Z_n &= \vartheta_n \frac{r^n}{R^n} \\ \vartheta_n &= \frac{R\,c\,h_n}{n + bR} \end{aligned}\right\} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (86, c$$

$$\vartheta_0 = \frac{c}{4\,b} \quad \ldots \ldots \quad (86, d).$$

Die Gleichungen (86, a und b) zeigen, dass wir die Zerlegung

$$Z_n(r) = \sum_{i=1}^{\infty} C_{n,i} \frac{M_{n,i}(r)}{r} \quad \ldots \ldots \quad (86, e)$$

aufzusuchen haben.

Aus der Gleichung (85, h) folgt

$$\int_0^R M_{n,i}(r)\, M_{n,k}(r)\, dr = R^2 \frac{\int_0^R \left\{ M_{n,k} \frac{d^2 M_{n,i}}{dr^2} - M_{n,i} \frac{d^2 M_{n,k}}{dr^2} \right\} dr}{m_k^2 - m_i^2}.$$

Durch partielle Integration erhalten wir

$$\int_0^R M_{n,i}(r)\, M_{n,k}(r)\, dr = R^2 \frac{M_{n,k}(R)\left(\frac{d\,M_{n,i}}{dr}\right)_{r=R} - M_{n,i}(R)\left(\frac{d\,M_{n,k}}{dr}\right)_{r=R}}{m_k^2 - m_i^2} \quad \ldots \quad (86, f).$$

(85, l) zeigt, dass

$$\left.\begin{aligned} \int_0^R M_{n,i}(r)\, M_{n,k}(r)\, dr &= 0 \\ i &\gtrless k \end{aligned}\right\} \quad \ldots \ldots \quad (86, g)$$

ist. Für $k = i$, sei

$$\int_0^R |M_{n,i}(r)|^2\, dr = J_{n,i} \quad \ldots \ldots \quad (86, h).$$

Der Werth einer, dem $J_{n,i}$ analogen Grösse, ist von Poisson und Anderen angegeben. Es handelt sich aber dort um die Berechnung des betreffenden Integrales von der Form (86, h) für den Fall, dass die $m_{n,i}$ nicht der Gleichung (85, l), sondern der viel einfacheren

$$M_n(r) = 0$$

zu genügen haben[1]). Es ist dies das Problem, wo die Temperatur an der Oberfläche nicht

1) S. auch Riemann, l. c., p. 175; Otto Baer «Bewegung der Wärme in einer homogenen Kugel», Berlin 1878, p 25.

der Gleichung (85, b) zu genügen, sondern für alle t vorgeschriebene Werthe zu erhalten hat. In unserem Falle, wo die $m_{n,i}$ Wurzeln der Gleichung (85, l) sind, ist der Werth von $\mathcal{J}_{n,i}$ von Heine[1]) ohne Ableitung angegeben und zwar

$$(87) \quad \ldots \quad \mathcal{J}_{n,i} = \int_0^R [M_{n,i}(r)]^2 \, dr = \frac{[M_{n,i}(R)]^2 R}{2 m^2_{n,i}} \left\{ m^2_{n,i} - n(n+1) - bR(1-bR) \right\}.$$

Es dürfte nicht überflüssig sein, die Ableitung von (87) hier anzugeben. Für $k = i$ wird die rechte Seite von (86, f) unbestimmt. Wir differenziren Zähler und Nenner nach m_k und setzen dann $k = i$. So wird, wenn wir, wie früher, durch einen oberen Horizontalstrich bezeichnen, dass die betreffende Grösse für $r = R$ zu nehmen ist:

$$(88) \quad \ldots \quad \mathcal{J}_{n,i} = \frac{R^2}{2 m_{n,i}} \left\{ \frac{d M_{n,k}(R)}{d m_{n,k}} \cdot \frac{d \overline{M_{n,i}(r)}}{dr} - M_{n,i}(R) \frac{d^2 \overline{M_{n,k}(r)}}{dr \, d m_{n,k}} \right\} k = i.$$

Setzen wir zur Abkürzung

$$(88, a) \quad \ldots \quad \begin{cases} \int_0^\pi \sin(m \cos\theta) \sin^{2n+1}\theta \cdot \cos\theta \, d\theta = A_m \\ \int_0^\pi \cos(m \cos\theta) \sin^{2n+1}\theta \cdot \cos^2\theta \cdot d\theta = B_m, \end{cases}$$

so erhalten wir durch Einsetzen von (85, i) in (85, l)

$$(88, b) \quad \ldots \quad A_m = \frac{n + bR}{m} M_n(R)$$

und durch Einsetzen von (85, i) in (85, h) und Benutzung der Formel (88, b)

$$(88, c) \quad \ldots \quad B_m = \frac{m^2 - 2(n+1)(n+bR)}{m^2} M_n(R).$$

Mit Hülfe der so gefundenen Werthe von A_m und B_m finden wir aus (85, i)

$$\left(\frac{d M_{n,k}(r)}{d m_{n,k}} \right)_{r=R} = - \frac{n + bR}{m_{n,k}} M_{n,k}(R)$$

$$\left(\frac{d^2 M_{n,k}(r)}{dr \, d m_{n,k}} \right)_{r=R} = - \frac{m^2_{n,k} - n(n+bR)}{R \, m_{n,k}} M_{n,k}(R).$$

Ausserdem ist, aus (85, l),

$$\left(\frac{d M_{n,i}(R)}{dr} \right)_{r=R} = \frac{1 - bR}{R} M_{n,i}(R).$$

1) Heine, Kugelfunktionen, 2. Aufl., Bd. II, p. 215 und 325.

Setzt man die letzten drei Ausdrücke in (88) und macht $k = i$, so erhält man in der That (87), welche Formel für $n = 0$ richtig bleibt, wie man sich mit Hülfe von (85, k) auf kürzerem Wege überzeugen kann.

(86, g) und (86, h) geben für die Coefficienten $C_{n,i}$ der Reihe (86, e) in bekannter Weise den Ausdruck

$$C_{n,i} = \frac{\int_0^R M_{n,i}(\varrho)\, Z_n(\varrho)\, \varrho\, d\varrho}{J_{n,i}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (89).$$

In unserem Falle war $Z_n(\varrho) = g_n \frac{\varrho^n}{R^n}$, s. (86, e); wir haben also das Integral

$$H_{n,i} = \int_0^R M_{n,i}(\varrho)\, \varrho^{n+1}\, d\varrho \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (89, a)$$

auszurechnen. Aus (85, h) erhalten wir

$$\int_0^R \frac{d^2 M_n(\varrho)}{d\varrho^2}\, \varrho^{n+1}\, d\varrho + \frac{m^2}{R^2} \int_0^R M_n(\varrho).\, \varrho^{n+1}\, d\varrho - n\,(n+1) \int_0^R M_n(\varrho)\, \varrho^{n-1}\, d\varrho = 0.$$

Durch partielle Integration des ersten Gliedes und Benutzung von (85, l) erhalten wir

$$H_{n,i} = \frac{R^{n+2}\, M_{n,i}(R)}{m^2_{n,i}} \left\{ n(n+1) - (1 - bR) \right\} \quad \ldots\ldots \quad (89, b).$$

Dieser Werth gilt nicht mehr bei $n = 0$; (85, k) giebt

$$H_{o,i} = \frac{R^2\, M_{o,i}(R)}{m^2_{o,i}}\, bR \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (89, c).$$

Es ist also das Glied $n\,(n+1)$ in (89, b) bei $n = 0$ durch Eins zu ersetzen. Man kann, s. (85, k) und (85, n) auch schreiben

$$H_{o,1} = \frac{2\, R^2 \sin \eta_i}{\eta_i^3}\, bR \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (89, d).$$

Für $bR = 1$ wird

$$H_{o,i} = \frac{(-1)^n\, 16\, R^2}{\pi^3 (2i+1)^3} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (89, e).$$

Da $H_{n,i}$ gefunden ist, so erhalten wir sofort $C_{n,i}$ und damit das gesuchte V in (86) und zwar

$$V = \frac{2R}{r} \sum_{n=0}^{\infty} g_n P_n(\cos\varphi) \sum_{i=1}^{\infty} \frac{M_{n,i}(r)}{M_{n,i}(R)}\, e^{-\frac{a^2 m^2_{n,i}}{R^2} t}\, \mathfrak{S}_{n,i} \quad \ldots\ldots \quad (90)$$

$$(91) \quad \left\{ \begin{array}{l} \mathfrak{S}_{n,i} = \dfrac{n(n+1) - (1-bR)}{\eta^2_{n,i} - n(n+1) - bR(1-bR)} \\ \mathfrak{S}_{0,i} = \dfrac{bR}{\eta^2_{i,i} - bR(1-bR)}. \end{array} \right.$$

Bei $t = 0$ ist die Mitteltemperatur der ganzen Kugel $V_{0,m}$, zugleich die Mitteltemperatur einer jeden Oberfläche $r =$ Const. und die Temperatur des Centrums

$$(92) \quad V_{0,m} = g_0 = \frac{c}{4\,b},$$

wie man aus (86, d) und (42) sieht. In den weiteren Formeln wollen wir die Grösse g_0, die anfängliche Temperatur der Kugel, festhalten, ohne ihren Werth einzusetzen.

Für *die Mitteltemperatur $V_{m,r}$ der Oberfläche $r =$ Const.* zur Zeit t erhalten wir aus (90), s. (85, k) und (85, n)

$$(92,\text{a}) \quad V_{m,r} = 2\,g_0\,bR^2 \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\sin \eta_i \frac{r}{R}}{r \sin \eta_i} \cdot \frac{e^{-\frac{a^2 \eta_i^2}{R^2} t}}{\eta_i^2 - bR(1-bR)}.$$

An der Oberfläche haben wir die Mitteltemperatur

$$(92,\text{b}) \quad V_{m,R} = 2\,g_0\,bR \sum_{i=1}^{\infty} \frac{e^{-\frac{a^2 \eta_i^2}{R^2} t}}{\eta_i^2 - bR(1-bR)}$$

und *im Centrum*

$$(92,\text{c}) \quad V_c = 2\,g_0\,bR \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\eta_i}{\sin \eta_i} \cdot \frac{e^{-\frac{a^2 \eta_i^2}{R^2} t}}{\eta_i^2 - bR(1-bR)}.$$

Die Mitteltemperatur V_m der ganzen Kugel ist

$$(93) \quad V_m = 6\,g_0\,b^2 R^2 \sum_{i=1}^{\infty} \frac{e^{-\frac{a^2 \eta_i^2}{R^2} t}}{\eta_i^2 [\eta_i^2 - bR(1-bR)]}.$$

Für $t = 0$ müssen die letzten vier Formeln die Grösse $V_{0,m} = g_0$ geben. Es dürfte nicht überflüssig sein dies wenigstens für den Fall $bR = 1$ zu verificiren. In diesem Falle sind die η_i in (73, a) gegeben.

Es muss also sein (wir kürzen g_0):

$$1 = \frac{8R}{\pi^2 r} \sum_{i=1}^{\infty} (-1)^i \frac{\sin (2i+1) \frac{\pi r}{2R}}{(2i+1)^2}, \text{ s. (76, a)}$$

$$1 = \frac{8}{\pi^2} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{(2i+1)^2}, \text{ d. h. } \frac{\pi^2}{8} = \frac{1}{1^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{5^2} \ldots +$$

$$1 = \frac{4}{\pi} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2i+1}, \text{ d. h. } \frac{\pi}{4} = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} \ldots -$$

$$1 = \frac{96}{\pi^4} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{(2i+1)^4}, \text{ s. Euler «Einl. in d. Anal.» Berlin 1885, p. 140.}$$

Alle diese Formeln sind in der That richtig, wie man aus den beigefügten Hinweisen sieht.

Aus (93) erhalten wir

$$\frac{dV_m}{dt} = -6 g_o a^2 b^2 \sum_{i=1}^{\infty} \frac{e^{-\frac{a^2 \eta_i^2}{R^2} \cdot t}}{\eta_i^2 - bR(1-bR)} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (93, \text{a}).$$

Vergleicht man dies mit (92, b), so findet man

$$\frac{dV_m}{dt} = -\frac{3 a^2 b}{R} V_{m,R}$$

oder $\left(b = \frac{h}{k},\ a^2 = \frac{k}{\delta\gamma}\right)$

$$\frac{dV_m}{dt} = -\frac{3 h}{\delta\gamma R} V_{m,R} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (93, \text{b})$$

übereinstimmend mit (24, b) und Satz C, Cap. II.

Dagegen ist die Abkühlungsgeschwindigkeit $\frac{dV_m}{dt}$ nicht proportional der Mitteltemperatur der Kugel.

Im ersten Augenblick ist die Abkühlungsgeschwindigkeit

$$\left(\frac{dV_m}{dt}\right)_{t=0} = -\frac{3 a^2 b}{R} g_o = -\frac{3 h}{\delta\gamma R} g_o \quad \ldots\ldots\ldots \quad (93, \text{c}).$$

Für ein grosses t können wir uns mit den ersten Gliedern der obigen Reihen begnügen und erhalten: *spätere Mitteltemperatur der Kugel*

$$V_m = 6 g_o b^2 R^2 \frac{e^{-\frac{a^2 \eta_1^2}{R^2} t}}{\eta_1^2 [\eta_1^2 - bR(1-bR)]}; \quad \ldots\ldots\ldots \quad (93, \text{d})$$

spätere Abkühlungsgeschwindigkeit

$$(93, e) \quad \frac{dV_m}{dt} = -6 g_o a^2 b^2 \frac{e^{-\frac{a^2 \eta_1^2}{R^2} t}}{\eta_1^2 - bR(1-bR)}.$$

Dies giebt

$$(93, f) \quad \frac{dV_m}{dt} = -\frac{\eta_1^2}{3bR} \cdot \frac{3h}{\delta \gamma R} V_m.$$

Während also für $t = 0$ die Abkühlungsgeschwindigkeit der Kugel $\frac{dV_m}{dt}$ proportional war der augenblicklichen Anfangstemperatur g_o der Kugel, wird für $t > 0$ die Geschwindigkeit $\frac{dV_m}{dt}$ eine Zeit lang der Kugeltemperatur nicht proportional sein. Später stellt sich zwar die Proportionalität wieder ein, doch ist der Proportionalitätsfaktor ein anderer geworden und zwar ist er gleich dem Werth bei $t = 0$, multiplicirt mit

$$(94) \quad \lambda = \frac{\eta_1^2}{3bR},$$

wo η_1 die kleinste Wurzel der Gleichung

$$\frac{\eta}{tg\,\eta} = 1 - bR.$$

Für ein sehr kleines bR ist $\eta_1^2 = 3bR$, also

$$(95) \quad \lambda = 1.$$

Für $bR = 1$ ist $\eta_1 = \frac{\pi}{2}$ und

$$(95, a) \quad \lambda = \frac{\pi^2}{12} = 0{,}82247.$$

In Bezug auf die durch (90) gegebene variabele Temperaturvertheilung lässt sich folgende Bemerkung knüpfen. In der Reihe (90) wird ebenso wie in (41) nur das zweite Glied sein Vorzeichen ändern, wenn wir, ohne r zu ändern π-φ statt φ setzen. *Man überzeugt sich hieraus leicht, dass der pag. 24 gegebene Satz über die Temperaturdifferenz correspondirender Punkte auch während des variabelen Zustandes in allen Theilen richtig bleibt.*

Capitel VI.

Ueber den variabelen Temperaturzustand einer schwarzen Kugel während ihrer Erwärmung durch einseitige Bestrahlung.

Die schwarze Kugel habe zur Zeit $t = 0$ die Temperatur $V = 0$ und werde von einseitigen Strahlen getroffen. Es soll der variabele Zustand der allmähligen Erwärmung bestimmt werden. Die Temperatur V eines Punktes, als Funktion von r, φ und t hat folgenden Bedingungen zu genügen:

$$r^2 \frac{dV}{dt} = a^2 D^2 V \quad \ldots \quad (96, \text{a})$$

$$(V)_{t=0} = 0 \quad \ldots \quad (96, \text{b})$$

$$\frac{d\bar{V}}{dr} = -b\bar{V} + cf(\cos\varphi), \quad \ldots \quad (96, \text{c})$$

wo $f(\cos\varphi)$ durch (29) definirt, in (35) gegeben war. Wir setzen

$$V = V_1 - V_2, \quad \ldots \quad (97, \text{a})$$

wo V_1 und V_2 den Bedingungen genügt:

$$D^2 V_1 = 0,$$

also, aus (96, a)

$$\frac{dV_1}{dt} = 0$$

$$\frac{d\bar{V}_1}{dr} = -b\bar{V}_1 + cf(\cos\varphi).$$

V_1 definirt also einen stationären Zustand und es ist

$$(V_1)_{t=0} = V_1.$$

Ferner haben wir

$$r^2 \frac{dV_2}{dt} = a^2 D^2 V_2$$

$$\frac{d\bar{V}_2}{dr} = -b\bar{V}_2$$

$$(V_2)_{t=0} = V_1.$$

Subtrahirt man die Gleichungen links und rechts von einander, so sieht man, dass $V = V_1 - V_2$ in der That den Gleichungen (96, a, b, c) genügt.

Vergleicht man die Bedingungen, denen V_1 zu genügen hat mit (26) und (28), so sieht man, dass V_1 nichts Anderes ist als der durch die Strahlung zuletzt hervorgerufene stationäre Zustand; also ist V_1 identisch mit (40), (41) oder (86, b). Setzen wir also wieder

$$(97, \text{b}) \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \quad g_n = \frac{R c h_n}{n + bR},$$

sodass g_0 die mittlere Temperatur im stationären Zustand bedeutet, so ist

$$(97, \text{c}) \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad V_1 = \sum_{n=1}^{\infty} g_n \frac{r^n}{R^n} P_n(\cos\varphi).$$

Andererseits folgt aus dem Vergleich der Bedingungen, denen V_2 zu genügen hat, mit (85, a, b, c), dass V_2 identisch ist mit dem in (90) gefundenen V.

Die jetzt gesuchte Temperatur eines Punktes der schwarzen Kugel während ihrer Erwärmung zur Zeit t, gerechnet vom Anfang der Zustrahlung, ist also gleich

$$(98) \quad \ldots V = \sum_{n=0}^{\infty} g_n \frac{r^n}{R^n} P_n(\cos\varphi) - \frac{2R}{r} \sum_{n=0}^{\infty} g_n P_n(\cos\varphi) \sum_{i=1}^{\infty} \frac{M_{n,i}(r)}{M_{n,i}(R)} e^{-\frac{a^2 m^2_{n,i}}{R^2} t} \mathfrak{S}_{n,i},$$

wo $\mathfrak{S}_{n,i}$ in (91) gegeben ist. Mit dieser Formel ist das Problem gelöst. Der Satz von der Temperaturdifferenz correspondirender Punkte ist auch hier gültig.

Für die Mitteltemperatur V_m erhalten wir, s. (42), (86, d) und (93)

$$(99) \quad \ldots \ldots \ldots \quad V_m = g_0 - 6\, g_0\, b^2 R^2 \sum_{i=1}^{\infty} \frac{e^{-\frac{a^2 \eta_i^2}{R^2} t}}{\eta_i^2 [\eta_i^2 - bR(1 - bR)]}.$$

Die Formel (99) giebt uns die Grösse der in einer gewissen Zeit hervorgerufenen Temperatursteigerung; andererseits erhält man die in der gleich grossen Zeit bei der Abkühlung entstehende Temperaturerniedrigung, wenn man (93) von der stationären Mitteltemperatur g_0 abzieht. Wie man sieht, sind hier Steigerung und Abkühlung unter einander gleich. Hieraus folgt, dass *die für die Actinometrie so wichtigen Sätze I und III, Cap. I, pag. 5 u. 6, streng richtig sind.*

Dass auch Satz III streng richtig, sieht man sofort, wenn man (93) und (99) nach t differenzirt.

Wir wollen nun die Erwärmungs- und Abkühlungsgeschwindigkeit näher untersuchen und zusehen, ob der Satz II, Cap. I vom Standpunkte der strengen Theorie aus richtig ist. Wir führen hierzu einige bequemere Bezeichnungen ein. Die in (99) gegebene Mitteltemperatur

der Kugel während der Erwärmung wollen wir mit V_e bezeichnen, die Mitteltemperatur der Oberfläche mit V_e. Die entsprechenden Grössen während der Abkühlung seien V_a und V_a; sie sind in (93) und (92, b) gegeben. Ferner setzen wir

$$e^{-\frac{a^2 \eta_i^2}{R^2}} = q_i \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (100)$$

$$\frac{3 a^2 b}{R} = \frac{3 h}{\delta \gamma R} = m \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (100, a)$$

s. (5).

Die Zeit rechnen wir jedesmal vom Anfang der Erwärmung oder Abkühlung und bezeichnen sie während der Erwärmung mit t, während der Abkühlung mit t_1. Es ist also

$$V_e = g_o - 6\, g_o b^2 R^2 \sum_{i=1}^{\infty} \frac{q_i^t}{\eta_i^2 [\eta_i^2 - bR(1-bR)}} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (100, b)$$

$$\overline{V}_e = g_o - 2\, g_o\, bR \sum_{i=1}^{\infty} \frac{q_i^t}{\eta_i^2 - bR(1-bR)} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (100, c)$$

$$V_a = 6\, g_o b^2 R^2 \sum_{i=1}^{\infty} \frac{q_i t_1}{\eta_i^2 [\eta_i^2 - bR(1-bR)]} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (100, d)$$

$$\overline{V}_a = 2\, g_o\, b\, R \sum_{i=1}^{\infty} \frac{q_i t_1}{\eta_i^2 - bR(1-bR)} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (100, e).$$

Die Schnelligkeit der Temperaturänderungen wollen wir *mit Weglassung des Vorzeichens* schreiben, also nur ihre absoluten Werthe betrachten.

Aus den letzten vier Formeln folgt

$$\frac{dV_e}{dt} = 6\, g_o\, a^2 b^2 \sum_{i=1}^{\infty} \frac{q_i^t}{\eta_i^2 - bR(1-bR)} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (100, f)$$

$$\frac{dV_a}{dt} = 6\, g_o\, a^2 b^2 \sum_{i=1}^{\infty} \frac{q_i t_1}{\eta_i^2 - bR(1-bR)} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (100, g).$$

$$\left(\frac{dV_e}{dt}\right)_{t=0} = \left(\frac{dV_a}{dt}\right)_{t=0} = m\, g_o \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (100, h)$$

s. (100, a) und das nach (93) Gesagte.

Wir sehen, dass

$$(101) \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \begin{cases} \frac{dV_e}{dt} = m g_0 - m \bar{V}_e \\ \frac{dV_e}{dt} = m \bar{V}_a. \end{cases}$$

Durch Addition erhalten wir einen Satz, welcher dem Satz II, Cap. II einigermaassen analog, an und für sich aber *praktisch werthlos* ist:

Für Momente gleicher mittlerer Oberflächentemperaturen ($V_e = \bar{V}_a$) ist die Summe der absoluten Werthe von Erwärmungs- und Abkühlungsgeschwindigkeit constant und gleich den Anfangswerthen dieser beiden Geschwindigkeiten.

Praktisch beobachten wir aber nicht die Oberflächentemperaturen, sondern die mittleren Temperaturen der Kugel und da erweist sich der Satz II, Cap. II als nicht mehr gültig. Nehmen wir die Zeiten t und t_1 so, dass die gleichen Temperaturen $V_e = V_a$ entsprechen; (100, b und d) geben

$$(102) \quad \ldots \ldots \ldots \quad 6 b^2 R^2 \sum_{i=1}^{\infty} \frac{q_i^t + q_i^{t_1}}{\eta_i^2 [\eta_i^2 - bR(1-bR)]} = 1.$$

Zugleich erhalten wir aus (100 f und g)

$$(103) \quad \ldots \ldots \ldots \quad \frac{dV_e}{dt} + \frac{dV_a}{dt} = m. 2 g_0 bR \sum_{i=1}^{\infty} \frac{q_i^t + q_i^{t_1}}{\eta_i^2 - bR(1-bR)},$$

während

$$(104) \quad \ldots \ldots \left(\frac{dV_e}{dt}\right)_{t=0} = \left(\frac{dV_a}{dt}\right)_{t=0} = m. 2 g_0 bR \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{\eta_i^2 - bR(1-bR)} = m g_0$$

ist.

Man sieht sofort, dass für Zeiten t und t_1 gleicher Temperaturen ($V_e = V_a$), also für solche t und t_1, welche der Gleichung (102) genügen, die Summe (103) nicht constant und nicht gleich (104) ist. Der Satz II, Cap. II gilt also nicht. Dies wird noch einleuchtender, wenn wir wieder den Specialfall $bR = 1$ betrachten; es ist $\eta_i = (2i + 1)\frac{\pi}{2}$ und

$$q_i = e^{-\frac{a^2 (2i+1)^2 \pi^2}{4 R^2}}.$$

Wäre der Satz II gültig, so müsste aus, s. (102),

$$\frac{96}{\pi^4}\sum_{i=1}^{\infty}\frac{q_i{}^t + q_i{}^{t_1}}{(2i+1)^4} = 1$$

folgen

$$\frac{8}{\pi^2}\sum_{i=1}^{\infty}\frac{q_i{}^t + q_i{}^{t_1}}{(2i+1)^2} = 1,$$

was unmöglich ist (q_i ist von i abhängig!).

Nehmen wir t und t_1 so gross, dass wir uns in jeder der obigen Reihen mit dem ersten Gliede begnügen können. Dann wird

$$q_1 = e^{-\frac{a^2\eta_1{}^2}{R^2}};$$

$V_a = V_e$ giebt

$$6\,b^2\,R^2\,\frac{q_1{}^t + q_1{}^{t_1}}{\eta_1{}^2[\eta_1{}^2 - bR(1-bR)]} = 1 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (105),$$

während

$$\frac{dV_a}{dt} + \frac{dV_e}{dt} = 6\,g_o\,a^3\,b^2\,\frac{q_1{}^t + q_1{}^{t_1}}{\eta_1{}^2 - bR(1-bR)}$$

wird; mit Hülfe der Gl. (105) erhalten wir aber jetzt

$$\frac{dV_a}{dt} + \frac{dV_e}{dt} = g_o\,\frac{a^2\eta_1{}^2}{R^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (106),$$

während

$$\left(\frac{dV_a}{dt}\right)_{t=0} = \left(\frac{dV_e}{dt}\right)_{t=0} = m\,g_o = \frac{3a^2b}{R}\,g_o \quad \ldots\ldots\ldots (106,\text{a})$$

war. Es ist also

$$\frac{dV_a}{dt} + \frac{dV_e}{dt} = \lambda\left(\frac{dV_a}{dt}\right)_{t=0} = \lambda\left(\frac{dV_e}{dt}\right)_{t=0} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (107).$$

$$\lambda = \frac{\eta_1{}^2}{3\,bR} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (108).$$

Für sehr kleines bR ist $\lambda = 1$; für $bR = 1$ ist $\lambda = \frac{\pi^2}{12}$. Fassen wir Alles zusammen, so erhalten wir den

Satz IV. Für Momente gleicher mittlerer Temperaturen der Kugel ist die Summe S der absoluten Werthe von Erwärmungs- und Abkühlungsgeschwindigkeit nicht constant, also auch nicht gleich den Anfangswerthen ω dieser beiden Geschwindigkeiten. Der Satz II, Cap. II

ist also nicht richtig. Für solche Zeiten, für welche in den Reihen (100, b) bis (100, g) alle Glieder, ausser den je Ersten verschwinden, wird die Summe S zwar constant, aber nicht gleich jenen Anfangswerthen ω, sondern es wird

$$S = \lambda\,\omega,$$

wo λ in (108) gegeben ist und η_1 die kleinste Wurzel der Gleichung $\eta \operatorname{cotg} \eta = 1 - bR$ bedeutet. Für $bR = 1$ ist $\lambda = \frac{\pi^2}{12} = 0{,}82247$. Für sehr kleine bR ist $\lambda = 1$; da ausserdem das Verschwinden der Glieder in den Reihen um so schneller eintritt, je kleiner bR ist, so können wir sagen, dass für kleine bR der Satz II sehr bald nach Beginn der Abkühlung oder Erwärmung anfängt streng gültig zu sein.

Wir wollen zum Schluss einige praktisch wichtige Aufgaben lösen.

Wir beobachten die Abkühlung oder Erwärmung einer schwarzen bestrahlten Kugel (jedenfalls unter Weglassung des Anfangs) und bestimmen empirisch die Gleichung einer logarithmischen Curve, welche die Temperatur als Funktion der Zeit giebt. Wie findet man hieraus die wahre Anfangs- resp. End-Temperatur der Kugel?

Die, während *der Abkühlung* beobachteten Temperaturen sind

$$(109) \quad V = 6\,g_0\,b^3\,R^3\,\frac{e^{-\frac{a^2\,\eta_1^2}{R^2}\,t}}{\eta_1^2\,[\eta_1^2 - bR\,(1 - bR)]}.$$

Die Beobachtung führt zu der empirischen Formel

$$(110) \quad V = V_0\,e^{-\alpha t}$$

und giebt als *fictive* Anfangstemperatur

$$(111) \quad V_0 = \frac{6\,b^2\,R^2}{\eta_1^2\,[\eta_1^2 - bR\,(1 - bR)]}\,g_0 = \beta\,g_0,$$

während der richtige Werth g_0 ist. Für sehr kleine bR ist $\eta_1^2 = 3\,bR$ und $\beta = 1$; für $bR = 1$ ist $\beta = \frac{96}{\pi^4}$ und mit unendlich wachsendem bR nähert sich β dem Grenzwerth $\frac{6}{\pi^2}$.

Satz V. Bestimmt man empirisch aus den Abkühlungsbeobachtungen unter Zugrundelegung der Gleichung einer logarithmischen Curve die Anfangstemperatur der Kugel V_0, so ist der wahre Werth g_0 derselben gleich

$$g_0 = \gamma\,V_0,$$

wo $\gamma = \frac{1}{\beta}$ in (111) gegeben ist. Für ein sehr kleines bR ist $\gamma = 1$; für $bR = 1$ ist $\gamma = \frac{\pi^4}{96}$; der Grenzwerth von γ bei unendlich wachsendem bR ist $\frac{\pi^2}{6}$. Die empirisch bestimmte Grösse der Anfangs-Temperatur ist also zu klein.

Der empirisch bestimmte Exponent α ist gleich

$$\alpha = \frac{a^2 \eta_1^2}{R^2} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (112)$$

also nicht gleich der zu erwartenden Grösse, s. (4)

$$m = \frac{3h}{\delta \gamma R} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (112, \text{a}).$$

Es ist

$$\alpha = \frac{3h}{\delta \gamma R} \cdot \frac{\eta_1^2}{3bR} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (113).$$

Satz VI. Bestimmt man aus Abkühlungsbeobachtungen empirisch (s. Satz V) den Exponenten α der logarithmischen Funktion, so ist

$$\frac{3h}{\delta \gamma R} = \frac{3bR}{\eta_1^2} \cdot \alpha = \varepsilon \cdot \alpha.$$

Für sehr kleines bR ist $\varepsilon = 1$; für $bR = 1$ ist $\varepsilon = \frac{12}{\pi^2}$.

Der empirisch bestimmte Coefficient hängt von der Wärmeleitungsfähigkeit k ab (in a^2) und wird gegen die zu erwartende Grösse (112, a) zu klein erhalten. In dem Letzteren liegt das a priori offenbare Faktum ausgedrückt, dass eine Kugel sich um so langsamer abkühlen wird, je geringer ihre Wärmeleitungsfähigkeit ist.

Verwickelter gestalten sich die Verhältnisse während der *Erwärmung*. Die (mit Weglassung des Anfangs) beobachteten Temperaturen sind

$$V = g_0 - 6 g_0 b^3 R^3 \frac{e^{-\frac{a^2 \eta_1^2}{R^2} t}}{\eta_1^2 [\eta_1^2 - bR(1 - bR)]},$$

d. h. sie lassen sich überhaupt *nicht* in die zu erwartende Form

$$V = V_0 (1 - e^{-\alpha t})$$

bringen.

Satz VII. Bei den Erwärmungsbeobachtungen hat man den empirischen Ansatz

(114) . . . . . $V = g_0 - V_0 e^{-\alpha t}$

zu machen und dann giebt das erste Glied g_0 richtig die stationäre Temperatur.

Ferner haben wir noch den

Satz VIII. Die Anfangsbeobachtungen (kleines t) sind zu verwerfen, da am Anfang weder (110) noch (114) gelten — die Abhängigkeit zwischen Zeit und Temperatur ist überhaupt keine logarithmische.

Wir wollen nun noch untersuchen, welche Temperaturen die Kugel haben wird, wenn wir sie abwechselnd bestrahlen und sich abkühlen lassen, ohne dass der stationäre Zustand

jeweilen erreicht wird. Wir wollen annehmen, dass die einzelnen Perioden der Erwärmung und Abkühlung von gleicher Zeitdauer τ sind und in jeder einzelnen Periode die Zeit t von dem Anfange derselben rechnen. Die mittleren Temperaturen der Kugel wollen wir während der Periode der N-ten Erwärmung durch $V_{e,N}$ und während der Periode der N-ten Abkühlung durch $V_{a,N}$ bezeichnen.

1-te Erwärmung. Temperatur V in (98) gefunden; Mitteltemperatur, s. (99)

$$(115) \quad \ldots\ldots\ldots V_{e,1} = g_0 - 6 g_0 b^2 R^2 \sum_{i=1}^{\infty} \frac{q_i^t}{\eta_i^2 [\eta_i^2 - bR(1-bR)]},$$

wo

$$(115,a) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots q_i = e^{-\frac{a^2 \eta_i^2}{R^2}}.$$

1-te Abkühlung. Die Anfangstemperatur erhalten wir, wenn wir in (98) τ für t setzen. Wir erhalten so

$$(116) \quad \ldots\ldots V = \frac{2R}{r} \sum_{n=0}^{\infty} g_n P_n(\cos\varphi) \sum_{i=1}^{\infty} \frac{M_{n,i}(r)}{M_{n,i}(R)} q_{n,i}^{\ t} (1 - q_{n,i}^{\ \tau}) \mathfrak{S}_{n,i},$$

wo

$$(116,a) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots q_{n,i} = e^{-\frac{a^2 m^2_{n,i}}{R^2}}.$$

Als Mitteltemperatur erhalten wir

$$(116,b) \quad \ldots\ldots\ldots V_{a,1} = 6 g_0 b^2 R^2 \sum_{i=1}^{\infty} \frac{q_i^t (1 - q_i^{\tau})}{\eta_i^2 [\eta_i^2 - bR(1-bR)]}.$$

2-te Erwärmung. Als Anfangstemperatur haben wir (116) zu nehmen, wo $t = \tau$ gesetzt ist. Die Mitteltemperatur der Kugel erweist sich als gleich

$$V_{e,2} = g_0 - 6 g_0 b^2 R^2 \sum_{i=1}^{\infty} \frac{q_i^t}{\eta_i^2 [\eta_i^2 - bR(1-bR)]} \cdot \frac{1 + q_i^{3\tau}}{1 + q_i^{\tau}}.$$

2-te Abkühlung. Es ist

$$V_{a,2} = 6 g_0 b^2 R^2 \sum_{i=1}^{\infty} \frac{q_i^t}{\eta_i^2 [\eta_i^2 - bR(1-bR)]} \cdot \frac{1 - q_i^{4\tau}}{1 + q_i^{\tau}}.$$

N-te Erwärmung. Die Temperatur V eines Punktes der Kugel, zur Zeit t (vom Beginn dieser N-ten Erwärmung gerechnet) ist gleich

$$V = \sum_{n=0}^{\infty} g_n \frac{r^n}{R^n} P_n(\cos\varphi) - \frac{2R}{r} \sum_{n=0}^{\infty} g_n P_n(\cos\varphi) \sum_{i=1}^{\infty} \frac{M_{n,i}(r)}{M_{n,i}(R)} q_{n,i}^{\ t} \frac{1 + q_{n,i}^{\ (2N-1)\tau}}{1 + q_{n,i}^{\ \tau}} \mathfrak{S}_{n,i} \quad . \quad (117)$$

und die Mitteltemperatur

$$V_{e,N} = g_o - 6\, g_o\, b^2 R^2 \sum_{i=1}^{\infty} \frac{q_i^{\ t}}{\eta_i^{\,2}[\eta_i^{\,2} - bR(1-bR)]} \frac{1 + q_i^{\ (2N-1)\tau}}{1 + q_{n,i}^{\ \tau}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (118).$$

N-te Abkühlung. Die Temperatur V eines Punktes zur Zeit t (vom Beginn dieser Abkühlung gerechnet) ist

$$V = \frac{2R}{r} \sum_{n=0}^{\infty} g_n P_n(\cos\varphi) \sum_{i=1}^{\infty} \frac{M_{n,i}(r)}{M_{n,i}(R)} q^t_{n,i} \frac{1 - q_{n,i}^{\ 2N\tau}}{1 + q_{n,i}^{\ \tau}} \mathfrak{S}_{n,i} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (119)$$

und die Mitteltemperatur

$$V_{a,N} = 6\, g_o\, b^2 R^2 \sum_{i=1}^{\infty} \frac{q_i^{\ t}}{\eta_i^{\,2}[\eta_i^{\,2} - bR(1-bR)]} \frac{1 - q_i^{\ 2N\tau}}{1 + q_i^{\ \tau}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (120).$$

MÉMOIRES
DE
L'ACADÉMIE IMPÉRIALE DES SCIENCES DE ST.-PÉTERSBOURG, VII^e SÉRIE.
TOME XXXVIII, N° 7.

DIE ABBILDUNGEN

DER

NORDISCHEN SEEKUH

[RHYTINA GIGAS ZIMM.].

Mit besonderer Berücksichtigung neu aufgefundener handschriftlicher Materialien
in Seiner Majestät Höchst Eigenen Bibliothek zu Zarskoje Sselo.

VON

Eug. Büchner.

Conservator am Zoologischen Museum der Kaiserl. Akademie der Wissenschaften.

Mit einer phototypischen Tafel.

(Lu le 29 mai 1891.)

ST.-PÉTERSBOURG, 1891.

Commissionnaires de l'Académie Impériale des sciences:

à St.-Pétersbourg:	à Riga:	à Leipzig:
M. Eggers & C° et J. Glasounof.	M. N. Kymmel.	Voss' Sortiment (Haessel.)

Prix: 1 Rbl. 5 Cop. = 2 Mark 6 5 Pf.

Imprimé par ordre de l'Académie Impériale des sciences.

Novembre 1891. A. Strauch, Secrétaire perpétuel.

Imprimerie de l'Académie Impériale des sciences.
Vass.-Ostr., 9 ligne, № 12.

Vor Kurzem hat sich in Seiner Majestät Höchst Eigenen Bibliothek — und zwar in der in Zarskoje-Sselo befindlichen Abtheilung derselben — eine handschriftliche Beschreibug der zweiten Bering'schen Expedition aufgefunden, die den Schiffs-Capitain Swen Waxell, einen Theilnehmer an dieser Expedition, zum Verfasser hat. Der Vorstand der Bibliotheken und Arsenale Seiner Majestät des Kaisers, Herr R. Grimm, welcher meine Aufmerksamkeit auf diese Handschrift zu lenken die überaus grosse Freundlichkeit gehabt hat, bot mir gleichzeitig die Gelegenheit, dieselbe einer vorläufigen Durchsicht zu unterwerfen, wobei ich mich überzeugen konnte, dass die erwähnte Handschrift zwei neue Abbildungen der nordischen Seekuh enthält und demnach in zoologischer Hinsicht von hervorragendem Interesse erscheint.

Auf einen diesbezüglichen Antrag des Herrn Akademikers A. Strauch, der diesen werthvollen Fund seiner Zeit der Kaiserlichen Akademie der Wissenschaften anzeigte, wurde ich mit einer näheren Durchsicht der in Rede stehenden Handschrift beauftragt, welche mir zu diesem Zwecke durch Vermittelung der Akademie vom Ministerium des Kaiserlichen Hofes zeitweilig zur Disposition gestellt wurde. Die Erledigung dieses Auftrages veranlasste mich, eingehende Studien sowohl über die zweite Bering'sche Expedition, als auch über die Geschichte der nordischen Seekuh anzustellen, und da mich diese Studien zu einigen Ergebnissen geführt haben, denen ein gewisses Interesse nicht abzusprechen ist, so glaubte ich mich, bei Veröffentlichung der Resultate meiner Untersuchung, nicht auf eine Besprechung der neu aufgefundenen Abbildungen allein beschränken zu dürfen. Eine eingehende Geschichte überhaupt der Abbildungen dieser untergegangenen Thierform bildet daher den Gegenstand vorliegender Abhandlung.

Unter den epochemachenden Resultaten der zweiten Bering'schen oder kamtschatkischen Expedition (1733—1749), dieses wohl grossartigsten geographischen Unternehmens, welches die Geschichte der Entdeckungsreisen aufzuweisen hat, nahmen die zoologischen Ergebnisse derselben einen hervorragenden Platz ein. Namentlich waren die Entdeckungen und Forschungen des Adjunkten der Akademie der Wissenschaften, Georg Wilhelm Steller's, der Ende 1737 der in voller Arbeit begriffenen Expedition nachgesendet wurde, von ganz besonderem Werthe und von bedeutender Tragweite, da einerseits die reiche Fauna des nordöstlichen Asiens und des nördlichen Theiles des Stillen Oceans durch ihn zuerst der Wissenschaft erschlossen wurde, andererseits wir jetzt im Stande sind, uns auf Grund seiner lebendigen Schilderungen des Thierlebens in jenen Gegenden eine Vorstellung zu machen von dem verheerenden Einflusse des Menschen auf die Fauna und von der Veränderung dieser letzteren, welche der Mensch in einem Lande zu Wege bringen kann, wo er festen Fuss gefasst hat.

Steller, welcher den Auftrag hatte, Kamtschatka naturhistorisch zu untersuchen, wo er im September 1740 angelangt war, unterbrach hier bald seine Arbeiten, um auf speciellen Wunsch von Vitus Bering an der Hauptaufgabe der Expedition — der Aufsuchung der Nordwestküste von Amerika — persönlich Theil zu nehmen. Am 4. Juni 1741 [1]) trat Bering von Petropawlowsk aus die grosse Seereise, die seine letzte sein sollte, an; an Bord des Schiffes «St. Peter», welches von ihm selbst befehligt wurde, befand sich auch Steller.

Es gehört nicht in den Rahmen vorliegender Abhandlung den Verlauf dieser Entdeckungsreise näher zu schildern; auch halte ich mich umsomehr für berechtigt davon Abstand zu nehmen, als ich diese unglückliche Seefahrt für allgemein bekannt ansehen muss. Doch will ich nur mit wenigen Worten den tragischen Abschluss dieser Seereise in Erinnerung bringen, da derselbe unter Anderem die Entdeckung der berühmten Seekuh (*Rhytina gigas* Zimm.[2]) zur Folge hatte, eine Entdeckung, deren wissenschaftliche Bedeutung nicht hoch genug angeschlagen werden kann.

Die Heimreise von der neuentdeckten Küste Amerika's, welche von Bering am 16. resp. am 20. Juli 1741 [3]) erreicht wurde, war eine im höchsten Grade unglückliche: zuerst waren es fast unaufhörliche Nebel, theils auch fürchterliches Unwetter und Sturmwinde, welche der Rückfahrt die grössten Schwierigkeiten in den Weg setzten; später kam noch

---

1) Die Zeitangaben sind durchweg nach altem Styl angeführt.

2) Die nordische Seekuh muss als Speciesnamen die von Zimmermann [Geogr. Gesch. d. Mensch. u. d. vierfüssig. Thiere, Bd. II, p. 426 (1780)] creirte Benennung (*Manati gigas*) beibehalten, da dieselbe aus Prioritätsrücksichten vor allen anderen Synonymen [*balaenurus* Boddaert (1785) = *borealis* Gmelin (1788) = *Stelleri* Fischer (1814) = *cetacea* Illiger (1811)] den Vorzug hat. Dieser Umstand war schon von Brandt (Symb. Sirenolog., fasc. I, p. 86, 88 (1846)] hervorgehoben, nichtsdestoweniger hatte er aber dem Namen *Rhytina borealis* den Vorzug gegeben. Die Frage über die Nomenclatur der Seekuh ist neuerdings von Stejneger [Proc. Un. St. Nat. Mus., VI, p. 78 (1883)] ventilirt und in dem von mir adoptirten Sinne gelöst worden.

3) Am 16. Juli Mittags kam das Festland in Sicht (die St. Elias-Berge) und am 20. Juli 1741 erfolgte die Landung bei der Insel Kayak.

eine Skorbutepidemie hinzu, welche beinahe die ganze Mannschaft heimsuchte und welcher ein grosser Theil derselben zum Opfer fiel. Diese Umstände hatten zur Folge, dass das Fahrzeug monatelang planlos im Meere zwischen Alaska und Kamtschatka umhertrieb und endlich, Wind und Wellen vollständig preisgegeben, am 5. November 1741 an einer unbekannten und unbewohnten Insel strandete. Auf dieser Insel, welche von den Schiffbrüchigen mit dem Namen des Commodore Bering belegt wurde, der hier am 8. December 1741 gleichfalls dem Skorbut erlag, überwinterte die überlebende Mannschaft unter den schwierigsten Verhältnissen und furchtbarsten Entbehrungen. Erst am 14. August 1742 segelten die Schiffbrüchigen, nachdem sie aus den Trümmern ihres gestrandeten Fahrzeugs einen neuen «St. Peter» gebaut hatten, von dieser Insel nach Kamtschatka, wo sie am 26. desselben Monats wohlbehalten anlangten.

Während dieses unfreiwilligen Aufenthaltes auf der Berings-Insel sammelte Steller die Materialien zu seiner classischen Abhandlung «de bestiis marinis», welche Arbeit allein dem Verfasser für immer einen hervorragenden Platz in der Geschichte der Zoologie sichern wird. Unter den in dieser Abhandlung von ihm zuerst beschriebenen und eingehend untersuchten Thierformen befindet sich auch die nordische Seekuh, seine *Vacca marina*, welche von der Expedition in grossen Mengen an dem Gestade der Berings-Insel angetroffen wurde.

Dieses ist in Kürze die Entdeckungsgeschichte der *Rhytina gigas*. Da ich auf diese Geschichte, die mit derjenigen der zweiten Bering'schen Expedition eng verknüpft ist, weiter noch wiederholentlich zurückzukommen habe, so hielt ich es für nöthig dieselbe meiner Untersuchung über die Abbildungen[1]) dieses Thieres, an die ich jetzt schreite, voranzuschicken.

---

1) Ich ziehe in den Bereich meiner Untersuchung natürlich nur die Original-Abbildungen der *Rhytina gigas*, d. h. solche, die nach der Natur entworfen worden sind; ideale oder rekonstruirte Bilder dieser Thierform werden daher von mir nicht weiter berücksichtigt. Doch will ich an dieser Stelle, der Vollständigkeit halber, solcher Bilder und Kontourzeichnungen, die sich in der Literatur vorfinden, kurz Erwähnung thun.

Die erste ideale Abbildung dieser Art lieferte Brandt [Symb. Sirenolog., fasc. I, tab. V, p. 146 (1846)], und zwar zu einer Zeit, als ihm weder ein Skelet der nordischen Seekuh, noch gute Abbildungen anderer Sirenen, zu Gebote standen, so dass dieses Bild nur die, auf Grund der Steller'schen Beschreibung verbesserte, sogenannte Pallas'sche Abbildung repräsentirt. — Ssimaschko, welcher 1849 durch Vermittelung der Russisch-Amerikanischen Compagnie in den Besitz von verschiedenen Skelettheilen der Seekuh gelangte und später auf Grund dieses Materiales die Abbildung eines Skelets derselben rekonstruirte, entwarf gleichzeitig eine Kontourzeichnung derselben [Русская Фауна, II. Маммалогія, tab. 90, pag. 1052 (1850)]. — Im Jahre 1860 lieferte Fitzinger in seinem «Bilder-Atlas zur Naturgeschichte der Säugethiere» (fig. 238) eine neue Abbildung der Seekuh, welche, laut seiner Mittheilung [Naturgeschichte d. Säugeth., Bd. VI, p. 147 (1860)], nach der von Pallas aufbewahrten Skizze entworfen und mit Zuhilfenahme der in der Steller'schen Beschreibung enthaltenen Angaben verbessert und deutlicher ausgeführt worden ist. Von dieser Abbildung lässt sich nur so viel sagen, dass sie sehr hübsch und künstlerisch ausgeführt ist, doch bleibt ihr wissenschaftlicher Werth ein nur fraglicher. (Es ist mehr als wahrscheinlich, dass sich die Mittheilung von Brandt [Symb. Sirenolog., fasc. II—III, p. 282

Steller war nicht allein der erste Naturforscher, der die Seekuh beobachtet und ausführlich beschrieben hatte, sondern er blieb auch zugleich der einzige Zoolog, der diese auffallende Thierform lebend zu beobachten Gelegenheit hatte, da dieselbe bekanntlich nur wenige Jahrzehnte nach ihrer Entdeckung zu den ausgestorbenen Thierarten zählte. Auf diese Weise konnte scheinbar nur Steller uns eine Abbildung dieser Art hinterlassen haben; eine solche war aber weder seiner Abhandlung[1]) «De bestiis marinis», noch seiner Beschreibung der Ueberwinterung auf der Berings-Insel[2]) beigegeben.

Die erste Abbildung der *Rhytina gigas* haben wir Pallas zu verdanken, der dieselbe für seine Zoographia Rosso-Asiatica bestimmt hatte. Diese nur in Umrissen angegebene Skizze, welche Pallas[3]) selbst nur eine rohe nennt («Iconem, utut rudem, addere volui, qualem accepi»), gelangte erst später in den «Icones ad Zoographiam Rosso-Asiaticam» zur Veröffentlichung. Auf dem Umschlagblatte zu dem 1. Fasciculus dieser Icones findet sich in einer redaktionellen, von der Akademie der Wissenschaften unterzeichneten Bemerkung, die zweifelsohne Baer zum Verfasser hat, auch eine auf die in Rede stehende Abbildung bezügliche Notiz, in welcher von Neuem die sehr mangelhafte Ausführung der erwähnten Zeichnung betont und die Zeichnung selbst als die einzig vorhandene angesprochen wird. Die betreffende Notiz, in welcher, nebenbei bemerkt, sich auch die erste Nachricht von der gänzlichen Vertilgung dieser Thierform findet, lautet folgendermaassen: «Delineationem *Manati borealis* (*Rhytinae* Illiger) multis et gravissimis mendis scatere apparet. Sed cum ea unica sit, quam habemus, cumque bellua dicta prorsus deleta esse videatur, nostri duximus, ut haec icon, quam Pallas ipse utut rudem addere voluit, qualem acceperit, accuratissime in aes incideretur».

Zunächst muss ich natürlich auf die Frage näher eingehen, wer der Autor der von Pallas hinterlassenen Abbildung ist und von wem er dieselbe erhalten hat. Die Annahme, dass die in Rede stehende Zeichnung (die wir in unserer weiteren Auseinandersetzung der Kürze wegen die «Pallas'sche Abbildung» nennen wollen) von Steller stammt, liegt natürlich so nahe, dass sie scheinbar keiner weiteren Begründung bedarf; es kann uns daher auch gar nicht Wunder nehmen, dass eine solche Annahme ohne Weiteres sehr bald zur Gewissheit wurde und dass seit jeher in einer grossen Anzahl von Hand- und Lehrbüchern,

---

(1861—68)] «serius Fitzingerus iconem pariter idealem mecum benevole communicavit Sireniis aliis similiorem» auf eine Copie der soeben besprochenen Abbildung bezieht, die Fitzinger vor Veröffentlichung derselben hat Brandt zukommen lassen; es bleibt aber auffallend, dass Brandt sonst die Abbildung Fitzinger's, die doch 1860 erschienen ist, nicht citirt). — Später liess Brandt [Mél. biol. Acad. St.-Pétersb., VI, p. 571 (1867)] eine neue ideale Darstellung der nordischen Seekuh entwerfen, wobei hauptsächlich die Umrisse des Skelets zu Grunde gelegt wurden, gleichzeitig aber auch die bis dahin bekannten Original-Abbildungen (die Pallas'sche und Middendorff'sche, wir sie nennen werden) und naturgetreue Abbildungen anderer Sirenen die gebührende Berücksichtigung fanden; diese neue ideale Abbildung veröffentlichte Brandt auf pag. 282 des dritten Fascikels seiner Symbolae Sirenologicae und eine Copie derselben findet sich bei Nordenskiöld [Die Umsegelung Asiens und Europa's auf der Vega, II, p. 268 (1882)].

1) Steller: Nov. Comm. Acad. Sc. Petrop., II, p. 289—398 (1751).

2) Steller in: Pallas, Neue nord. Beyträge, V, p. 129; VI, p. 1 (1793).

3) Pallas, Zoographia Rosso-Asiatica, I, p. 273 (1811).

wissenschaftlichen und populären Compendien direkt behauptet wird, dass diese Abbildung von Steller selbst entworfen und Pallas zugestellt worden ist. Diese Angabe finden wir in der Literatur bis in die letzte Zeit immer von Neuem wiederholt (und möchte ich in dieser Hinsicht nur an Nordenskiöld[1]) und Stejneger[2]) erinnern), ungeachtet dessen, dass von autoritativer Seite schon seit langer Zeit verschiedene Muthmassungen und Zweifel über den Ursprung der Pallas'schen Abbildung ausgesprochen worden sind.

Schon im Jahre 1838 sprach Baer[3]) sein Bedauern darüber aus, dass Pallas auf keine Weise andeutet, wie er zu der von ihm hinterlassenen Abbildung der *Rhytina gigas* gelangt ist, und gab gleichzeitig über den Ursprung dieser unverbürgten Zeichnung von Pallas folgender Vermuthung Raum: «Die meisten Beiträge, welche Pallas aus dem Nordostmeere für seine Fauna erhielt, kamen ihm durch den früher erwähnten Dr. Merk[4]) zu. Es ist daher nicht unwahrscheinlich, dass diese Zeichnung ebenfalls von ihm kam. Dann hat aber der Dr. Merk sie nicht selbst entworfen, da die Billing'sche Expedition kein solches Thier mehr traf, sondern er muss sie nur in jenen Gegenden vorgefunden haben».

Später hat auch Brandt[5]) die Pallas'sche Abbildung einer Besprechung und Kritik unterworfen, bei welcher Gelegenheit er mittheilte, dass der Ursprung dieser Abbildung unbekannt sei («cujus originem et auctorem nescimus»), und gleichzeitig bedauerte, dass Steller, der doch von anderen See-Säugethieren Zeichnungen mitgetheilt hatte, leider von der Seekuh keine Abbildungen hat anfertigen lassen[6]).

Die soeben erwähnten Bemerkungen von Baer und Brandt über die Pallas'sche Abbildung, welche später theils übersehen, theils einfach ignorirt worden sind, erscheinen von grossem Interesse. Aus diesen Bemerkungen ist nämlich einerseits zu ersehen, dass der Ursprung dieser Zeichnung ein nicht nachweisbarer und vollständig unbekannter ist, andererseits aber stellen dieselben den Umstand ausser Zweifel, dass die Pallas'sche Abbildung nicht Steller zum Autor gehabt hat. In dieser letzteren Hinsicht scheint mir namentlich die Angabe Baer's von hohem Werthe zu sein, da Baer nicht allein die alte Literatur über *Rhytina gigas* in einer überaus gründlichen Vollständigkeit beherrschte, sondern ihm auch, als dem Herausgeber der Icones ad Zoographiam Rosso-Asiaticam, die Pallas'sche Abbildung im Manupict vorlag und wohl auch noch anderes handschriftliches und archivalisches Material, welches er stets bei seinen Untersuchungen zu Rathe zu ziehen pflegte, zu Gebote stand. Dass Baer der festen Ueberzeugung war, die Pallas'sche Abbildung

---

1) Nordenskiöld, Die Umsegelung Asiens und Europa's auf der Vega, II, p. 267 (1882).

2) Stejneger: Proc. Un. St. Nat. Mus., VI, p. 85 (1883).

3) Baer: Mém. Acad. Sc. St.-Pétersb., (VI), Sc. nat., V, p. 76 (1838).

4) Dr. Merk begleitete bekanntlich als Naturforscher die Expedition des Cap. Billings, welche sich vom Jahre 1789 bis 1793 an der Ostküste von Sibirien und an den Inselgruppen dieser Gegenden aufhielt.

5) Brandt, Symb. Sirenolog., fasc. I, p. 146—147 (1846).

6) Einem ganz ähnlichen Bedauern hat viel später auch Middendorff [Sib. Reise, Bd. IV, Th. 2, p. 838 (1875)] Ausdruck gegeben, indem er sagte: «unglücklicher Weise hat Steller es unterlassen, eine Abbildung der Seekuh anzufertigen, obgleich er wohl andere Seethiere abgebildet hat».

stamme nicht von Steller, zeigt auch noch eine Bemerkung aus späteren Jahren[1]), in welcher es heisst: «nur Steller hat im vorigen Jahrhundert die *Rhytina* beschrieben und zergliedert: abgebildet hat er aber nur die Kauplatte».

Sowohl Baer, als auch Brandt haben uns aber leider die Umstände und Gründe vorenthalten, welche sie bewogen haben, die Urheberschaft der Pallas'schen Abbildung Steller kategorisch abzusprechen. Gerade dieser Umstand erlaubt uns aber nicht, diese Behauptung der genannten Forscher auf Treu und Glauben als dokumentirte Thatsache anzusprechen. Wir müssen daher in den die Geschichte der zweiten Bering'schen Expedition behandelnden Schriften und in verschiedenen im Drucke erschienenen Dokumenten, welche namentlich auf die letzten Jahre dieser Expedition und speciell auf die Thätigkeit von Steller Bezug nehmen, nähere Nachforschungen anstellen, um sichere Anhaltspunkte für die Beantwortung der uns interessirenden Frage ausfindig zu machen.

Bekanntlich war die akademische Sektion der zweiten Bering'schen Expedition, wenn auch nicht zweckmässig, so doch ungemein luxuriös ausgerüstet; sie bildete förmlich eine ambulante Akademie mit einer Kanzelei, sehr bedeutender Bibliothek und einem ganzen Etat von Studenten, Geodäten, Lehrlingen, Uebersetzern u. s. w. (bis zu einem Trommelschläger herab), welche den Leitern dieser Abtheilung, G. F. Müller, Sam. G. Gmelin und Delisle de la Croyere, zur Disposition gestellt waren[2]). Ich möchte hier besonders auf den Umstand hinweisen, dass bei der Ausrüstung der akademischen Sektion für die naturhistorischen und ethnographischen Untersuchungen speciell auch die bildliche Darstellung der zu beobachtenden Objecte geplant und auf die Arbeiten in dieser Richtung ein ganz besonderes Gewicht gelegt war. Zu diesem Zwecke waren auch der Expedition ein Maler, Johann Berckhan, und ein Zeichenmeister, Joann Wilhelm Lürsenius, beigegeben, die vor ihrer Abreise sogar eine besondere vom akademischen Maler Georg Gsell in lateinischer Sprache verfasste Instruktion erhielten. Als später, im Jahre 1737, Steller der zweiten Bering'schen Expedition nachgesendet wurde, wurde ihm gleichfalls ein Maler, und zwar ein gewisser Johann Deker (oder Dekern)[3]), beigegeben. Von Jenisseisk an, von wo Steller am 5. Mai 1739 aufbrach, befanden sich in seinem Gefolge der schon obenerwähnte Maler Berckhan und der Student Alexei Gorlanow, die ihn auch bis nach Bolscherjezk (in Kamtschatka) begleiteten, welchen Ort die Reisenden am 21. September 1740 erreichten. Hier erhielt Steller, im Februar 1741, die Aufforderung von Bering an der Seereise zur Aufsuchung der Nordwestküste Amerika's Theil zu nehmen; Bering rieth und bat ferner Steller, von seinen Gehülfen und Leuten Niemanden mitzunehmen und versprach gleichzeitig, ihm soviel Leute von seinem eigenen Commando zur Disposition

---

1) Baer: Mél. biol. Acad. St.-Pétersb., III, p. 520 (1861).

2) Vrgl. Baer: Beiträge z. Kenntn. d. Russ. Reichs, XVI, p. 73—76 (1872); Gmelin, Reise durch Sibirien, I, p. 1—4 (1751).

3) Матеріалы для Ист. Имп. Акад. Наукъ, IV, стр. 130 (1887); Пекарскій, Ист. Имп. Акад. Наукъ, I, стр. 590 (1870).

zu stellen, wie viele er für seine Arbeiten gerade nöthig haben würde. Auf Grund dieser Versprechungen von Bering, liess Steller seine Leute (d. h. den Maler Berckhan, den Studenten Gorlanow, einen Schützen und zwei Kosaken) in Bolscherjezk zurück und übergab ihnen eine Instruktion für die Arbeiten, welche dieselben während seiner Abwesenheit anzustellen hatten. Steller selbst reiste am 10. März 1741 in Begleitung eines seiner Kosaken[1]) von Bolscherjezk nach Petropawlowsk, wo er am 20. März 1741 eintraf[2]). Hier wurden noch die letzten Vorbereitungen zur Seereise gemacht und am 4. Juni 1741 stachen bekanntlich der «St. Peter» und «St. Paul» in See.

Aus diesen Bemerkungen über die Vorbereitungen zu der Seereise aus Kamtschatka nach Amerika ist zu ersehen, dass keine Maler oder Zeichner aus dem akademischen Personale, auf deren Arbeiten stets ein ganz besonderer Werth gelegt wurde, Steller während dieser Seereise begleitet haben. Doch scheint Bering sein Versprechen Steller gegenüber, ihm die für seine Arbeiten erforderlichen Leute aus seinem eigenen Commando zur Disposition zu stellen, in Betreff eines Malers eingelöst zu haben. Ssokolow[3]), der Historiograph der 2. Bering'schen Expedition, theilt nämlich bei Aufzählung der Mannschaft des «St. Peter» mit, dass sich unter derselben als Maler der Corporal Plenisner («за живописца капралъ Пленисперъ») befand. Steller[4]) selbst, der Plenisner einen Conductor nennt und ihm jedenfalls sehr nahe gestanden hat, kommt auf denselben in dem Tagebuche seiner Seereise sehr häufig zu sprechen, doch erwähnt er mit keinem Worte der Arbeiten, mit denen dieser beauftragt war. Da einerseits die Angabe von Ssokolow, dem ein überaus reiches archivalisches Material zu Gebote stand, völlig Glauben verdient, andererseits Grund vorhanden ist, Steller beinahe jegliches Zeichen-Talent abzusprechen, so ist die Annahme berechtigt, dass die Zeichnungen, welche Steller, wie wir gleich sehen werden, während seiner Seereise resp. seines Aufenthaltes auf der Berings-Insel hat anfertigen lassen, von Plenisner entworfen worden sind.

Wie wir schon oben mitzutheilen Gelegenheit hatten, kehrte die Besatzung des «St Peter» mit dem Adjuncten Steller, nach der bekannten schweren Ueberwinterung auf der Berings-Insel, am 26. August in die Awatscha-Bai und am 27. August 1742 nach Petropawlowsk zurück. Am 16. November 1742 sandte Steller aus Bolscherjezk einen eingehenden Rapport[5]) an den Dirigirenden Senat, in welchem er zuerst eine Erklärung giebt, auf welche Weise er

---

1) Dieser Kosak, Namens Thomas Lepechin, ein vorzüglicher Schütze, machte mit Steller auch die ganze Seereise mit und war folglich der einzige von der Besatzung des «St. Peter», der bei ihm in Diensten stand.

2) Diesen Nachrichten liegen namentlich die Angaben von Steller selbst zu Grunde, welche sich in seinem Rapport vom 16. November 1742 an den Dirigirenden Senat (Зап. Имп. Акад. Наукъ, XV, прилож. № 1, стр. 13) und in seinem Tagebuche (Pallas, Neue nord. Beyträge, V, p. 133 und ff.) finden.

3) Соколовъ: Зап. Гидрограф. Департ., IX, стр. 369 (1851).

4) Steller in: Pallas, Neue nord. Beyträge, Bd. V, p. 134 und ff. (1793).

5) Dieser Bericht, der in russischer Sprache (vom Studenten Gorlanow) geschrieben ist, befindet sich im Archive der sogenannten Akademischen Kanzelei (Buch № 800) und ist von Pekarski (Зап. Имп. Акад. Наукъ, XV, прилож. № 1, стр. 13—24) in extenso herausgegeben worden.

von Bering zu der Theilnahme an der Seereise hinzugezogen worden ist, weiter über die Vorbereitungen zu dieser Seereise Mittheilungen macht und eingehend über die Seereise selbst und über die von ihm während dieser Zeit verrichteten Arbeiten berichtet. Im Paragraph 14 dieses Berichtes sagt Steller (in wörtlicher Uebersetzung): «während meiner Seereise, habe ich eine Geschichte dieser Reise und der wahrgenommenen Länder verfasst, wo ich Gelegenheit hatte am Lande zu sein, habe ich botanische und andere naturhistorische Beobachtungen angestellt, habe einige bis jetzt unbekannte Thiere beschrieben und zwar: die Seekuh, den Ssiwutsch [1]), den Morskoi kot [2]), den Seebieber [3]) und sind Abbildungen derselben angefertigt worden; ich habe Beschreibungen der auf der Seereise bemerkten Vögel und Fische, gleichfalls solche von Fischen und Vögeln, welche auf der Insel vorkommen, auf der wir lebten, angefertigt . . .» Im letzten, 15. Paragraph des in Rede stehenden Berichtes zeigt Steller an, dass er alle erwähnten Beschreibungen und seine anderen Arbeiten, sowie auch die, während seiner Abwesenheit aus Kamtschatka, vom Maler Berckhan angefertigten Zeichnungen und vom Studenten A. Gorlanow ausgeführten Aufträge im kommenden Frühjahre (d. h. des Jahres 1743) an den Senat mit einem Expressen abfertigen wird.

Aus diesem Bericht ist somit zu ersehen, dass Steller während seines Aufenthaltes auf der Berings-Insel die Beschreibungen von den vier erwähnten Säugethieren abgefasst hat [4]), welche später unter dem Titel «de bestiis marinis» erschienen sind, und dass er gleichzeitig von diesen Thieren, darunter also auch von der Seekuh, Abbildungen hatte anfertigen lassen. Hier möchte ich noch einschalten, dass auch aus einer späteren Bemerkung Steller's deutlich hervorgeht, dass er die auf der Berings-Insel beobachteten und beschriebenen Säuger nicht selbst gezeichnet hat, sondern dass die Abbildungen derselben auf seine Anordnung hin (wohl zweifelsohne von dem obengenannten Plenisner) entworfen wurden; in seiner Beschreibung von Kamtschatka sagt nämlich Steller [5]): «von diesen vier raren und unbekannten Seethieren (d. h. vom «Seelöwen», «Seebären», «Seebieber» und von der «Seekuh»), habe insbesondere sehr weitläuftige Beschreibungen verfertiget, und sie zugleich zeichnen lassen, wohin ich den Leser verweise».

---

1) *Eumetopias Stelleri.*

2) *Callorhinus ursinus.*

3) *Enhydris marina.*

4) Ich halte es für nöthig noch speciell darauf aufmerksam zu machen, dass diese Abhandlung auf der Berings-Insel selbst von Steller niedergeschrieben und nicht, wie Baer (Mém. Acad. Sc. St.-Pétersb., (VI), Sc. nat., V, p. 63) irrthümlicher Weise annimmt, von ihm später in Kamtschatka ausgearbeitet ist. Diesen Umstand, der aus dem oben besprochenen Berichte zu ersehen ist, hat schon Pekarski [Ист. Имп. Акад. Наукъ, I, p. 597 (1870)] in seiner Biographie von Steller hervorgehoben. Dagegen hatte Steller bei seiner Rückkunft nach Kamtschatka die Beschreibung seiner Seereise, die später von Pallas unter den Titeln «Topographische und physikalische Beschreibung der Beringsinsel» [Neue nord. Beyträge, Bd. II, p. 255—301 (1781)] und «Tagebuch seiner Seereise aus dem Petripauls-Hafen in Kamtschatka bis an die westlichen Küsten von Amerika» [Neue nord. Beyträge, Bd. V, p. 129—236 (1793) und Bd. VI, p. 1—26 (1793)] herausgegeben worden ist, noch nicht zum Abschluss gebracht; diese Arbeit war zu der Zeit theils noch nicht beendigt, theils nicht umgeschrieben, wovon in seinem Berichte vom 16. November 1742 an zwei Stellen die Rede ist.

5) Steller, Beschreibung von dem Lande Kamtschatka, p. 97 (1774).

Im folgendem 1743. Jahre hat Steller sein Versprechen dem Senate gegenüber, demselben seine Manuscripte, Zeichnungen u. s. w. zuzusenden, richtig eingelöst. In seinem Rapport vom 12. Juli 1743 [1]) (aus Kamtschatka) berichtet Steller dem Dirigirenden Senate unter Anderem Folgendes (in wörtlicher Uebersetzung): «... Obwohl ich beabsichtigt hatte mit diesem meinem unterthänigsten Rapport nicht allein die vom Jahre 740 bis zum jetzigen Datum von mir angestellten Beobachtungen und Zeichnungen, sondern auch alle Naturalien zu senden, welche von mir wie auf der Fahrt von Jakutsk nach Ochotsk, während meines Aufenthaltes auf der See-Reise, so auch hier in Kamtschatka gesammelt worden sind, so bin ich doch sehr besorgt jene Objecte zu schicken, damit sie nicht durch irgend welchen Vorfall auf der Reise verloren gehen können, so habe ich jene Objecte bei mir zurück behalten und beabsichtige alle jene Objecte selbst zu bringen [2]). Und bei diesem meinem unterthänigsten Rapport schicke ich verschiedene von mir angestellte Beobachtungen und vom Maler Berckhan verfertigte Zeichnungen, wovon von allem ich anbei ein Verzeichniss mittheile ...» In diesem Verzeichnisse, welches aus 23 Nummern besteht, ist unter № 10 — «Die Beschreibung von See-Säugethieren» und unter № 20 «Sechs Zeichnungen von See-Säugethieren» aufgeführt.

Es unterliegt natürlich keinem Zweifel, dass die im Jahre 1743 an den Senat abgesandte Arbeit, welche «die Beschreibung von See-Säugethieren» genannt ist, das Manuscript zu der bekannten Abhandlung von Steller «De bestiis marinis» bildet. Unter diesem Titel wurde die erwähnte Abhandlung von der Kaiserl. Akademie der Wissenschaften 1749 zum Druck vorgestellt und 1751 herausgegeben [3]). Dieser Abhandlung sind drei Tafeln beigegeben worden, von denen die eine (Tab. XIV) die Kauplatten der *Rhytina gigas*, die zweite (Tab. XV) die beiden Geschlechter des *Callorhinus ursinus* und endlich die dritte (Tab. XVI) *Enhydris marina* in zwei verschiedenen Stellungen darstellt; die Abbildungen der nordischen Seekuh und des *Eumetopias Stelleri*, welche Steller seiner Zeit gleichfalls hat anfertigen lassen, worüber er, wie wir gesehen haben, wiederholentlich berichtet hatte, finden sich bei dieser Abhandlung im Drucke nicht vor.

Das vollständige Manuscript zu der Steller'schen Abhandlung «de bestiis marinis» (jedoch ohne speciellen Titel) wird im Konferenzarchiv [4]) der Kais. Akademie der Wissen-

---

1) Зап. Имп. Акад. Наукъ, XV, Прилож. № 1, стр. 25—26 (1869).

2) Diesen Entschluss hat Steller später auch in Ausführung gebracht; am 3. August 1744 verliess er Kamtschatka und erreichte am 19. desselben Monats Ochotsk, wo er die Hafen-Kanzelei ersuchte, seine sechszehn Kisten mit verschiedenen Naturalien mit Kronssiegeln zu versehen [Ист. Имп. Акад. Наукъ, I, p. 598 (1870)].

3) Steller: Novi Comm. Acad. Sc. Imp. Petrop., II, p. 289—398 (1751). — Eine Uebersetzung dieser Abhandlung ist unter folgendem Titel erschienen: Georg Wilhelm Steller's ausführliche Beschreibung von sonderbaren Meerthieren, Halle, 1753; eine weitere Uebersetzung der Untersuchung über *Rhytina gigas* wurde unter dem Titel «Hrn. George Wilhelm Steller's Beschreibung des Manati, oder der sogenannten Seekuh» im Hamburger Magazin, Bd. XI, pag. 132—187 herausgegeben.

4) Packen unter № 13*b*, Heft unter litera N.

schaften aufbewahrt. Da schon von Pekarski und später auch von Alex. Brandt[1]), die diese Handschrift benutzt und theilweise mit dem gedruckten Texte collationirt haben, nachgewiesen worden ist, dass der ursprüngliche Text derselben in der von der Kaiserlichen Akademie besorgten Original-Ausgabe verschiedene Corruptionen und Abweichungen erlitten hat, so habe ich das werthvolle Manuscript speciell auf die Mittheilungen hin, die sich auf Abbildungen beziehen, durchgesehen und bei diesem Vergleiche folgende Aenderungen resp. Auslassungen im gedruckten Texte ermittelt:

1) [in Bezug auf *Rhytina gigas*]: Auf pag. 302 (im 2. Bande der Novi Commentarii) ist gegenüber der am Seitenrande gesetzten «Tab. XIV. fig. 1.» folgende Phrase gedruckt: «Ossa haec, quae clarius docebunt, quae descriptione minus intelligibilia sunt, delineari curavi». In der Handschrift dagegen heisst diese Stelle folgendermaassen: «Ossa haec ex animali exempta aeque ac delineationes amborum mitto, quae clarius docebunt, quae descriptione minus intelligibilia sunt».

2) [in Bezug auf *Rhytina gigas*]: Pag. 329 endigt mit folgendem Absatz: «Tanta autem est multitudo horum animalium circa hanc unicam insulam, quae Kamtschatkae incolis alendis constanter sufficit». Hinter dieser Stelle finden sich jedoch im Manuscripte folgende Zeilen, die beim Drucke einfach fortgelassen worden sind:

«Icon. Tab. I. sistit animal pronum in ventre.
Tab. II. sistit animal supinum in dorso jacens, ita ut labiorum structura brachia, mamae, pudenda, et cauda qualis est in conspectum veniat.
Tab. III. sistit ossa masticatoria et insecta hujus animalis».

3) [in Bezug auf *Callorhinus ursinus*]: Auf pag. 359 findet sich folgende Tafelerklärung zu Tab. XV: «Icones duplices fieri curavi, quarum prior Fig. 1. marem sistit saxo insistentem, ut plerumque cernuntur, altera Fig. 2. foemellam supine in dorso jacentem minorem, potissimum ob hanc rationem, quo posteriorum pedum figura appareat, quae in sedente ad naturam exprimi non potuit». Dieser Passus unterscheidet sich von der entsprechenden Tafelerklärung im handschriftlichen Texte nur dadurch, dass in demselben an betreffender Stelle die Angaben der Figuren («Fig. 1.» und «Fig. 2.») eingeschaltet erscheinen und dass zwischen den Worten «foemellam» und «supine» das Wort «exhibet» und zwischen «sedente» und «ad naturam» das Wort «mari» ausgelassen sind.

4) [in Bezug auf *Eumetopias Stelleri*]: Auf pag. 366 endigt die Abhandlung über den Seelöwen mit folgendem Satze: «Quod attinet ad victum harum bestiarum, pisces praedantur et phocas, forte et lutras marinas aliaque animalia marina: senes autem Junio et Julio parum vel nihil omnino comedunt, sed otio indulgent, somno, ac interea tem-

1) Brandt, Alex. Ueber die Haut der nordischen Seekuh. Mém. Acad. Sc. St.-Pétersb., (VII), XVII, n. 7, p. 3 (1871).

poris valde macilente evadunt». Im Manuscripte dagegen steht noch hinter diesem Schlusssatze folgende Tafelerklärung: «Icon sistit masculum saxo insidentem».

5) [in Bezug auf *Enhydris marina*]: Auf pag. 398 finden wir folgende Tafelerklärung (zu Tab. XVI): «Icones duas fieri curavi, quarum una (fig. 1.) lutram in continente incedentem, altera (fig. 2.) eandem cum catulo natantem sistit». Diese selbe Stelle lautet aber in der Handschrift folgendermaassen: «Icon sistit lutram in continente incedentem, foemellam seorsim pingendam curare supervacaneum duxi ob id quod sola tantum nec multum differente magnitudine a maribus distinguuntur».

Dieser Vergleich des Manuscriptes von Steller mit dem gedruckten Texte derselben Abhandlung liefert einen weiteren Beweis dafür, dass Steller auf der Berings-Insel von allen vier von ihm beschriebenen Seesäugethieren die Abbildungen hatte anfertigen lassen und dass er ferner diese Abbildungen zu seiner Abhandlung beigelegt wissen wollte.

Es fragt sich jetzt, was für Umstände die Kaiserliche Akademie der Wissenschaften bewogen haben, bei der Herausgabe der Abhandlung von Steller, einzelne von den für diese Arbeit bestimmten Abbildungen nicht erscheinen zu lassen und dem entsprechende Aenderungen und Auslassungen beim Drucke des Textes anzuordnen?

Eine Erklärung dafür, oder wenigstens Anhaltspunkte für eine solche, glaubt Pekarski, bei seiner Durchsicht von Materialien für die Geschichte der Kaiserlichen Akademie der Wissenschaften, im Archive derselben gefunden zu haben, worüber er Folgendes berichtet hat[1]). Am 9. April 1746[2]) zog der Senat bei der Akademie der Wissenschaften nachstehende Erkundigungen ein (in wörtlicher Uebersetzung): «wo befindet sich augenblicklich der Adjunkt jener Akademie Steller, der sich früher in Sibirien aufgehalten hat, und was für Sachen sind aus Sibirien mit (sic) ihm eingeschickt, und ist ein Verzeichniss derselben mitgetheilt worden, und, wenn dieses geschehen ist, sind alle jene Sachen von ihm in der Akademie empfangen oder ist etwas nicht angekommen und zwar was? Ebenso was für Sachen und Observationen früher von jenem Adjunkten Steller in der Zusendung vorhanden waren und aus dem Senate abgegeben sind, davon ein Verzeichniss mittheilen». Auf Grund dieser Forderung des Senats, wurden damals in der Akademie nähere Nachforschungen angestellt und es erwies sich dabei unter Anderem, dass in der Akademie am 12. Februar 1746 aus dem Senate der Bericht von Steller und im Anschlusse an ein Verzeichniss verschiedene Beilagen empfangen worden sind. «Auf diesem Verzeichniss ist am Rande angemerkt worden, was beim Empfange aus dem Senat nicht vorhanden war und auf der Rückseite ist von der Hand des Professors Müller geschrieben worden, was empfangen und was nicht empfangen worden ist». Das hier in Rede stehende Verzeichniss ist dasselbe, welches Steller seinem

1) Пекарскій. Зап. Имп. Акад. Наукъ, XV, Прилож. I, стр. 27 (1869).

2) Bei Pekarski ist diese Jahreszahl als «1846» angegeben, was selbstverständlich nur ein Druckfehler ist.

Rapport vom 12. Juli 1743 beigelegt hatte und über welches ich schon oben (pag. 9) berichtet habe. Wie wir gesehen haben, war in diesem Verzeichnisse unter № 20 «Sechs Zeichnungen von See-Säugethieren» angeführt; gegenüber dieser Rubrik unter № 20 findet sich am Rande folgende Bemerkung: «war in der Sendung nicht vorhanden» und ist daraus mit Sicherheit zu ersehen, dass diese sechs Zeichnungen von See-Säugethieren von der Akademie nicht in Empfang genommen worden sind.

Diese Angaben aus dem Archive unserer Akademie erscheinen zweifelsohne für eine Beurtheilung der von Steller hinterlassenen Schriften von der grössten Bedeutung, doch bilden dieselben an und für sich noch keine Beantwortung auf die von uns aufgeworfene Frage. Denn diese Angaben geben uns noch keine Aufklärung, woher der Abhandlung «De bestiis marinis» nichtsdestoweniger einzelne Abbildungen beigelegt worden sind; in diesen Angaben finden wir ferner keine Erklärung für einzelne, von uns oben angeführte Unterschiede zwischen dem handschriftlichen und gedruckten Texte, und muss unter Anderem auch namentlich der Umstand vollständig unverständlich bleiben, woher bei der gedruckten Abhandlung sich sogar zwei Abbildungen von *Enhydris marina* finden, während doch Steller diese Art nur in einer Abbildung hatte darstellen lassen.

In der folgenden Betrachtung gebe ich eine Erklärung dieser, uns interessirenden Fragen und werde gleichzeitig bemüht sein, die Beweise für diese meine Erklärung zu liefern.

Zuerst müssen wir uns klarlegen, wie viele und was für Zeichnungen Steller auf der Berings-Insel hatte anfertigen lassen. Die Antwort darauf giebt uns das Manuscript seiner Arbeit «De bestiis marinis», wobei nur folgender Umstand einer Auseinandersetzung bedarf. In den Tafelerklärungen zu *Rhytina gigas* (siehe oben p. 10) giebt Steller wohl an, dass die dritte von den für diese Art bestimmten Tafeln die Kauplatten dieses Thieres darstellt, doch sagt er an einer anderen Stelle seiner Handschrift ausdrücklich, dass er die beiden Kauplatten aus einem Exemplare herausgenommen hat und dieselben behufs ihrer Abbildung zuschickt. Meiner Ansicht nach, kann aus dieser Mittheilung nur gefolgert werden, dass Steller die Kauplatten auf der Berings-Insel selbst nicht hat zeichnen lassen, dass er aber eine Abbildung derselben, welche erst später nach den von ihm eingesandten Präparaten angefertigt werden sollte, seiner Beschreibung der Seekuh als Tafel III wollte beigelegt wissen. Es erweist sich dann, dass Steller auf der Berings-Insel zwei Abbildungen von der Seekuh, zwei Abbildungen von *Callorhinus ursinus*, eine Abbildung von *Eumetopias Stelleri* und endlich eine Abbildung von *Enhydris marina*, im Ganzen folglich sechs Abbildungen von Säugern hatte anfertigen lassen. Dieses sind auch augenscheinlich die «sechs Zeichnungen von See-Säugethieren», die Steller dem Senat im Anschluss an seinen Rapport vom 12. Juli 1743 eingesandt hatte und die, wie wir gesehen haben, verloren gegangen sind. Es fragt sich jetzt weiter, von wo denn die Abbildungen stammen, welche auf den drei Tafeln mit der Abhandlung «De bestiis marinis» herausgegeben worden sind. In dem schon

mehrfach erwähnten Rapport vom 12. Juli 1743 theilt Steller noch mit[1]), dass er von *Enhydris marina*, die er seiner Zeit auf der Berings-Insel beschrieben hatte, keine naturgetreue Abbildung besitze und daher eine solche anfertigen zu lassen beabsichtigte, zu welchem Zwecke er sich auch im Mai 1743 in Begleitung des Malers Berckhan auf die Kurilen begeben hatte; «hier», berichtet Steller weiter, «sind von mir verschiedene Naturalien gesammelt und vom Maler Berckhan drei Abbildungen des Seethieres, welches Biber genannt wird, angefertigt worden; es sind die Zeichnungen von unbekannten Vögeln und Gräsern angefertigt, was alles bis zu einer zum Abschicken passenden Gelegenheit zurückgelassen ist». Wir sehen auf diese Weise, dass Steller mit den sechs auf der Berings-Insel von Plenisner ausgeführten Zeichnungen augenscheinlich nicht zufrieden war und dass er sich später bemühte neue Abbildungen von den von ihm beschriebenen See-Säugethieren durch Berckhan ausführen zu lassen. Wenn wir auch nur in Betreff der *Enhydris marina* die sichere Nachricht besitzen, dass Steller sein Vorhaben in Ausführung gebracht hat, so ist doch die Annahme vollständig berechtigt, dass der Maler Berckhan, während seines Aufenthaltes in Kamtschatka, auch die Zeichnung des *Callorhinus ursinus* und später noch diejenige der Kauplatten der Seekuh (und zwar nach den von Steller von der Berings-Insel nach Kamtschatka mitgebrachten Präparaten[2]) ausgeführt hat. Alle diese Zeichnungen gelangten erst viel später in die Akademie (wahrscheinlich sind dieselben vom Maler Berckhan selbst nach St. Petersburg gebracht worden) und wurden dann bei Herausgabe der Abhandlung «De bestiis marinis» derselben beigelegt.

Ich kehre jetzt zu der Frage über den Ursprung der Pallas'schen Abbildung der Seekuh zurück. Nach meinen eingehenden Erörterungen über die Abbildungen, die Steller während seines Aufenthaltes auf der Berings-Insel und später in Kamtschatka hatte anfertigen lassen, und auf Grund der Mittheilungen über das weitere Schicksal dieser Zeichnungen, unterliegt es demnach keinem Zweifel, dass die von Pallas aufbewahrte Zeichnung der

---

1) Die betreffende Stelle des Rapport lautet folgendermaassen: «Понеже хотя надлежащее описаніе морскаго бобра мною въ бытность мою въ морскомъ вояжѣ съ капитаномъ командиромъ Берингомъ отъ него, капитана командира, полученномъ именемъ Беринговымъ острову описаніе мною и учинено, но притомъ подлинно тотъ морской и притомъ особливой звѣрь въ рисункѣ не изображенъ по его надлежащему натуральному образу, и дабы то сдѣлаться нынѣшняго лѣто могло, отправился я изъ БольшерѢцка къ устью рѣки Большой мая 5 дня сего 743 года и тамъ намѣренъ былъ ожидать требованной изъ Курильскихъ острововъ байдары, которой я требовалъ въ послѣднихъ числахъ апрѣля 743 году, которая и прислана сего 743 году мая 12 дня. И на той байдарѣ отправился въ Курильскіе острова, гдѣ мною собраны разныя натуральныя вещи и живописцемъ Беркганомъ учиненъ рисунокъ морскому звѣрю, называемому бобру; учинены рисунки незнаемыхъ птицъ и травъ, что все оставлено то удобнаго къ отсылкѣ случая».

2) Auf Grund der obigen Mittheilungen erscheint es jetzt mehr als wahrscheinlich, dass die Gaumenplatte der *Rhytina gigas*, welche Brandt leider ohne nähere Bezeichnung im Jahre 1831 in der sogenannten Kunstkammer (dem früheren Museum der Kais. Akademie der Wissenschaften) aufgefunden und seiner Zeit eingehend beschrieben hatte (Mém. Acad. Sc. St.-Pétersb., (VI), Scienc. math. etc., II, p. 103—118 (1832); später auch in Symb. Sirenolog., fasc. I, p. 49), eine von denjenigen ist, die Steller, wie wir gesehen haben, von der Berings-Insel mitgebracht hat. Auch zeigt die Conservation dieser Gaumenplatte in unserem Museum, dass sie von einem lebenden Individuum stammt (vergl. auch Brandt, Bull. Soc. Imp. Nat. Moscou, 1866, pt. 1, p. 583).

Seekuh weder von Steller angefertigt, noch von diesem letzteren Pallas zugestellt worden ist. Im weiteren Verlaufe meiner Untersuchung werde ich noch auf diese Pallas'sche Abbildung der *Rhytina gigas* zurückkommen und dann auch die direkten Beweise über den Ursprung derselben vorbringen.

In der Entdeckungsgeschichte der nordischen Seekuh nimmt ausser Steller, noch der Lieutenant Swen Waxell einen hervorragenden Platz ein, da dieser letztere das Verdienst hat, mehrere Abbildungen dieser ausgestorbenen Thierform uns hinterlassen zu haben. Ehe ich an die Besprechung dieser Abbildungen selbst schreite, halte ich es für nöthig einige Notizen über die Persönlichkeit dieses wackeren Seemanns voranzuschicken und mit wenigen Worten der Rolle zu gedenken, die ihm während der zweiten Bering'schen Expedition zu spielen vergönnt war.

Der Steuermann Swen (resp. Ssawelij Lawrentjewitsch) Waxell gehörte zu den wenigen Seeleuten, die bei Ausrüstung der zweiten Bering'schen Expedition, ihre Dienste aus freien Stücken dem Admiralitäts-Collegium zur Disposition stellten, von dem er auch als Theilnehmer an dieser Expedition, mit gleichzeitigem Avancement zum Lieutenant, ernannt wurde.

Im Jahre 1741 wurde Lieutenant Waxell von Vitus Bering zum ältesten Officier des «St. Peter» ernannt und da bekanntlich Bering selbst dieses Fahrzeug befehligte (welches am 4. Juni 1741 in Begleitung des «St. Paul» aus Petropawlowsk auslief, um die Seereise zur Aufsuchung der Nordküste Amerika's anzutreten), so kann diese Ernennung als das beste Zeugniss für Waxell als Seemann angesehen werden. Bald nach Beginn der Rückfahrt des «St. Peter» von der entdeckten Küste Amerika's, war der vom Skorbut heimgesuchte Commodore gezwungen, grösstentheils seine Cajüte zu hüten, und wurde daher der Befehl meist vom Lieutenant Waxell geführt. Nach dem Tode Bering's auf der nach ihm benannten Insel ging das Commando ganz in die Hände Waxell's über. Ich kann leider an diesem Orte nicht auf die Thätigkeit Waxell's als Befehlshaber über die schiffbrüchige Mannschaft des «St. Peter» näher eingehen, doch möchte ich wenigstens bemerken, dass Waxell meiner Ansicht nach, die ich mir auf Grund eingehender Studien über die Beringsche Expedition gebildet habe, dieser Stellung vollkommen gewachsen war und die ihm in schwerer Zeit zugefallene Aufgabe ganz vortrefflich gelöst hat. Und wenn es jetzt meistens heisst, dass der glückliche Verlauf der schweren Ueberwinterung und die glänzende Rettung der schiffbrüchigen Besatzung in erster Linie Steller zu verdanken ist, so behaupte ich, ohne die Thaten dieses letzteren irgend wie herabsetzen zu wollen, dass ein derartiges Verdienst zum Mindesten in gleichem, wenn nicht in viel höherem, Grade auch dem trefflichen und umsichtigen Waxell gebührt.

Nachdem Waxell am 27. August 1742 mit der ihm unterstellten Mannschaft und dem Adjunkten Steller wohlbehalten nach Petropawlowsk heimgekehrt war, segelte er am 2. September 1742 nach Ochotsk, musste aber der heftigen Stürme wegen die Weiterreise aufgeben und nach Petropawlowsk zurückkehren, wo er auch den angehenden Winter verbrachte. Erst am 27. Mai des folgenden 1743. Jahres konnte Waxell mit seinem ganzen Commando von hier nach Ochotsk aufbrechen, wo er am 27. Juni 1743 glücklich einlief. Von Ochotsk begab sich Waxell nach Jakutsk, überwinterte daselbst und führte dann sein Commando weiter nach Jenisseisk, wo er im October 1744 anlangte und den Capitain Tschirikow mit seiner Mannschaft antraf. Als im Jahre 1745 Tschirikow auf erhaltenen Befehl nach St. Petersburg reiste, übernahm Waxell das Commando über die ganze Mannschaft. Mit derselben kehrte Waxell erst Ende Januar 1749 nach St. Petersburg zurück und ist nach Müller[1]) dieser Zeitpunkt für das Ende der zweiten Bering'schen oder kamtschatkischen Expedition anzusehen. Waxell war somit der einzige Theilnehmer dieser Expedition, welcher dieselbe von ihrem Anfange bis zu ihrer Beendigung mitgemacht hatte: beinahe volle 16 Jahre hat dieser Mann seine Kräfte und Kenntnisse diesem grossartigen Unternehmen gewidmet[2]).

Ausser verschiedenen Berichten und Rapports von Waxell und den von ihm geführten Schiffsjournalen, die jetzt in verschiedenen Archiven zerstreut aufbewahrt werden[3]), hat sich neuerdings, wie ich Eingangs dieser Abhandlung zu bemerken Gelegenheit hatte, noch eine Handschrift von ihm in der Zarsko-Ssel'schen Abtheilung Seiner Majestät Höchst Eigenen Bibliothek aufgefunden, welche eine vollständige Geschichte der zweiten Bering'schen Expedition umfasst und folgenden Titel trägt:

> Auszug | So wohl, aus meine, als aus andere Officiers, auf den kamschatsischen Expedition halltende Journalen, welche A° 1733 Von St. Petersburg, abgefärtiget würde; | worinnen | Ist in der Kürtze angeführet, die Absichten dieser Expedition, dessen fortsetzung, neue Entdeckungen, Zustossende unglücksfälle und Endigung; | welches | durch ein geschicktere Feder, wie der meinige; deutlicher, umständlicher, wie auch weitläuftiger kan ausgeführet werden, ohne etwas Von der Materia, oder Sache an sich selbsten zu verendern || Von | Swen Waxell | Capitain von der Flotte zu Russland.

1) Müller, Sammlung Russischer Geschichte, III, p. 267—268 (1758).

2) Die fernere Laufbahn Waxells ist mir unbekannt geblieben; bemerken möchte ich noch, dass am 20. November 1749 der Allerhöchste Befehl von der Beförderung Waxell's in Anbetracht seiner Verdienste zum Capitain 2. Ranges erfolgte, mit Anrechnung dieses Avancements vom 15. Juli 1744.

3) Die Schiffsjournale, Karten und Berichte Waxell's sind nur in Copien zu uns gelangt. Die Originale

Diese werthvolle Handschrift[1]), welche ich, nebenbei bemerkt, der besonderen Berücksichtigung des zukünftigen Geschichtsschreibers der zweiten Bering'schen Expedition — und ein solcher wird hoffentlich nicht lange auf sich warten lassen — empfehle, ist vom zoologischen Standpunkte aus von dem grössten Interesse, da dieselbe ausser verschiedenen Notizen über die nordische Seekuh, noch zwei Abbildungen dieses Thieres enthält, welche sich, wie wir gleich sehen werden, als die genauesten und besten erwiesen haben.

Ich gehe jetzt an eine Besprechung aller von Waxell hinterlassenen Abbildungen über.

Am 15. November 1742 schickte Waxell aus Petropawlowsk einen eingehenden Bericht[2]) an das Admiralitäts-Collegium über den Verlauf der Seereise nach den nordwestlichen Küsten Amerika's. In diesem Bericht theilt Waxell, bei Besprechung des Aufenthaltes des «St. Peter» bei den Aleutischen Inseln (Ende August 1741), unter Anderem Folgendes mit (in wörtlicher Uebersetzung): «Alle jene Inseln sind waldlos und öde und ist es klar, dass jene Amerikaner zu diesen Inseln auf ihren Baidaren vom festen Lande gekommen sind, um Seesäugethiere und Fische zu fangen; und von welchem Aussehen die Amerikaner und ihre aus Seehundsfell verfertigten Baidaren sind, ist auf der von mir gezeichneten Karte zu sehen». In seinem weiteren Berichte giebt Waxell eine Beschreibung der Ueberwinterung auf der Berings-Insel und sagt hier unter Anderem, dass die schiffbrüchige Mannschaft sich anfänglich vom Fleische des Morskoi Kot *(Callorhinus ursinus)* genährt hätte; dieser Mittheilung fügt dann Waxell folgende Bemerkung hinzu (in wörtlicher Uebersetzung): «Und da nach langer Zeit jene[3]) uns sehr widerlich wurden, so fingen wir Seekühe, welche von nicht geringer Statur sind, da eine Kuh nicht weniger als zweihundert Pud Fleisch besitzt. Und von welchem Aussehen die erwähnten Thiere, und zwar der Kot[4]), Ssiwutsch[5]) und die Kuh, sind, davon geben Zeugniss die, auf der von mir an das Admiralitäts-Collegium gesandten Karte, gezeichneten».

Ssokolow[6]) brachte die erstere von den soeben mitgetheilten Stellen aus dem Waxell'schen Berichte zum Abdrucke, wobei er zu der daselbst erwähnten Karte folgende

---

dieser Schiffsjournale und der Karte (von welcher letzteren weiter unten noch die Rede sein wird) sind, ähnlich wie diejenigen beinahe aller übrigen Theilnehmer dieser Expedition, im Jahre 1754 nach Irkutsk und 1759 von da nach Tobolsk gesandt worden. In Tobolsk liessen sich diese Dokumente, wie Ssokolow [Зап. Гидрогра⊕. Департ., IX, p. 468 (1851)] mittheilte, nicht auffinden, und es ist anzunehmen, dass dieselben während des Brandes, welcher 1788 Tobolsk heimsuchte, vernichtet worden sind.

1) Es ist leider absolut unbekannt, wann, auf welche Weise und bei welcher Gelegenheit die in Rede stehende Handschrift in die Bibliothek Seiner Majestät des Kaisers gelangt ist, da alle Nachforschungen in dieser Richtung, die der Vorstand genannter Bibliothek, Herr R. Grimm, angestellt hat, resultatlos geblieben sind.

2) Diesen Bericht nebst einer Karte seiner Reise schickte Waxell, wie er davon in seiner Handschrift (p. 147) Mittheilung macht, mit einem Expressen (Alexei Iwanow) nach Petersburg, der erst im August des nächstfolgenden (1743) Jahres an seinen Bestimmungsort anlangte.

3) D. h. *Callorhinus ursinus.*

4) *Callorhinus ursinus.*

5) *Eumetopias Stelleri.*

6) Соколовъ: Зап. Гидрогр. Департ., IX, стр. 391 (1851).

Anmerkung machte: «diese Karte ist in einer Copie (Archiv des Hydrographischen Departements № 1940) zu uns gelangt; auf derselben sind noch morskije koty, ssiwutschi und Kühe gezeichnet».

Diese positive Angabe Ssokolow's von dem Vorhandensein der Waxell'schen Karte, auf der sich noch die Zeichnungen eines Aleuten auf einer Baidare (oder eines Amerikaners, wie es im Berichte von Waxell heisst) und der erwähnten Seesäuger vorfinden, veranlasste Pekarski[1]) die betreffenden Recherchen im Archive des Hydrographischen Departements anzustellen. Es fanden sich daselbst vier mit einander im grossen Ganzen übereinstimmende Kopien der Waxell'schen Karte, von denen die eine (nämlich dieselbe, die Ssokolow unter № 1940 erwähnt) mit einer Bescheinigung aus dem Jahre 1754 versehen ist, dass sie richtig von der Original-Karte copirt sei[2]). Auf dieser Karte befinden sich rechts oben, innerhalb des freigebliebenen Raumes die Zeichnungen dreier Säuger mit nebenanstehenden Aufschriften, und zwar oben die Abbildung der Seekuh (mit der Aufschrift «морская корова»), und dicht unter dieser sind die Zeichnungen des *Eumetopias Stelleri* («левъ морской или сивучь») und *Callorhinus ursinus* («котъ морской») angebracht. Von der Gruppe dieser Figuren hat Pekarski unter sorgfältiger Beachtung aller Details eine genaue Copie anfertigen lassen, die er seiner schon vielfach citirten Abhandlung beigelegt hat. Auf diese «Pekarski'sche Abbildung» werde ich später, bei einem Vergleiche aller bis jetzt bekannt gewordenen Abbildungen unter einander, noch zurückzukommen haben.

Im Jahre 1867, also noch vor Veröffentlichung der Untersuchung von Pekarski, gab Middendorff[3]) in seiner «Thierwelt Sibiriens» eine von ihm aufgefundene Abbildung der *Rhytina gigas* heraus, welcher er folgende Bemerkungen hinzufügte: «Die sorgfältigen Musterungen des Karten-Archives der Akademie, zu der mich die zu Anfange dieses Bandes gegebene Abhandlung über Geographie und Hydrographie Sibiriens veranlasste, hat

---

1) Пекарскій: Зап. Имп. Акад. Наукъ, XV, Прилож. № 1, стр. 4—7 (1869).

2) Diese Karte trägt in der rechten unteren Ecke in einer Vignette folgende Aufschrift: «Карта сочиненная видимой земли американской и островами вновь сысканными, под командою бывшаго Гдина капитана командора Берінга. Съ журнала лейтенанта Вакселя кампані 741 и 742 годовъ. С подлинной копирована генваря 31 дня. На подлинной пишетъ тако лейтенантъ Свенъ Ваксель. Олота мастеръ Сооронъ Хитровъ 1744 Году». Auf der linken Seite der Karte unten findet sich die erwähnte Bescheinigung, welche folgenden Wortlaut hat: «С подлинной поверяя морскаго шляхетнаго кадетскаго корпуса математическихъ и навигацких наукъ подмастерья Петръ Расторгуевъ Февраля дня 1754 году». Die übrigen drei Copien besitzen keine Angaben über die Zeit ihrer Anfertigung, weisen einzelne Lücken und verschiedene Nachlässigkeiten auf und sind, nach Pekarski, ohne Zweifel viel später angefertigt worden. — Nach weiteren Mittheilungen von Pekarski wird auch im Moskauer Haupt-Archiv des Ministeriums der Auswärtigen Angelegenheiten eine Karte von Waxell (unter № 37) aufbewahrt, die folgenden Titel trägt: «Карта американскаго берега и острововъ, найденныхъ капитаномъ командоромъ Берингомъ, сочинена по журналу лейтенанта Вакселя въ 1741 и 1742 году съ показаніемъ пути». Diese Karte, in der Pekarski anfänglich die von Waxell eingeschickte Originalkarte zu finden glaubte, erwies sich aber gleichfalls nur als eine Kopie derselben; diese Copie weist auch die nämlichen Zeichnungen auf, die sich auf der Karte (№ 1940) des Hydrographischen Departements vorfinden, doch erscheinen dieselben hier viel weniger sorgfältig ausgeführt.

3) Middendorff, Sib. Reise, Bd. IV, Th. 2, pag. 838—839 (1875).

mich mit einem ausserordentlichen zoologischen Funde belohnt. — Ich habe die einzige authentische, nach dem lebenden Thiere entworfene Abbildung der ausgestorbenen Seekuh entdeckt, die vorhanden zu sein scheint. Die Abbildung gebe ich in der treuen Nachbildung wieder, welche der folgende Holzschnitt in seiner unten stehenden Figur darstellt. Diese Abbildung findet sich in derselben Grösse, mit Tusche hingeworfen neben der Berings-Insel, auf einer handschriftlichen Karte, welche die Inschrift führt: «Chart of a voyage from Kamtschatka to discover Nort America, in the Paquett Boot St. Peter, under Command Capt. Comendeur Bering An. 1741; made of a Journal kept by Swen Waxell, Leutenant of the fleet». Es ist also das in Rede stehende Querblatt nach dem Originale des Schiffsjournales der Entdeckungsreise entworfen . . . Vor der Seekuh sind die hier obenstehend, über derselben, dargestellten Thiere gleichfalls hingezeichnet. Die alte gute Sitte, die auffallendsten Gegenstände neuentdeckter oder wenig bekannter Länder auf den Karten selbst, innerhalb des ohnehin gewöhnlich leeren Rahmens der Umgränzungen solcher Länder darzustellen, hat uns also in diesem Falle einen durch nichts zu ersetzenden Dienst geleistet». Auf dem beigefügten Holzschnitte findet sich unten die Zeichnung der Seekuh, mit dem Kopfe nach links gekehrt, über derselben die Zeichnungen zweier anderer Säuger, beide mit dem Kopfe nach rechts gerichtet. Während ich auf diese Middendorff'sche Abbildung der Seekuh noch weiter unten näher eingehen werde, möchte ich an dieser Stelle noch speciell darauf aufmerksam machen, dass die Zeichnungen dieser Säuger wohl genau copirt sein mögen[1]), dass aber die ganze Gruppe in der Vertheilung der einzelnen Thiere nicht mit dem Originale übereinstimmt, da auf der handschriftlichen Karte (auf Grund der angeführten Mittheilung von Middendorff) die beiden Seesäuger vor der *Rhytina gigas* und nicht über derselben dargestellt sind. Ferner muss ich hier noch auf folgende Bemerkung, die Middendorff weiter in Betreff dieser Zeichnungen macht, näher eingehen: «dass der Zeichner — der wohl Steller selbst gewesen sein mag — kein übles Talent im Auffassen des Charakteristischen gehabt habe, beweisen eben die Darstellungen der beiden Seebären (Siwutsch, *Otaria Stelleri*), welche beigegeben sind». Auf die hier nur beiläufig hingeworfene Vermuthung, dass Steller der Autor der in Rede stehenden Zeichnungen gewesen sein mag, brauche ich nach meinen eingehenden Mittheilungen über die von Steller angefertigten Abbildungen wohl nicht weiter einzugehen, doch muss ich gegen die Deutung der beiden Figuren durch Middendorff, der dieselben für *Eumetopias Stelleri* anspricht, Einspruch erheben. Diese Deutung ist entschieden eine irrthümliche, da die eine Figur (nämlich die auf der rechten Seite des Holzschnittes befindliche) wohl *Eumetopias Stelleri* darstellt, die andere Zeichnung dagegen zweifelsohne diejenige des *Callorhinus ursinus* ist. Eine derartige

1) Ich habe die in Rede stehende Karte in der Akademie nicht auffinden können und blieben alle Nachforschungen in dieser Richtung sowohl im Karten-Archive der II. Abtheilung der Bibliothek, als auch im Konferenz-Archive ohne Erfolg. Ich war auf diese Weise leider der Möglichkeit beraubt, einerseits die Holzschnitte von Middendorff mit den Originalen zu vergleichen, andererseits diese Karte selbst mit der in der Waxell'schen Handschrift befindlichen, die ich weiter unten zu besprechen habe, zu collationiren.

Deutung der betreffenden Zeichnungen bedarf meiner Ansicht nach keiner weiteren Begründung, da sich eine solche aus meiner Besprechung der Abbildungen auf den vorhandenen Waxell'schen Karten, so zu sagen, von selbst ergiebt. Es ist anzunehmen, dass auf der von Middendorff aufgefundenen handschriftlichen Karte keine specielle Erklärung der auf derselben befindlichen Thierzeichnungen vorhanden war, da im entgegengesetzten Falle eine solche Erklärung der irrthümlichen Deutung der einzelnen Zeichnungen vorgebeugt hätte.

Die aufgefundene Handschrift der Zarsko-Ssel'schen Bibliothek liefert zwei neue Abbildungen der nordischen Seekuh, wobei diese Abbildungen gleichfalls von denjenigen des *Eumetopias Stelleri* und *Callorhinus ursinus* begleitet sind. Die eine dieser Abbildungen findet sich auf der Karte, welche zwischen der 70. und 71. Seite der Handschrift beigelegt ist und mit folgender (in der rechten unteren Ecke befindlichen) Inschrift versehen erscheint: «Carte, auf eine Reise, von Kamschatka um nord America zu Entdecken, In der Paquet Boat St.-Peter, unter Comando Capt. Comendor Bering A° 1741, gemacht nach der Journall, geführet von | Swen Waxell | Capitain von der Flotte». Rechts, im freigebliebenen Raume dieser Karte findet sich noch die Zeichnung eines Aleuten auf seiner Baidare fahrend, und etwas höher und links davon eine Vignette mit folgender Erklärung der auf der Karte befindlichen Zeichnungen: «A. Ein Sea Kuh | B. Ein Sea Löw | C. Ein Sea Kats | D. Ein nord Americaner».

Zwischen der Seite 174 und 175 der in Rede stehenden Handschrift ist eine zweimal zusammengelegte Tafel eingeheftet von $32_{,5}$ Ctm. Höhe und von 39 Ctm. Länge; diese Tafel ist einer speciellen Darstellung der erwähnten drei Säugethiere gewidmet.

Copien der besprochenen Abbildungen der Waxell'schen Handschrift aus der Kaiserlichen Bibliothek finden sich auf der die vorliegende Abhandlung begleitenden Tafel. Die Copie von der Thier-Gruppe der Karte ist in natürlicher Grösse, diejenige der besonderen Tafel in Zweidrittel natürlicher Grösse hergestellt. Für die Genauigkeit dieser Copien spricht ihre Anfertigung auf phototypischem Wege.

Wir besitzen demnach bis jetzt vier Original-Abbildungen[1]) der nordischen Seekuh, die sämmtlich von Waxell stammen. Diese Abbildungen beabsichtigen wir jetzt einem näheren Vergleich unter einander zu unterziehen.

---

1) Der Bequemlichkeit und Kürze wegen werde ich in meiner weiteren Auseinandersetzung diese einzelnen Original-Abbildungen einerseits mit dem Namen der Autoren, welche dieselben veröffentlicht haben, belegen (die Pekarski'sche und Middendorff'sche Abbildung), andererseits werde ich die von mir neu aufgefundenen Abbildungen die Zarsko-Ssel'schen nennen, wobei ich die auf der Karte befindliche Abbildung unter № 1 und die auf der besonderen Tafel gezeichnete — unter № 2 anführe. An dieser Stelle möchte ich noch der Bemerkung Raum geben, dass Fitzinger [Wissenschaft.-populäre Naturg. d. Säugeth., VI, p. 161 (1860)] von dem Vorhandensein einer Abbildung zweier nicht geborener Seekühe spricht. Die betreffende Angabe lautet folgendermaassen: «Denn ausser der Abbildung zweier noch ungeborener und höchst unvollkommen entwickelter Thiere, und einer höchst rohen, nur im flüchtigen Umrisse gegebenen Skizze eines alten, besitzen wir durchaus kein Bild, das uns eine deutliche Vorstellung von seinen Formen geben könnte». Eine Erklärung für die Entstehung dieser Angabe kann ich nicht finden.

Wenn ich zunächst von der Zarsko-Ssel'schen Abbildung № 2 absehe und nur die auf den Karten befindlichen Zeichnungen in Betracht ziehe, so erweist es sich, dass die Middendorff'sche Abbildung und die Zarsko-Ssel'sche Abbildung № 1 unter einander höchst ähnlich erscheinen, während die Pekarski'sche Abbildung sich von diesen sehr auffallend unterscheidet. Die Pekarski'sche Abbildung stellt nämlich die Seekuh nur in einer ganz einfachen, rohen Contourzeichnung ohne jegliche Ausarbeitung dar, wobei noch die Stellung des Thieres, besonders hinsichtlich des Rückens und der Schwanzflosse, eine andere ist, als auf der Middendorff'schen und Zarsko-Ssel'schen Zeichnung № 1. Vergleichen wir aber diese Pekarski'sche Abbildung mit der von uns früher besprochenen Pallas'schen Zeichnung der Seekuh, so ist es nicht schwer sich zu überzeugen, wie dieses zuerst von Pekarski bemerkt worden ist, dass die von Pallas veröffentlichte Abbildung nichts weiter ist, als eine Copie derjenigen Zeichnung, welche auf der ersten von Waxell 1742 aus Kamtschatka eingesandten (und später in verschiedenen Vervielfältigungen kursirenden) Karte zur Darstellung gebracht war.

Soeben habe ich die auffallende Aehnlichkeit zwischen der Middendorff'schen und Zarsko-Ssel'schen Abbildung № 1 hervorgehoben. Bei näherem Vergleiche dieser beiden Abbildungen unter einander erweist es sich, dass die Middendorff'sche Abbildung sich ausschliesslich nur in folgenden Stücken von der Zarsko-Ssel'schen Abbildung № 1 unterscheidet: durch das Fehlen der Bartborsten auf den Seitentheilen der Schnauze, der Nasenlöcher und der Einkerbungen auf der Innenseite der rechten Schwanzflosse, ferner durch das Vorhandensein einer sehr grossen Ohröffnung und endlich durch den Umstand, dass die ganze Zeichnung in den Details und überhaupt in ihrer ganzen Ausführung lange nicht so genau ausgearbeitet erscheint, wie die Zarsko-Ssel'sche Abbildung № 1. Ziehen wir noch unsere Bemerkungen in Betracht über die Vertheilung der einzelnen Thiere in der Gruppe auf der von Middendorff aufgefundenen Karte und berücksichtigen wir endlich den Umstand, dass der englische Titel dieser Karte nur eine wörtliche Uebersetzung der Inschrift der Karte aus der Waxell'schen Handschrift ist, so ergiebt es sich von selbst, dass diese Middendorff'sche Abbildung der nordischen Seekuh nur eine ungenaue Copie der Zarsko-Ssel'schen Abbildung № 1 ist.

Die Zarsko-Ssel'sche Abbildung № 2 ist die einzige Original-Abbildung der *Rhytina gigas*, welche uns als besonderes Bild dieser ausgestorbenen Thier-Art zugekommen ist. Da sich dieses Bild zudem durch genaue Ausführung und detailirte und gewissenhafte Ausarbeitung auszeichnet, so ist der grosse wissenschaftliche Werth dieser Abbildung leicht zu ersehen. Bei Vergleich dieser Abbildung mit den übrigen soeben besprochenen drei Abbildungen ergiebt es sich, dass dieses Bild in der Stellung und in den Umrissen des Thieres selbst mit der Pekarski'schen (und natürlich auch mit der Pallas'schen) Abbildung übereinstimmt, und ist aus diesem Umstande mit Sicherheit zu schliessen, dass diese Zarsko-Ssel'sche Abbildung № 2 und die Pekarski'sche Abbildung ein und dasselbe Individuum darstellen.

Fassen wir nun zum Schluss die Resultate unserer Untersuchung über die Original-Abbildungen der *Rhytina gigas* kurz zusammen, so ergiebt sich aus ihnen Folgendes.

Alle Original-Abbildungen der nordischen Seekuh, die bis jetzt bekannt sind, stammen von Waxell. Die erste Abbildung (= Pekarski'sche Abbildung), die Waxell lieferte, wurde von ihm 1742 in Kamtschatka, gleich nach Beendigung der bekannten Seereise, bei Anfertigung einer seinen Reisebericht illustrirenden Karte auf eben dieser angebracht; diese in Eile und unter schwierigen Verhältnissen angefertigte Abbildung ist nur eine Contourzeichnung der *Rhytina gigas* und repräsentirt das Original zu der von Pallas veröffentlichten Zeichnung der Seekuh. Später hat Waxell, bei Abfassung seiner Geschichte der zweiten Bering'schen Expedition unter günstigeren Verhältnissen und bei völliger Musse zwei detaillirt ausgearbeitete Abbildungen (= Zarsko-Ssel'sche Abbildung № 1 und № 2) auf Grund der auf der Berings-Insel entworfenen Zeichnungen dieser Art, anfertigen lassen. Die eine dieser Abbildungen ist schon früher in einer ungenauen Copie (= Middendorff'sche Abbildung) bekannt gewesen. Die von uns aufgefundenen Abbildungen erscheinen demnach als zwei werthvolle Originale. Die Waxell'schen Abbildungen der *Rhytina gigas* stellen zwei Individuen derselben dar, und zwar ist die sogenannte Pekarski'sche und die Zarsko-Ssel'sche Abbildung № 2 von dem einen Individuum, und die sogenannte Zarsko-Ssel'sche Abbidung № 1 und die Middendorff'sche Abbildung von einem anderen Individuum angefertigt worden.

Da *Rhytina gigas* zu den ausgestorbenen Thierarten zählt, deren Untergang historisch dokumentirt ist, so müssen zweifelsohne alle Nachrichten und Angaben über dieselbe, welche uns die Zeitgenossen dieser auffallenden Thierform hinterlassen haben, von dem grössten Werthe erscheinen. Aus diesem Grunde halte ich es auch für meine Pflicht, die Nachrichten über die nordische Seekuh, welche Waxell in seiner handschriftlichen Beschreibung der zweiten Bering'schen Expedition niedergelegt hat, an dieser Stelle der wissenschaftlichen Literatur einzuverleiben.

An zwei Stellen seiner Handschrift fand Waxell Gelegenheit eingehende Mittheilungen über *Rhytina gigas* zu machen. Bei Gelegenheit der Erzählung über den Bau des neuen Schiffes auf der Berings-Insel theilt Waxell unter anderem mit, dass es im höchsten Grade schwierig war, der mit dem Schiffsbau beschäftigten Mannschaft die nöthige Nahrung zu Theil kommen zu lassen, und dass dieser Umstand ihn gezwungen hat, Mittel zu ersinnen, um der in der Nähe lebenden Seekühe habhaft zu werden. Die ersten Versuche in dieser Richtung und die weiteren Jagderfolge werden von Waxell (auf pag. 127—129) folgendermaassen geschildert:

«Ich würde den gezwungen, Ein ander Hülffsmittell, zur unsere nahrung ausfündig zu machen; die bestunde darin; wir sahen alle tage, recht gegen unsere wohnplats, Ein ziemlich Partie von Sea Kühe, oder Manates ins Wasser gehen, welche bey Ebb Zeit von uffer abgehet, bey fluut aber sich wieder das land nähert, um Sea grasz zu Essen, wo von sie ihre nahrung haben, und hir in der grosze mengde war; diese Thiere kommen nimmer am truckene lande, sondern bleiben beständig ins wasser, welches brachte uns zur Speculation, auf was für art wir ihnen fangen, oder bekommen könte; Ich liess zu dem Ende, ein Eyssernes Haack, mit ein wiederhaack, wie ein fischhuck, machen, der ungefehr fünfzehn bis achtzehn pfundt am gewickt hätte, zu diesen Haack würde eine pertlyne, von vier Daum dick fastgemacht, und den andern Ende am lande gelassen, fünf oder Sechs Kerls, nahmen den Huck (:so recht scharff gemacht wäre:) in der Boat, und ruderten sehr sachte an dass Thier, welches wenn es Isset, beständig an der grund sehet, dessen rücken aber allezeit über dass wasser zu sehen ist; Ein von die starckeste Kerls so wir hätten, stund voran in der boat, und als noch beykam, struck er den Haack zwischen Ihre rippen ein, da wir alle mit einander, bis vierzig Pehrsohns, am lande die Pertlyne hielten, und würde offten bis unter die Armen, ins wasser gezogen, auch bisweilen brach auch unsere Pertlyne, und der Kuh, gieng mit Haack und alles wegh, und wäre alle bald versoffen; wir Erneuerte unser gerätschafft, und fiengen vom Vorn an, nun an statt eine vierdaumige Pertlyne, brauchten wir eine Vierdaumige Gynloper und den könte sie uns nicht brechen; die leute in der Boat waren auch versehen, mit degens Bayonetten und Spiesse, womit sie die Kuh verfolgten, und stacken bis sie durchkamen, da den dass Bluut, welches sehr warm war, wie ein fontain ausschiessete, und so würde bisweilen ein gantze stund zugebracht, bis ihre Kräffte vergiengen und alsdann fiengen wir an, bey wenigen ans lande zu ziehen, bis die Ebbe wieder kam, und den lag sie uns auf truckene lande; den müsten wir geschwindt hauen und schneiden, wie auch zu Hausse bringen, eh, den die fluut ankam, damit es nicht wieder uns verlohren gienge. Von alle die unterschiedliche lebensmittell, so wir die gantze Zeit gebraucht habe, war diese leste, das beste, den dass fleisch ist schmackhafft und gesundt, weil dass Thier, nichts anders, als Seagrass Isset, wir befunden uns auch dabey viel leichter, und würde völlig gesund; Es war keine geringe glück vor uns, dass wir diese Thiere anfiengen zu fangen, den Vors Erste, würden wir allezeit Satt; zum andern hätte ich diese Thiere nicht bekommen, so hätte ich auch nicht die Zimmerläute ernähren können, folglich wäre das arbeit zurück geblieben, und hätten also noch ein winter auf diesen Insull verbleiben müssen, und drittens, wenn ich eins Von diese Thiere gefangen hätte, so war lebensmittell genug vor das gantze Comando, für viertzen tage, Ein Jeder kockte so viel, und so offten wie er wollte, und durch dieses, gieng unser arbeit so glücklich von statten, dass bey ausgang May Monath, war unser fahrzäug völlig formieret, und alle einhöltzern fast gemacht, so das wir bey anfang Juny, die auswändige plancken anzubringen anfangen könte».

Das 16. Kapitel (pag. 175) der Waxell'schen Handschrift aus der Bibliothek S. M. des Kaisers ist sozusagen einer Uebersicht der Fauna der Berings-Insel gewidmet und trägt

folgende Ueberschrift: «Beschreibung der Sea und land thiere wie auch Vögells, so wir auf Berings Insull angetroffen haben, und die meisten davon zur unser unterhalt gebrauchet, um vom Hunger sterben befreyet zu werden». In diesem Kapitel liefert Waxell zuerst ziemlich ausführliche Mittheilungen über den «Kamschatsischer Byber oder Bobber», «Sea Katze», «Sea Hund» und den «Sea Löw oder Siawitsch» und giebt dann folgende Beschreibung der nordischen Seekuh (pag. 182—185):

«Dasz fünfte Thier ist die Sea Kuh, so Manate genennt wird, diese unvergleichliche, und zur speisze dienliches Thier, ist gewisz das allerbeste, Von alle die Thieren, so ich oben Beschrieben habe, den ich kan mit wahrheit sagen, das niemand Von uns recht gesund würde, bis wir anfiengen Von diesem Thiere zu Eszen; Es kompt nimmer auf trukene lande, gehet auch niemahlen Vom laude weit ab, sondern wenn Ebb Zeit ist, hält sie sich ein wenig ab, damit sie nicht Betruchen werde, so bald aber der Fluut ankommet nähet sie sich wieder am lande, und Empfahnt seine nahrung, Vom grasz, was aus der Sea aufgeworffen wird, und andere speisze, nehmet sie nicht zu sich deszfalls Ihre fleisch auch, gar kein übell geruch noch ungeschmack haben, sondern Veritable wie gut Rinnfleisch, wenn das Thier nicht alzu alt ist, wo sie aber alt ist, so hat sie, im dicken fleische, Viele Harte und starke nerven und Sehnen, die nicht sich weich kauen läst, und folglich, etwas unverdauliches bleibet. Wir haben einmahl ein Kalb geschlagen, so zwischen die steine, bey Ebb Zeit ist Vertruckent worden, und könte nachdem nicht wieder auskommen, derselbige hielte am gewicht, ungefehr Zwölff Hundert pfund, und ist Vom geschmack recht delicat gewesen; uns mangelte nur einige Specerien und andere sachen, so man hir in dergleichen Suppen brauchet, so würde der unsrige, die hiesige Kalbsuppen, nicht nachgegeben haben; Sonsten, die ordinaire Kühe, so wir fangeten, waren Von Sechs, Sieben, und bis acht tausend pfund am gewickt, so dasz wenn wir ein Kuh erhaschten, so hätten wir für das gantze Comando, so etwa aus fünfzig Persohnen bestunde, Vor mehr als Viertzehn Tage unterhalt, Ein Jeder wurde erlaubet, zu kocken und Eszen, so viel und offten wie er wollte; Insonderheit haben wir bemärcket dasz wenn dieses fleisch etsliche tage in Salts geleget, Es noch bey weiten süszer und angenehmer schmecket, als wenn es gants frisch ist; dieses hätte ich gelegenheit zu erfahren, da ich Von den wüsten, oder Berings Insull, nach Kamschatka abgieng, so liess ich einige fäszer, zur Sea Proviant einsaltzen, den wir hätten nichts anders, und wir brachten noch etwas mit nach Kamschatka, welches wir alle auch dorten mit guter apetyt Verzehrete, und uns die gantze weg wohlgeschmeckt haben».

«Die Sea Kühe, haben ein Corpus, Von Fason, wie ein umgekehrter Hallendisch schiffs Boat; hat in Proportion ihre grösze, Ein ziemlich klein kopff, kleine ohren, und grosse Augen; Ihr breiteste theil ist die schultern, da sie den Gradualiter, schmahler und Schmahler bleibet, bis an der Schwants, allwo sie in der qwäre, eine grosze fischschwants habe, einige von 7 bis 8 fusz breit, und die kleinere, in Proportion Ihre Corpus, dieses fischschwants dienet ihnen an statt einen ruder, womit sie ihren gantzen leib regieret. Vooran, unter die schultern, haben sie zwey füsze, ziemlich dick, und gerade Stumppe wie die Bob-

bern, womit, sie sich gegen den strohm aufarbeitet, wenn er sich futtert, den er gehet immer gegen den Strohm, und so noch am lande, dasz sein rücken allezeit zu sehen ist, weil mehr Seagrasz näher am lande ist, als in der diepte. Die mutters haben, ein wenig niedriger, als die Voorfüsse, zwey Brüste mit wartzen, wie ein Meerfrau abgemahlet wird, womit sie Ihre Jungen futtern. Von Colleur sind sie dunkell Braun, und haben ein sehr dickes fell, doch sehr weich, und zu nichts brauchbahr, sie haben keine Haare, nur auf beyde Seiten Von der mund, so eine Kuhmund etwas ähnlich ist, etsliche steiffe und lange Haaren, wie etwa eine Katze. Da man nun den Fell, stückweisz abschneidet, so ist ihre gantze leib, mit 3 oder 4 finger dick speck bedecket, wie etwa eine fette Schwein; man schneidet hernacher das fett auch ab, so bekomt man das fleisch, Von einen hohe rothe Colleur, sehr apetytlich Von ansehen, und noch besser Vom geschmach, Von dasz fett, behält man so viel, als nöthig war, Es würde ausgeschmeltzet, und an statt Butter verwahret und gebraucht».

Diesen eingehenden Angaben über *Rhytina gigas* fügt Waxell noch eine Bemerkung hinzu, welche die Originalität seiner Nachrichten ausser Zweifel stellt. Die betreffende Bemerkung (pag. 185) lautet folgendermaassen: «Und also habe ich in möglister Kürtze, alle die Sea thiere, so uns auf diesen Insull Vorgekommen sind, und wovon wir uns, über neun monath mit ernähret haben, so viel mein Capacite es mitbringt, Beschrieben; Es ist zu Bedauern, dass d. H-rr. Doctor Steller, frühzeitig mit der todt abgienge; oder sonst er, als ein grosser Botanicus, Anatomicus und naturkundiger, würde der welt von diesem Insull, etwas rechtschaffenes Berichten können; Es möchte vielleicht noch unter seine schrifften, etwas umständliches, davon gefunden werden, und wäre zu wünschen, das solches in Vorschein käme».

B

A

C

A.

B.

C.

1/4 Org.

MÉMOIRES
DE
L'ACADÉMIE IMPÉRIALE DES SCIENCES DE ST.-PÉTERSBOURG, VII^E SÉRIE.
TOME XXXVIII, N° 8.

CALCULS ET RECHERCHES

SUR LA

COMÈTE D'ENCKE

PUBLIÉS PAR

O. Backlund.

I.

TABLES POUR LE CALCUL DE L'ANOMALIE EXCENTRIQUE ET DU LOGARITHME DU RAYON VECTEUR.

(Lu le 9 octobre 1891.)

ST.-PÉTERSBOURG, 1892.

Commissionnaires de l'Académie Impériale des sciences:

à St.-Pétersbourg:
M. Eggers & C° et J. Glasounof.

à Riga:
M. N. Kymmel.

à Leipzig:
Voss' Sortiment (Haessel.)

Prix: 90 Cop. = 2 Mark 25 Pf.

MÉMOIRES
DE
L'ACADÉMIE IMPÉRIALE DES SCIENCES DE ST.-PÉTERSBOURG, VII^E SÉRIE.
TOME XXXVIII, N° 8.

CALCULS ET RECHERCHES

SUR LA

COMÈTE D'ENCKE

PUBLIÉS PAR

O. Backlund.

I.

TABLES POUR LE CALCUL DE L'ANOMALIE EXCENTRIQUE ET DU LOGARITHME DU RAYON VECTEUR.

(*Lu le 9 octobre 1891.*)

ST.-PÉTERSBOURG, 1892.

Commissionnaires de l'Académie Impériale des sciences:

à St.-Pétersbourg:	à Riga:	à Leipzig:
M. Eggers & C° et J. Glasounof.	M. N. Kymmel.	Voss' Sortiment (Haessel.)

Prix: 90 Cop. = 2 Mark 25 Pf.

Imprimé par ordre de l'Académie Impériale des sciences.

Janvier 1892. A. Strauch, Secrétaire perpétuel.

Imprimerie de l'Académie Impériale des sciences.
Vass.-Ostr., 9 ligne, № 12.

La théorie du mouvement de la comète d'Encke laisse encore beaucoup à désirer. Il est vrai qu'après 1868 on est parvenu à représenter assez bien les observations en donnant à l'accélération du mouvement moyen à peu près la moitié de la valeur qu'on faisait entrer dans le calcul avant cette époque; mais il n'a pas été possible jusqu'ici de faire des recherches satisfaisantes sur la variabilité de l'accélération même. Pour une discussion définitive sur le mouvement de cette remarquable comète il est indispensable avant tout de connaître les perturbations dûes aux grosses planètes. Mais refaire tous les calculs des perturbations est une entreprise si grande qu'elle est pour un seul homme, si non impratiquable, au moins très risquée à cause des difficultés des contrôles. Grâce à la générosité et à l'intérêt scientifique de M. Emanuel Nobel, qui a assigné une somme considérable pour rémunérer des collaborateurs, j'ai pu entreprendre la révision de tous les calculs relatifs aux perturbations par les grosses planètes et aux observations de la comète pour l'intervalle 1819—1891. Ce travail sera publié en détaille dans une série de mémoires intitulés « Calculs et recherches sur la comète d'Encke ».

Le premier mémoire, que je présente aujourd'hui, est consacré aux tables nécessaires pour simplifier le calcul de l'anomalie excentrique et du rayon vecteur. A cause de la grande excentricité de l'orbite ce calcul coûte, d'après les méthodes ordinaires, presque la quatrième partie du temps qu'il faut pour calculer les forces perturbatrices.

Les tables I donnent, pour l'anomalie moyenne de 0° jusqu'à 180° et de minute en minute, l'anomalie excentrique en dégrés, minutes et centièmes de minute. Au moyen des tables de l'interpolation on trouve les anomalies excentriques correspondantes aux valeurs intermédiaires de l'anomalie moyenne. Les tables IV donnent $\log \frac{r}{a}$, r désignant le rayon vecteur et a le demi grand axe. L'argument de ces tables est l'anomalie excentrique. L'excentricité qu'on a employé pour la construction des tables est donnée par la formule

$$\varphi = \text{arc sin } e = 57^\circ 56'.$$

En désignant par E_φ l'anomalie excentrique donnée par les tables I et par $\Delta\varphi$ la différence $\varphi - 57^\circ 56'$ on aura

$$E_{\varphi+\Delta\varphi} = E_\varphi + \Delta\varphi\, E_1 + \overline{\Delta\varphi}^2 E_2$$

Les logarithmes de E_1 et de E_2 sont contenus dans les tables II et III dans lesquelles on entre avec l'argument E_φ. De même on trouve

$$\log\left(\frac{r}{a}\right)_{\varphi+\Delta\varphi} = \log\left(\frac{r}{a}\right)_\varphi + \Delta\varphi\, r_1 + \overline{\Delta\varphi}^2 r_2$$

$\log r_1$ et $\log r_2$ étant donnés dans les tables V et VI avec E_φ comme argument. On suppose $\Delta\varphi$ exprimé en minutes. De cette manière on obtient les E avec une exactitude de 0'.00 à 0'.02 et $\log\frac{r}{a}$ de 0 à 3 unités du sixième décimale pour toutes les valeurs de φ de la comète d'Encke. Cela suffit parfaitement pour le calcul des perturbations. Mais aussi pour le calcul des lieux normaux elles donnent une très grande approximation de l'anomalie excentrique de sorte que la correction définitive peut être trouvée très facilement.

Voici les formules numériques d'après lesquelles on a calculé les tables:

$$E_1 = \frac{(9.72502)}{1 - e\,\mathrm{Cos}\,E}\,\mathrm{Sin}\,E$$

$$E_2 = \frac{-(6.19864) + (6.46373)\,\mathrm{Cos}\,E - (6.09080)\,\mathrm{Cos}^2 E}{(1 - e\,\mathrm{Cos}\,E)^3}\,\mathrm{Sin}\,E$$

$$r_1 = \frac{(1.75463) - (1.82653)\,\mathrm{Cos}\,E}{(1 - e\,\mathrm{Cos}\,E)^2}$$

$$r_2 = \frac{-(8.01178) + (8.62658)\,\mathrm{Cos}\,E - (8.67838)\,\mathrm{Cos}^2 E + (8.19231)\,\mathrm{Cos}^3 E}{(1 - e\,\mathrm{Cos}\,E)^4}$$

Les nombres entre les crochets sont des logarithmes.

Exemples pour l'usage des Tables.

1. Ex. $M = 6^\circ 57'.875 \quad \varphi = 58^\circ 46'.764 \quad \Delta\varphi = +50'.764$

E_φ	$= 34^\circ 23'.21$	$\log\left(\frac{r}{a}\right)_\varphi$	$= 9.478082$
$\Delta\varphi\, E_1$	$= +50.63$	$\Delta\varphi\, r_1$	$= +834$
$\overline{\Delta\varphi}^2 E_2$	$= -0.10$	$\overline{\Delta\varphi}^2 r_2$	$= +294$
$E_{\varphi+\Delta\varphi}$	$= 35\ 13.74$	$\log\left(\frac{r}{a}\right)_{\varphi+\Delta\varphi}$	$= 9.479210$

2. Ex. $M = 152^\circ 37'.76 \quad \varphi = 57^\circ 35' \quad \Delta\varphi = -21'.00$

$E_\varphi = 165^\circ 6'.45$	$\log\left(\frac{r}{a}\right)_\varphi = 0.259824$
$\Delta\varphi E_1 = -1.57$	$\Delta\varphi r_1 = -772$
$\overline{\Delta\varphi}^2 E_2 = -0.01$	$\overline{\Delta\varphi}^2 r_1 = -4$
$E_{\varphi+\Delta\varphi} = 165\ 4.87$	$\log\left(\frac{r}{a}\right)_{\varphi+\Delta\varphi} = 0.259048$

Enfin je présente à mes collaborateurs les plus vifs remercîments pour l'assistence assidue, qu'ils ont bien voulu me donner dans l'exécution des calculs, et je suis surtout redevable à M. Shdanow pour l'interêt qu'il a porté au succès de mon travail. De même M. M. Malis, Rodin et Berendts ont été tout aussi infatigables pour les calculs que pour la lecture des épreuves.

I.

TABLES DES ANOMALIES EXCENTRIQUES

pour $\varphi = \text{arc sin } e = 57°\,56'$.

E

M		0′	1′	2′	3′	4′	5′	6′	7′	8′	9′
0° 0′	0°	0′.00	6′.55	13′.11	19′.66	26′.22	32′.77	39′.32	45′.87	52′.42	58′.97
10	1	5.52	12.07	18.62	25.17	31.71	38.24	44.78	51.31	57.85	* 4.38
20	2	10.91	17.44	23.96	30.48	37.00	43.52	50.03	56.54	* 3.04	* 9.54
30	3	16.04	22.53	29.02	35.51	41.99	48.47	54.94	* 1.41	* 7.87	*14.33
40	4	20.78	27.23	33.68	40.12	46.55	52.98	59.40	* 5.82	*12.23	*18.63
50	5	25.03	31.42	37.81	44.19	50.56	56.93	* 3.29	* 9.65	*15.99	*22.34
1 0	6	28.67	34.99	41.31	47.62	53.92	* 0.22	* 6.51	*12.79	*19.07	*25.34
10	7	31.60	37.85	44.09	50.33	56.55	* 2.77	* 8.98	*15.18	*21.38	*27.56
20	8	33.74	39.91	46.07	52.22	58.36	* 4.49	*10.61	*16.73	*22.83	*28.93
30	9	35.02	41.10	47.17	53.23	59.28	* 5.32	*11.35	*17.37	*23.38	*29.39
40	10	35.38	41.36	47.34	53.30	59.26	* 5.20	*11.13	*17.06	*22.97	*28.88
50	11	34.77	40.65	46.52	52.39	58.24	* 4.08	* 9.91	*15.73	*21.55	*27.35
2 0	12	33.14	38.92	44.69	50.45	56.20	* 1.94	* 7.67	*13.39	*19.09	*24.79
10	13	30.48	36.16	41.82	47.48	53.12	58.76	* 4.38	*10.00	*15.60	*21.19
20	14	26.77	32.34	37.90	43.45	48.98	54.51	* 0.02	* 5.53	*11.02	*16.51
30	15	21.98	27.44	32.90	38.34	43.77	49.19	54.60	* 0.00	* 5.39	*10.76
40	16	16.13	21.49	26.83	32.17	37.49	42.81	48.11	53.41	58.69	* 3.96
50	17	9.22	14.47	19.71	24.93	30.15	35.36	40.56	45.75	50.92	56.09
3 0	18	1.25	6.39	11.53	16.65	21.77	26.87	31.97	37.05	42.12	47.19
10		52.24	57.28	* 2.32	* 7.34	*12.35	*17.35	*22.34	*27.32	*32.30	*37.26
20	19	42.21	47.15	52.08	57.00	* 1.91	* 6.81	*11.70	*16.58	*21.46	*26.32
30	20	31.17	36.01	40.84	45.66	50.48	55.28	* 0.07	* 4.86	* 9.63	*14.39
40	21	19.15	23.89	28.63	33.35	38.07	42.77	47.47	52.16	56.83	* 1.50
50	22	6.16	10.81	15.45	20.08	24.71	29.32	33.92	38.51	43.10	47.68
4 0		52.24	56.80	* 1.35	* 5.89	*10.42	*14.94	*19.45	*23.96	*28.45	*32.94
10	23	37.11	41.88	46.34	50.79	55.23	59.67	* 4.09	* 8.51	*12.91	*17.31
20	24	21.70	26.08	30.46	34.82	39.17	43.52	47.86	52.19	56.51	* 0.83
30	25	5.13	9.43	13.71	17.99	22.27	26.53	30.79	35.03	39.27	43.51
40		47.73	51.94	56.15	* 0.35	* 4.54	* 8.72	*12.90	*17.06	*21.22	*25.37
50	26	29.52	33.65	37.78	41.90	46.02	50.12	54.22	58.31	* 2.39	* 6.47
5 0	27	10.53	14.59	18.64	22.69	26.72	30.75	34.78	38.79	42.80	46.80
10		50.79	54.78	58.75	* 2.73	* 6.69	*10.64	*14.59	*18.54	*22.47	*26.40
20	28	30.32	34.23	38.14	42.04	45.93	49.82	53.70	57.57	* 1.43	* 5.29
30	29	9.14	12.99	16.83	20.66	24.48	28.30	32.11	35.91	39.71	43.50
40		47.29	51.06	54.83	58.60	* 2.35	* 6.11	* 9.85	*13.59	*17.32	*21.04
50	30	24.76	28.47	32.18	35.88	39.57	43.26	46.94	50.61	54.28	57.94
6 0	31	1.60	5.25	8.89	12.52	16.15	19.78	23.40	27.01	30.62	34.22
10		37.81	41.40	44.98	48.56	52.13	55.69	59.25	* 2.80	* 6.34	* 9.89
20	32	13.42	16.95	20.47	23.99	27.51	31.01	34.51	38.00	41.49	44.98
30		48.45	51.93	55.39	58.85	* 2.31	* 5.76	* 9.20	*12.64	*16.08	*19.51
40	33	22.93	26.35	29.76	33.17	36.57	39.96	43.35	46.74	50.12	53.49
50		56.86	* 0.23	* 3.59	* 6.94	*10.29	*13.63	*16.97	*20.30	*23.63	*26.95
7 0	34	30.27	33.59	36.89	40.20	43.49	46.79	50.08	53.36	56.64	59.91
10	35	3.18	6.44	9.70	12.95	16.20	19.44	22.68	25.92	29.15	32.37
20		35.59	38.80	42.01	45.22	48.42	51.61	54.80	57.99	* 1.17	* 4.35
30	36	7.52	10.69	13.85	17.01	20.16	23.31	26.45	29.59	32.73	35.86
40		38.98	42.10	45.22	48.33	51.44	54.54	57.64	* 0.74	* 3.83	* 6.91
50	37	9.99	13.07	16.14	19.21	22.28	25.34	28.39	31.44	34.49	37.53
8 0		40.57	43.61	46.64	49.66	52.68	55.70	58.72	* 1.73	* 4.73	* 7.73
10	38	10.73	13.72	16.71	19.69	22.68	25.65	28.63	31.60	34.56	37.52
20		40.48	43.43	46.38	49.32	52.27	55.20	58.14	* 1.07	* 3.99	* 6.92
30	39	9.83	12.75	15.66	18.56	21.46	24.36	27.26	30.15	33.04	35.92
40		38.80	41.68	44.55	47.42	50.29	53.15	56.00	58.86	* 1.71	* 4.55
50	40	7.40	10.24	13.07	15.90	18.73	21.56	24.38	27.20	30.01	32.82
9 0		35.63	38.43	41.23	44.03	46.82	49.61	52.40	55.18	57.96	* 0.73
10	41	3.51	6.28	9.04	11.80	14.56	17.31	20.07	22.82	25.56	28.30
20		31.04	33.77	36.50	39.23	41.96	44.68	47.40	50.11	52.82	55.53
30		58.23	* 0.94	* 3.64	* 6.33	* 9.02	*11.71	*14.39	*17.08	*19.76	*22.43
40	42	25.10	27.77	30.44	33.10	35.76	38.42	41.07	43.72	46.37	49.01
50		51.65	54.29	56.93	59.56	* 2.19	* 4.81	* 7.44	*10.06	*12.67	*15.28
10 0	43	17.90	20.51	23.11	25.71	28.31	30.90	33.50	36.09	38.67	41.26

	656	654	652
1	66	65	65
2	131	131	130
3	197	196	196
4	262	262	261
5	328	327	326
6	394	392	391
7	459	458	456
8	525	523	522
9	590	589	587

	650	648	646
1	65	65	65
2	130	130	129
3	195	194	194
4	260	259	258
5	325	324	323
6	390	389	388
7	455	454	452
8	520	518	517
9	585	583	581

	644	642	640
1	64	64	64
2	129	128	128
3	193	193	192
4	258	257	256
5	322	321	320
6	386	385	384
7	451	449	448
8	515	514	512
9	580	578	576

	638	636	634
1	64	64	63
2	128	127	127
3	191	191	190
4	255	254	254
5	319	318	317
6	383	382	380
7	447	445	444
8	510	509	507
9	574	572	571

	632	630	628
1	63	63	63
2	126	126	126
3	190	189	188
4	253	252	251
5	316	315	314
6	379	378	377
7	442	441	440
8	506	504	502
9	569	567	565

	626	624	622
1	63	62	62
2	125	125	124
3	188	187	187
4	250	250	249
5	313	312	311
6	376	374	373
7	438	437	435
8	501	499	498
9	563	562	560

	620	618	616
1	62	62	62
2	124	124	123
3	186	185	185
4	248	247	246
5	310	309	308
6	372	371	370
7	434	433	431
8	496	494	493
9	558	556	554

	614	612	610
1	61	61	61
2	123	122	122
3	184	184	183
4	246	245	244
5	307	306	305
6	368	367	366
7	430	428	427
8	491	490	488
9	553	551	549

	608	606	604
1	61	61	60
2	122	121	121
3	182	182	181
4	243	242	242
5	304	303	302
6	365	364	362
7	426	424	423
8	486	485	483
9	547	545	544

	602	600	598
1	60	60	60
2	120	120	120
3	181	180	179
4	241	240	239
5	301	300	299
6	361	360	359
7	421	420	419
8	482	480	478
9	542	540	538

	596	594	592
1	60	59	59
2	119	119	118
3	179	178	178
4	238	238	237
5	298	297	296
6	358	356	355
7	417	416	414
8	477	475	474
9	536	535	533

	590	588	586
1	59	59	59
2	118	118	117
3	177	176	176
4	236	235	234
5	295	294	293
6	354	353	352
7	413	412	410
8	472	470	469
9	531	529	527

	584	582	580
1	58	58	58
2	117	116	116
3	175	175	174
4	234	233	232
5	292	291	290
6	350	349	348
7	409	407	406
8	467	466	464
9	526	524	522

	578	576	574
1	58	58	57
2	116	115	115
3	173	173	172
4	231	230	230
5	289	288	287
6	347	346	344
7	405	403	402
8	462	461	459
9	520	518	517

	572	570	568
1	57	57	57
2	114	114	114
3	172	171	170
4	229	228	227
5	286	285	284
6	343	342	341
7	400	399	398
8	458	456	454
9	515	513	511

	566	564	562
1	57	56	56
2	113	113	112
3	170	169	169
4	226	226	225
5	283	282	281
6	340	338	337
7	396	395	393
8	453	451	450
9	509	508	506

	560	558	556
1	56	56	56
2	112	112	111
3	168	167	167
4	224	223	222
5	280	279	278
6	336	335	334
7	392	391	389
8	448	446	445
9	504	502	500

	554	552	550
1	55	55	55
2	111	110	110
3	166	166	165
4	222	221	220
5	277	276	275
6	332	331	330
7	388	386	385
8	443	442	440
9	499	497	495

	548	546	544
1	55	55	54
2	110	109	109
3	164	164	163
4	219	218	218
5	274	273	272
6	329	328	326
7	384	382	381
8	438	437	435
9	493	491	490

	542	540	538
1	54	54	54
2	108	108	108
3	163	162	161
4	217	216	215
5	271	270	269
6	325	324	323
7	379	378	377
8	434	432	430
9	488	486	484

	536	534	532
1	54	53	53
2	107	107	106
3	161	160	160
4	214	214	213
5	268	267	266
6	322	320	319
7	375	374	372
8	429	427	426
9	482	481	479

	530	528	526
1	53	53	53
2	106	106	105
3	159	158	158
4	212	211	210
5	265	264	263
6	318	317	316
7	371	370	368
8	424	422	421
9	477	475	473

	524	522	520
1	52	52	52
2	105	104	104
3	157	157	156
4	210	209	208
5	262	261	260
6	314	313	312
7	367	365	364
8	419	418	416
9	472	470	468

	518	516	514
1	52	52	51
2	104	103	103
3	155	155	154
4	207	206	205
5	259	258	257
6	311	310	308
7	363	361	360
8	414	413	411
9	466	464	463

	512	510	508
1	51	51	51
2	102	102	102
3	154	153	152
4	205	204	203
5	256	255	254
6	307	306	305
7	358	357	356
8	410	408	406
9	461	459	457

	506	504	502
1	51	50	50
2	101	101	100
3	152	151	151
4	202	202	201
5	253	252	251
6	304	302	301
7	354	353	351
8	405	403	402
9	455	454	452

	500	498	496
1	50	50	50
2	100	100	99
3	150	149	149
4	200	199	198
5	250	249	248
6	300	299	298
7	350	349	347
8	400	398	397
9	450	448	446

	494	492	490
1	49	49	49
2	99	98	98
3	148	148	147
4	198	197	196
5	247	246	245
6	296	295	294
7	346	344	343
8	395	394	392
9	445	443	441

	488	486	484
1	49	49	48
2	98	97	97
3	146	146	145
4	195	194	194
5	244	243	242
6	293	292	290
7	342	340	339
8	390	389	387
9	439	437	436

	482	480	478
1	48	48	48
2	96	96	96
3	145	144	143
4	193	192	191
5	241	240	239
6	289	288	287
7	337	336	335
8	386	384	382
9	434	432	430

	476	474	472
1	48	47	47
2	95	95	94
3	143	142	142
4	190	190	189
5	238	237	236
6	286	284	283
7	333	332	330
8	381	379	378
9	428	427	425

	470	468	466
1	47	47	47
2	94	94	93
3	141	140	140
4	188	187	186
5	235	234	233
6	282	281	280
7	329	328	326
8	376	374	373
9	423	421	419

	464	462	460
1	46	46	46
2	93	92	92
3	139	139	138
4	186	185	184
5	232	231	230
6	278	277	276
7	325	323	322
8	371	370	368
9	418	416	414

	458	456	454
1	46	46	45
2	92	91	91
3	137	137	136
4	183	182	182
5	229	228	227
6	275	274	272
7	321	319	318
8	366	365	363
9	412	410	409

	452	450	448
1	45	45	45
2	90	90	90
3	136	135	134
4	181	180	179
5	226	225	224
6	271	270	269
7	316	315	314
8	362	360	358
9	407	405	403

	446	444	442
1	45	44	44
2	89	89	88
3	134	133	133
4	178	178	177
5	223	222	221
6	268	266	265
7	312	311	309
8	357	355	354
9	401	400	398

	440	438	436
1	44	44	44
2	88	88	87
3	132	131	131
4	176	175	174
5	220	219	218
6	264	263	262
7	308	307	305
8	352	350	349
9	396	394	392

	434	432	430
1	43	43	43
2	87	86	86
3	130	130	129
4	174	173	172
5	217	216	215
6	260	259	258
7	304	302	301
8	347	346	344
9	391	389	387

	428	426	424
1	43	43	42
2	86	85	85
3	128	128	127
4	171	170	170
5	214	213	212
6	257	256	254
7	300	298	297
8	342	341	339
9	385	383	382

	422	420	418
1	42	42	42
2	84	84	84
3	127	126	125
4	169	168	167
5	211	210	209
6	253	252	251
7	295	294	293
8	338	336	334
9	380	378	376

	416	414	412
1	42	41	41
2	83	83	82
3	125	124	124
4	166	166	165
5	208	207	206
6	250	248	247
7	291	290	288
8	333	331	330
9	374	373	371

	410	408	406
1	41	41	41
2	82	82	81
3	123	122	122
4	164	163	162
5	205	204	203
6	246	245	244
7	287	286	284
8	328	326	325
9	369	367	365

	404	402	400
1	40	40	40
2	81	80	80
3	121	121	120
4	162	161	160
5	202	201	200
6	242	241	240
7	283	281	280
8	323	322	320
9	364	362	360

	398	396	394
1	40	40	39
2	80	79	79
3	119	119	118
4	159	158	158
5	199	198	197
6	239	238	236
7	279	277	276
8	318	317	315
9	358	356	355

	392	390	388
1	39	39	39
2	78	78	78
3	118	117	116
4	157	156	155
5	196	195	194
6	235	234	233
7	274	273	272
8	314	312	310
9	353	351	349

	386	384	382
1	39	38	38
2	77	77	76
3	116	115	115
4	154	154	153
5	193	192	191
6	232	230	229
7	270	269	267
8	309	307	306
9	347	346	344

	380	378	376
1	38	38	38
2	76	76	75
3	114	113	113
4	152	151	150
5	190	189	188
6	228	227	226
7	266	265	263
8	304	302	301
9	342	340	338

	374	372	370
1	37	37	37
2	75	74	74
3	112	112	111
4	150	149	148
5	187	186	185
6	224	223	222
7	262	260	259
8	299	298	296
9	337	335	333

	368	366	364
1	37	37	36
2	74	73	73
3	110	110	109
4	147	146	146
5	184	183	182
6	221	220	218
7	258	256	255
8	294	293	291
9	331	329	328

	362	360	358
1	36	36	36
2	72	72	72
3	109	108	107
4	145	144	143
5	181	180	179
6	217	216	215
7	253	252	251
8	290	288	286
9	326	324	322

	356	354	352
1	36	35	35
2	71	71	70
3	107	106	106
4	142	142	141
5	178	177	176
6	214	212	211
7	249	248	246
8	285	283	282
9	320	319	317

	350	348	346
1	35	35	35
2	70	70	69
3	105	104	104
4	140	139	138
5	175	174	178
6	210	209	208
7	245	244	242
8	280	278	277
9	315	313	311

	344	342	340
1	34	34	34
2	69	68	68
3	103	103	102
4	138	137	136
5	172	171	170
6	206	205	204
7	241	239	238
8	275	274	272
9	310	308	306

	338	336	434
1	34	34	33
2	68	67	67
3	101	101	100
4	135	134	134
5	169	168	167
6	203	202	200
7	237	235	234
8	270	269	267
9	304	302	301

	332	330	328
1	33	33	33
2	66	66	66
3	100	99	98
4	133	132	131
5	166	165	164
6	199	198	197
7	232	231	230
8	266	264	262
9	299	297	295

	326	324	322
1	33	32	32
2	65	65	64
3	98	97	97
4	130	130	129
5	163	162	161
6	196	194	193
7	228	227	225
8	261	259	258
9	293	292	290

	320	318	316
1	32	32	32
2	64	64	63
3	96	95	95
4	128	127	126
5	160	159	158
6	192	191	190
7	224	223	221
8	256	254	253
9	288	286	284

	314	312	310
1	31	31	31
2	63	62	62
3	94	94	93
4	126	125	124
5	157	156	155
6	188	187	186
7	220	218	217
8	251	250	248
9	283	281	279

	308	306	304
1	31	31	30
2	62	61	61
3	92	92	91
4	123	122	122
5	154	153	152
6	185	184	182
7	216	214	213
8	246	245	243
9	277	275	274

	302	300	298
1	30	30	30
2	60	60	60
3	91	90	89
4	121	120	119
5	151	150	149
6	181	180	179
7	211	210	209
8	242	240	238
9	272	270	268

	296	294	292
1	30	29	29
2	59	59	58
3	89	88	88
4	118	118	117
5	148	147	146
6	178	176	175
7	207	206	204
8	237	235	234
9	266	265	263

	290	288	286
1	29	29	29
2	58	58	57
3	87	86	86
4	116	115	114
5	145	144	143
6	174	173	172
7	203	202	200
8	232	230	229
9	261	259	257

	284	282	280
1	28	28	28
2	57	56	56
3	85	85	84
4	114	113	112
5	142	141	140
6	170	169	168
7	199	197	196
8	227	226	224
9	256	254	252

	278	276	274
1	28	28	27
2	56	55	55
3	83	83	82
4	111	110	110
5	139	138	137
6	167	166	164
7	195	193	192
8	222	221	219
9	250	248	247

	272	270	268
1	27	27	27
2	54	54	54
3	82	81	80
4	109	108	107
5	136	135	134
6	163	162	161
7	190	189	188
8	218	216	214
9	245	243	241

	266	264	262
1	27	26	26
2	53	53	52
3	80	79	79
4	106	106	105
5	133	132	131
6	160	158	157
7	186	185	183
8	213	211	210
9	239	238	236

	260	258	256
1	26	26	26
2	52	52	51
3	78	77	77
4	104	103	102
5	130	129	128
6	156	155	154
7	182	181	179
8	208	206	205
9	234	232	230

	254	252	250
1	25	25	25
2	51	50	50
3	76	76	75
4	102	101	100
5	127	126	125
6	152	151	150
7	178	176	175
8	203	202	200
9	229	227	225

	248	246	244
1	25	25	24
2	50	49	49
3	74	74	73
4	99	98	98
5	124	123	122
6	149	148	146
7	174	172	171
8	198	197	195
9	223	221	220

	242	240	238
1	24	24	24
2	48	48	48
3	73	72	71
4	97	96	95
5	121	120	119
6	145	144	143
7	169	168	167
8	194	192	190
9	218	216	214

	236	234	232
1	24	23	23
2	47	47	46
3	71	70	70
4	94	94	93
5	118	117	116
6	142	140	139
7	165	164	162
8	189	187	186
9	212	211	209

	230	228	226
1	23	23	23
2	46	46	45
3	69	68	68
4	92	91	90
5	115	114	113
6	138	137	136
7	161	160	158
8	184	182	181
9	207	205	203

	224	222	220
1	22	22	22
2	45	44	44
3	67	67	66
4	90	89	88
5	112	111	110
6	134	133	132
7	157	155	154
8	179	178	176
9	202	200	198

	218	216	214
1	22	22	21
2	44	43	43
3	65	65	64
4	87	86	86
5	109	108	107
6	131	130	128
7	153	151	150
8	174	173	171
9	196	194	193

	212	210	208
1	21	21	21
2	42	42	42
3	64	63	62
4	85	84	83
5	106	105	104
6	127	126	125
7	148	147	146
8	170	168	166
9	191	189	187

	206	204	202
1	21	20	20
2	41	41	40
3	62	61	61
4	82	82	81
5	103	102	101
6	124	122	121
7	144	143	141
8	165	163	162
9	185	184	182

	200	198	196
1	20	20	20
2	40	40	39
3	60	59	59
4	80	79	78
5	100	99	98
6	120	119	118
7	140	139	137
8	160	158	157
9	180	178	176

E

M	0′	1′	2′	3′	4′	5′	6′	7′	8′	9′
10° 0′	43° 17′.90	20′.51	23′.11	25′.71	28′.31	30′.90	33′.50	36′.09	38′.67	41′.26
10	43.84	46.42	48.99	51.56	54.13	56.70	59.26	* 1.82	* 4.38	* 6.94
20	44 9.49	12.04	14.59	17.13	19.67	22.21	24.74	27.27	29.80	32.33
30	34.85	37.38	39.90	42.41	44.92	47.43	49.94	52.45	54.95	57.45
40	59.94	* 2.44	* 4.93	* 7.42	* 9.90	*12.39	*14.87	*17.35	*19.82	*22.29
50	45 24.76	27.23	29.70	32.16	34.62	37.08	39.53	41.98	44.43	46.88
11 0	49.32	51.76	54.20	56.64	59.07	* 1.50	* 3.93	* 6.35	* 8.78	*11.20
10	46 13.62	16.03	18.44	20.85	23.26	25.67	28.07	30.47	32.87	35.26
20	37.66	40.05	42.44	44.82	47.21	49.59	51.96	54.34	56.71	59.08
30	47 1.45	3.82	6.18	8.55	10.91	13.26	15.62	17.97	20.32	22.67
40	25.01	27.36	29.70	32.04	34.37	36.71	39.04	41.37	43.69	46.02
50	48.34	50.66	52.98	55.29	57.61	59.92	* 2.23	* 4.54	* 6.84	* 9.14
12 0	48 11.44	13.74	16.03	18.33	20.62	22.91	25.19	27.48	29.76	32.04
10	34.32	36.59	38.87	41.14	43.41	45.67	47.94	50.20	52.46	54.72
20	56.97	59.23	* 1.48	* 3.73	* 5.97	* 8.22	*10.46	*12.70	*14.94	*17.18
30	49 19.42	21.65	23.88	26.11	28.34	30.56	32.78	35.00	37.22	39.44
40	41.65	43.87	46.08	48.28	50.49	52.70	54.90	57.10	59.30	* 1.50
50	50 3.69	5.88	8.07	10.26	12.45	14.63	16.81	18.99	21.17	23.35
13 0	25.52	27.70	29.87	32.03	34.20	36.36	38.53	40.69	42.85	45.00
10	47.16	49.31	51.46	53.61	55.76	57.91	* 0.05	* 2.19	* 4.33	* 6.47
20	51 8.61	10.74	12.88	15.01	17.13	19.26	21.39	23.51	25.63	27.75
30	29.87	31.98	34.10	36.21	38.32	40.43	42.53	44.64	46.74	48.84
40	50.94	53.04	55.13	57.23	59.32	* 1.41	* 3.50	* 5.59	* 7.67	* 9.75
50	52 11.83	13.91	15.99	18.07	20.14	22.22	24.29	26.36	28.42	30.49
14 0	32.55	34.62	36.68	38.74	40.80	42.85	44.90	46.96	49.01	51.06
10	53.10	55.15	57.19	59.24	* 1.28	* 3.32	* 5.35	* 7.39	* 9.42	*11.46
20	53 13.49	15.52	17.54	19.57	21.59	23.62	25.64	27.66	29.67	31.69
30	33.70	35.71	37.73	39.74	41.74	43.75	45.75	47.76	49.76	51.76
40	53.76	55.75	57.75	59.74	* 1.73	* 3.72	* 5.71	* 7.70	* 9.69	*11.67
50	54 13.65	15.63	17.61	19.59	21.57	23.54	25.51	27.48	29.45	31.42
15 0	33.39	35.36	37.32	39.28	41.24	43.20	45.16	47.12	49.07	51.02
10	52.97	54.92	56.87	58.82	* 0.76	* 2.71	* 4.65	* 6.59	* 8.53	*10.47
20	55 12.41	14.34	16.27	18.21	20.14	22.07	23.99	25.92	27.85	29.77
30	31.69	33.61	35.53	37.45	39.37	41.28	43.20	45.11	47.02	48.93
40	50.84	52.75	54.65	56.56	58.46	* 0.36	* 2.26	* 4.16	* 6.06	* 7.96
50	56 9.85	11.74	13.63	15.52	17.41	19.30	21.19	23.07	24.95	26.83
16 0	28.71	30.59	32.47	34.35	36.22	38.10	39.97	41.84	43.71	45.58
10	47.45	49.31	51.18	53.04	54.90	56.76	58.62	* 0.48	* 2.34	* 4.19
20	57 6.04	7.90	9.75	11.60	13.45	15.29	17.14	18.98	20.83	22.67
30	24.51	26.35	28.19	30.02	31.86	33.69	35.52	37.35	39.18	41.01
40	42.84	44.67	46.49	48.31	50.14	51.96	53.78	55.60	57.41	59.23
50	58 1.04	2.86	4.67	6.48	8.29	10.10	11.90	13.71	15.51	17.32
17 0	19.12	20.92	22.72	24.52	26.32	28.11	29.90	31.70	33.50	35.29
10	37.08	38.87	40.65	42.44	44.23	46.01	47.79	49.58	51.36	53.14
20	54.92	56.70	58.47	* 0.25	* 2.02	* 3.80	* 5.57	* 7.34	* 9.11	*10.88
30	59 12.64	14.41	16.17	17.94	19.70	21.46	23.22	24.98	26.74	28.49
40	30.25	32.00	33.76	35.51	37.26	39.01	40.75	42.50	44.25	45.99
50	47.74	49.48	51.22	52.96	54.70	56.44	58.18	59.91	* 1.65	* 3.38
18 0	60 5.11	6.84	8.57	10.30	12.03	13.76	15.48	17.21	18.93	20.65
10	22.37	24.10	25.82	27.53	29.25	30.97	32.68	34.40	36.11	37.82
20	39.53	41.24	42.95	44.66	46.36	48.07	49.77	51.48	53.18	54.88
30	56.58	58.28	59.98	* 1.68	* 3.37	* 5.07	* 6.76	* 8.46	*10.15	*11.84
40	61 13.53	15.22	16.91	18.59	20.28	21.96	23.65	25.33	27.01	28.69
50	30.37	32.05	33.73	35.41	37.08	38.75	40.43	42.10	43.77	45.44
19 0	47.11	48.78	50.45	52.11	53.78	55.44	57.10	58.76	* 0.42	* 2.08
10	62 3.74	5.40	7.05	8.71	10.36	12.02	13.67	15.32	16.97	18.62
20	20.27	21.92	23.56	25.21	26.85	28.49	30.14	31.78	33.42	35.06
30	36.70	38.34	39.97	41.61	43.25	44.88	46.51	48.15	49.78	51.41
40	53.04	54.67	56.30	57.92	59.55	* 1.17	* 2.80	* 4.42	* 6.05	* 7.67
50	63 9.29	10.91	12.53	14.14	15.76	17.38	18.99	20.60	22.22	23.83
20 0	63 25.44	27.05	28.66	30.27	31.88	33.48	35.09	36.69	38.30	39.90

	194	192	190
1	19	19	19
2	39	38	38
3	58	58	57
4	78	77	76
5	97	96	95
6	116	115	114
7	136	134	133
8	155	154	152
9	175	173	171

	188	186	184
1	19	19	18
2	38	37	37
3	56	56	55
4	75	74	74
5	94	93	92
6	113	112	110
7	132	130	129
8	150	149	147
9	169	167	166

	182	180	178
1	18	18	18
2	36	36	36
3	55	54	53
4	73	72	71
5	91	90	89
6	109	108	107
7	127	126	125
8	146	144	142
9	164	162	160

	176	174	172
1	18	17	17
2	35	35	34
3	53	52	52
4	70	70	69
5	88	87	86
6	106	104	103
7	123	122	120
8	141	139	138
9	158	157	155

	170	168	166
1	17	17	17
2	34	34	33
3	51	50	50
4	68	67	66
5	85	84	83
6	102	101	100
7	119	118	116
8	136	134	133
9	153	151	149

	164	162	160
1	16	16	16
2	33	32	32
3	49	49	48
4	66	65	64
5	82	81	80
6	98	97	96
7	115	113	112
8	131	130	128
9	148	146	144

E

M		0′	1′	2′	3′	4′	5′	6′	7′	8′	9′
20°	0′	63° 25′.44	27′.05	28′.66	30′.27	31′.88	33′.48	35′.09	36′.69	38′.30	39′.90
	10		41.50	43.10	44.70	46.30	47.90	49.50	51.10	52.69	54.29	55.88
	20		57.47	59.07	* 0.66	* 2.25	* 3.84	* 5.43	* 7.01	* 8.60	*10.19	*11.77
	30	64	13.35	14.94	16.52	18.10	19.68	21.26	22.84	24.42	25.99	27.57
	40		29.14	30.72	32.29	33.87	35.44	37.01	38.58	40.15	41.72	43.28
	50		44.85	46.42	47.98	49.55	51.11	52.67	54.23	55.79	57.35	58.91
21	0	65	0.47	2.03	3.58	5.14	6.69	8.25	9.80	11.35	12.91	14.46
	10		16.00	17.55	19.10	20.65	22.20	23.74	25.29	26.83	28.37	29.92
	20		31.46	33.00	34.54	36.08	37.62	39.15	40.69	42.23	43.76	45.29
	30		46.83	48.36	49.89	51.42	52.95	54.48	56.01	57.54	59.06	* 0.59
	40	66	2.11	3.64	5.16	6.68	8.20	9.73	11.25	12.77	14.29	15.80
	50		17.32	18.84	20.35	21.87	23.38	24.90	26.41	27.92	29.43	30.94
22	0		32.45	33.96	35.47	36.98	38.48	39.99	41.49	43.00	44.50	46.00
	10		47.50	49.01	50.51	52.01	53.50	55.00	56.50	58.00	59.49	* 0.99
	20	67	2.48	3.98	5.47	6.96	8.45	9.94	11.43	12.92	14.41	15.90
	30		17.39	18.87	20.36	21.84	23.33	24.81	26.29	27.77	29.25	30.73
	40		32.21	33.69	35.17	36.64	38.12	39.59	41.07	42.54	44.01	45.49
	50		46.96	48.43	49.90	51.37	52.84	54.31	55.77	57.24	58.71	* 0.17
23	0	68	1.64	3.10	4.56	6.03	7.49	8.95	10.41	11.87	13.33	14.79
	10		16.24	17.70	19.16	20.61	22.07	23.52	24.97	26.43	27.88	29.33
	20		30.78	32.23	33.68	35.13	36.58	38.02	39.47	40.91	42.36	43.80
	30		45.25	46.69	48.13	49.57	51.02	52.46	53.90	55.34	56.77	58.21
	40		59.65	* 1.08	* 2.52	* 3.95	* 5.39	* 6.82	* 8.25	* 9.69	*11.12	*12.55
	50	69	13.98	15.41	16.84	18.26	19.69	21.12	22.54	23.97	25.39	26.82
24	0		28.24	29.66	31.09	32.51	33.93	35.35	36.77	38.19	39.60	41.02
	10		42.44	43.85	45.27	46.68	48.10	49.51	50.92	52.33	53.75	55.16
	20		56.57	57.98	59.38	* 0.79	* 2.20	* 3.61	* 5.01	* 6.42	* 7.82	* 9.23
	30	70	10.63	12.04	13.44	14.84	16.24	17.64	19.04	20.44	21.84	23.23
	40		24.63	26.03	27.42	28.82	30.21	31.61	33.00	34.39	35.78	37.18
	50		38.57	39.96	41.35	42.73	44.12	45.51	46.90	48.28	49.66	51.05
25	0		52.44	53.83	55.21	56.59	57.97	59.35	* 0.73	* 2.11	* 3.50	* 4.88
	10	71	6.26	7.64	9.01	10.38	11.76	13.13	14.51	15.88	17.26	18.64
	20		20.01	21.39	22.76	24.13	25.50	26.87	28.24	29.61	30.97	32.34
	30		33.70	35.07	36.43	37.80	39.16	40.52	41.88	43.24	44.60	45.96
	40		47.32	48.68	50.04	51.40	52.76	54.12	55.47	56.83	58.19	59.55
	50	72	0.90	2.25	3.60	4.96	6.31	7.66	9.01	10.36	11.71	13.06
26	0		14.41	15.76	17.11	18.46	19.80	21.15	22.50	23.85	25.19	26.54
	10		27.88	29.23	30.57	31.91	33.25	34.59	35.93	37.27	38.61	39.95
	20		41.28	42.62	43.96	45.30	46.63	47.97	49.30	50.64	51.97	53.30
	30		54.63	55.96	57.29	58.62	59.95	* 1.28	* 2.61	* 3.94	* 5.27	* 6.60
	40	73	7.92	9.25	10.57	11.90	13.22	14.55	15.87	17.19	18.51	19.83
	50		21.15	22.47	23.79	25.11	26.43	27.75	29.07	30.39	31.71	33.03
27	0		34.34	35.66	36.97	38.28	39.59	40.90	42.21	43.52	44.83	46.14
	10		47.45	48.76	50.07	51.38	52.69	54.00	55.30	56.61	57.91	59.22
	20	74	0.52	1.83	3.13	4.43	5.73	7.02	8.33	9.63	10.93	12.23
	30		13.53	14.83	16.12	17.42	18.72	20.02	21.32	22.62	23.91	25.21
	40		26.50	27.80	29.09	30.39	31.68	32.98	34.27	35.56	36.85	38.14
	50		39.43	40.72	42.00	43.28	44.57	45.86	47.14	48.43	49.71	51.00
28	0		52.28	53.57	54.85	56.13	57.41	58.70	59.98	* 1.26	* 2.54	* 3.82
	10	75	5.10	6.38	7.65	8.93	10.21	11.49	12.76	14.04	15.31	16.59
	20		17.86	19.14	20.41	21.68	22.95	24.23	25.50	26.77	28.04	29.31
	30		30.58	31.85	33.12	34.39	35.66	36.93	38.19	39.46	40.72	41.99
	40		43.25	44.52	45.78	47.04	48.30	49.57	50.83	52.09	53.35	54.61
	50		55.87	57.13	58.39	59.65	* 0.91	* 2.17	* 3.42	* 4.68	* 5.93	* 7.19
29	0	76	8.44	9.70	10.95	12.20	13.45	14.70	15.95	17.20	18.45	19.70
	10		20.95	22.20	23.45	24.70	25.95	27.20	28.44	29.69	30.94	32.19
	20		33.43	34.68	35.92	37.17	38.41	39.66	40.90	42.14	43.38	44.62
	30		45.86	47.10	48.34	49.58	50.82	52.06	53.30	54.54	55.78	57.02
	40		58.25	59.49	* 0.72	* 1.96	* 3.19	* 4.43	* 5.66	* 6.89	* 8.12	* 9.36
	50	77	10.59	11.82	13.05	14.28	15.51	16.74	17.97	19.20	20.43	21.66
30	0	77	22.88	24.11	25.34	26.57	27.79	29.02	30.24	31.47	32.69	33.92

	162	160	158	156
1	16	16	16	16
2	32	32	32	31
3	49	48	47	47
4	65	64	63	62
5	81	80	79	78
6	97	96	95	94
7	113	112	111	109
8	130	128	126	125
9	146	144	142	140

	154	152	150	148
1	15	15	15	15
2	31	30	30	30
3	46	46	45	44
4	62	61	60	59
5	77	76	75	74
6	92	91	90	89
7	108	106	105	104
8	123	122	120	118
9	139	137	135	133

	146	144	142	140
1	15	14	14	14
2	29	29	28	28
3	44	43	43	42
4	58	58	57	56
5	73	72	71	70
6	88	86	85	84
7	102	101	99	98
8	117	115	114	112
9	131	130	128	126

	138	136	134
1	14	14	13
2	28	27	27
3	41	41	40
4	55	54	54
5	69	68	67
6	83	82	80
7	97	95	94
8	110	109	107
9	124	122	121

	132	130	128
1	13	13	13
2	26	26	26
3	40	39	38
4	53	52	51
5	66	65	64
6	79	78	77
7	92	91	90
8	106	104	102
9	119	117	115

	126	124	122
1	13	12	12
2	25	25	24
3	38	37	37
4	50	50	49
5	63	62	61
6	76	74	73
7	88	87	85
8	101	99	98
9	113	112	110

E

M		0′	1′	2′	3′	4′	5′	6′	7′	8′	9′
30°	0′	77° 22.′88	24.′11	25.′34	26.′57	27.′79	29.′02	30.′24	31.′47	32.′69	33.′92
	10	35.14	36.36	37.58	38.81	40.03	41.25	42.47	43.69	44.91	46.13
	20	47.35	48.57	49.79	51.01	52.22	53.44	54.65	55.87	57.08	58.30
	30	59.51	* 0.73	* 1.94	* 3.16	4.37	5.58	* 6.79	* 8.00	* 9.21	*10.42
	40	78 11.63	12.84	14.05	15.26	16.46	17.67	18.88	20.09	21.29	22.50
	50	23.70	24.91	26.11	27.31	28.52	29.73	30.93	32.14	33.34	34.54
31	0	35.74	36.94	38.14	39.34	40.54	41.74	42.94	44.14	45.34	46.54
	10	47.74	48.94	50.13	51.33	52.52	53.72	54.91	56.11	57.30	58.50
	20	59.69	* 0.89	* 2.08	* 3.27	* 4.46	* 5.65	* 6.84	* 8.03	* 9.22	*10.41
	30	79 11.60	12.79	13.97	15.16	16.35	17.54	18.72	19.91	21.00	22.28
	40	23.46	24.65	25.83	27.02	28.20	29.38	30.56	31.74	32.92	34.10
	50	35.28	36.46	37.64	38.82	40.00	41.18	42.36	43.54	44.72	45.90
32	0	47.07	48.25	49.42	50.60	51.77	52.95	54.12	55.30	56.47	57.65
	10	58.82	59.99	* 1.16	* 2.33	* 3.50	* 4.67	* 5.84	* 7.01	* 8.18	* 9.35
	20	80 10.52	11.69	12.86	14.03	15.19	16.36	17.52	18.69	19.85	21.02
	30	22.18	23.35	24.51	25.68	26.84	28.00	29.16	30.33	31.49	32.65
	40	33.81	34.97	36.13	37.29	38.45	39.61	40.77	41.93	43.09	44.25
	50	45.41	46.57	47.72	48.88	50.04	51.20	52.35	53.51	54.66	55.82
33	0	56.97	58.13	59.28	* 0.43	* 1.58	* 2.74	* 3.89	* 5.04	* 6.19	* 7.34
	10	81 8.49	9.64	10.79	11.94	13.09	14.24	15.38	16.53	17.68	18.83
	20	19.97	21.12	22.26	23.41	24.55	25.70	26.84	27.99	29.13	30.28
	30	31.42	32.56	33.70	34.85	35.99	37.13	38.27	39.41	40.55	41.69
	40	42.83	43.97	45.11	46.25	47.39	48.53	49.67	50.81	51.94	53.08
	50	54.21	55.35	56.48	57.61	58.75	59.89	* 1.02	* 2.16	* 3.29	* 4.42
34	0	82 5.55	6.69	7.82	8.95	10.08	11.21	12.34	13.47	14.60	15.73
	10	16.86	17.99	19.12	20.25	21.38	22.51	23.63	24.76	25.88	27.01
	20	28.13	29.26	30.38	31.51	32.63	33.76	34.88	36.00	37.12	38.25
	30	39.37	40.49	41.61	42.73	43.85	44.97	46.09	47.21	48.33	49.45
	40	50.57	51.69	52.81	53.93	55.04	56.16	57.27	58.39	59.50	* 0.62
	50	83 1.73	2.85	3.96	5.08	6.19	7.30	8.41	9.53	10.64	11.75
35	0	12.86	13.97	15.08	16.19	17.30	18.41	19.52	20.63	21.73	22.84
	10	23.95	25.06	26.16	27.27	28.37	29.48	30.58	31.69	32.79	33.90
	20	35.00	36.11	37.21	38.32	39.42	40.53	41.63	42.73	43.83	44.93
	30	46.03	47.13	48.23	49.33	50.43	51.53	52.63	53.73	54.83	55.93
	40	57.03	58.13	59.23	* 0.33	* 1.42	* 2.52	* 3.62	* 4.72	* 5.81	* 6.91
	50	84 8.00	9.10	10.19	11.29	12.38	13.47	14.56	15.66	16.75	17.84
36	0	18.93	20.03	21.12	22.21	23.30	24.39	25.48	26.57	27.66	28.75
	10	29.84	30.93	32.01	33.10	34.19	35.28	36.36	37.45	38.53	39.62
	20	40.70	41.79	42.87	43.96	45.04	46.13	47.21	48.29	49.37	50.46
	30	51.54	52.62	53.70	54.78	55.86	56.94	58.02	59.10	* 0.18	* 1.26
	40	85 2.34	3.42	4.50	5.58	6.66	7.74	8.82	9.90	10.97	12.05
	50	13.12	14.20	15.27	16.35	17.42	18.50	19.57	20.65	21.72	22.80
37	0	23.87	24.95	26.02	27.09	28.16	29.23	30.30	31.37	32.44	33.51
	10	34.58	35.65	36.72	37.79	38.86	39.93	40.99	42.06	43.13	44.20
	20	45.26	46.33	47.39	48.46	49.52	50.59	51.65	52.72	53.78	54.85
	30	55.91	56.98	58.04	59.11	* 0.17	* 1.23	* 2.29	* 3.36	* 4.42	* 5.48
	49	86 6.54	7.60	8.66	9.72	10.78	11.84	12.90	13.96	15.02	16.08
	50	17.14	18.20	19.25	20.31	21.37	22.43	23.48	24.54	25.59	26.65
38	0	27.70	28.76	29.81	30.87	31.92	32.98	34.03	35.08	36.13	37.19
	10	38.24	39.29	40.34	41.40	42.45	43.50	44.55	45.60	46.65	47.70
	20	48.75	49.80	50.85	51.90	52.95	54.00	55.05	56.10	57.14	58.19
	30	59.24	* 0.29	* 1.33	* 2.38	* 3.42	* 4.47	* 5.51	* 6.56	* 7.60	* 8.64
	40	87 9.68	10.73	11.77	12.81	13.85	14.90	15.94	16.98	18.02	19.06
	50	20.10	21.14	22.18	23.22	24.26	25.30	26.34	27.38	28.42	29.46
39	0	30.50	31.54	32.58	33.62	34.65	35.69	36.72	37.76	38.79	39.83
	10	40.86	41.90	42.93	43.97	45.00	46.04	47.07	48.11	49.14	50.18
	20	51.21	52.25	53.28	54.31	55.34	56.37	57.40	58.43	59.46	* 0.49
	30	88 1.52	2.55	3.58	4.61	5.64	6.67	7.70	8.73	9.76	10.79
	40	11.81	12.84	13.87	14.90	15.92	16.95	17.97	19.00	20.02	21.05
	50	22.07	23.10	24.12	25.15	26.17	27.19	28.21	29.24	30.26	31.28
40	0	88 32.30	33.33	34.35	35.37	36.39	37.42	38.44	39.46	40.48	41.50

	122	120	118
1	12	12	12
2	24	24	24
3	37	36	35
4	49	48	47
5	61	60	59
6	73	72	71
7	85	84	83
8	98	96	94
9	110	108	106

	116	114	112
1	12	11	11
2	23	23	22
3	35	34	34
4	46	46	45
5	58	57	56
6	70	68	67
7	81	80	78
8	93	91	90
9	104	103	101

	110	108	106
1	11	11	11
2	22	22	21
3	33	32	32
4	44	43	42
5	55	54	53
6	66	65	64
7	77	76	74
8	88	86	85
9	99	97	95

	104	102	100
1	10	10	10
2	21	20	20
3	31	31	30
4	42	41	40
5	52	51	50
6	62	61	60
7	73	71	70
8	83	82	80
9	94	92	90

E

M		0′	1′	2′	3′	4′	5′	6′	7′	8′	9′
40° 0′	88°	32′30	33′33	34′35	35′37	36′39	37′42	38′44	39′46	40′48	41′50
10		42.52	43.54	44.56	45.58	46.60	47.62	48.63	49.65	50.67	51.69
20		52.70	53.72	54.74	55.76	56.77	57.79	58.80	59.82	* 0.83	* 1.85
30	89	2.86	3.88	4.89	5.91	6.92	7.94	8.95	9.97	10.98	11.99
40		13.00	14.01	15.02	16.03	17.04	18.05	19.06	20.07	21.08	22.09
50		23.10	24.11	25.12	26.13	27.14	28.15	29.15	30.16	31.17	32.18
41 0		33.18	34.19	35.19	36.20	37.20	38.21	39.21	40.22	41.22	42.23
10		43.23	44.24	45.24	46.25	47.25	48.25	49.25	50.25	51.25	52.25
20		53.25	54.26	55.26	56.26	57.26	58.26	59.26	* 0.26	* 1.26	* 2.26
30	90	3.26	4.26	5.26	6.26	7.26	8.26	9.25	10.25	11.25	12.25
40		13.24	14.24	15.24	16.24	17.23	18.23	19.22	20.22	21.21	22.21
50		23.20	24.19	25.18	26.18	27.17	28.17	29.16	30.16	31.15	32.14
42 0		33.13	34.12	35.11	36.10	37.09	38.08	39.07	40.06	41.05	42.04
10		43.03	44.02	45.01	46.00	46.99	47.98	48.96	49.95	50.94	51.93
20		52.91	53.90	54.88	55.87	56.85	57.84	58.83	59.82	* 0.80	* 1.79
30	91	2.77	3.76	4.74	5.73	6.71	7.69	8.67	9.66	10.64	11.62
40		12.60	13.59	14.57	15.55	16.53	17.52	18.50	19.48	20.46	21.44
50		22.42	23.40	24.38	25.36	26.34	27.32	28.30	29.28	30.26	31.24
43 0		32.22	33.20	34.18	35.16	36.13	37.11	38.08	39.06	40.03	41.01
10		41.98	42.96	43.93	44.91	45.88	46.86	47.83	48.81	49.78	50.76
20		51.73	52.71	53.68	54.65	55.62	56.59	57.56	58.53	59.50	* 0.48
30	92	1.45	2.42	3.39	4.36	5.33	6.30	7.27	8.24	9.21	10.18
40		11.14	12.11	13.08	14.05	15.01	15.98	16.95	17.92	18.88	19.85
50		20.81	21.78	22.74	23.71	24.67	25.64	26.60	27.57	28.53	29.50
44 0		30.46	31.43	32.39	33.36	34.32	35.29	36.25	37.21	38.17	39.14
10		40.10	41.06	42.02	42.99	43.95	44.91	45.87	46.83	47.79	48.75
20		49.71	50.67	51.63	52.59	53.55	54.51	55.47	56.43	57.38	58.34
30		59.30	* 0.26	* 1.21	* 2.17	* 3.13	* 4.09	* 5.04	* 6.00	* 6.95	* 7.91
40	93	8.86	9.82	10.77	11.73	12.68	13.64	14.59	15.55	16.50	17.46
50		18.41	19.37	20.32	21.28	22.23	23.18	24.13	25.09	26.04	26.99
45 0		27.94	28.89	29.84	30.79	31.74	32.69	33.64	34.59	35.54	36.49
10		37.44	38.39	39.34	40.29	41.24	42.19	43.13	44.08	45.03	45.98
20		46.92	47.87	48.82	49.77	50.71	51.66	52.60	53.55	54.49	55.44
30		56.38	57.33	58.27	59.22	* 0.16	* 1.10	* 2.04	* 2.99	* 3.93	* 4.87
40	94	5.81	6.76	7.70	8.64	9.58	10.53	11.47	12.41	13.35	14.29
50		15.23	16.17	17.11	18.05	18.99	19.93	20.87	21.81	22.75	23.69
46 0		24.63	25.57	26.51	27.45	28.38	29.32	30.26	31.20	32.13	33.07
10		34.01	34.95	35.88	36.82	37.75	38.69	39.62	40.56	41.49	42.43
20		43.36	44.30	45.23	46.17	47.10	48.04	48.97	49.91	50.84	51.78
30		52.71	53.64	54.57	55.51	56.44	57.37	58.30	59.23	* 0.16	* 1.09
40	95	2.02	2.95	3.88	4.81	5.74	6.67	7.60	8.53	9.46	10.39
50		11.32	12.25	13.17	14.10	15.03	15.96	16.88	17.81	18.74	19.67
47 0		20.59	21.52	22.45	23.38	24.30	25.23	26.15	27.08	28.00	28.93
10		29.85	30.78	31.70	32.63	33.55	34.48	35.40	36.33	37.25	38.17
20		39.09	40.02	40.94	41.86	42.78	43.71	44.63	45.55	46.47	47.40
30		48.32	49.24	50.16	51.08	52.00	52.92	53.84	54.76	55.68	56.60
40		57.52	58.44	59.36	* 0.28	* 1.19	* 2.11	* 3.03	* 3.95	* 4.86	* 5.78
50	96	6.70	7.62	8.53	9.45	10.36	11.28	12.19	13.11	14.02	14.94
48 0		15.85	16.77	17.68	18.60	19.51	20.43	21.34	22.26	23.17	24.09
10		25.00	25.92	26.83	27.75	28.66	29.57	30.48	31.40	32.31	33.22
20		34.13	35.05	35.96	36.87	37.78	38.69	39.60	40.51	41.42	42.33
30		43.24	44.15	45.06	45.97	46.88	47.79	48.70	49.61	50.52	51.43
40		52.33	53.24	54.15	55.06	55.96	56.87	57.78	58.69	59.59	* 0.50
50	97	1.41	2.32	3.22	4.13	5.03	5.94	6.84	7.75	8.65	9.56
49 0		10.46	11.37	12.27	13.17	14.07	14.98	15.88	16.78	17.68	18.59
10		19.49	20.39	21.29	22.20	23.10	24.00	24.90	25.80	26.70	27.60
20		28.50	29.40	30.30	31.20	32.10	33.00	33.90	34.80	35.70	36.60
30		37.50	38.40	39.30	40.20	41.10	42.00	42.89	43.79	44.69	45.59
40		46.48	47.38	48.28	49.18	50.07	50.97	51.86	52.76	53.65	54.55
50		55.44	56.34	57.23	58.13	59.02	59.92	* 0.81	* 1.71	* 2.60	* 3.49
50 0	98	4.38	5.28	6.17	7.07	7.96	8.86	9.75	10.64	11.53	12.43

	103	102	101
1	10	10	10
2	21	20	20
3	31	31	30
4	41	41	40
5	52	51	50
6	62	61	61
7	72	71	71
8	82	82	81
9	93	92	91

	100	99	98
1	10	10	10
2	20	20	20
3	30	30	29
4	40	40	39
5	50	50	49
6	60	59	59
7	70	69	69
8	80	79	78
9	90	89	88

	97	96	95
1	10	10	10
2	19	19	19
3	29	29	28
4	39	38	38
5	49	48	48
6	58	58	57
7	68	67	67
8	78	77	76
9	87	86	86

	94	93	92
1	9	9	9
2	19	19	18
3	28	28	28
4	38	37	37
5	47	46	46
6	56	56	55
7	66	65	64
8	75	74	74
9	85	84	83

	91	90	89
1	9	9	9
2	18	18	18
3	27	27	27
4	36	36	36
5	46	45	45
6	55	54	53
7	64	63	62
8	73	72	71
9	82	81	80

E

M	0′	1′	2′	3′	4′	5′	6′	7′	8′	9′
50° 0′	98° 4′38	5′28	6′17	7′07	7′96	8′86	9′75	10′64	11′53	12′43
10	13.32	14.21	15.10	15.99	16.88	17.77	18.66	19.55	20.44	21.33
20	22.22	23.11	24.00	24.89	25.78	26.67	27.56	28.45	29.34	30.23
30	31.12	32.01	32.89	33.78	34.67	35.56	36.44	37.33	38.22	39.11
40	39.99	40.88	41.77	42.66	43.54	44.43	45.31	46.20	47.08	47.97
50	48.85	49.74	50.62	51.51	52.39	53.28	54.16	55.05	55.93	56.81
51 0	57.69	58.58	59.46	* 0.34	* 1.22	* 2.11	* 2.99	* 3.87	* 4.75	* 5.64
10	99 6.52	7.40	8.28	9.16	10.04	10.92	11.80	12.68	13.56	14.44
20	15.32	16.20	17.08	17.96	18.84	19.72	20.60	21.48	22.36	23.24
30	24.12	25.00	25.87	26.75	27.63	28.51	29.38	30.26	31.14	32.02
40	32.89	33.77	34.65	35.53	36.40	37.28	38.15	39.03	39.90	40.78
50	41.65	42.53	43.40	44.28	45.15	46.03	46.90	47.78	48.65	49.53
52 0	50.40	51.28	52.15	53.02	53.89	54.77	55.64	56.51	57.38	58.26
10	59.13	* 0.00	* 0.87	* 1.75	* 2.62	* 3.49	* 4.36	* 5.23	* 6.10	* 6.97
20	100 7.84	8.71	9.58	10.45	11.32	12.19	13.06	13.93	14.80	15.67
30	16.54	17.41	18.27	19.14	20.01	20.88	21.74	22.61	23.48	24.35
40	25.21	26.08	26.95	27.82	28.68	29.55	30.41	31.28	32.14	33.01
50	33.87	34.74	35.60	36.47	37.33	38.20	39.06	39.93	40.79	41.66
53 0	42.52	43.39	44.25	45.11	45.97	46.84	47.70	48.56	49.42	50.29
10	51.15	52.01	52.87	53.74	54.60	55.46	56.32	57.18	58.04	58.90
20	59.76	* 0.62	* 1.48	* 2.34	* 3.20	* 4.06	* 4.92	* 5.78	* 6.64	* 7.50
30	101 8.36	9.22	10.08	10.94	11.80	12.66	13.52	14.38	15.24	16.10
40	16.95	17.81	18.67	19.53	20.38	21.24	22.10	22.96	23.81	24.67
50	25.52	26.38	27.23	28.09	28.94	29.80	30.65	31.51	32.36	33.22
54 0	34.07	34.93	35.78	36.64	37.49	38.35	39.20	40.05	40.90	41.76
10	42.61	43.46	44.31	45.17	46.02	46.87	47.72	48.58	49.43	50.28
20	51.13	51.99	52.84	53.69	54.54	55.39	56.24	57.09	57.94	58.79
30	59.64	* 0.49	* 1.34	* 2.19	* 3.04	* 3.89	* 4.74	* 5.59	* 6.44	* 7.29
40	102 8.14	8.99	9.84	10.69	11.54	12.39	13.24	14.09	14.93	15.78
50	16.63	17.48	18.32	19.17	20.02	20.87	21.71	22.56	23.40	24.25
55 0	25.09	25.94	26.78	27.63	28.47	29.32	30.16	31.01	31.85	32.70
10	33.54	34.39	35.23	36.08	36.92	37.77	38.61	39.46	40.30	41.14
20	41.98	42.83	43.67	44.51	45.35	46.20	47.04	47.88	48.72	49.57
30	50.41	51.25	52.09	52.93	53.77	54.61	55.45	56.30	57.14	57.98
40	58.82	59.66	*0.50	* 1.34	* 2.18	* 3.02	* 3.86	* 4.70	* 5.54	* 6.38
50	103 7.22	8.06	8.89	9.73	10.57	11.41	12.24	13.08	13.92	14.76
56 0	15.59	16.43	17.27	18.11	18.94	19.78	20.61	21.45	22.28	23.12
10	23.96	24.80	25.63	26.47	27.30	28.14	28.97	29.81	30.64	31.48
20	32.31	33.15	33.98	34.81	35.64	36.48	37.31	38.15	38.98	39.82
30	40.65	41.48	42.31	43.15	43.98	44.81	45.64	46.47	47.30	48.13
40	48.96	49.80	50.63	51.46	52.29	53.12	53.95	54.78	55.61	56.44
50	57.27	58.10	58.93	59.76	* 0.59	1.42	* 2.25	* 3.08	* 3.91	* 4.74
57 0	104 5.57	6.40	7.23	8.06	8.88	9.71	10.54	11.37	12.19	13.02
10	13.85	14.68	15.50	16.33	17.16	17.99	18.81	19.64	20.46	21.29
20	22.11	22.94	23.77	24.60	25.42	26.25	27.07	27.90	28.72	29.55
30	30.37	31.20	32.02	32.85	33.67	34.50	35.32	36.15	36.97	37.80
40	38.62	39.45	40.27	41.09	41.91	42.74	43.56	44.38	45.20	46.03
50	46.85	47.67	48.49	49.32	50.14	50.96	51.78	52.60	53.42	54.24
58 0	55.06	55.89	56.71	57.53	58.35	59.17	59.99	* 0.81	* 1.63	* 2.45
10	105 3.27	4.09	4.91	5.73	6.55	7.37	8.18	9.00	9.82	10.64
20	11.46	12.28	13.10	13.92	14.73	15.55	16.37	17.18	18.00	18.82
30	19.63	20.45	21.26	22.08	22.90	23.72	24.53	25.35	26.16	26.98
40	27.79	28.61	29.42	30.24	31.05	31.87	32.68	33.50	34.31	35.13
50	35.94	36.76	37.57	38.39	39.20	40.02	40.83	41.65	42.46	43.27
59 0	44.08	44.90	45.71	46.52	47.33	48.15	48.96	49.77	50.58	51.40
10	52.21	53.02	53.83	54.65	55.46	56.27	57.08	57.89	58.70	59.51
20	106 0.32	1.13	1.94	2.75	3.56	4.37	5.18	5.99	6.80	7.61
30	8.42	9.23	10.04	10.85	11.66	12.47	13.27	14.08	14.89	15.70
40	16.51	17.32	18.13	18.94	19.74	20.55	21.36	22.17	22.97	23.78
50	24.58	25.39	26.19	27.00	27.81	28.62	29.42	30.23	31.03	31.84
60 0	106 32.64	33.45	34.25	35.06	35.86	36.67	37.47	38.28	39.08	39.89

	90	89	88
1	9	9	9
2	18	18	18
3	27	27	26
4	36	36	35
5	45	44	44
6	54	53	53
7	63	62	62
8	72	71	70
9	81	80	79

	87	86	85
1	9	9	8
2	17	17	17
3	26	26	25
4	35	34	34
5	43	43	42
6	52	52	51
7	61	60	59
8	70	69	68
9	78	77	76

	84	83	82
1	8	8	8
2	17	17	16
3	25	25	25
4	34	33	33
5	42	41	41
6	50	50	49
7	59	58	57
8	67	66	66
9	76	75	74

	81	80	79
1	8	8	8
2	16	16	16
3	24	24	24
4	32	32	32
5	40	40	40
6	49	48	47
7	57	56	55
8	65	64	63
9	73	72	71

E

M		0′	1′	2′	3′	4′	5′	6′	7′	8′	9′
60°	0′	106° 32′.64	33′.45	34′.25	35′.06	35′.86	36′.67	37′.47	38′.28	39′.08	39′.89
	10	40.69	41.50	42.30	43.11	43.91	44.71	45.51	46.32	47.12	47.93
	20	48.73	49.54	50.34	51.14	51.94	52.75	53.55	54.35	55.15	55.96
	30	56.76	57.56	58.36	59.17	59.97	* 0.77	* 1.57	* 2.37	* 3.17	* 3.97
	40	107 4.77	5.57	6.37	7.17	7.97	8.77	9.57	10.37	11.17	11.97
	50	12.77	13.57	14.37	15.17	15.97	16.77	17.56	18.36	19.16	19.96
61	0	20.76	21.56	22.36	23.16	23.95	24.75	25.55	26.35	27.14	27.94
	10	28.74	29.54	30.33	31.13	31.93	32.73	33.52	34.32	35.11	35.91
	20	36.70	37.50	38.29	39.09	39.88	40.68	41.47	42.27	43.06	43.86
	30	44.65	45.45	46.24	47.04	47.83	48.63	49.42	50.22	51.01	51.80
	40	52.59	53.39	54.18	54.97	55.76	56.56	57.35	58.14	58.93	59.73
	50	108 0.52	1.31	2.10	2.89	3.69	4.48	5.27	6.06	6.85	7.64
62	0	8.43	9.23	10.02	10.81	11.60	12.39	13.18	13.97	14.76	15.55
	10	16.34	17.13	17.92	18.71	19.50	20.29	21.08	21.87	22.66	23.45
	20	24.24	25.03	25.82	26.61	27.39	28.18	28.97	29.76	30.54	31.33
	30	32.12	32.91	33.69	34.48	35.27	36.06	36.84	37.63	38.42	39.21
	40	39.99	40.78	41.57	42.36	43.14	43.93	44.71	45.50	46.28	47.07
	50	47.86	48.65	49.43	50.22	51.00	51.79	52.57	53.36	54.14	54.93
63	0	55.71	56.50	57.28	58.07	58.85	59.64	* 0.42	* 1.21	* 1.99	* 2.78
	10	109 3.56	4.34	5.12	5.91	6.69	7.47	8.25	9.04	9.82	10.60
	20	11.38	12.17	12.95	13.73	14.51	15.29	16.07	16.85	17.63	18.41
	30	19.19	19.97	20.76	21.54	22.32	23.10	23.88	24.66	25.44	26.22
	40	27.00	27.78	28.56	29.34	30.12	30.90	31.68	32.46	33.24	34.02
	50	34.80	35.58	36.35	37.13	37.91	38.69	39.46	40.24	41.02	41.80
64	0	42.57	43.35	44.13	44.91	45.68	46.46	47.24	48.02	48.79	49.57
	10	50.35	51.13	51.90	52.68	53.45	54.23	55.00	55.78	56.56	57.34
	20	58.11	58.89	59.66	* 0.44	* 1.21	* 1.99	* 2.76	* 3.54	* 4.31	* 5.09
	30	110 5.86	6.64	7.41	8.19	8.96	9.74	10.51	11.29	12.06	12.83
	40	13.60	14.38	15.15	15.92	16.69	17.47	18.24	19.01	19.78	20.56
	50	21.33	22.10	22.87	23.65	24.42	25.19	25.96	26.74	27.51	28.28
65	0	29.05	29.82	30.59	31.36	32.13	32.90	33.67	34.44	35.21	35.98
	10	36.75	37.52	38.29	39.06	39.83	40.60	41.37	42.14	42.91	43.68
	20	44.44	45.21	45.98	46.75	47.52	48.29	49.06	49.83	50.59	51.36
	30	52.13	52.90	53.67	54.44	55.21	55.98	56.74	57.51	58.28	59.05
	40	59.81	* 0.58	* 1.35	* 2.12	* 2.88	* 3.65	* 4.42	* 5.19	* 5.95	* 6.72
	50	111 7.48	8.25	9.01	9.78	10.54	11.31	12.07	12.84	13.60	14.37
66	0	15.13	15.90	16.66	17.43	18.19	18.96	19.72	20.49	21.25	22.02
	10	22.78	23.55	24.31	25.08	25.84	26.60	27.36	28.13	28.89	29.66
	20	30.42	31.19	31.95	32.71	33.47	34.24	35.00	35.76	36.52	37.28
	30	38.04	38.80	39.56	40.33	41.09	41.85	42.61	43.37	44.13	44.89
	40	45.65	46.41	47.17	47.93	48.69	49.45	50.21	50.97	51.73	52.49
	50	53.25	54.01	54.77	55.53	56.29	57.05	57.81	58.57	59.33	* 0.09
67	0	112 0.85	1.61	2.37	3.13	3.88	4.64	5.40	6.16	6.92	7.68
	10	8.44	9.20	9.95	10.71	11.47	12.23	12.98	13.74	14.50	15.26
	20	16.01	16.77	17.53	18.29	19.04	19.80	20.55	21.31	22.06	22.82
	30	23.58	24.34	25.09	25.85	26.60	27.36	28.11	28.87	29.62	30.38
	40	31.13	31.89	32.64	33.40	34.15	34.91	35.66	36.42	37.17	37.93
	50	38.68	39.43	40.18	40.94	41.69	42.45	43.20	43.96	44.71	45.46
68	0	46.21	46.97	47.72	48.47	49.22	49.98	50.73	51.48	52.23	52.99
	10	53.74	54.49	55.24	56.00	56.75	57.50	58.25	59.01	59.76	* 0.51
	20	113 1.26	2.01	2.76	3.51	4.26	5.01	5.76	6.51	7.26	8.01
	30	8.76	9.51	10.26	11.01	11.76	12.51	13.26	14.01	14.76	15.51
	40	16.25	17.00	17.75	18.50	19.25	20.00	20.75	21.50	22.24	22.99
	50	23.74	24.49	25.23	25.98	26.73	27.48	28.22	28.97	29.72	30.47
69	0	31.21	31.96	32.71	33.46	34.20	34.95	35.70	36.45	37.19	37.94
	10	38.68	39.43	40.17	40.92	41.67	42.42	43.16	43.91	44.65	45.40
	20	46.14	46.89	47.63	48.38	49.12	49.87	50.61	51.36	52.10	52.85
	30	53.59	54.34	55.08	55.83	56.57	57.32	58.06	58.81	59.55	* 0.30
	40	114 1.04	1.79	2.53	3.27	4.01	4.76	5.50	6.24	6.98	7.73
	50	8.47	9.21	9.95	10.70	11.44	12.18	12.92	13.67	14.41	15.15
70	0	114 15.89	16.64	17.38	18.12	18.86	19.60	20.34	21.08	21.82	22.57

	81	80	79
1	8	8	8
2	16	16	16
3	24	24	24
4	32	32	32
5	40	40	40
6	49	48	47
7	57	56	55
8	65	64	63
9	73	72	71

	78	77	76
1	8	8	8
2	16	15	15
3	23	23	23
4	31	31	30
5	39	38	38
6	47	46	46
7	55	54	53
8	62	62	61
9	70	69	68

E

M		0′	1′	2′	3′	4′	5′	6′	7′	8′	9′
70° 0′	114°	15′.89	16′.64	17′.38	18′.12	18′.86	19′.60	20′.34	21′.08	21′.82	22′.57
10		23.31	24.05	24.79	25.53	26.27	27.01	27.75	28.49	29.23	29.97
20		30.71	31.45	32.19	32.93	33.67	34.41	35.15	35.89	36.63	37.37
30		38.11	38.85	39.58	40.32	41.06	41.80	42.53	43.27	44.01	44.75
40		45.48	46.22	46.96	47.70	48.43	49.17	49.91	50.65	51.38	52.12
50		52.86	53.60	54.33	55.07	55.81	56.55	57.28	58.02	58.76	59.50
71 0	115	0.23	0.97	1.70	2.44	3.17	3.91	4.65	5.39	6.13	6.86
10		7.59	8.33	9.06	9.80	10.53	11.27	12.00	12.74	13.47	14.21
20		14.94	15.68	16.41	17.15	17.88	18.62	19.35	20.08	20.81	21.55
30		22.28	23.02	23.75	24.49	25.22	25.95	26.68	27.42	28.15	28.88
40		29.61	30.35	31.08	31.81	32.54	33.28	34.01	34.74	35.47	36.20
50		36.93	37.66	38.39	39.13	39.86	40.59	41.32	42.05	42.78	43.51
72 0		44.24	44.98	45.71	46.44	47.17	47.90	48.63	49.36	50.09	50.82
10		51.55	52.28	53.01	53.74	54.47	55.20	55.93	56.66	57.39	58.12
20		58.85	59.58	* 0.31	* 1.04	* 1.76	* 2.49	* 3.22	* 3.95	* 4.68	* 5.41
30	116	6.14	6.87	7.59	8.32	9.05	9.78	10.50	11.23	11.96	12.69
40		13.41	14.14	14.87	15.60	16.32	17.05	17.78	18.51	19.23	19.96
50		20.69	21.42	22.14	22.87	23.59	24.32	25.04	25.77	26.50	27.23
73 0		27.95	28.68	29.40	30.13	30.85	31.58	32.30	33.03	33.75	34.48
10		35.20	35.93	36.65	37.38	38.10	38.83	39.55	40.28	41.00	41.73
20		42.45	43.18	43.90	44.63	45.35	46.08	46.80	47.52	48.24	48.97
30		49.69	50.41	51.13	51.86	52.58	53.30	54.02	54.75	55.47	56.19
40		56.91	57.64	58.36	59.08	59.80	* 0.53	* 1.25	* 1.97	* 2.69	* 3.42
50	117	4.14	4.86	5.58	6.31	7.03	7.75	8.47	9.19	9.91	10.63
74 0		11.35	12.07	12.79	13.51	14.23	14.95	15.67	16.39	17.11	17.83
10		18.55	19.27	19.99	20.71	21.43	22.15	22.87	23.59	24.31	25.03
20		25.75	26.47	27.19	27.91	28.62	29.34	30.06	30.78	31.50	32.22
30		32.94	33.66	34.37	35.09	35.81	36.53	37.24	37.96	38.68	39.40
40		40.11	40.83	41.55	42.27	42.98	43.70	44.42	45.14	45.85	46.57
50		47.29	48.01	48.72	49.44	50.15	50.87	51.58	52.30	53.02	53.74
75 0		54.45	55.17	55.88	56.60	57.31	58.03	58.74	59.46	* 0.17	* 0.89
10	118	1.60	2.32	3.03	3.75	4.46	5.18	5.89	6.61	7.32	8.04
20		8.75	9.47	10.18	10.90	11.61	12.33	13.04	13.76	14.47	15.19
30		15.90	16.62	17.33	18.05	18.76	19.47	20.18	20.90	21.61	22.32
40		23.03	23.75	24.46	25.17	25.88	26.60	27.31	28.02	28.73	29.45
50		30.16	30.87	31.58	32.30	33.01	33.72	34.43	35.14	35.85	36.56
76 0		37.27	37.99	38.70	39.41	40.12	40.83	41.54	42.25	42.96	43.67
10		44.38	45.09	45.80	46.51	47.22	47.93	48.64	49.35	50.06	50.77
20		51.48	52.19	52.90	53.61	54.32	55.03	55.74	56.45	57.16	57.87
30		58.58	59.29	* 0.00	* 0.70	* 1.41	* 2.12	* 2.83	* 3.54	* 4.25	* 4.96
40	119	5.66	6.37	7.08	7.79	8.49	9.20	9.91	10.62	11.32	12.03
50		12.74	13.45	14.15	14.86	15.57	16.28	16.98	17.69	18.40	19.11
77 0		19.81	20.52	21.22	21.93	22.63	23.34	24.05	24.76	25.46	26.17
10		26.87	27.58	28.28	28.99	29.69	30.40	31.10	31.81	32.51	33.22
20		33.92	34.63	35.33	36.04	36.74	37.45	38.15	38.86	39.56	40.27
30		40.97	41.68	42.38	43.09	43.79	44.49	45.19	45.90	46.60	47.31
40		48.01	48.72	49.42	50.12	50.82	51.53	52.23	52.94	53.64	54.35
50		55.05	55.75	56.45	57.16	57.86	58.56	59.26	59.97	* 0.67	* 1.37
78 0	120	2.07	2.78	3.48	4.18	4.88	5.58	6.28	6.98	7.68	8.39
10		9.09	9.79	10.49	11.19	11.89	12.59	13.29	14.00	14.70	15.40
20		16.10	16.80	17.50	18.20	18.90	19.60	20.30	21.00	21.70	22.40
30		23.10	23.80	24.50	25.20	25.90	26.60	27.30	28.00	28.70	29.40
40		30.10	30.80	31.50	32.20	32.90	33.60	34.30	35.00	35.69	36.39
50		37.09	37.79	38.49	39.19	39.89	40.59	41.28	41.98	42.68	43.38
79 0		44.07	44.77	45.47	46.17	46.86	47.56	48.26	48.96	49.65	50.35
10		51.05	51.75	52.44	53.14	53.84	54.54	55.23	55.93	56.62	57.32
20		58.01	58.71	59.41	* 0.11	* 0.80	* 1.50	* 2.19	* 2.89	* 3.58	* 4.28
30	121	4.97	5.67	6.36	7.06	7.76	8.45	9.14	9.84	10.53	11.23
40		11.92	12.62	13.31	14.01	14.70	15.40	16.09	16.79	17.48	18.18
50		18.87	19.56	20.25	20.95	21.64	22.34	23.03	23.73	24.42	25.11
80 0	121	25.80	26.50	27.19	27.89	28.58	29.28	29.97	30.66	31.35	32.05

	75	74	73
1	8	7	7
2	15	15	15
3	22	22	22
4	30	30	29
5	38	37	36
6	45	44	44
7	52	52	51
8	60	59	58
9	68	67	66

	72	71	70
1	7	7	7
2	14	14	14
3	22	21	21
4	29	28	28
5	36	36	35
6	43	43	42
7	50	50	49
8	58	57	56
9	65	64	63

E

M		0′	1′	2′	3′	4′	5′	6′	7′	8′	9′
80° 0′	121°	25.80	26.50	27.19	27.89	28.58	29.28	29.97	30.66	31.35	32.05
10		32.74	33.44	34.13	34.83	35.52	36.21	36.90	37.60	38.29	38.98
20		39.67	40.37	41.06	41.75	42.44	43.14	43.83	44.52	45.21	45.90
30		46.59	47.28	47.97	48.67	49.36	50.05	50.74	51.43	52.12	52.81
40		53.50	54.19	54.88	55.57	56.26	56.95	57.64	58.33	59.02	59.71
50	122	0.40	1.09	1.78	2.47	3.16	3.85	4.54	5.23	5.92	6.61
81 0		7.30	7.99	8.68	9.37	10.05	10.74	11.43	12.12	12.81	13.50
10		14.19	14.88	15.56	16.25	16.94	17.63	18.32	19.01	19.70	20.39
20		21.07	21.76	22.45	23.14	23.82	24.51	25.20	25.89	26.57	27.26
30		27.95	28.64	29.32	30.01	30.70	31.39	32.07	32.76	33.45	34.14
40		34.82	35.51	36.20	36.89	37.57	38.26	38.95	39.64	40.32	41.01
50		41.69	42.38	43.06	43.75	44.44	45.13	45.81	46.50	47.18	47.87
82 0		48.55	49.24	49.92	50.61	51.29	51.98	52.66	53.35	54.03	54.72
10		55.40	56.09	56.77	57.46	58.14	58.82	59.50	* 0.19	* 0.87	* 1.56
20	123	2.24	2.93	3.61	4.29	4.97	5.66	6.34	7.03	7.71	8.40
30		9.08	9.76	10.44	11.13	11.81	12.49	13.17	13.86	14.54	15.22
40		15.90	16.59	17.27	17.95	18.63	19.32	20.00	20.68	21.36	22.05
50		22.73	23.41	24.09	24.77	25.45	26.13	26.81	27.50	28.18	28.86
83 0		29.54	30.22	30.90	31.58	32.26	32.95	33.63	34.32	34.99	35.67
10		36.35	37.03	37.71	38.40	39.08	39.76	40.44	41.12	41.80	42.48
20		43.16	43.84	44.52	45.20	45.88	46.56	47.24	47.92	48.60	49.28
30		49.96	50.64	51.32	52.00	52.68	53.36	54.03	54.71	55.39	56.07
40		56.75	57.43	58.11	58.79	59.46	* 0.14	* 0.82	* 1.49	* 2.17	* 2.85
50	124	3.53	4.21	4.89	5.57	6.25	6.93	7.60	8.28	8.96	9.64
84 0		10.31	10.99	11.67	12.35	13.02	13.70	14.38	15.06	15.73	16.41
10		17.09	17.77	18.44	19.12	19.79	20.47	21.14	21.82	22.50	23.18
20		23.85	24.53	25.20	25.88	26.55	27.23	27.90	28.58	29.25	29.93
30		30.60	31.28	31.95	32.63	33.30	33.98	34.65	35.33	36.00	36.68
40		37.35	38.03	38.70	39.38	40.05	40.73	41.40	42.08	42.75	43.43
50		44.10	44.78	45.45	46.13	46.80	47.47	48.14	48.82	49.49	50.17
85 0		50.84	51.52	52.19	52.86	53.53	54.21	54.88	55.56	56.23	56.91
10		57.58	58.25	58.92	59.60	* 0.27	* 0.95	* 1.62	* 2.30	* 2.97	* 3.64
20	125	4.31	4.99	5.66	6.33	7.00	7.68	8.35	9.02	9.69	10.37
30		11.04	11.71	12.38	13.05	13.72	14.39	15.06	15.74	16.41	17.08
40		17.75	18.42	19.09	19.76	20.43	21.10	21.77	22.44	23.11	23.78
50		24.45	25.12	25.79	26.46	27.13	27.80	28.47	29.14	29.81	30.48
86 0		31.15	31.82	32.49	33.16	33.83	34.50	35.17	35.84	36.51	37.18
10		37.85	38.52	39.19	39.86	40.53	41.20	41.87	42.54	43.21	43.88
20		44.55	45.22	45.88	46.55	47.22	47.89	48.56	49.23	49.90	50.57
30		51.23	51.90	52.57	53.24	53.91	54.58	55.24	55.91	56.58	57.25
40		57.91	58.58	59.25	59.92	* 0.58	* 1.25	* 1.92	* 2.59	* 3.25	* 3.92
50	126	4.58	5.25	5.92	6.59	7.25	7.92	8.58	9.25	9.92	10.59
87 0		11.25	11.92	12.59	13.26	13.92	14.59	15.25	15.92	16.59	17.26
10		17.92	18.59	19.25	19.92	20.58	21.25	21.92	22.59	23.25	23.92
20		24.58	25.25	25.91	26.58	27.24	27.91	28.57	29.24	29.90	30.57
30		31.23	31.90	32.56	33.23	33.89	34.56	35.22	35.89	36.55	37.22
40		37.88	38.55	39.22	39.88	40.53	41.20	41.86	42.53	43.19	43.85
50		44.51	45.18	45.84	46.51	47.17	47.84	48.50	49.16	49.82	50.49
88 0		51.15	51.82	52.48	53.15	53.81	54.47	55.13	55.80	56.46	57.12
10		57.78	58.44	59.10	59.77	* 0.43	* 1.10	* 1.76	* 2.42	* 3.08	* 3.75
20	127	4.41	5.07	5.73	6.39	7.05	7.71	8.37	9.04	9.70	10.36
30		11.02	11.68	12.34	13.00	13.66	14.33	14.99	15.65	16.31	16.97
40		17.63	18.29	18.95	19.61	20.27	20.93	21.59	22.25	22.91	23.57
50		24.23	24.89	25.55	26.21	26.87	27.53	28.19	28.85	29.51	30.17
89 0		30.83	31.49	32.15	32.81	33.47	34.13	34.79	35.45	36.11	36.76
10		37.42	38.08	38.74	39.40	40.06	40.72	41.38	42.03	42.69	43.35
20		44.01	44.67	45.33	45.98	46.64	47.30	47.96	48.61	49.27	49.93
30		50.59	51.24	51.90	52.56	53.22	53.88	54.53	55.19	55.85	56.50
40		57.16	57.82	58.48	59.13	59.79	* 0.45	* 1.10	* 1.76	* 2.42	* 3.07
50	128	3.73	4.39	5.04	5.70	6.35	7.01	7.67	8.32	8.98	9.64
90 0	128	10.29	10.95	11.61	12.27	12.92	13.58	14.23	14.89	15.54	16.20

	70	69	68
1	7	7	7
2	14	14	14
3	21	21	20
4	28	28	27
5	35	34	34
6	42	41	41
7	49	48	48
8	56	55	54
9	63	62	61

	67	66	65
1	7	7	6
2	13	13	13
3	20	20	20
4	27	26	26
5	34	33	32
6	40	40	39
7	47	46	46
8	54	53	52
9	60	59	58

E

M		0′	1′	2′	3′	4′	5′	6′	7′	8′	9′
90° 0′	128°	10′.29	10′.95	11′.61	12′.27	12′.92	13′.58	14′.23	14′.89	15.54	16′.20
10		16.85	17.51	18.16	18.82	19.48	20.14	20.79	21.45	22.10	22.76
20		23.41	24.07	24.72	25.38	26.03	26.69	27.34	28.00	28.65	29.31
30		29.96	30.62	31.27	31.93	32.58	33.23	33.88	34.54	35.19	35.85
40		36.50	37.16	37.81	38.47	39.12	39.78	40.43	41.08	41.73	42.39
50		43.04	43.70	44.35	45.01	45.66	46.31	46.96	47.62	48.27	48.92
91 0		49.57	50.23	50.88	51.53	52.18	52.84	53.49	54.14	54.79	55.45
10		56.10	56.75	57.40	58.06	58.71	59.36	* 0.01	* 0.67	* 1.32	* 1.97
20	129	2.62	3.27	3.92	4.57	5.22	5.88	6.53	7.18	7.83	8.49
30		9.14	9.79	10.44	11.09	11.74	12.39	13.04	13.70	14.35	15.00
40		15.65	16.30	16.95	17.60	18.25	18.90	19.55	20.20	20.85	21.51
50		22.16	22.81	23.46	24.11	24.76	25.41	26.06	26.71	27.36	28.01
92 0		28.66	29.31	29.96	30.61	31.26	31.91	32.56	33.21	33.86	34.51
10		35.16	35.81	36.45	37.10	37.75	38.40	39.05	39.70	40.35	41.00
20		41.65	42.30	42.94	43.59	44.24	44.89	45.54	46.19	46.84	47.49
30		48.13	48.78	49.43	50.08	50.73	51.38	52.02	52.67	53.32	53.97
40		54.62	55.27	55.91	56.56	57.21	57.86	58.51	59.15	59.80	* 0.45
50	130	1.10	1.74	2.39	3.04	3.68	4.33	4.98	5.62	6.27	6.92
93 0		7.56	8.21	8.86	9.50	10.15	10.80	11.44	12.09	12.74	13.38
10		14.03	14.68	15.32	15.97	16.61	17.26	17.91	18.55	19.20	19.85
20		20.49	21.14	21.78	22.43	23.07	23.72	24.37	25.01	25.66	26.30
30		26.95	27.60	28.24	28.89	29.53	30.18	30.82	31.47	32.11	32.76
40		33.40	34.05	34.69	35.33	35.98	36.62	37.27	37.91	38.55	39.20
50		39.84	40.49	41.13	41.78	42.42	43.06	43.71	44.35	44.99	45.64
94 0		46.28	46.93	47.57	48.21	48.86	49.50	50.14	50.79	51.43	52.07
10		52.72	53.36	54.00	54.64	55.29	55.93	56.57	57.21	57.86	58.50
20		59.14	59.78	* 0.43	* 1.07	* 1.71	* 2.35	* 3.00	* 3.64	* 4.28	* 4.92
30	131	5.56	6.21	6.85	7.49	8.13	8.77	9.41	10.05	10.70	11.34
40		11.98	12.62	13.27	13.91	14.55	15.19	15.83	16.48	17.12	17.76
50		18.40	19.04	19.68	20.32	20.96	21.61	22.25	22.89	23.54	24.18
95 0		24.82	25.46	26.10	26.74	27.38	28.02	28.66	29.30	29.94	30.58
10		31.22	31.86	32.50	33.14	33.78	34.42	35.06	35.70	36.34	36.98
20		37.62	38.26	38.90	39.54	40.18	40.82	41.46	42.10	42.74	43.38
30		44.02	44.66	45.30	45.94	46.57	47.21	47.85	48.49	49.13	49.77
40		50.41	51.05	51.68	52.32	52.96	53.60	54.24	54.88	55.51	56.15
50		56.79	57.43	58.07	58.71	59.34	59.98	* 0.62	* 1.26	* 1.90	* 2.53
96 0	132	3.17	3.81	4.45	5.08	5.72	6.36	7.00	7.63	8.27	8.91
10		9.55	10.18	10.82	11.46	12.10	12.73	13.37	14.01	14.65	15.28
20		15.92	16.56	17.19	17.83	18.47	19.10	19.74	20.38	21.01	21.65
30		22.29	22.93	23.56	24.20	24.83	25.47	26.11	26.74	27.38	28.02
40		28.65	29.29	29.92	30.55	31.19	31.83	32.46	33.09	33.73	34.37
50		35.01	35.65	36.28	36.92	37.55	38.19	38.82	39.46	40.09	40.73
97 0		41.36	42.00	42.63	43.27	43.90	44.54	45.17	45.81	46.44	47.08
10		47.71	48.34	48.98	49.61	50.25	50.88	51.51	52.15	52.78	53.42
20		54.05	54.69	55.32	55.95	56.59	57.22	57.85	58.49	59.12	59.76
30	133	0.39	1.02	1.66	2.29	2.92	3.56	4.19	4.82	5.46	6.09
40		6.72	7.36	7.99	8.62	9.26	9.89	10.52	11.16	11.79	12.42
50		13.06	13.69	14.32	14.95	15.59	16.22	16.85	17.48	18.12	18.75
98 0		19.38	20.01	20.65	21.28	21.91	22.54	23.18	23.81	24.44	25.07
10		25.70	26.33	26.97	27.60	28.23	28.86	29.49	30.12	30.75	31.38
20		32.02	32.65	33.28	33.91	34.54	35.17	35.80	36.44	37.07	37.70
30		38.33	38.96	39.59	40.22	40.85	41.49	42.12	42.75	43.38	44.01
40		44.64	45.27	45.90	46.53	47.16	47.79	48.42	49.05	49.68	50.31
50		50.94	51.57	52.20	52.83	53.46	54.09	54.72	55.35	55.98	56.61
99 0		57.24	57.87	58.50	59.13	59.76	* 0.39	* 1.02	* 1.64	* 2.27	* 2.90
10	134	3.53	4.16	4.79	5.42	6.05	6.68	7.31	7.94	8.56	9.19
20		9.82	10.45	11.08	11.71	12.34	12.97	13.59	14.22	14.85	15.48
30		16.11	16.74	17.36	17.99	18.62	19.25	19.88	20.51	21.13	21.76
40		22.39	23.02	23.65	24.27	24.90	25.53	26.16	26.78	27.41	28.04
50		28.67	29.29	29.92	30.55	31.18	31.80	32.43	33.06	33.69	34.31
100 0	134	34.94	35.57	36.20	36.82	37.45	38.08	38.70	39.33	39.96	40.58

	66	65	64
1	7	6	6
2	13	13	13
3	20	19	19
4	26	26	26
5	33	32	[illegible]
6	40	39	38
7	46	45	45
8	53	52	51
9	59	58	58

E

M		0′	1′	2′	3′	4′	5′	6′	7′	8′	9′
100° 0′	134°	34′.94	35′.57	36′.20	36′.82	37′.45	38′.08	38′.70	39′.33	39′.96	40′.58
10		41.21	41.84	42.46	43.09	43.72	44.35	44.97	45.60	46.22	46.85
20		47.47	48.10	48.72	49.35	49.98	50.60	51.23	51.86	52.48	53.11
30		53.73	54.36	54.98	55.61	56.23	56.86	57.48	58.10	58.73	59.35
40		59.98	* 0.61	* 1.23	* 1.86	* 2.48	* 3.11	* 3.73	* 4.36	* 4.98	* 5.61
50	135	6.23	6.86	7.48	8.11	8.73	9.36	9.98	10.61	11.23	11.86
101 0		12.48	13.11	13.73	14.36	14.98	15.61	16.23	16.85	17.48	18.10
10		18.72	19.35	19.97	20.60	21.22	21.84	22.47	23.09	23.71	24.34
20		24.96	25.58	26.21	26.83	27.45	28.08	28.70	29.32	29.95	30.57
30		31.19	31.82	32.44	33.06	33.69	34.31	34.93	35.55	36.18	36.80
40		37.42	38.05	38.67	39.29	39.92	40.54	41.16	41.79	42.41	43.03
50		43.66	44.28	44.90	45.52	46.15	46.77	47.39	48.01	48.63	49.25
102 0		49.88	50.50	51.12	51.74	52.36	52.98	53.61	54.23	54.85	55.47
10		56.10	56.72	57.34	57.96	58.58	59.20	59.83	* 0.45	* 1.07	* 1.69
20	136	2.31	2.93	3.56	4.18	4.80	5.42	6.04	6.66	7.28	7.91
30		8.53	9.15	9.77	10.39	11.01	11.63	12.25	12.87	13.49	14.11
40		14.73	15.35	15.97	16.59	17.21	17.83	18.45	19.07	19.70	20.32
50		20.94	21.56	22.18	22.80	23.42	24.04	24.66	25.28	25.90	26.52
103 0		27.14	27.76	28.38	29.00	29.62	30.23	30.85	31.47	32.09	32.71
10		33.33	33.95	34.57	35.19	35.81	36.42	37.04	37.66	38.28	38.90
20		39.52	40.13	40.75	41.37	41.99	42.61	43.23	43.84	44.46	45.08
30		45.70	46.31	46.93	47.55	48.17	48.78	49.40	50.02	50.64	51.25
40		51.87	52.49	53.11	53.72	54.34	54.96	55.58	56.19	56.81	57.43
50		58.05	58.66	59.28	59.90	* 0.52	* 1.13	* 1.75	* 2.37	* 2.99	* 3.60
104 0	137	4.22	4.84	5.46	6.07	6.69	7.31	7.92	8.54	9.16	9.77
10		10.39	11.01	11.62	12.24	12.86	13.47	14.09	14.71	15.32	15.94
20		16.56	17.17	17.79	18.41	19.02	19.64	20.25	20.87	21.49	22.10
30		22.72	23.34	23.95	24.57	25.18	25.80	26.41	27.03	27.64	28.26
40		28.88	29.49	30.11	30.73	31.34	31.96	32.57	33.19	33.80	34.42
50		35.03	35.65	36.26	36.88	37.49	38.11	38.72	39.34	39.95	40.57
105 0		41.18	41.80	42.41	43.03	43.64	44.26	44.87	45.48	46.10	46.71
10		47.32	47.94	48.55	49.17	49.78	50.39	51.01	51.62	52.23	52.85
20		53.46	54.08	54.69	55.30	55.92	56.53	57.14	57.76	58.37	58.99
30		59.60	* 0.21	* 0.83	* 1.44	* 2.05	* 2.67	* 3.28	* 3.89	* 4.51	* 5.12
40	138	5.73	6.35	6.96	7.57	8.19	8.80	9.41	10.03	10.64	11.25
50		11.87	12.48	13.09	13.70	14.32	14.93	15.54	16.15	16.77	17.38
106 0		17.99	18.61	19.22	19.83	20.44	21.05	21.67	22.28	22.89	23.50
10		24.12	24.73	25.34	25.95	26.56	27.17	27.79	28.40	29.01	29.62
20		30.23	30.84	31.46	32.07	32.68	33.29	33.90	34.51	35.13	35.74
30		36.35	36.96	37.57	38.18	38.79	39.40	40.02	40.63	41.24	41.85
40		42.46	43.07	43.68	44.29	44.90	45.51	46.12	46.73	47.35	47.96
50		48.57	49.18	49.79	50.40	51.01	51.62	52.23	52.84	53.45	54.06
107 0		54.67	55.28	55.89	56.50	57.12	57.73	58.34	58.95	59.56	* 0.17
10	139	0.78	1.39	2.00	2.61	3.22	3.83	4.44	5.05	5.66	6.27
20		6.88	7.48	8.09	8.70	9.31	9.92	10.53	11.14	11.75	12.36
30		12.97	13.58	14.19	14.79	15.40	16.01	16.62	17.23	17.84	18.45
40		19.06	19.67	20.27	20.88	21.49	22.10	22.71	23.32	23.93	24.53
50		25.14	25.75	26.36	26.97	27.58	28.19	28.80	29.40	30.01	30.62
108 0		31.23	31.84	32.45	33.05	33.66	34.27	34.88	35.48	36.09	36.70
10		37.31	37.91	38.52	39.13	39.74	40.34	40.95	41.56	42.17	42.77
20		43.38	43.99	44.59	45.20	45.81	46.41	47.02	47.63	48.23	48.84
30		49.45	50.05	50.66	51.27	51.88	52.48	53.09	53.70	54.30	54.91
40		55.52	56.12	56.73	57.34	57.94	58.55	59.16	59.76	* 0.37	* 0.98
50	140	1.58	2.19	2.79	3.40	4.00	4.61	5.22	5.82	6.43	7.04
109 0		7.64	8.25	8.85	9.46	10.06	10.67	11.27	11.88	12.48	13.09
10		13.69	14.30	14.91	15.51	16.12	16.73	17.33	17.94	18.54	19.15
20		19.75	20.36	20.96	21.57	22.17	22.78	23.38	23.98	24.59	25.19
30		25.79	26.40	27.00	27.61	28.21	28.82	29.42	30.03	30.63	31.24
40		31.84	32.45	33.05	33.65	34.26	34.86	35.46	36.07	36.67	37.28
50		37.88	38.49	39.09	39.70	40.30	40.91	41.51	42.12	42.72	43.32
110 0	140	43.93	44.53	45.13	45.74	46.34	46.95	47.55	48.16	48.76	49.36

	63	62
1	6	6
2	13	12
3	19	19
4	25	25
5	31	31
6	38	37
7	44	43
8	50	50
9	57	56

	61	60
1	6	6
2	12	12
3	18	18
4	24	24
5	30	30
6	37	36
7	43	42
8	49	48
9	55	54

E

M		0′	1′	2′	3′	4′	5′	6′	7′	8′	9′
110° 0′	140°	43.93	44.53	45.13	45.74	46.34	46.95	47.55	48.16	48.76	49.36
10		49.97	50.57	51.17	51.78	52.38	52.98	53.59	54.19	54.79	55.40
20		56.00	56.60	57.21	57.81	58.41	59.01	59.61	* 0.22	* 0.82	* 1.42
30	141	2.03	2.63	3.24	3.84	4.44	5.05	5.65	6.25	6.86	7.46
40		8.06	8.66	9.27	9.87	10.47	11.07	11.68	12.28	12.88	13.48
50		14.09	14.69	15.29	15.89	16.50	17.10	17.70	18.30	18.90	19.50
111 0		20.11	20.71	21.31	21.91	22.51	23.11	23.71	24.31	24.92	25.52
10		26.12	26.72	27.32	27.92	28.52	29.12	29.73	30.33	30.93	31.53
20		32.13	32.73	33.33	33.93	34.54	35.14	35.74	36.34	36.94	37.54
30		38.14	38.74	39.34	39.94	40.54	41.14	41.75	42.35	42.95	43.55
40		44.15	44.75	45.35	45.95	46.55	47.15	47.75	48.35	48.95	49.55
50		50.15	50.75	51.35	51.95	52.55	53.15	53.75	54.35	54.95	55.55
112 0		56.15	56.75	57.35	57.95	58.55	59.15	59.75	* 0.35	* 0.95	* 1.54
10	142	2.14	2.74	3.34	3.94	4.54	5.14	5.74	6.34	6.94	7.54
20		8.14	8.74	9.34	9.94	10.54	11.13	11.73	12.33	12.93	13.53
30		14.13	14.73	15.33	15.93	16.53	17.12	17.72	18.32	18.92	19.52
40		20.12	20.71	21.31	21.91	22.51	23.11	23.71	24.30	24.90	25.50
50		26.10	26.69	27.29	27.89	28.49	29.09	29.69	30.28	30.88	31.48
113 0		32.08	32.68	33.28	33.87	34.47	35.07	35.67	36.26	36.86	37.46
10		38.06	38.65	39.25	39.85	40.45	41.04	41.64	42.24	42.84	43.43
20		44.03	44.63	45.23	45.83	46.42	47.02	47.62	48.22	48.81	49.40
30		50.00	50.60	51.19	51.79	52.39	52.98	53.58	54.18	54.77	55.37
40		55.97	56.56	57.16	57.76	58.35	58.95	59.54	* 0.14	* 0.74	* 1.33
50	143	1.93	2.53	3.12	3.72	4.31	4.91	5.51	6.10	6.70	7.30
114 0		7.89	8.49	9.08	9.68	10.28	10.87	11.47	12.07	12.66	13.26
10		13.85	14.45	15.04	15.64	16.23	16.83	17.43	18.02	18.62	19.22
20		19.81	20.41	21.00	21.60	22.19	22.79	23.38	23.98	24.57	25.17
30		25.76	26.36	26.95	27.55	28.14	28.74	29.33	29.93	30.52	31.12
40		31.71	32.31	32.90	33.50	34.09	34.69	35.28	35.87	36.47	37.06
50		37.65	38.25	38.84	39.44	40.03	40.63	41.22	41.82	42.41	43.01
115 0		43.60	44.20	44.79	45.38	45.98	46.57	47.16	47.76	48.35	48.95
10		49.54	50.14	50.73	51.32	51.92	52.51	53.10	53.70	54.29	54.88
20		55.48	56.07	56.66	57.26	57.85	58.44	59.04	59.63	* 0.22	* 0.81
30	144	1.41	2.00	2.59	3.19	3.78	4.37	4.97	5.56	6.15	6.75
40		7.34	7.93	8.53	9.12	9.71	10.30	10.90	11.49	12.08	12.67
50		13.27	13.86	14.45	15.04	15.64	16.23	16.82	17.41	18.01	18.60
116 0		19.19	19.78	20.38	20.97	21.56	22.15	22.74	23.33	23.93	24.52
10		25.11	25.70	26.29	26.88	27.48	28.07	28.66	29.25	29.85	30.44
20		31.03	31.62	32.21	32.80	33.40	33.99	34.58	35.17	35.76	36.35
30		36.95	37.54	38.13	38.72	39.31	39.90	40.49	41.08	41.67	42.26
40		42.86	43.45	44.04	44.63	45.22	45.81	46.40	46.99	47.58	48.17
50		48.76	49.35	49.94	50.53	51.12	51.71	52.31	52.90	53.49	54.08
117 0		54.67	55.26	55.85	56.44	57.03	57.62	58.21	58.80	59.39	59.98
10	145	0.57	1.16	1.76	2.35	2.94	3.53	4.12	4.71	5.30	5.89
20		6.48	7.07	7.66	8.25	8.84	9.43	10.02	10.61	11.20	11.79
30		12.38	12.96	13.55	14.14	14.73	15.32	15.91	16.50	17.09	17.68
49		18.27	18.86	19.45	20.04	20.63	21.21	21.80	22.39	22.98	23.57
50		24.16	24.75	25.34	25.93	26.52	27.11	27.70	28.28	28.87	29.46
118 0		30.05	30.64	31.23	31.82	32.41	32.99	33.58	34.17	34.76	35.35
10		35.94	36.52	37.11	37.70	38.29	38.88	39.47	40.05	40.64	41.23
20		41.82	42.41	43.00	43.58	44.17	44.76	45.35	45.93	46.52	47.11
30		47.70	48.29	48.88	49.46	50.05	50.64	51.23	51.82	52.41	52.99
40		53.58	54.17	54.76	55.34	55.93	56.52	57.11	57.69	58.28	58.87
50		59.46	* 0.04	* 0.63	* 1.22	* 1.81	* 2.39	* 2.98	* 3.57	* 4.16	* 4.74
119 0	146	5.33	5.92	6.50	7.09	7.68	8.26	8.85	9.44	10.02	10.61
10		11.20	11.78	12.37	12.96	13.54	14.13	14.72	15.30	15.89	16.48
20		17.06	17.65	18.23	18.82	19.41	19.99	20.58	21.17	21.75	22.34
30		22.92	23.51	24.10	24.68	25.27	25.86	26.44	27.03	27.61	28.20
40		28.79	29.37	29.96	30.55	31.13	31.71	32.30	32.88	33.47	34.06
50		34.64	35.23	35.82	36.40	36.99	37.58	38.16	38.75	39.33	39.92
120 0	146	40.50	41.09	41.67	42.26	42.84	43.43	44.02	44.60	45.19	45.77

	61	60
1	6	6
2	12	12
3	18	18
4	24	24
5	30	30
6	37	36
7	43	42
8	49	48
9	55	54

	59	58
1	6	6
2	12	12
3	18	17
4	24	23
5	29	29
6	35	35
7	41	41
8	47	46
9	53	52

E

M		0′	1′	2′	3′	4′	5′	6′	7′	8′	9′
120° 0′	146°	40′50	41′09	41′67	42′26	42′84	43′43	44′02	44′60	45′19	45′77
10		46.36	46.94	47.53	48.11	48.70	49.28	49.87	50.45	51.04	51.62
20		52.21	52.79	53.38	53.96	54.55	55.13	55.72	56.30	56.89	57.47
30		58.06	58.64	59.22	59.81	* 0.39	* 0.98	* 1.56	* 2.15	* 2.73	* 3.32
40	147	3.90	4.49	5.07	5.65	6.24	6.82	7.41	7.99	8.58	9.16
50		9.74	10.33	10.91	11.50	12.08	12.66	13.25	13.83	14.42	15.00
121 0		15.58	16.17	16.75	17.33	17.92	18.50	19.09	19.67	20.25	20.84
10		21.42	22.00	22.59	23.17	23.75	24.34	24.92	25.50	26.09	26.67
20		27.25	27.84	28.42	29.00	29.59	30.17	30.75	31.34	31.92	32.50
30		33.09	33.67	34.25	34.84	35.42	36.00	36.58	37.17	37.75	38.33
40		38.92	39.50	40.08	40.66	41.25	41.83	42.41	42.99	43.58	44.16
50		44.74	45.32	45.91	46.49	47.07	47.65	48.24	48.82	49.40	49.98
122 0		50.57	51.15	51.73	52.31	52.90	53.48	54.06	54.64	55.22	55.81
10		56.39	56.97	57.55	58.13	58.72	59.30	59.88	* 0.46	* 1.04	* 1.63
20	148	2.21	2.79	3.37	3.95	4.53	5.12	5.70	6.28	6.86	7.44
30		8.02	8.60	9.19	9.77	10.35	10.93	11.51	12.09	12.68	13.26
40		13.84	14.42	15.00	15.58	16.16	16.74	17.32	17.91	18.49	19.07
50		19.65	20.23	20.81	21.39	21.97	22.55	23.13	23.71	24.30	24.88
123 0		25.46	26.04	26.62	27.20	27.78	28.36	28.94	29.52	30.10	30.68
10		31.26	31.84	32.42	33.00	33.58	34.16	34.74	35.32	35.91	36.49
20		37.07	37.65	38.23	38.81	39.39	39.97	40.55	41.13	41.71	42.29
30		42.87	43.45	44.03	44.61	45.19	45.77	46.35	46.93	47.51	48.08
40		48.66	49.24	49.82	50.40	50.98	51.56	52.14	52.72	53.30	53.88
50		54.46	55.04	52.62	56.20	56.78	57.36	57.94	58.52	59.10	59.68
124 0	149	0.26	0.84	1.41	1.99	2.57	3.15	3.73	4.31	4.89	5.47
10		6.05	6.62	7.20	7.78	8.36	8.94	9.52	10.10	10.68	11.25
20		11.83	12.41	12.99	13.57	14.15	14.73	15.31	15.88	16.46	17.04
30		17.62	18.20	18.78	19.35	19.93	20.51	21.09	21.67	22.25	22.83
40		23.40	23.98	24.56	25.14	25.72	26.29	26.87	27.45	28.03	28.61
50		29.19	29.76	30.34	30.92	31.50	32.07	32.65	33.23	33.81	34.38
125 0		34.96	35.54	36.12	36.69	37.27	37.85	38.43	39.01	39.58	40.16
10		40.74	41.32	41.89	42.47	43.05	43.63	44.20	44.78	45.36	45.94
20		46.51	47.09	47.67	48.24	48.82	49.40	49.98	50.55	51.13	51.71
30		52.29	52.86	53.44	54.02	54.59	55.17	55.75	56.33	56.90	57.48
40		58.05	58.63	59.21	59.79	* 0.36	* 0.94	* 1.52	* 2.09	* 2.67	* 3.25
50	150	3.83	4.40	4.98	5.56	6.13	6.71	7.28	7.86	8.43	9.01
126 0		9.59	10.17	10.74	11.32	11.89	12.47	13.04	13.62	14.19	14.77
10		15.34	15.92	16.50	17.07	17.65	18.23	18.80	19.38	19.95	20.53
20		21.11	21.68	22.26	22.84	23.41	23.99	24.56	25.14	25.71	26.29
30		26.86	27.44	28.02	28.59	29.17	29.75	30.32	30.90	31.47	32.05
40		32.62	33.20	33.77	34.35	34.92	35.50	36.07	36.65	37.23	37.80
50		38.38	38.96	39.53	40.11	40.68	41.26	41.83	42.41	42.98	43.56
127 0		44.13	44.71	45.28	45.85	46.43	47.00	47.57	48.15	48.72	49.30
10		49.87	50.45	51.02	51.60	52.17	52.75	53.32	53.90	54.47	55.05
20		55.62	56.20	56.77	57.35	57.92	58.50	59.07	59.64	* 0.22	* 0.79
30	151	1.37	1.94	2.51	3.09	3.66	4.24	4.81	5.39	5.96	6.53
40		7.11	7.68	8.25	8.83	9.40	9.98	10.55	11.12	11.70	12.27
50		12.84	13.42	13.99	14.57	15.14	15.71	16.29	16.86	17.43	18.01
128 0		18.58	19.15	19.73	20.30	20.87	21.45	22.02	22.59	23.17	23.74
10		24.31	24.89	25.46	26.03	26.61	27.18	27.75	28.33	28.90	29.47
20		30.05	30.62	31.19	31.77	32.34	32.91	33.49	34.06	34.63	35.21
30		35.78	36.35	36.93	37.50	38.07	38.65	39.22	39.79	40.37	40.94
40		41.51	42.08	42.66	43.23	43.80	44.37	44.95	45.52	46.09	46.66
50		47.24	47.81	48.38	48.95	49.53	50.10	50.67	51.25	51.82	52.39
129 0		52.96	53.53	54.11	54.68	55.25	55.82	56.39	56.96	57.54	58.11
10		58.68	59.25	59.82	* 0.39	* 0.97	* 1.54	* 2.11	* 2.68	* 3.25	* 3.82
20	152	4.40	4.97	5.54	6.11	6.68	7.25	7.83	8.40	8.97	9.54
30		10.11	10.68	11.26	11.83	12.40	12.97	13.54	14.11	14.68	15.25
40		15.83	16.40	16.97	17.54	18.11	18.68	19.25	19.82	20.40	20.97
50		21.54	22.11	22.68	23.25	23.82	24.39	24.97	25.54	26.11	26.68
130 0	152	27.25	27.82	28.39	28.96	29.54	30.11	30.68	31.25	31.82	32.39

	59	58	57
1	6	6	6
2	12	12	11
3	18	17	17
4	24	23	23
5	29	29	28
6	35	35	34
7	41	41	40
8	47	46	46
9	53	52	51

E

M		0′	1′	2′	3′	4′	5′	6′	7′	8′	9′
130° 0′	152°	27′.25	27′.82	28′.39	28′.96	29′.54	30′.11	30′.68	31′.25	31′.82	32′.39
10		32.96	33.53	34.10	34.67	35.24	35.81	36.39	36.96	37.53	38.10
20		38.67	39.24	39.81	40.38	40.95	41.52	42.09	42.66	43.23	43.80
30		44.37	44.94	45.52	46.09	46.66	47.23	47.80	48.37	48.94	49.51
40		50.08	50.65	51.22	51.78	52.35	52.92	53.49	54.05	54.62	55.19
50		55.76	56.32	56.89	57.46	58.02	58.59	59.16	59.73	* 0.30	* 0.87
131 0	153	1.44	2.01	2.59	3.16	3.73	4.30	4.88	5.45	6.02	6.59
10		7.17	7.74	8.31	8.88	9.45	10.02	10.59	11.16	11.73	12.30
20		12.87	13.43	14.00	14.57	15.14	15.71	16.28	16.85	17.42	17.99
30		18.56	19.13	19.70	20.26	20.83	21.40	21.97	22.54	23.11	23.68
40		24.25	24.82	25.39	25.96	26.53	27.09	27.66	28.23	28.80	29.37
50		29.94	30.50	31.07	31.64	32.21	32.78	33.35	33.91	34.48	35.05
132 0		35.62	36.19	36.76	37.33	37.90	38.46	39.03	39.60	40.17	40.74
10		41.31	41.88	42.45	43.01	43.58	44.15	44.72	45.29	45.86	46.42
20		46.99	47.56	48.13	48.69	49.26	49.83	50.40	50.96	51.53	52.10
30		52.67	53.24	53.81	54.37	54.94	55.51	56.08	56.65	57.22	57.78
40		58.35	58.92	59.49	* 0.05	* 0.62	* 1.19	* 1.76	* 2.32	* 2.89	* 3.46
50	154	4.03	4.59	5.16	5.73	6.30	6.86	7.43	8.00	8.57	9.13
133 0		9.70	10.27	10.83	11.40	11.97	12.53	13.10	13.67	14.23	14.80
10		15.37	15.93	16.50	17.07	17.64	18.20	18.77	19.34	19.91	20.47
20		21.04	21.61	22.17	22.74	23.31	23.87	24.44	25.01	25.57	26.14
30		26.71	27.27	27.84	28.41	28.97	29.54	30.11	30.67	31.24	31.81
40		32.37	32.94	33.51	34.07	34.64	35.21	35.77	36.34	36.91	37.47
50		38.04	38.61	39.17	39.74	40.30	40.87	41.44	42.00	42.57	43.14
134 0		43.70	44.27	44.83	45.40	45.96	46.53	47.09	47.66	48.23	48.79
10		49.36	49.93	50.49	51.06	51.62	52.19	52.75	53.32	53.88	54.45
20		55.02	55.58	56.15	56.72	57.28	57.85	58.41	58.98	59.54	* 0.11
30	155	0.67	1.24	1.80	2.37	2.93	3.50	4.06	4.63	5.19	5.76
40		6.33	6.89	7.46	8.03	8.59	9.16	9.72	10.29	10.85	11.42
50		11.98	12.55	13.11	13.68	14.24	14.81	15.37	15.94	16.50	17.07
135 0		17.63	18.20	18.76	19.33	19.89	20.46	21.02	21.59	22.15	22.72
10		23.28	23.85	24.41	24.98	25.54	26.11	26.67	27.24	27.80	28.37
20		28.93	29.50	30.06	30.63	31.19	31.76	32.32	32.89	33.45	34.02
30		34.58	35.14	35.71	36.27	36.83	37.40	37.96	38.53	39.09	39.66
40		40.22	40.79	41.35	41.91	42.48	43.04	43.60	44.17	44.73	45.30
50		45.86	46.43	46.99	47.56	48.12	48.68	49.25	49.81	50.37	50.94
136 0		51.50	52.07	52.63	53.19	53.76	54.32	54.88	55.45	56.01	56.58
10		57.14	57.70	58.27	58.83	59.39	59.96	* 0.52	* 1.09	* 1.65	* 2.21
20	156	2.78	3.34	3.90	4.47	5.03	5.60	6.16	6.72	7.29	7.85
30		8.41	8.98	9.54	10.10	10.67	11.23	11.79	12.36	12.92	13.48
40		14.05	14.61	15.17	15.74	16.30	16.86	17.43	17.99	18.55	19.11
50		19.68	20.24	20.80	21.37	21.93	22.49	23.06	23.62	24.18	24.75
137 0		25.31	25.87	26.44	27.00	27.56	28.12	28.69	29.25	29.81	30.38
10		30.94	31.50	32.06	32.62	33.19	33.75	34.31	34.87	35.44	36.00
20		36.56	37.12	37.69	38.25	38.81	39.37	39.94	40.50	41.06	41.62
30		42.19	42.75	43.31	43.87	44.44	45.00	45.56	46.12	46.69	47.25
40		47.81	48.37	48.93	49.49	50.06	50.62	51.18	51.74	52.30	52.86
50		53.43	53.99	54.55	55.11	55.68	56.24	56.80	57.36	57.92	58.48
138 0		59.05	59.61	* 0.17	* 0.73	* 1.29	* 1.85	* 2.42	* 2.98	* 3.54	* 4.10
10	157	4.66	5.22	5.79	6.35	6.91	7.47	8.03	8.59	9.15	9.71
20		10.28	10.84	11.40	11.96	12.52	13.08	13.64	14.20	14.77	15.33
30		15.89	16.45	17.01	17.57	18.13	18.69	19.26	19.82	20.38	20.94
40		21.50	22.06	22.62	23.18	23.75	24.31	24.87	25.43	25.99	26.55
50		27.11	27.67	28.23	28.79	29.35	29.91	30.48	31.04	31.60	32.16
139 0		32.72	33.28	33.84	34.40	34.96	35.52	36.08	36.64	37.21	37.77
10		38.33	38.89	39.45	40.01	40.57	41.13	41.69	42.25	42.81	43.37
20		43.93	44.49	45.05	45.61	46.17	46.73	47.29	47.85	48.42	48.98
30		49.54	50.10	50.66	51.22	51.78	52.34	52.90	53.46	54.02	54.58
40		55.14	55.70	56.26	56.82	57.38	57.94	58.50	59.06	59.62	* 0.18
50	158	0.74	1.30	1.86	2.42	2.98	3.54	4.10	4.66	5.22	5.78
140 0	158	6.34	6.90	7.46	8.02	8.58	9.14	9.70	10.26	10.82	11.38

	57	56
1	6	6
2	11	11
3	17	17
4	23	22
5	28	28
6	34	34
7	40	39
8	46	45
9	51	50

E

M		0′	1′	2′	3′	4′	5′	6′	7′	8′	9′
140° 0′	158°	6.34	6.90	7.46	8.02	8.58	9.14	9.70	10.26	10.82	11.38
10		11.94	12.50	13.06	13.62	14.18	14.74	15.30	15.86	16.42	16.98
20		17.54	18.10	18.66	19.22	19.78	20.34	20.90	21.46	22.02	22.58
30		23.14	23.70	24.25	24.81	25.37	25.93	26.49	27.05	27.61	28.17
40		28.73	29.29	29.85	30.41	30.97	31.53	32.09	32.65	33.20	33.76
50		34.32	34.88	35.44	36.00	36.56	37.12	37.67	38.23	38.79	39.35
141 0		39.91	40.47	41.03	41.59	42.14	42.70	43.26	43.82	44.38	44.94
10		45.50	46.06	46.61	47.17	47.73	48.29	48.85	49.41	49.97	50.53
20		51.08	51.64	52.20	52.76	53.32	53.88	54.44	55.00	55.55	56.11
30		56.67	57.23	57.79	58.35	58.91	59.47	* 0.02	* 0.58	* 1.14	* 1.70
40	159	2.26	2.82	3.38	3.94	4.49	5.05	5.61	6.17	6.72	7.28
50		7.84	8.40	8.95	9.51	10.07	10.63	11.19	11.75	12.31	12.87
142 0		13.42	13.98	14.54	15.10	15.65	16.21	16.77	17.33	17.88	18.44
10		19.00	19.56	20.11	20.67	21.23	21.79	22.34	22.90	23.46	24.02
20		24.57	25.13	25.69	26.25	26.80	27.36	27.92	28.48	29.04	29.60
30		30.16	30.72	31.28	31.84	32.39	32.95	33.50	34.06	34.61	35.17
40		35.72	36.28	36.84	37.40	37.95	38.51	39.07	39.63	40.18	40.74
50		41.30	41.86	42.41	42.97	43.52	44.08	44.63	45.19	45.75	46.31
143 0		46.86	47.42	47.98	48.54	49.09	49.65	50.21	50.77	51.32	51.88
10		52.43	52.99	53.54	54.10	54.66	55.22	55.77	56.33	56.89	57.45
20		58.00	58.56	59.12	59.68	* 0.23	* 0.79	* 1.34	* 1.90	* 2.45	* 3.01
30	160	3.57	4.13	4.68	5.24	5.79	6.35	6.90	7.46	8.02	8.58
40		9.13	9.69	10.24	10.80	11.35	11.91	12.47	13.03	13.58	14.14
50		14.69	15.25	15.80	16.36	16.92	17.48	18.03	18.59	19.14	19.70
144 0		20.25	20.81	21.37	21.93	22.48	23.04	23.59	24.15	24.70	25.26
10		25.82	26.38	26.93	27.49	28.04	28.60	29.15	29.71	30.27	30.83
20		31.38	31.94	32.49	33.04	33.60	34.15	34.71	35.27	35.82	36.38
30		36.93	37.49	38.04	38.60	39.16	39.72	40.27	40.83	41.38	41.94
40		42.49	43.05	43.60	44.16	44.71	45.27	45.82	46.38	46.93	47.49
50		48.05	48.61	49.16	49.72	50.27	50.83	51.38	51.94	52.49	53.05
145 0		53.60	54.16	54.71	55.27	55.82	56.38	56.93	57.49	58.04	58.60
10		59.15	59.71	* 0.26	* 0.82	* 1.37	* 1.93	* 2.48	* 3.04	* 3.59	* 4.15
20	161	4.70	5.26	5.81	6.37	6.92	7.48	8.03	8.59	9.14	9.70
30		10.25	10.81	11.36	11.92	12.47	13.03	13.58	14.14	14.69	15.25
40		15.80	16.36	16.91	17.47	18.02	18.58	19.13	19.69	20.24	20.80
50		21.35	21.90	22.45	23.01	23.56	24.12	24.67	25.23	25.78	26.34
146 0		26.89	27.45	28.00	28.56	29.11	29.67	30.22	30.78	31.33	31.89
10		32.44	33.00	33.55	34.11	34.66	35.22	35.77	36.33	36.88	37.44
20		37.99	38.55	39.10	39.65	40.20	40.76	41.31	41.87	42.42	42.98
30		43.53	44.09	44.64	45.20	45.75	46.31	46.86	47.42	47.97	48.52
40		49.07	49.63	50.18	50.74	51.29	51.85	52.40	52.95	53.50	54.06
50		54.61	55.17	55.72	56.28	56.83	57.38	57.93	58.49	59.04	59.60
147 0	162	0.15	0.71	1.26	1.81	2.36	2.92	3.47	4.02	4.57	5.13
10		5.68	6.23	6.78	7.34	7.89	8.45	9.00	9.56	10.11	10.66
20		11.21	11.77	12.32	12.88	13.43	13.99	14.54	15.09	15.61	16.20
30		16.75	17.31	17.86	18.42	18.97	19.52	20.07	20.63	21.18	21.73
40		22.28	22.83	23.38	23.94	24.49	25.05	25.60	26.16	26.71	27.26
50		27.81	28.37	28.92	29.48	30.03	30.58	31.13	31.69	32.24	32.79
148 0		33.34	33.89	34.45	35.00	35.55	36.10	36.65	37.21	37.76	38.31
10		38.87	39.42	39.97	40.52	41.08	41.63	42.19	42.74	43.29	43.84
20		44.40	44.95	45.51	46.06	46.61	47.16	47.72	48.27	48.82	49.37
30		49.93	50.48	51.03	51.58	52.14	52.69	53.24	53.79	54.35	54.90
40		55.45	56.00	56.56	57.11	57.66	58.21	58.77	59.32	59.87	* 0.42
50	163	0.98	1.53	2.08	2.63	3.19	3.74	4.29	4.84	5.40	5.95
149 0		6.50	7.05	7.61	8.16	8.71	9.26	9.82	10.37	10.92	11.47
10		12.03	12.58	13.13	13.69	14.24	14.79	15.34	15.89	16.44	16.99
20		17.55	18.10	18.65	19.20	19.75	20.30	20.86	21.41	21.96	22.51
30		23.07	23.62	24.17	24.73	25.28	25.83	26.38	26.93	27.49	28.04
40		28.59	29.14	29.69	30.24	30.80	31.35	31.90	32.45	33.00	33.55
50		34.11	34.66	35.21	35.76	36.32	36.87	37.42	37.97	38.52	39.07
150 0	163	39.63	40.18	40.73	41.28	41.84	42.39	42.94	43.49	44.04	44.59

	56	55
1	6	6
2	11	11
3	17	16
4	22	22
5	28	28
6	34	33
7	39	38
8	45	44
9	50	50

E

M		0′	1′	2′	3′	4′	5′	6′	7′	8′	9′
150° 0′	163°	39.63	40.18	40.73	41.28	41.84	42.39	42.94	43.49	44.04	44.59
10		45.14	45.69	46.25	46.80	47.35	47.90	48.45	49.00	49.55	50.10
20		50.66	51.21	51.76	52.31	52.86	53.41	53.97	54.52	55.07	55.62
30		56.17	56.72	57.27	57.82	58.37	58.92	59.47	* 0.02	* 0.58	* 1.13
40	164	1.68	2.23	2.78	3.33	3.88	4.43	4.98	5.53	6.09	6.64
50		7.19	7.74	8.29	8.84	9.39	9.94	10.49	11.04	11.59	12.14
151 0		12.70	13.25	13.80	14.35	14.90	15.45	16.00	16.55	17.10	17.65
10		18.20	18.75	19.30	19.85	20.40	20.95	21.50	22.05	22.60	23.15
20		23.70	24.25	24.80	25.35	25.90	26.45	27.00	27.55	28.10	28.65
30		29.20	29.75	30.30	30.85	31.40	31.95	32.50	33.05	33.60	34.15
40		34.70	35.25	35.80	36.35	36.90	37.45	38.00	38.55	39.10	39.65
50		40.20	40.75	41.30	41.85	42.40	42.95	43.50	44.05	44.60	45.15
152 0		45.70	46.25	46.80	47.35	47.90	48.45	49.00	49.55	50.10	50.65
10		51.20	51.75	52.30	52.85	53.40	53.95	54.50	55.05	55.60	56.15
20		56.70	57.25	57.80	58.35	58.90	59.45	* 0.00	* 0.55	* 1.10	* 1.65
30	165	2.20	2.75	3.30	3.85	4.39	4.94	5.49	6.04	6.59	7.14
40		7.69	8.24	8.79	9.34	9.89	10.44	10.99	11.54	12.09	12.64
50		13.19	13.74	14.29	14.84	15.39	15.94	16.49	17.04	17.59	18.14
153 0		18.69	19.24	19.79	20.34	20.89	21.43	21.98	22.53	23.08	23.63
10		24.18	24.73	25.28	25.83	26.38	26.93	27.48	28.03	28.58	29.13
20		29.68	30.23	30.78	31.33	31.88	32.43	32.98	33.53	34.07	34.62
30		35.17	35.72	36.27	36.82	37.37	37.92	38.47	39.01	39.56	40.11
40		40.66	41.21	41.76	42.31	42.86	43.41	43.96	44.51	45.06	45.61
50		46.15	46.70	47.25	47.80	48.35	48.90	49.45	50.00	50.54	51.09
154 0		51.64	52.19	52.74	53.29	53.84	54.39	54.94	55.49	56.04	56.58
10		57.13	57.68	58.23	58.78	59.33	59.88	* 0.43	* 0.98	* 1.53	* 2.08
20	166	2.63	3.18	3.72	4.27	4.82	5.37	5.92	6.47	7.02	7.57
30		8.11	8.66	9.21	9.76	10.31	10.85	11.40	11.95	12.50	13.05
40		13.60	14.14	14.69	15.24	15.79	16.34	16.89	17.44	17.98	18.53
50		19.08	19.64	20.18	20.73	21.27	21.82	22.37	22.92	23.47	24.02
155 0		24.56	25.11	25.66	26.21	26.76	27.30	27.85	28.40	28.95	29.50
10		30.05	30.60	31.14	31.69	32.24	32.78	33.33	33.88	34.43	34.98
20		35.53	36.07	36.62	37.17	37.72	38.27	38.81	39.36	39.91	40.46
30		41.01	41.56	42.10	42.65	43.20	43.75	44.30	44.84	45.39	45.94
40		46.49	47.04	47.59	48.14	48.68	49.23	49.78	50.32	50.87	51.42
50		51.97	52.52	53.07	53.62	54.16	54.71	55.26	55.81	56.36	56.91
156 0		57.45	58.00	58.55	59.10	59.64	* 0.19	* 0.74	* 1.28	* 1.83	* 2.38
10	167	2.93	3.48	4.02	4.57	5.12	5.66	6.21	6.76	7.31	7.85
20		8.40	8.95	9.50	10.04	10.59	11.14	11.69	12.23	12.78	13.33
30		13.88	14.42	14.97	15.52	16.06	16.61	17.16	17.71	18.26	18.81
40		19.35	19.90	20.45	21.00	21.54	22.09	22.64	23.18	23.73	24.28
50		24.83	25.38	25.92	26.47	27.02	27.56	28.11	28.66	29.21	29.75
157 0		30.30	30.85	31.40	31.94	32.49	33.04	33.59	34.13	34.68	35.23
10		35.77	36.32	36.87	37.41	37.96	38.51	39.05	39.60	40.15	40.69
20		41.24	41.79	42.34	42.88	43.43	43.98	44.52	45.07	45.62	46.16
30		46.71	47.26	47.80	48.35	48.90	49.45	49.99	50.54	51.09	51.63
40		52.18	52.73	53.27	53.82	54.37	54.92	55.46	56.01	56.56	57.11
50		57.65	58.20	58.74	59.29	59.84	* 0.38	* 0.93	* 1.48	* 2.02	* 2.57
158 0	168	3.12	3.67	4.21	4.76	5.31	5.85	6.40	6.95	7.49	8.04
10		8.58	9.13	9.68	10.22	10.77	11.32	11.86	12.41	12.96	13.50
20		14.05	14.60	15.14	15.69	16.24	16.78	17.33	17.88	18.42	18.97
30		19.52	20.06	20.61	21.15	21.70	22.25	22.80	23.34	23.89	24.44
40		24.98	25.53	26.08	26.62	27.17	27.71	28.26	28.81	29.35	29.90
50		30.44	30.99	31.54	32.09	32.63	33.18	33.72	34.26	34.81	35.36
159 0		35.91	36.46	37.00	37.55	38.09	38.64	39.18	39.73	40.28	40.83
10		41.37	41.92	42.46	43.01	43.55	44.10	44.65	45.19	45.74	46.29
20		46.83	47.38	47.92	48.47	49.01	49.55	50.10	50.65	51.20	51.74
30		52.29	52.84	53.38	53.93	54.47	55.02	55.56	56.11	56.65	57.20
40		57.75	58.29	58.84	59.39	59.93	* 0.48	* 1.02	* 1.57	* 2.12	* 2.67
50	169	3.21	3.75	4.30	4.85	5.39	5.94	6.48	7.02	7.57	8.12
160 0	169	8.67	9.21	9.76	10.31	10.85	11.40	11.94	12.48	13.03	13.58

	55	54
1	6	5
2	11	11
3	16	16
4	22	22
5	28	27
6	33	32
7	38	38
8	44	43
9	50	49

E

M		0′	1′	2′	3′	4′	5′	6′	7′	8′	9′
160° 0′	169°	8.67	9.21	9.76	10.31	10.85	11.40	11.94	12.48	13.03	13.58
10		14.12	14.67	15.22	15.76	16.31	16.86	17.40	17.95	18.49	19.04
20		19.58	20.12	20.67	21.22	21.76	22.31	22.85	23.40	23.94	24.49
30		25.03	25.58	26.13	26.67	27.22	27.77	28.31	28.86	29.40	29.95
40		30.49	31.04	31.58	32.13	32.67	33.21	33.76	34.31	34.85	35.40
50		35.94	36.48	37.03	37.58	38.12	38.67	39.21	39.76	40.30	40.84
161 0		41.39	41.94	42.48	43.03	43.58	44.12	44.67	45.22	45.76	46.31
10		46.85	47.40	47.94	48.49	49.03	49.58	50.12	50.67	51.21	51.75
20		52.30	52.85	53.39	53.93	54.48	55.03	55.57	56.11	56.66	57.21
30		57.75	58.29	58.84	59.39	59.93	* 0.47	* 1.02	* 1.56	* 2.10	* 2.65
40	170	3.19	3.74	4.28	4.83	5.37	5.92	6.46	7.01	7.55	8.10
50		8.64	9.18	9.73	10.28	10.82	11.37	11.91	12.46	13.00	13.55
162 0		14.09	14.64	15.18	15.73	16.27	16.81	17.36	17.90	18.45	18.99
10		19.53	20.08	20.62	21.16	21.71	22.26	22.80	23.35	23.89	24.44
20		24.98	25.52	26.06	26.61	27.16	27.71	28.25	28.80	29.34	29.89
30		30.43	30.98	31.52	32.07	32.61	33.15	33.70	34.25	34.79	35.33
40		35.88	36.42	36.96	37.51	38.05	38.60	39.14	39.68	40.23	40.77
50		41.32	41.87	42.41	42.96	43.50	44.05	44.59	45.14	45.68	46.23
163 0		46.77	47.31	47.86	48.41	48.95	49.50	50.04	50.59	51.13	51.68
10		52.22	52.76	53.31	53.85	54.39	54.94	55.48	56.03	56.57	57.12
20		57.66	58.20	58.75	59.30	59.84	* 0.38	* 0.93	* 1.48	* 2.02	* 2.57
30	171	3.11	3.65	4.20	4.75	5.29	5.83	6.38	6.92	7.46	8.01
40		8.55	9.10	9.64	10.19	10.73	11.28	11.82	12.37	12.91	13.46
50		14.00	14.54	15.09	15.63	16.17	16.72	17.26	17.81	18.35	18.90
164 0		19.44	19.98	20.53	21.08	21.62	22.16	22.71	23.26	23.80	24.35
10		24.89	25.43	25.98	26.52	27.06	27.61	28.15	28.70	29.24	29.79
20		30.33	30.88	31.42	31.96	32.51	33.05	33.59	34.14	34.68	35.23
30		35.77	36.32	36.86	37.41	37.95	38.49	39.04	39.58	40.12	40.67
40		41.21	41.76	42.30	42.85	43.39	43.94	44.48	45.02	45.56	46.11
50		46.65	47.19	47.74	48.28	48.82	49.36	49.91	50.46	51.00	51.54
165 0		52.09	52.63	53.18	53.72	54.26	54.81	55.35	55.90	56.44	56.98
10		57.53	58.07	58.61	59.16	59.70	* 0.25	* 0.79	* 1.33	* 1.88	* 2.42
20	172	2.96	3.51	4.05	4.59	5.14	5.68	6.22	6.77	7.31	7.86
30		8.40	8.94	9.49	10.03	10.57	11.12	11.66	12.21	12.75	13.29
40		13.84	14.38	14.92	15.47	16.01	16.55	17.10	17.65	18.19	18.73
50		19.27	19.82	20.36	20.91	21.45	21.99	22.54	23.08	23.62	24.16
166 0		24.71	25.26	25.80	26.34	26.89	27.43	27.97	28.52	29.06	29.60
10		30.15	30.69	31.23	31.78	32.32	32.86	33.41	33.95	34.49	35.04
20		35.58	36.13	36.67	37.21	37.75	38.29	38.84	39.38	39.92	40.47
30		41.01	41.55	42.10	42.64	43.18	43.73	44.27	44.82	45.36	45.90
40		46.44	46.98	47.53	48.07	48.61	49.16	49.70	50.24	50.79	51.33
50		51.87	52.41	52.96	53.50	54.05	54.59	55.13	55.67	56.22	56.76
167 0		57.30	57.85	58.39	58.93	59.48	* 0.02	* 0.56	* 1.11	* 1.65	* 2.19
10	173	2.74	3.28	3.82	4.36	4.91	5.45	5.99	6.54	7.08	7.62
20		8.17	8.71	9.25	9.80	10.34	10.89	11.43	11.97	12.51	13.05
30		13.60	14.14	14.68	15.23	15.77	16.31	16.86	17.40	17.94	18.49
40		19.03	19.58	20.12	20.66	21.20	21.74	22.29	22.83	23.37	23.92
50		24.46	25.00	25.55	26.09	26.63	27.18	27.72	28.26	28.81	29.35
168 0		29.89	30.44	30.98	31.53	32.07	32.61	33.15	33.69	34.24	34.78
10		35.33	35.88	36.42	36.96	37.50	38.04	38.58	39.12	39.67	40.21
20		40.75	41.29	41.84	42.38	42.92	43.46	44.01	44.55	45.09	45.64
30		46.18	46.72	47.27	47.81	48.35	48.90	49.44	49.98	50.53	51.07
40		51.61	52.16	52.70	53.25	53.79	54.33	54.87	55.41	55.95	56.49
50		57.04	57.58	58.12	58.67	59.21	59.75	* 0.29	* 0.83	* 1.38	* 1.92
169 0	174	2.46	3.00	3.55	4.09	4.63	5.17	5.72	6.26	6.80	7.34
10		7.89	8.43	8.97	9.51	10.06	10.60	11.14	11.68	12.23	12.77
20		13.31	13.86	14.40	14.94	15.48	16.02	16.57	17.11	17.65	18.19
30		18.74	19.28	19.82	20.36	20.91	21.45	21.99	22.53	23.08	23.62
40		24.16	24.70	25.25	25.79	26.33	26.87	27.42	27.96	28.50	29.04
50		29.59	30.13	30.67	31.21	31.76	32.30	32.84	33.38	33.93	34.47
170 0	174	35.01	35.55	36.10	36.64	37.18	37.72	38.27	38.81	39.35	39.89

	55	54
1	6	5
2	11	11
3	16	16
4	22	22
5	28	27
6	33	32
7	38	38
8	44	43
9	50	49

E

M		0′	1′	2′	3′	4′	5′	6′	7′	8′	9′
170° 0′	174°	35′.01	35′.55	36′.10	36′.64	37′.18	37′.72	38′.27	38′.81	39′.35	39′.89
10		40.44	40.98	41.52	42.07	42.61	43.15	43.69	44.24	44.78	45.32
20		45.86	46.40	46.95	47.49	48.03	48.57	49.12	49.66	50.20	50.75
30		51.29	51.83	52.37	52.91	53.46	54.00	54.54	55.08	55.62	56.16
40		56.71	57.25	57.79	58.33	58.87	59.41	59.96	* 0.50	* 1.04	* 1.58
50	175	2.13	2.67	3.21	3.75	4.30	4.84	5.38	5.92	6.47	7.01
171 0		7.55	8.09	8.63	9.17	9.72	10.26	10.80	11.34	11.88	12.42
10		12.96	13.50	14.05	14.59	15.14	15.68	16.22	16.76	17.30	17.84
20		18.39	18.93	19.47	20.01	20.55	21.09	21.64	22.18	22.72	23.27
30		23.81	24.35	24.89	25.43	25.97	26.51	27.06	27.60	28.14	28.68
40		29.22	29.77	30.31	30.85	31.39	31.93	32.48	33.02	33.56	34.10
50		34.64	35.18	35.73	36.27	36.81	37.35	37.89	38.43	38.98	39.52
172 0		40.06	40.61	41.15	41.69	42.23	42.77	43.32	43.86	44.40	44.94
10		45.48	46.02	46.56	47.10	47.65	48.19	48.73	49.27	49.82	50.36
20		50.90	51.44	51.98	52.52	53.07	53.61	54.15	54.69	55.23	55.77
30		56.32	56.86	57.40	57.94	58.49	59.03	59.57	* 0.11	* 0.65	* 1.19
40	176	1.74	2.28	2.82	3.36	3.90	4.44	4.99	5.53	6.07	6.61
50		7.16	7.70	8.24	8.78	9.32	9.86	10.41	10.95	11.49	12.03
173 0		12.57	13.11	13.66	14.20	14.74	15.28	15.83	16.37	16.91	17.45
10		17.99	18.53	19.08	19.62	20.16	20.70	21.24	21.78	22.33	22.87
20		23.41	23.95	24.50	25.04	25.58	26.12	26.66	27.20	27.75	28.29
30		28.83	29.37	29.91	30.45	31.00	31.54	32.08	32.62	33.17	33.71
40		34.25	34.79	35.33	35.87	36.42	36.96	37.50	38.05	38.59	39.13
50		39.67	40.21	40.75	41.29	41.84	42.38	42.92	43.46	44.00	44.54
174 0		45.09	45.63	46.17	46.71	47.26	47.80	48.34	48.88	49.42	49.96
10		50.51	51.05	51.59	52.13	52.67	53.21	53.76	54.30	54.84	55.38
20		55.92	56.46	57.01	57.55	58.09	58.63	59.18	59.72	* 0.26	* 0.80
30	177	1.35	1.89	2.43	2.97	3.51	4.05	4.60	5.14	5.68	6.22
40		6.76	7.30	7.85	8.39	8.93	9.47	10.01	10.55	11.10	11.64
50		12.18	12.72	13.26	13.80	14.35	14.89	15.43	15.97	16.51	17.05
175 0		17.59	18.14	18.68	19.23	19.77	20.31	20.85	21.39	21.93	22.47
10		23.02	23.56	24.10	24.64	25.18	25.72	26.27	26.81	27.35	27.89
20		28.43	28.97	29.51	30.05	30.60	31.14	31.68	32.22	32.76	33.30
30		33.84	34.38	34.93	35.47	36.01	36.55	37.09	37.63	38.17	38.71
40		39.26	39.80	40.34	40.88	41.42	41.96	42.50	43.04	43.59	44.13
50		44.67	45.21	45.75	46.29	46.83	47.37	47.91	48.45	48.99	49.53
176 0		50.08	50.62	51.16	51.70	52.24	52.78	53.33	53.87	54.41	54.96
10		55.50	56.05	56.59	57.13	57.67	58.21	58.75	59.29	59.83	* 0.37
20	178	0.92	1.46	2.00	2.54	3.08	3.62	4.17	4.71	5.25	5.79
30		6.33	6.87	7.42	7.96	8.50	9.04	9.58	10.13	10.67	11.21
40		11.75	12.29	12.83	13.37	13.92	14.46	15.00	15.54	16.08	16.62
50		17.16	17.71	18.25	18.79	19.33	19.87	20.41	20.95	21.50	22.04
177 0		22.58	23.12	23.66	24.20	24.75	25.29	25.83	26.37	26.91	27.45
10		28.00	28.54	29.08	29.62	30.16	30.70	31.25	31.79	32.33	32.87
20		33.41	33.95	34.49	35.03	35.58	36.12	36.66	37.20	37.74	38.28
30		38.82	39.36	39.91	40.45	40.99	41.53	42.07	42.61	43.15	43.69
49		44.24	44.78	45.32	45.86	46.40	46.95	47.49	48.03	48.57	49.11
50		49.65	50.19	50.73	51.27	51.81	52.35	52.90	53.44	53.98	54.52
178 0		55.06	55.60	56.14	56.69	57.23	57.77	58.31	58.85	59.39	59.93
10	179	0.47	1.01	1.56	2.10	2.64	3.18	3.72	4.26	4.80	5.34
20		5.89	6.43	6.97	7.51	8.05	8.59	9.13	9.67	10.22	10.76
30		11.30	11.84	12.38	12.92	13.46	14.00	14.55	15.09	15.63	16.17
40		16.71	17.25	17.79	18.33	18.88	19.42	19.96	20.50	21.04	21.58
50		22.12	22.66	23.21	23.75	24.29	24.83	25.37	25.91	26.45	26.99
179 0		27.54	28.08	28.62	29.16	29.70	30.24	30.78	31.32	31.86	32.40
10		32.94	33.48	34.03	34.57	35.11	35.65	36.19	36.73	37.27	37.81
20		38.35	38.89	39.43	39.97	40.52	41.06	41.60	42.14	42.68	43.22
30		43.76	44.30	44.85	45.39	45.93	46.47	47.01	47.55	48.09	48.63
40		49.18	49.72	50.26	50.80	51.34	51.88	52.42	52.96	53.51	54.05
50		54.59	55.13	55.67	56.21	56.75	57.29	57.84	58.38	58.92	59.46
180 0	180	0.00	0.54	1.08	1.62	2.16	2.71	3.25	3.79	4.33	4.87

	55	54
1	6	5
2	11	11
3	16	16
4	22	22
5	28	27
6	33	32
7	38	38
8	44	43
9	50	49

II

TABLES POUR LE CALCUL DE E_1.

Log E_1

E	0′	1′	2′	3′	4′	5′	6′	7′	8′	9′
0° 0′	— ∞	7.0053	7.3063	7.4824	7.6073	7.7042	7.7834	7.8504	7.9084	7.9595
10	8.0053	8.0467	8.0844	8.1192	8.1514	8.1813	8.2094	8.2357	8.2605	8.2840
20	8.3063	8.3274	8.3476	8.3669	8.3854	8.4031	8.4202	8.4366	8.4523	8.4676
30	8.4823	8.4965	8.5103	8.5237	8.5366	8.5492	8.5614	8.5733	8.5849	8.5962
40	8.6072	8.6179	8.6283	8.6385	8.6485	8.6583	8.6688	8.6771	8.6863	8.6952
50	8.7040	8.7126	8.7210	8.7292	8.7374	8.7453	8.7531	8.7608	8.7683	8.7758
1 0	8.7830	8.7902	8.7972	8.8042	8.8110	8.8177	8.8243	8.8309	8.8373	8.8436
10	8.8498	8.8560	8.8621	8.8680	8.8739	8.8797	8.8855	8.8911	8.8967	8.9022
20	8.9077	8.9130	8.9184	8.9236	8.9288	8.9339	8.9390	8.9440	8.9489	8.9538
30	8.9586	8.9634	8.9681	8.9728	8.9774	8.9820	8.9865	8.9910	8.9955	8.9998
40	9.0042	9.0085	9.0127	9.0170	9.0211	9.0253	9.0294	9.0334	9.0374	9.0414
50	9.0454	9.0493	9.0531	9.0570	9.0608	9.0645	9.0683	9.0720	9.0756	9.0793
2 0	9.0829	9.0865	9.0900	9.0935	9.0970	9.1005	9.1039	9.1073	9.1107	9.1141
10	9.1174	9.1207	9.1240	9.1272	9.1304	9.1336	9.1368	9.1400	9.1431	9.1462
20	9.1493	9.1523	9.1554	9.1584	9.1614	9.1644	9.1673	9.1703	9.1732	9.1761
30	9.1789	9.1818	9.1846	9.1874	9.1902	9.1930	9.1958	9.1985	9.2012	9.2039
40	9.2066	9.2093	9.2120	9.2146	9.2172	9.2198	9.2224	9.2250	9.2275	9.2301
50	9.2326	9.2351	9.2376	9.2402	9.2426	9.2450	9.2474	9.2499	9.2523	9.2547
3 0	9.2571	9.2594	9.2618	9.2641	9.2664	9.2688	9.2711	9.2733	9.2756	9.2779
10	9.2801	9.2824	9.2846	9.2868	9.2890	9.2912	9.2934	9.2956	9.2977	9.2999
20	9.3020	9.3041	9.3062	9.3083	9.3104	9.3125	9.3146	9.3166	9.3187	9.3207
30	9.3227	9.3248	9.3268	9.3288	9.3308	9.3327	9.3347	9.3367	9.3386	9.3406
40	9.3425	9.3444	9.3463	9.3482	9.3501	9.3520	9.3539	9.3558	9.3576	9.3595
50	9.3613	9.3631	9.3650	9.3668	9.3686	9.3704	9.3722	9.3740	9.3758	9.3775
4 0	9.3793	9.3811	9.3828	9.3845	9.3863	9.3880	9.3897	9.3914	9.3931	9.3948
10	9.3965	9.3982	9.3999	9.4015	9.4032	9.4048	9.4065	9.4081	9.4098	9.4114
20	9.4130	9.4146	9.4162	9.4178	9.4194	9.4210	9.4226	9.4241	9.4257	9.4273
30	9.4288	9.4304	9.4319	9.4334	9.4350	9.4365	9.4380	9.4395	9.4410	9.4425
40	9.4440	9.4455	9.4470	9.4485	9.4500	9.4514	9.4529	9.4543	9.4558	9.4572
50	9.4587	9.4601	9.4615	9.4629	9.4644	9.4658	9.4672	9.4686	9.4700	9.4714
5 0	9.4728	9.4741	9.4755	9.4769	9.4783	9.4796	9.4810	9.4823	9.4837	9.4850
10	9.4864	9.4877	9.4890	9.4903	9.4917	9.4930	9.4943	9.4956	9.4969	9.4982
20	9.4995	9.5008	9.5021	9.5033	9.5046	9.5059	9.5071	9.5084	9.5097	6.5108
30	9.5122	9.5134	9.5146	9.5159	9.5171	9.5183	9.5196	9.5208	9.5220	9.5232
40	9.5244	9.5256	9.5268	9.5280	9.5292	9.5304	9.5316	9.5328	9.5339	9.5351
50	9.5363	9.5374	9.5386	9.5398	9.5409	9.5421	9.5432	9.5444	9.5455	9.5466
6 0	9.5478	9.5489	9.5500	9.5511	9.5523	9.5534	9.5545	9.5556	9.5567	9.5578
10	9.5589	9.5600	9.5611	9.5622	9.5633	9.5643	9.5654	9.5665	9.5676	9.5686
20	9.5697	9.5708	9.5718	9.5729	9.5739	9.5750	9.5760	9.5771	9.5781	9.5791
30	9.5802	9.5812	9.5822	9.5832	9.5843	9.5853	9.5863	9.5873	9.5883	9.5893
40	9.5903	9.5913	9.5923	9.5933	9.5943	9.5953	9.5963	9.5973	9.5983	9.5992
50	9.6002	9.6012	9.6022	9.6031	9.6041	9.6051	9.6060	9.6070	9.6080	9.6089
7 0	9.6098	9.6108	9.6117	9.6126	9.6136	9.6145	9.6155	9.6164	9.6173	9.6182
10	9.6192	9.6201	9.6210	9.6219	9.6228	9.6237	9.6246	9.6255	9.6264	9.6273
20	9.6282	9.6291	9.6300	9.6309	9.6318	9.6327	9.6336	9.6345	9.6353	9.6362
30	9.6371	9.6380	9.6388	9.6397	9.6406	9.6414	9.6423	9.6431	9.6440	9.6448
40	9.6457	9.6465	9.6474	9.6482	9.6491	9.6499	9.6507	9.6516	9.6524	9.6532
50	9.6541	9.6549	9.6557	9.6565	9.6574	9.6582	9.6590	9.6598	9.6606	9.6614
8 0	9.6622	9.6630	9.6638	9.6646	9.6655	9.6662	9.6670	9.6678	9.6686	9.6694
10	9.6702	9.6710	9.6718	9.6725	9.6733	9.6741	9.6749	9.6757	9.6764	9.6772
20	9.6780	9.6787	9.6795	9.6802	9.6810	9.6818	9.6825	9.6833	9.6840	9.6848
30	9.6855	9.6863	9.6870	9.6878	9.6885	9.6892	9.6900	9.6907	9.6914	9.6922
40	9.6929	9.6936	9.6944	9.6951	9.6958	9.6965	9.6973	9.6980	9.6987	9.6994
50	9.7001	9.7008	9.7015	9.7022	9.7030	9.7037	9.7044	9.7051	9.7058	9.7065
9 0	9.7072	9.7078	9.7085	9.7092	9.7099	9.7106	9.7113	9.7120	9.7127	9.7133
10	9.7140	9.7147	9.7154	9.7161	9.7167	9.7174	9.7181	9.7187	9.7194	9.7201
20	9.7207	9.7214	9.7220	9.7227	9.7234	9.7240	9.7247	9.7253	9.7260	9.7266
30	9.7273	9.7279	9.7286	9.7292	9.7299	9.7305	9.7311	9.7318	9.7324	9.7330
40	9.7337	9.7343	9.7349	9.7356	9.7362	9.7368	9.7374	9.7381	9.7387	9.7393
50	9.7399	9.7405	9.7412	9.7418	9.7424	9.7431	9.7436	9.7442	9.7448	9.7454
10 0	9.7460	9.7466	9.7472	9.7478	9.7484	9.7490	9.7496	9.7502	9.7508	9.7514

Log E_1

E	0′	1′	2′	3′	4′	5′	6′	7′	8′	9′
10° 0′	9.7460	9.7466	9.7472	9.7478	9.7484	9.7490	9.7496	9.7502	9.7508	9.7514
10	9.7520	9.7526	9.7532	9.7538	9.7544	9.7550	9.7555	9.7561	9.7567	9.7573
20	9.7578	9.7584	9.7590	9.7596	9.7602	9.7607	9.7613	9.7619	9.7624	9.7630
30	9.7636	9.7641	9.7647	9.7652	9.7658	9.7664	9.7669	9.7675	9.7680	9.7686
40	9.7691	9.7697	9.7702	9.7708	9.7714	9.7719	9.7724	9.7730	9.7735	9.7741
50	9.7746	9.7752	9.7757	9.7762	9.7768	9.7773	9.7778	9.7784	9.7789	9.7794
11 0	9.7800	9.7805	9.7810	9.7815	9.7820	9.7826	9.7831	9.7836	9.7841	9.7847
10	9.7852	9.7857	9.7862	9.7867	9.7872	9.7877	9.7882	9.7888	9.7893	9.7898
20	9.7903	9.7908	9.7913	9.7918	9.7923	9.7928	9.7933	9.7938	9.7943	9.7948
30	9.7953	9.7958	9.7963	9.7968	9.7973	9.7978	9.7982	9.7987	9.7992	9.7997
40	9.8002	9.8007	9.8012	9.8016	9.8021	9.8026	9.8031	9.8036	9.8040	9.8045
50	9.8050	9.8055	9.8059	9.8064	9.8069	9.8074	9.8078	9.8083	9.8088	9.8092
12 0	9.8097	9.8101	9.8106	9.8111	9.8115	9.8120	9.8124	9.8129	9.8134	9.8138
10	9.8143	9.8147	9.8152	9.8156	9.8161	9.8165	9.8170	9.8175	9.8179	9.8183
20	9.8188	9.8192	9.8196	9.8201	9.8205	9.8210	9.8214	9.8219	9.8223	9.8227
30	9.8232	9.8236	9.8240	9.8245	9.8249	9.8253	9.8258	9.8262	9.8266	9.8270
40	9.8275	9.8279	9.8283	9.8288	9.8292	9.8296	9.8300	9.8304	9.8309	9.8313
50	9.8317	9.8321	9.8325	9.8330	9.8334	9.8338	9.8342	9.8346	9.8350	9.8354
13 0	9.8358	9.8362	9.8366	9.8371	9.8375	9.8379	9.8383	9.8387	9.8391	9.8395
10	9.8399	9.8403	9.8407	9.8411	9.8415	9.8419	9.8423	9.8427	9.8431	9.8435
20	9.8438	9.8442	9.8446	9.8450	9.8454	9.8458	9.8462	9.8466	9.8470	9.8474
30	9.8477	9.8481	9.8485	9.8489	9.8493	9.8496	9.8500	9.8504	9.8508	9.8512
40	9.8515	9.8519	9.8523	9.8527	9.8530	9.8534	9.8538	9.8542	9.8545	9.8549
50	9.8553	9.8556	9.8560	9.8564	9.8567	9.8571	9.8574	9.8578	9.8582	9.8586
14 0	9.8589	9.8593	9.8596	9.8600	9.8604	9.8607	9.8611	9.8614	9.8618	9.8621
10	9.8625	9.8628	9.8632	9.8635	9.8639	9.8642	9.8646	9.8649	9.8653	9.8656
20	9.8660	9.8663	9.8667	9.8670	9.8674	9.8677	9.8680	9.8684	9.8687	9.8691
30	9.8694	9.8698	9.8701	9.8704	9.8708	9.8711	9.8714	9.8718	9.8721	9.8724
40	9.8728	9.8731	9.8734	9.8738	9.8741	9.8744	9.8747	9.8751	9.8754	9.8757
50	9.8760	9.8764	9.8767	9.8770	9.8774	9.8777	9.8780	9.8783	9.8786	9.8790
15 0	9.8793	9.8796	9.8799	9.8802	9.8805	9.8809	9.8812	9.8815	9.8818	9.8821
10	9.8824	9.8827	9.8830	9.8834	9.8837	9.8840	9.8843	9.8846	9.8849	9.8852
20	9.8855	9.8858	9.8861	9.8864	9.8867	9.8870	9.8873	9.8876	9.8879	9.8882
30	9.8885	9.8888	9.8891	9.8894	9.8897	9.8900	9.8903	9.8906	9.8909	9.8912
40	9.8915	9.8918	9.8921	9.8924	9.8927	9.8930	9.8933	9.8936	9.8938	9.8941
50	9.8944	9.8947	9.8950	9.8953	9.8956	9.8958	9.8961	9.8964	9.8967	9.8970
16 0	9.8973	9.8975	9.8978	9.8981	9.8984	9.8986	9.8989	9.8992	9.8995	9.8998
10	9.9000	9.9003	9.9006	9.9009	9.9011	9.9014	9.9017	9.9020	9.9022	9.9025
20	9.9028	9.9030	9.9033	9.9036	9.9038	9.9041	9.9044	9.9046	9.9049	9.9052
30	9.9054	9.9057	9.9060	9.9062	9.9065	9.9068	9.9070	9.9073	9.9075	9.9078
40	9.9080	9.9083	9.9086	9.9088	9.9091	9.9093	9.9096	9.9098	9.9101	9.9104
50	9.9106	9.9109	9.9111	9.9114	9.9116	9.9119	9.9121	9.9124	9.9126	9.9129
17 0	9.9131	9.9134	9.9136	9.9139	9.9141	9.9144	9.9146	9.9148	9.9151	9.9153
10	9.9156	9.9158	9.9161	9.9163	9.9166	9.9168	9.9170	9.9173	9.9175	9.9177
20	9.9180	9.9182	9.9184	9.9187	9.9189	9.9192	9.9194	9.9196	9.9199	9.9201
30	9.9203	9.9206	9.9208	9.9210	9.9213	9.9215	9.9217	9.9220	9.9222	9.9224
40	9.9226	9.9229	9.9231	9.9233	9.9235	9.9238	9.9240	9.9242	9.9244	9.9247
50	9.9249	9.9251	9.9253	9.9256	9.9258	9.9260	9.9262	9.9264	9.9267	9.9269
18 0	9.9271	9.9273	9.9275	9.9278	9.9280	9.9282	9.9284	9.9286	9.9288	9.9290
10	9.9293	9.9295	9.9297	9.9299	9.9301	9.9303	9.9305	9.9307	9.9310	9.9312
20	9.9314	9.9316	9.9318	9.9320	9.9322	9.9324	9.9326	9.9328	9.9330	9.9332
30	9.9334	9.9336	9.9338	9.9340	9.9342	9.9345	9.9347	9.9349	9.9351	9.9353
40	9.9355	9.9357	9.9359	9.9361	9.9363	9.9365	9.9367	9.9368	9.9370	9.9372
50	9.9374	9.9376	9.9378	9.9380	9.9382	9.9384	9.9386	9.9388	9.9390	9.9392
19 0	9.9394	9.9396	9.9398	9.9400	9.9402	9.9403	9.9405	9.9407	9.9409	9.9411
10	9.9413	9.9415	9.9416	9.9418	9.9420	9.9422	9.9424	9.9426	9.9428	9.9429
20	9.9431	9.9433	9.9435	9.9437	9.9439	9.9440	9.9442	9.9444	9.9446	9.9448
30	9.9449	9.9451	9.9453	9.9455	9.9456	9.9458	9.9460	9.9462	9.9464	9.9465
40	9.9467	9.9469	9.9470	9.9472	9.9474	9.9476	9.9478	9.9479	9.9481	9.9483
50	9.9484	9.9486	9.9488	9.9490	9.9491	9.9493	9.9495	9.9496	9.9498	9.9500
20 0	9.9501	9.9503	9.9505	9.9507	9.9508	9.9510	9.9512	9.9513	9.9515	9.9516

Log E_1

E	0′	10′	20′	30′	40′	50′
20°	9.9501	9.9518	9.9534	9.9550	9.9565	9.9580
21	9.9595	9.9609	9.9623	9.9637	9.9651	9.9664
22	9.9676	9.9689	9.9701	9.9713	9.9724	9.9735
23	9.9746	9.9757	9.9767	9.9777	9.9787	9.9796
24	9.9805	9.9814	9.9823	9.9832	9.9840	9.9848
25	9.9855	9.9863	9.9870	9.9877	9.9884	9.9890
26	9.9897	9.9903	9.9909	9.9914	9.9920	9.9925
27	9.9930	9.9935	9.9940	9.9944	9.9948	9.9952
28	9.9956	9.9960	9.9964	9.9967	9.9970	9.9973
29	9.9976	9.9979	9.9981	9.9983	9.9986	9.9988
30	9.9989	9.9991	9.9993	9.9994	9.9995	9.9996
31	9.9997	9.9998	9.9999	9.9999	0.0000	0.0000
32	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	9.9999	9.9999
33	9.9998	9.9997	9.9996	9.9995	9.9994	9.9993
34	9.9992	9.9990	9.9989	9.9987	9.9985	9.9983
35	9.9981	9.9979	9.9977	9.9975	9.9973	9.9970
36	9.9967	9.9964	9.9961	9.9958	9.9956	9.9953
37	9.9950	9.9947	9.9943	9.9940	9.9936	9.9933
38	9.9929	9.9925	9.9922	9.9918	9.9914	9.9910
39	9.9906	9.9902	9.9898	9.9893	9.9889	9.9884
40	9.9880	9.9875	9.9871	9.9866	9.9861	9.9856
41	9.9851	9.9846	9.9841	9.9836	9.9831	9.9826
42	9.9820	9.9815	9.9810	9.9804	9.9799	9.9793
43	9.9788	9.9782	9.9776	9.9770	9.9765	9.9759
44	9.9753	9.9747	9.9741	9.9735	9.9728	9.9722
45	9.9716	9.9710	9.9704	9.9697	9.9691	9.9684
46	9.9678	9.9671	9.9665	9.9658	9.9651	9.9645
47	9.9638	9.9631	9.9624	9.9617	9.9610	9.9603
48	9.9596	9.9589	9.9582	9.9575	9.9568	9.9561
49	9.9554	9.9546	9.9539	9.9532	9.9525	9.9517
50	9.9510	9.9502	9.9495	9.9488	9.9480	9.9472
51	9.9465	9.9457	9.9450	9.9442	9.9434	9.9426
52	9.9419	9.9411	9.9403	9.9395	9.9388	9.9380
53	9.9372	9.9364	9.9356	9.9348	9.9340	9.9332
54	9.9324	9.9316	9.9307	9.9299	9.9291	9.9283
55	9.9275	9.9267	9.9258	9.9250	9.9242	9.9233
56	9.9225	9.9217	9.9208	9.9200	9.9192	9.9183
57	9.9175	9.9166	9.9158	9.9149	9.9141	9.9132
58	9.9123	9.9115	9.9106	9.9098	9.9089	9.9080
59	9.9072	9.9063	9.9054	9.9045	9.9037	9.9028
60	9.9019	9.9010	9.9002	9.8993	9.8984	9.8975

Log E_1

E	0′	10′	20′	30′	40′	50′
60°	9.9019	9.9010	9.9002	9.8993	9.8984	9.8975
61	9.8966	9.8957	9.8948	9.8939	9.8930	9.8921
62	9.8912	9.8903	9.8895	9.8886	9.8876	9.8867
63	9.8858	9.8849	9.8840	9.8831	9.8822	9.8813
64	9.8804	9.8795	9.8785	9.8776	9.8767	9.8758
65	9.8749	9.8739	9.8730	9.8721	9.8712	9.8702
66	9.8693	9.8684	9.8674	9.8665	9.8656	9.8646
67	9.8637	9.8628	9.8618	9.8609	9.8599	9.8590
68	9.8581	9.8571	9.8562	9.8552	9.8543	9.8533
69	9.8524	9.8514	9.8505	9.8495	9.8486	9.8476
70	9.8467	9.8457	9.8447	9.8438	9.8428	9.8419
71	9.8409	9.8399	9.8390	9.8380	9.8370	9.8361
72	9.8351	9.8341	9.8332	9.8322	9.8312	9.8302
73	9.8293	9.8283	9.8273	9.8263	9.8254	9.8244
74	9.8234	9.8224	9.8214	9.8204	9.8195	9.8185
75	9.8175	9.8165	9.8155	9.8145	9.8136	9.8126
76	9.8116	9.8106	9.8096	9.8086	9.8076	9.8066
77	9.8056	9.8046	9.8036	9.8026	9.8016	9.8006
78	9.7996	9.7986	9.7976	9.7966	9.7956	9.7946
79	9.7936	9.7926	9.7916	9.7905	9.7895	9.7885
80	9.7875	9.7865	9.7855	9.7845	9.7834	9.7823
81	9.7814	9.7804	9.7794	9.7783	9.7773	9.7763
82	9.7753	9.7743	9.7732	9.7722	9.7712	9.7701
83	9.7691	9.7681	9.7671	9.7660	9.7650	9.7639
84	9.7629	9.7619	9.7608	9.7598	9.7588	9.7577
85	9.7567	9.7556	9.7546	9.7536	9.7525	9.7515
86	9.7504	9.7494	9.7483	9.7473	9.7462	9.7452
87	9.7441	9.7431	9.7420	9.7409	9.7399	9.7389
88	9.7377	9.7367	9.7357	9.7346	9.7335	9.7325
89	9.7314	9.7304	9.7293	9.7282	9.7271	9.7261
90	9.7250	9.7239	9.7229	9.7218	9.7207	9.7197
91	9.7186	9.7175	9.7164	9.7153	9.7143	9.7132
92	9.7121	9.7110	9.7099	9.7088	9.7077	9.7066
93	9.7056	9.7045	9.7034	9.7023	9.7012	9.7001
94	9.6990	9.6979	9.6968	9.6957	9.6946	9.6935
95	9.6924	9.6913	9.6902	9.6891	9.6880	9.6869
96	9.6858	9.6847	9.6835	9.6824	9.6813	9.6802
97	9.6791	9.6780	9.6768	9.6757	9.6746	9.6735
98	9.6724	9.6712	9.6701	9.6690	9.6678	9.6667
99	9.6656	9.6644	9.6633	9.6622	9.6610	9.6599
100	9.6588	9.6576	9.6565	9.6553	9.6542	9.6530

E	Log E_1 0′	10′	20′	30′	40′	50′
100°	9.6588	9.6576	9.6565	9.6553	9.6542	9.6530
101	9.6519	9.6507	9.6496	9.6484	9.6473	9.6461
102	9.6449	9.6438	9.6426	9.6415	9.6403	9.6391
103	9.6380	9.6368	9.6356	9.6345	9.6333	9.6321
104	9.6309	9.6298	9.6286	9.6274	9.6262	9.6250
105	9.6238	9.6226	9.6215	9.6203	9.6191	9.6179
106	9.6167	9.6155	9.6143	9.6131	9.6119	9.6107
107	9.6095	9.6083	9.6071	9.6059	9.6046	9.6034
108	9.6022	9.6010	9.5998	9.5986	9.5973	9.5961
109	9.5949	9.5936	9.5924	9.5912	9.5900	9.5887
110	9.5875	9.5862	9.5850	9.5837	9.5825	9.5812
111	9.5800	9.5787	9.5775	9.5762	9.5750	9.5737
112	9.5724	9.5712	9.5699	9.5686	9.5674	9.5661
113	9.5648	9.5636	9.5623	9.5610	9.5597	9.5584
114	9.5571	9.5558	9.5546	9.5532	9.5520	9.5506
115	9.5494	9.5480	9.5467	9.5454	9.5441	9.5428
116	9.5415	9.5402	9.5388	9.5375	9.5362	9.5349
117	9.5335	9.5322	9.5309	9.5295	9.5282	9.5268
118	9.5255	9.5242	9.5228	9.5214	9.5201	9.5187
119	9.5174	9.5160	9.5146	9.5133	9.5119	9.5105
120	9.5091	9.5078	9.5064	9.5050	9.5036	9.5022
121	9.5008	9.4994	9.4980	9.4966	9.4952	9.4938
122	9.4924	9.4909	9.4895	9.4881	9.4867	9.4852
123	9.4838	9.4824	9.4809	9.4795	9.4780	9.4766
124	9.4751	9.4737	9.4722	9.4708	9.4693	9.4678
125	9.4663	9.4649	9.4634	9.4619	9.4604	9.4589
126	9.4574	9.4559	9.4544	9.4529	9.4514	9.4499
127	9.4484	9.4469	9.4454	9.4438	9.4423	9.4408
128	9.4392	9.4377	9.4361	9.4346	9.4330	9.4315
129	9.4299	9.4283	9.4268	9.4252	9.4236	9.4220
130	9.4204	9.4188	9.4172	9.4156	9.4140	9.4124
131	9.4108	9.4092	9.4076	9.4059	9.4043	9.4027
132	9.4010	9.3994	9.3977	9.3961	9.3944	9.3927
133	9.3911	9.3894	9.3877	9.3860	9.3843	9.3826
134	9.3809	9.3792	9.3775	9.3758	9.3741	9.3723
135	9.3706	9.3689	9.3671	9.3654	9.3636	9.3618
136	9.3601	9.3583	9.3565	9.3547	9.3530	9.3512
137	9.3494	9.3475	9.3457	9.3439	9.3421	9.3402
138	9.3384	9.3366	9.3347	9.3328	9.3310	9.3291
139	9.3272	9.3254	9.3235	9.3216	9.3196	9.3177
140	9.3158	9.3139	9.3120	9.3100	9.3081	9.3061

E	Log E_1 0′	10′	20′	30′	40′	50′
140°	9.3158	9.3139	9.3120	9.3100	9.3081	9.3061
141	9.3042	9.3022	9.3002	9.2982	9.2962	9.2942
142	9.2922	9.2902	9.2882	9.2862	9.2841	9.2821
143	9.2800	9.2779	9.2759	9.2738	9.2717	9.2696
144	9.2675	9.2654	9.2633	9.2611	9.2590	9.2568
145	9.2546	9.2525	9.2503	9.2481	9.2459	9.2437
146	9.2415	9.2393	9.2370	9.2348	9.2325	9.2302
147	9.2280	9.2257	9.2234	9.2211	9.2187	9.2164
148	9.2140	9.2117	9.2093	9.2069	9.2045	9.2021
149	9.1997	9.1973	9.1949	9.1924	9.1899	9.1875
150	9.1850	9.1825	9.1799	9.1774	9.1749	9.1723
151	9.1698	9.1672	9.1646	9.1620	9.1593	9.1566
152	9.1540	9.1514	9.1487	9.1460	9.1433	9.1405
153	9.1378	9.1350	9.1322	9.1294	9.1266	9.1238
154	9.1209	9.1181	9.1152	9.1123	9.1094	9.1064
155	9.1035	9.1005	9.0975	9.0945	9.0915	9.0884
156	9.0853	9.0822	9.0791	9.0760	9.0728	9.0697
157	9.0665	9.0632	9.0600	9.0567	9.0534	9.0501
158	9.0468	9.0434	9.0400	9.0366	9.0332	9.0297
159	9.0262	9.0227	9.0192	9.0156	9.0120	9.0084
160	9.0047	9.0010	8.9973	8.9935	8.9897	8.9859
161	8.9821	8.9782	8.9743	8.9704	8.9664	8.9624
162	8.9583	8.9542	8.9501	8.9459	8.9417	8.9375
163	8.9332	8.9289	8.9245	8.9201	8.9156	8.9111
164	8.9066	8.9020	8.8974	8.8927	8.8879	8.8831
165	8.8783	8.8734	8.8684	8.8634	8.8584	8.8534
166	8.8481	8.8428	8.8375	8.8322	8.8268	8.8212
167	8.8157	8.8100	8.8043	8.7985	8.7927	8.7867
168	8.7807	8.7746	8.7685	8.7621	8.7558	8.7493
169	8.7427	8.7361	8.7293	8.7224	8.7155	8.7084
170	8.7012	8.6938	8.6864	8.6788	8.6711	8.6632
171	8.6552	8.6471	8.6388	8.6304	8.6217	8.6129
172	8.6040	8.5949	8.5854	8.5759	8.5661	8.5561
173	8.5458	8.5353	8.5246	8.5136	8.5023	8.4907
174	8.4788	8.4665	8.4539	8.4409	8.4276	8.4138
175	8.3995	8.3848	8.3695	8.3537	8.3373	8.3203
176	8.3025	8.2840	8.2647	8.2445	8.2233	8.2010
177	8.1775	8.1527	8.1264	8.0983	8.0684	8.0362
178	8.0014	7.9636	7.9222	7.8764	7.8253	7.7673
179	7.7003	7.6212	7.5243	7.3993	7.2232	6.9222
180	$-\infty$	$6.9222n$	$7.2232n$	$7.3993n$	$7.5243n$	$7.6212n$

III

TABLES POUR LE CALCUL DE E_2.

Log E_2

E	0°	1°	2°	3°	4°	5°	6°	7°	8°	9°
0°	— ∞	5.681	5.973	6.140	6.255	6.340	6.401	6.450	6.487	6.515
10	6.534	6.545	6.551	6.553	6.549	6.540	6.526	6.507	6.481	6.453
20	6.422	6.384	6.340	6.292	6.236	6.173	6.100	6.017	5.914	5.785
30	5.603	5.301	4.000	5.204*n*	5.519*n*	5.681*n*	5.799*n*	5.881*n*	5.949*n*	6.004*n*
40	6.045*n*	6.079*n*	6.114*n*	6.143*n*	6.164*n*	6.185*n*	6.201*n*	6.218*n*	6.230*n*	6.240*n*
50	6.250*n*	6.260*n*	6.267*n*	6.272*n*	6.277*n*	6.281*n*	6.285*n*	6.288*n*	6.290*n*	6.292*n*
60	6.292*n*	6.292*n*	6.292*n*	6.292*n*	6.292*n*	6.292*n*	6.290*n*	6.288*n*	6.286*n*	6.283*n*
70	6.281*n*	6.279*n*	6.277*n*	6.274*n*	6.270*n*	6.267*n*	6.263*n*	6.259*n*	6.255*n*	6.251*n*
80	6.247*n*	6.243*n*	6.238*n*	6.234*n*	6.229*n*	6.224*n*	6.219*n*	6.214*n*	6.209*n*	6.204*n*
90	6.199*n*	6.194*n*	6.188*n*	6.183*n*	6.177*n*	6.171*n*	6.165*n*	6.159*n*	6.153*n*	6.147*n*
100	6.141*n*	6.135*n*	6.129*n*	6.123*n*	6.116*n*	6.110*n*	6.103*n*	6.097*n*	6.090*n*	6.083*n*
110	6.076*n*	6.069*n*	6.062*n*	6.055*n*	6.047*n*	6.040*n*	6.032*n*	6.025*n*	6.017*n*	6.010*n*
120	6.002*n*	5.994*n*	5.985*n*	5.977*n*	5.969*n*	5.960*n*	5.951*n*	5.943*n*	5.934*n*	5.925*n*
130	5.915*n*	5.906*n*	5.896*n*	5.886*n*	5.876*n*	5.866*n*	5.856*n*	5.846*n*	5.835*n*	5.824*n*
140	5.813*n*	5.801*n*	5.789*n*	5.777*n*	5.765*n*	5.752*n*	5.739*n*	5.726*n*	5.712*n*	5.698*n*
150	5.683*n*	5.668*n*	5.652*n*	5.636*n*	5.619*n*	5.602*n*	5.584*n*	5.565*n*	5.545*n*	5.525*n*
160	5.50*n*	5.48*n*	5.46*n*	5.43*n*	5.41*n*	5.38*n*	5.35*n*	5.31*n*	5.28*n*	5.24*n*
170	5.20*n*	5.15*n*	5.10*n*	5.05*n*	5.0*n*	4.9*n*	4.8*n*	4.7*n*	4.5*n*	4.2*n*

IV

TABLES DES LOGARITHMES DE LA FONCTION

$$\frac{r}{a} = 1 - e \operatorname{Cos} E$$

pour $\varphi = \text{arc sin } e = 57°56'$.

Log $\frac{r}{a}$

E		0′	1′	2′	3′	4′	5′	6′	7′	8′	9′
0° 0′	9.18	3467	3468	3469	3470	3471	3472	3474	3475	3476	3478
10		3480	3482	3484	3487	3490	3493	3496	3499	3503	3507
20		3511	3515	3520	3524	3529	3534	3539	3544	3550	3556
30		3562	3568	3574	3580	3587	3594	3601	3608	3616	3624
40		3632	3640	3649	3657	3666	3675	3684	3693	3703	3713
50		3723	3733	3744	3754	3765	3776	3787	3798	3810	3822
1 0		3834	3846	3858	3871	3884	3897	3911	3924	3938	3952
10		3966	3980	3995	4010	4025	4040	4056	4072	4088	4104
20		4120	4136	4153	4170	4187	4204	4222	4239	4257	4275
30		4293	4311	4330	4349	4368	4387	4406	4426	4446	4466
40		4486	4506	4527	4548	4569	4590	4612	4634	4656	4678
50		4700	4722	4745	4768	4791	4814	4838	4862	4886	4910
2 0		4934	4959	4984	5009	5034	5059	5085	5111	5137	5163
10		5190	5216	5243	5270	5298	5325	5353	5381	5409	5437
20		5466	5494	5523	5552	5581	5610	5640	5669	5699	5729
30		5760	5791	5822	5853	5884	5915	5947	5979	6011	6043
40		6075	6107	6140	6173	6206	6239	6273	6307	6341	6375
50		6410	6444	6479	6514	6549	6584	6620	6656	6692	6728
3 0		6764	6800	6837	6874	6911	6948	6986	7023	7061	7099
10		7138	7176	7215	7254	7293	7332	7372	7412	7452	7492
20		7532	7572	7613	7654	7695	7736	7778	7820	7862	7904
30		7946	7988	8031	8074	8117	8160	8204	8248	8292	8336
40		8380	8424	8469	8514	8559	8604	8650	8695	8741	8787
50		8833	8879	8926	8973	9020	9067	9114	9162	9210	9258
4 0		9306	9354	9403	9451	9500	9549	9598	9647	9697	9747
10		9797	9847	9897	9947	9998	*0049	*0101	*0153	*0205	*0257
20	9.19	0309	0361	0414	0467	0520	0573	0627	0680	0734	0788
30		0842	0896	0951	1006	1061	1116	1171	1226	1282	1337
40		1393	1449	1505	1561	1618	1675	1732	1789	1847	1905
50		1963	2021	2079	2137	2196	2254	2313	2372	2431	2491
5 0		2550	2610	2670	2730	2791	2852	2913	2974	3035	3096
10		3158	3220	3282	3344	3407	3469	3532	3595	3659	3722
20		3786	3850	3914	3978	4043	4107	4172	4237	4302	4367
30		4433	4499	4565	4632	4698	4764	4831	4898	4965	5032
40		5100	5167	5235	5303	5371	5439	5508	5576	5645	5714
50		5783	5853	5923	5993	6063	6133	6203	6273	6344	6415
6 0		6486	6557	6629	6700	6772	6844	6916	6988	7061	7134
10		7207	7280	7353	7426	7500	7574	7648	7722	7797	7871
20		7946	8021	8096	8171	8247	8323	8399	8475	8552	8628
30		8705	8782	8859	8936	9014	9091	9169	9247	9325	9403
40		9482	9560	9639	9718	9797	9876	9956	*0036	*0116	*0196
50	9.20	0277	0357	0438	0519	0600	0681	0762	0843	0925	1007
7 0		1089	1171	1253	1335	1418	1501	1584	1667	1750	1833
10		1917	2000	2084	2168	2253	2337	2422	2507	2592	2677
20		2762	2848	2934	3020	3106	3193	3280	3367	3454	3542
30		3629	3716	3804	3892	3980	4068	4157	4245	4334	4423
40		4512	4601	4691	4780	4870	4960	5050	5140	5231	5322
50		5413	5504	5595	5686	5778	5869	5961	6053	6145	6237
8 0		6330	6423	6516	6609	6702	6795	6889	6983	7077	7171
10		7266	7360	7455	7550	7645	7740	7835	7930	8026	8122
20		8218	8314	8411	8508	8605	8702	8799	8896	8994	9092
30		9190	9288	9386	9484	9583	9682	9781	9879	9978	*0077
40	9.21	0176	0275	0375	0475	0575	0675	0775	0875	0976	1077
50		1178	1279	1380	1481	1583	1684	1786	1888	1990	2092
9 0		2195	2298	2401	2504	2607	2711	2815	2919	3023	3127
10		3231	3335	3439	3544	3649	3754	3859	3965	4071	4177
20		4283	4389	4496	4602	4709	4816	4923	5030	5137	5244
30		5352	5459	5567	5675	5783	5891	6000	6109	6218	6327
40		6436	6545	6655	6764	6874	6984	7094	7204	7315	7426
50		7537	7648	7759	7870	7982	8093	8205	8316	8428	8540
10 0	9.21	8652	8764	8877	8989	9102	9215	9328	9441	9555	9668

	8	10	12
1	1	1	1
2	2	2	2
3	2	3	4
4	3	4	5
5	4	5	6
6	5	6	7
7	6	7	8
8	6	8	10
9	7	9	11

	14	16	18
1	1	2	2
2	3	3	4
3	4	5	5
4	6	6	7
5	7	8	9
6	8	10	11
7	10	11	13
8	11	13	14
9	13	14	16

	20	22	24
1	2	2	2
2	4	4	5
3	6	7	7
4	8	9	10
5	10	11	12
6	12	13	14
7	14	15	17
8	16	18	19
9	18	20	22

	26	28	30
1	3	3	3
2	5	6	6
3	8	8	9
4	10	11	12
5	13	14	15
6	16	17	18
7	18	20	21
8	21	22	24
9	23	25	27

	32	34	36
1	3	3	4
2	6	7	7
3	10	10	11
4	13	14	14
5	16	17	18
6	19	20	22
7	22	24	25
8	26	27	29
9	29	31	32

	38	40	42
1	4	4	4
2	8	8	8
3	11	12	13
4	15	16	17
5	19	20	21
6	23	24	25
7	27	28	29
8	30	32	34
9	34	36	38

	44	46	48
1	4	5	5
2	9	9	10
3	13	14	14
4	18	18	19
5	22	23	24
6	26	28	29
7	31	32	34
8	35	37	38
9	40	41	43

	50	52	54
1	5	5	5
2	10	10	11
3	15	16	16
4	20	21	22
5	25	26	27
6	30	31	32
7	35	36	38
8	40	42	43
9	45	47	49

	56	58	60
1	6	6	6
2	11	12	12
3	17	17	18
4	22	23	24
5	28	29	30
6	34	35	36
7	39	41	42
8	45	46	48
9	50	52	54

	62	64	66
1	6	6	7
2	12	13	13
3	19	19	20
4	25	26	26
5	31	32	33
6	37	38	40
7	43	45	46
8	50	51	53
9	56	58	59

	68	70	72
1	7	7	7
2	14	14	14
3	20	21	22
4	27	28	29
5	34	35	36
6	41	42	43
7	48	49	50
8	54	56	58
9	61	63	65

	74	76	78
1	7	8	8
2	15	15	16
3	22	23	23
4	30	30	31
5	37	38	39
6	44	46	47
7	52	53	55
8	59	61	62
9	67	68	70

	80	82	84
1	8	8	8
2	16	16	17
3	24	25	25
4	32	33	34
5	40	41	42
6	48	49	50
7	56	57	59
8	64	66	67
9	72	74	76

	86	88	90
1	9	9	9
2	17	18	18
3	26	26	27
4	34	35	36
5	43	44	45
6	52	53	54
7	60	62	63
8	69	70	72
9	77	79	81

	92	94	96
1	9	9	10
2	18	19	19
3	28	28	29
4	37	38	38
5	46	47	48
6	55	56	58
7	64	66	67
8	74	75	77
9	83	85	86

	98	100	102
1	10	10	10
2	20	20	20
3	29	30	31
4	39	40	41
5	49	50	51
6	59	60	61
7	69	70	71
8	78	80	82
9	88	90	92

	104	106	108
1	10	11	11
2	21	21	22
3	31	32	32
4	42	42	43
5	52	53	54
6	62	64	65
7	73	74	76
8	83	85	86
9	94	95	97

	110	112	114
1	11	11	11
2	22	22	23
3	33	34	34
4	44	45	46
5	55	56	57
6	66	67	68
7	77	78	80
8	88	90	91
9	99	101	103

	150	152	154
1	15	15	15
2	30	30	31
3	45	46	46
4	60	61	62
5	75	76	77
6	90	91	92
7	105	106	108
8	120	122	123
9	135	137	139

	156	158	160
1	16	16	16
2	31	32	32
3	47	47	48
4	62	63	64
5	78	79	80
6	94	95	96
7	109	111	112
8	125	126	128
9	140	142	144

	162	164	166
1	16	16	17
2	32	33	33
3	49	49	50
4	65	66	66
5	81	82	83
6	97	98	100
7	113	115	116
8	130	131	133
9	146	148	149

	168	170	172
1	17	17	17
2	34	34	34
3	50	51	52
4	67	68	69
5	84	85	86
6	101	102	103
7	118	119	120
8	134	136	138
9	151	153	155

	174	176
1	17	18
2	35	35
3	52	53
4	70	70
5	87	88
6	104	106
7	122	123
8	139	141
9	157	158

	178	180
1	18	18
2	36	36
3	53	54
4	71	72
5	89	90
6	107	108
7	125	126
8	142	144
9	160	162

Log $\frac{r}{a}$

E		0′	1′	2′	3′	4′	5′	6′	7′	8′	9′
10° 0′	9.21	8652	8764	8877	8989	9102	9215	9328	9441	9555	9668
10		9782	9896	*0010	*0124	*0239	*0353	*0468	*0583	*0698	*0813
20	9.22	0929	1045	1161	1276	1392	1508	1625	1741	1858	1975
30		2092	2209	2326	2443	2561	2679	2797	2915	3033	3151
40		3270	3388	3507	3626	3745	3864	3984	4103	4223	4343
50		4463	4583	4704	4824	4945	5066	5187	5308	5429	5550
11 0		5672	5793	5915	6037	6159	6281	6403	6525	6648	6771
10		6894	7017	7140	7263	7387	7510	7634	7758	7882	8006
20		8130	8254	8379	8503	8628	8753	8878	9003	9129	9254
30		9380	9506	9632	9758	9885	*0011	*0138	*0265	*0392	*0519
40	9.23	0646	0773	0901	1029	1157	1285	1413	1541	1670	1798
50		1927	2056	2185	2314	2443	2572	2702	2832	2962	3092
12 0		3222	3352	3483	3613	3744	3874	4005	4136	4267	4398
10		4529	4660	4792	4924	5056	5188	5320	5452	5585	5717
20		5850	5983	6116	6249	6382	6515	6649	6782	6916	7050
30		7184	7319	7453	7587	7722	7857	7992	8127	8262	8397
40		8533	8668	8804	8940	9076	9212	9349	9485	9622	9759
50		9896	*0033	*0170	*0307	*0444	*0581	*0719	*0856	*0994	*1132
13 0	9.24	1270	1408	1547	1685	1824	1963	2102	2241	2380	2519
10		2658	2797	2937	3077	3217	3357	3497	3637	3778	3918
20		4059	4200	4341	4482	4623	4764	4906	5047	5189	5331
30		5473	5615	5757	5899	6042	6184	6327	6470	6613	6756
40		6899	7042	7186	7329	7473	7617	7761	7905	8049	8193
50		8338	8482	8627	8772	8917	9062	9207	9352	9498	9643
14 0		9789	9935	*0081	*0227	*0373	*0519	*0665	*0811	*0958	*1104
10	9.25	1251	1398	1545	1692	1840	1987	2135	2283	2431	2579
20		2727	2875	3023	3172	3320	3469	3618	3766	3915	4064
30		4214	4363	4513	4662	4812	4962	5112	5262	5412	5562
40		5713	5863	6014	6165	6316	6467	6618	6769	6920	7071
50		7223	7374	7526	7678	7830	7982	8135	8287	8440	8592
15 0		8745	8898	9051	9204	9357	9510	9664	9817	9971	*0124
10	9.26	0278	0432	0586	0740	0894	1048	1203	1357	1512	1667
20		1822	1977	2132	2287	2442	2597	2753	2908	3064	3219
30		3375	3531	3687	3843	4000	4156	4313	4469	4626	4783
40		4940	5097	5254	5411	5569	5726	5884	6042	6200	6358
50		6516	6674	6832	6990	7149	7307	7466	7625	7784	7943
16 0		8102	8261	8421	8580	8740	8899	9059	9219	9379	9539
10		9699	9859	*0020	*0181	*0341	*0501	*0662	*0823	*0984	*1145
20	9.27	1306	1467	1629	1791	1952	2113	2275	2437	2599	2761
30		2923	3085	3248	3410	3573	3735	3898	4061	4224	4387
40		4550	4713	4877	5040	5204	5367	5531	5695	5859	6023
50		6187	6351	6516	6680	6845	7009	7174	7338	7503	7668
17 0		7833	7998	8163	8328	8494	8659	8825	8990	9156	9322
10		9488	9654	9820	9986	*0153	*0319	*0486	*0652	*0819	*0986
20	9.28	1153	1320	1487	1654	1822	1989	2157	2324	2492	2660
30		2828	2996	3164	3332	3500	3669	3837	4005	4174	4343
40		4512	4681	4850	5019	5188	5357	5526	5695	5865	6034
50		6204	6374	6544	6714	6884	7054	7224	7394	7564	7734
18 0		7905	8075	8246	8416	8587	8758	8929	9100	9271	9442
10		9614	9785	9957	*0128	*0300	*0471	*0643	*0815	*0987	*1159
20	9.29	1331	1503	1676	1848	2021	2193	2366	2538	2711	2884
30		3057	3230	3403	3576	3749	3922	4096	4269	4443	4616
40		4790	4964	5138	5312	5486	5660	5834	6008	6183	6357
50		6532	6706	6881	7056	7231	7406	7581	7756	7931	8106
19 0		8282	8457	8633	8808	8984	9160	9336	9512	9688	9864
10	9.30	0040	0216	0393	0569	0746	0922	1099	1275	1452	1629
20		1806	1983	2160	2337	2514	2691	2869	3046	3224	3401
30		3579	3756	3934	4112	4290	4468	4646	4824	5002	5180
40		5359	5537	5716	5894	6073	6251	6430	6609	6788	6967
50		7146	7325	7504	7683	7862	8041	8221	8400	8580	8759
20 0	9.30	8939	9119	9299	9479	9659	9839	*0019	*0199	*0380	*0560

	114	116	118
1	11	12	12
2	23	23	24
3	34	35	35
4	46	46	47
5	57	58	59
6	68	70	71
7	80	81	83
8	91	93	94
9	103	104	106

	120	122	124
1	12	12	12
2	24	24	25
3	36	37	37
4	48	49	50
5	60	61	62
6	72	73	74
7	84	85	87
8	96	98	99
9	108	110	112

	126	128	130
1	13	13	13
2	25	26	26
3	38	38	39
4	50	51	52
5	63	64	65
6	76	77	78
7	88	90	91
8	101	102	104
9	113	115	117

	132	134	136
1	13	13	14
2	26	27	27
3	40	40	41
4	53	54	54
5	66	67	68
6	79	80	82
7	92	94	95
8	106	107	109
9	119	121	122

	138	140	142
1	14	14	14
2	28	28	28
3	41	42	43
4	55	56	57
5	69	70	71
6	83	84	85
7	97	98	99
8	110	112	114
9	124	126	128

	144	146	148
1	14	15	15
2	29	29	30
3	43	44	44
4	58	58	59
5	72	73	74
6	86	88	89
7	101	102	104
8	115	117	118
9	130	131	133

Log $\frac{r}{a}$

E		0′	1′	2′	3′	4′	5′	6′	7′	8′	9′
20° 0′	9.30	8939	9119	9299	9479	9659	9839	*0019	*0199	*0380	*0560
10	9.31	0741	0921	1102	1282	1463	1644	1825	2006	2187	2368
20		2549	2730	2912	3093	3275	3456	3638	3819	4001	4182
30		4364	4546	4728	4910	5092	5274	5456	5638	5820	6002
40		6185	6367	6550	6732	6915	7097	7280	7462	7645	7828
50		8011	8194	8377	8560	8743	8926	9110	9293	9477	9661
21 0		9845	*0028	*0212	*0396	*0580	*0764	*0948	*1132	*1316	*1500
10	9.32	1684	1868	2053	2237	2422	2606	2791	2975	3160	3345
20		3530	3715	3900	4085	4270	4455	4641	4826	5012	5197
30		5383	5568	5754	5939	6125	6311	6497	6683	6869	7055
40		7241	7427	7613	7799	7986	8172	8359	8545	8732	8918
50		9105	9291	9478	9664	9851	*0038	*0225	*0412	*0599	*0786
22 0	9.33	0973	1160	1347	1534	1722	1909	2097	2284	2472	2659
10		2847	3035	3223	3410	3598	3786	3974	4162	4350	4538
20		4727	4915	5103	5291	5480	5668	5857	6045	6234	6422
30		6611	6800	6989	7178	7367	7556	7745	7934	8123	8312
40		8502	8691	8881	9070	9260	9449	9639	9828	*0018	*0207
50	9.34	0397	0587	0777	0967	1157	1347	1537	1727	1917	2107
23 0		2297	2487	2677	2867	3058	3248	3439	3629	3820	4010
10		4201	4391	4582	4773	4963	5154	5345	5536	5727	5918
20		6109	6300	6491	6682	6873	7065	7256	7447	7639	7831
30		8022	8213	8405	8597	8788	8980	9172	9364	9556	9748
40		9940	*0132	*0324	*0516	*0708	*0900	*1092	*1284	*1477	*1669
50	9.35	1861	2053	2246	2438	2631	2823	3016	3208	3401	3594
24 0		3787	3980	4173	4366	4559	4752	4945	5138	5331	5524
10		5717	5910	6104	6297	6491	6684	6878	7071	7265	7458
20		7652	7845	8039	8233	8427	8620	8814	9008	9202	9396
30		9590	9784	9978	*0172	*0366	*0560	*0754	*0948	*1142	*1336
40	9.36	1531	1725	1920	2114	2309	2503	2698	2892	3087	3281
50		3476	3671	3866	4060	4255	4450	4645	4840	5035	5230
25 0		5425	5620	5815	6010	6205	6400	6595	6790	6986	7181
10		7377	7572	7768	7963	8159	8354	8550	8745	8941	9137
20		9333	9528	9724	9920	*0116	*0312	*0508	*0704	*0900	*1096
30	9.37	1292	1488	1684	1880	2076	2272	2469	2665	2861	3057
40		3254	3450	3647	3843	4040	4236	4433	4629	4826	5022
50		5219	5416	5613	5809	6006	6203	6400	6597	6794	6991
26 0		7188	7385	7582	7779	7976	8173	8370	8567	8764	8961
10		9158	9355	9553	9750	9947	*0144	*0342	*0539	*0737	*0934
20	9.38	1132	1329	1527	1724	1922	2119	2317	2514	2712	2909
30		3107	3305	3503	3700	3898	4096	4294	4492	4690	4888
40		5086	5284	5482	5680	5878	6076	6274	6472	6670	6868
50		7066	7264	7463	7661	7859	8057	8256	8454	8652	8850
27 0		9049	9247	9446	9644	9843	*0041	*0240	*0438	*0637	*0835
10	9.39	1034	1233	1432	1630	1829	2028	2227	2425	2624	2823
20		3022	3220	3419	3618	3817	4016	4215	4414	4613	4812
30		5011	5210	5409	5608	5807	6006	6206	6405	6604	6803
40		7003	7202	7401	7600	7800	7999	8198	8397	8597	8796
50		8996	9195	9395	9594	9794	9993	*0193	*0392	*0592	*0792
28 0	9.40	0992	1191	1391	1591	1791	1990	2190	2390	2590	2789
10		2989	3189	3389	3589	3789	3989	4189	4389	4589	4789
20		4989	5189	5389	5589	5789	5989	6189	6389	6589	6789
30		6989	7189	7390	7590	7790	7990	8191	8391	8591	8791
40		8992	9192	9392	9592	9793	9993	*0193	*0393	*0594	*0794
50	9.41	0994	1194	1395	1595	1796	1996	2197	2397	2598	2798
29 0		2999	3199	3400	3600	3801	4001	4202	4402	4603	4803
10		5004	5205	5406	5606	5807	6008	6209	6409	6610	6811
20		7012	7212	7413	7614	7815	8016	8217	8418	8619	8819
30		9020	9221	9422	9623	9824	*0025	*0226	*0426	*0627	*0828
40	9.42	1029	1230	1431	1632	1833	2034	2235	2436	2637	2838
50		3039	3240	3441	3642	3843	4044	4245	4446	4647	4848
30 0	9.42	5050	5251	5452	5653	5855	6056	6257	6458	6660	6861

	180	182	184
1	18	18	18
2	36	36	37
3	54	55	55
4	72	73	74
5	90	91	92
6	108	109	110
7	126	127	129
8	144	146	147
9	162	164	166

	186	188	190
1	19	19	19
2	37	38	38
3	56	56	57
4	74	75	76
5	93	94	95
6	112	113	114
7	130	132	133
8	149	150	152
9	167	169	171

	192	194	196
1	19	19	20
2	38	39	39
3	58	58	59
4	77	78	78
5	96	97	98
6	115	116	118
7	134	136	137
8	154	155	157
9	173	175	176

	198	200	202
1	20	20	20
2	40	40	40
3	59	60	61
4	79	80	81
5	99	100	101
6	119	120	121
7	139	140	141
8	158	160	162
9	178	180	182

Log $\frac{r}{a}$.

E		0′	1′	2′	3′	4′	5′	6′	7′	8′	9′
30°	0′	9.42 5050	5251	5452	5653	5855	6056	6257	6458	6660	6861
	10	7062	7263	7464	7665	7867	8068	8269	8470	8672	8873
	20	9074	9276	9477	9678	9880	*0081	*0282	*0484	*0685	*0886
	30	9.43 1088	1289	1490	1692	1893	2095	2296	2498	2699	2901
	40	3102	3304	3505	3707	3908	4110	4311	4513	4714	4916
	50	5117	5319	5520	5722	5923	6125	6326	6528	6729	6931
31	0	7132	7334	7535	7737	7938	8140	8342	8543	8745	8947
	10	9148	9350	9552	9753	9955	*0157	*0358	*0560	*0762	*0963
	20	9.44 1165	1367	1568	1770	1972	2173	2375	2577	2778	2980
	30	3181	3383	3585	3786	3988	4190	4391	4593	4794	4996
	40	5198	5399	5601	5803	6004	6206	6407	6609	6811	7012
	50	7214	7416	7617	7819	8020	8222	8424	8625	8827	9029
32	0	9230	9432	9633	9835	*0037	*0238	*0440	*0642	*0843	*1045
	10	9.45 1246	1448	1650	1851	2053	2255	2456	2658	2859	3061
	20	3263	3464	3666	3868	4069	4271	4472	4674	4875	5077
	30	5278	5480	5682	5883	6085	6287	6488	6690	6891	7093
	40	7294	7496	7697	7899	8101	8302	8504	8706	8907	9109
	50	9310	9512	9714	9915	*0117	*0319	*0520	*0722	*0923	*1125
33	0	9.46 1326	1528	1729	1931	2133	2334	2536	2738	2939	3141
	10	3342	3544	3745	3947	4148	4350	4551	4753	4954	5155
	20	5357	5558	5759	5961	6162	6364	6565	6767	6968	7170
	30	7371	7572	7774	7975	8176	8378	8579	8781	8982	9183
	40	9385	9586	9787	9989	*0190	*0392	*0593	*0794	*0996	1197
	50	9.47 1398	1600	1801	2003	2204	2405	2607	2808	3009	3211
34	0	3412	3613	3815	4016	4217	4418	4619	4820	5022	5223
	10	5424	5625	5826	6027	6229	6430	6631	6832	7033	7231
	20	7435	7636	7837	8038	8240	8441	8642	8843	9044	9245
	30	9446	9647	9848	*0049	*0250	*0451	*0652	*0853	*1054	*1255
	40	9.48 1456	1657	1858	2059	2260	2461	2662	2863	3064	3265
	50	3466	3667	3868	4069	4270	4471	4672	4872	5073	5274
35	0	5475	5676	5877	6078	6279	6480	6680	6881	7082	7282
	10	7483	7684	7884	8085	8285	8486	8687	8887	9088	9289
	20	9489	9690	9890	*0091	*0291	*0492	*0692	*0893	*1093	*1294
	30	9.49 1494	1695	1895	2096	2296	2497	2697	2897	3098	3298
	40	3498	3698	3899	4099	4299	4499	4700	4900	5100	5300
	50	5501	5701	5901	6101	6301	6501	6701	6901	7101	7301
36	0	7502	7702	7902	8102	8302	8502	8702	8902	9102	9302
	10	9502	9702	9902	*0102	*0302	*0502	*0702	*0901	*1101	*1301
	20	9.50 1501	1701	1901	2101	2301	2501	2701	2900	3100	3300
	30	3500	3700	3900	4099	4299	4499	4699	4899	5099	5298
	40	5498	5698	5897	6097	6296	6496	6695	6895	7094	7294
	50	7493	7693	7892	8092	8291	8491	8690	8889	9089	9288
37	0	9487	9687	9886	*0085	*0285	*0484	*0683	*0883	*1082	*1281
	10	9.51 1481	1680	1879	2079	2278	2477	2676	2875	3074	3273
	20	3472	3671	3870	4069	4268	4467	4666	4865	5064	5263
	30	5462	5660	5859	6058	6257	6455	6654	6853	7052	7250
	40	7449	7648	7847	8045	8244	8443	8641	8840	9039	9237
	50	9436	9635	9833	*0032	*0230	*0429	*0627	*0826	*1024	*1223
38	0	9.52 1421	1619	1818	2016	2214	2412	2611	2809	3007	3205
	10	3404	3602	3800	3998	4197	4395	4593	4791	4989	5187
	20	5385	5583	5781	5979	6177	6375	6573	6771	6969	7167
	30	7365	7563	7761	7959	8157	8355	8553	8750	8948	9146
	40	9344	9542	9739	9936	*0134	*0331	*0528	*0726	*0923	*1121
	50	9.53 1318	1516	1713	1911	2108	2306	2503	2701	2898	3095
39	0	3293	3490	3687	3885	4082	4279	4476	4673	4871	5068
	10	5265	5462	5659	5856	6053	6250	6448	6645	6842	7039
	20	7236	7433	7630	7826	8023	8220	8417	8613	8810	9007
	30	9204	9400	9597	9794	9991	*0187	*0384	*0581	*0777	*0974
	40	9.54 1170	1367	1563	1760	1956	2153	2349	2546	2742	2939
	50	3135	3332	3528	3724	3920	4116	4313	4509	4705	4901
40	0	9.54 5097	5293	5489	5685	5882	6078	6274	6470	6666	6862

	202	200
1	20	20
2	40	40
3	61	60
4	81	80
5	101	100
6	121	120
7	141	140
8	162	160
9	182	180

	198	196
1	20	20
2	40	39
3	59	59
4	79	78
5	99	98
6	119	118
7	139	137
8	158	157
9	178	176

Log $\frac{r}{a}$

E		0′	1′	2′	3′	4′	5′	6′	7′	8′	9′
40°	0′	9.54 5097	5293	5489	5685	5882	6078	6274	6470	6666	6862
	10	7058	7254	7450	7645	7841	8037	8233	8429	8625	8820
	20	9016	9212	9408	9603	9799	9995	*0190	*0386	*0581	*0777
	30	9.55 0972	1168	1363	1559	1754	1949	2145	2340	2535	2731
	40	2926	3121	3317	3512	3707	3902	4098	4293	4488	4683
	50	4878	5073	5268	5463	5658	5853	6048	6243	6438	6632
41	0	6827	7022	7217	7412	7607	7801	7996	8191	8385	8580
	10	8775	8969	9164	9359	9553	9748	9942	*0137	*0331	*0526
	20	9.56 0720	0915	1109	1303	1498	1692	1886	2081	2275	2469
	30	2663	2857	3052	3246	3440	3634	3828	4022	4216	4410
	40	4604	4798	4992	5186	5380	5574	5768	5961	6155	6349
	50	6543	6736	6930	7124	7317	7511	7704	7898	8091	8285
42	0	8478	8672	8865	9059	9252	9446	9639	9833	*0026	*0219
	10	9.57 0413	0606	0799	0992	1186	1379	1572	1765	1958	2151
	20	2344	2537	2730	2923	3116	3309	3502	3695	3888	4081
	30	4274	4466	4659	4852	5044	5237	5430	5622	5815	6008
	40	6200	6393	6585	6777	6970	7162	7354	7547	7739	7931
	50	8123	8315	8508	8700	8892	9084	9276	9468	9660	9852
43	0	9.58 0044	0236	0428	0620	0812	1004	1196	1388	1580	1771
	10	1963	2155	2347	2539	2730	2922	3114	3305	3497	3689
	20	3880	4072	4263	4455	4646	4838	5029	5220	5412	5603
	30	5794	5985	6176	6367	6559	6750	6941	7132	7323	7514
	40	7705	7896	8087	8278	8469	8660	8851	9041	9232	9423
	50	9614	9805	9995	*0186	*0377	*0568	*0758	*0949	*1139	*1330
44	0	9.59 1520	1711	1901	2092	2282	2473	2663	2853	3043	3233
	10	3424	3614	3804	3994	4184	4374	4564	4754	4944	5134
	20	5324	5514	5704	5894	6084	6274	6464	6653	6843	7033
	30	7223	7413	7603	7792	7982	8172	8361	8551	8740	8930
	40	9119	9308	9498	9687	9876	*0066	*0255	*0444	*0634	*0823
	50	9.60 1012	1201	1390	1579	1768	1957	2146	2335	2524	2713
45	0	2902	3090	3279	3468	3657	3846	4034	4223	4412	4600
	10	4789	4978	5166	5355	5543	5732	5920	6109	6297	6486
	20	6674	6863	7051	7239	7427	7616	7804	7992	8180	8368
	30	8556	8744	8932	9120	9308	9496	9684	9872	*0060	*0247
	40	9.61 0435	0623	0811	0998	1186	1374	1561	1749	1937	2124
	50	2312	2500	2687	2875	3062	3249	3437	3624	3811	3999
46	0	4186	4373	4560	4747	4935	5122	5309	5496	5683	5870
	10	6057	6244	6431	6617	6804	6991	7178	7365	7551	7738
	20	7925	8111	8298	8485	8671	8858	9044	9230	9417	9603
	30	9789	9976	*0162	*0348	*0535	*0721	*0907	*1093	*1280	*1466
	40	9.62 1652	1838	2024	2210	2396	2582	2768	2954	3140	3326
	50	3512	3698	3883	4069	4255	4441	4626	4812	4997	5183
47	0	5368	5554	5739	5925	6110	6295	6480	6665	6850	7035
	10	7221	7407	7592	7777	7962	8147	8332	8517	8702	8887
	20	9072	9257	9442	9626	9811	9996	*0181	*0366	*0551	*0735
	30	9.63 0920	1105	1289	1474	1658	1843	2027	2212	2396	2580
	40	2765	2949	3133	3318	3502	3686	3870	4054	4239	4423
	50	4607	4791	4975	5159	5343	5527	5711	5894	6078	6262
48	0	6446	6630	6813	6997	7181	7364	7548	7732	7915	8099
	10	8282	8466	8649	8833	9016	9199	9383	9566	9749	9932
	20	9.64 0115	0298	0482	0665	0848	1031	1214	1397	1580	1763
	30	1946	2129	2312	2494	2677	2860	3042	3225	3408	3590
	40	3773	3956	4138	4320	4503	4685	4867	5050	5232	5414
	50	5596	5778	5961	6143	6325	6507	6689	6871	7053	7235
49	0	7417	7599	7781	7963	8145	8327	8509	8690	8872	9054
	10	9236	9418	9599	9781	9962	*0144	*0325	*0507	*0688	*0870
	20	9.65 1051	1232	1414	1595	1776	1957	2139	2320	2501	2682
	30	2863	3044	3225	3406	3587	3768	3949	4130	4311	4491
	40	4672	4853	5034	5214	5395	5576	5756	5937	6117	6298
	50	6478	6659	6839	7019	7200	7380	7560	7740	7921	8101
50	0	9.65 8281	8461	8641	8821	9001	9181	9361	9541	9721	9901

	196	194	192
1	20	19	19
2	39	39	38
3	59	58	58
4	78	78	77
5	98	97	96
6	118	116	115
7	137	136	134
8	157	155	154
9	176	175	173

	190	188	186
1	19	19	19
2	38	38	37
3	57	56	56
4	76	75	74
5	95	94	93
6	114	113	112
7	133	132	130
8	152	150	149
9	171	169	167

	184	182	180
1	18	18	18
2	37	36	36
3	55	55	54
4	74	73	72
5	92	91	90
6	110	109	108
7	129	127	126
8	147	146	144
9	166	164	162

Log $\frac{r}{a}$

E		0′	1′	2′	3′	4′	5′	6′	7′	8′	9′
50°	0′	9.65 8281	8461	8641	8821	9001	9181	9361	9541	9721	9901
	10	9.66 0080	0260	0440	0620	0800	0979	1159	1339	1519	1698
	20	1877	2057	2237	2416	2595	2774	2954	3134	3313	3492
	30	3671	3851	4030	4209	4388	4567	4746	4925	5104	5283
	40	5462	5641	5820	5999	6178	6356	6535	6714	6893	7071
	50	7249	7428	7607	7785	7963	8141	8320	8499	8677	8855
51	0	9033	9212	9390	9568	9746	9924	*0102	*0280	*0458	*0636
	10	9.67 0814	0992	1170	1348	1526	1703	1881	2059	2237	2415
	20	2592	2770	2948	3126	3303	3480	3658	3836	4013	4190
	30	4367	4545	4722	4899	5076	5253	5430	5607	5784	5961
	40	6138	6315	6492	6669	6846	7023	7200	7377	7554	7731
	50	7907	8084	8261	8438	8614	8790	8967	9144	9321	9497
52	0	9673	9850	*0026	*0202	*0378	*0554	*0731	*0907	*1083	*1259
	10	9.68 1435	1611	1787	1963	2139	2315	2491	2667	2843	3019
	20	3194	3370	3546	3722	3897	4072	4248	4424	4600	4775
	30	4950	5126	5302	5477	5652	5827	6003	6178	6353	6528
	40	6703	6878	7053	7228	7403	7578	7753	7928	8103	8278
	50	8453	8628	8803	8978	9152	9326	9501	9676	9851	*0025
53	0	9.69 0199	0374	0549	0723	0897	1071	1246	1420	1594	1768
	10	1942	2116	2290	2464	2638	2812	2986	3160	3334	3508
	20	3682	3856	4030	4204	4378	4551	4725	4899	5073	5246
	30	5419	5593	5767	5940	6113	6286	6460	6634	6807	6980
	40	7153	7327	7500	7673	7846	8019	8192	8365	8538	8711
	50	8884	9057	9230	9403	9576	9748	9921	*0094	*0267	*0439
54	0	9.70 0611	0784	0957	1129	1301	1473	1646	1818	1991	2163
	10	2335	2508	2680	2852	3024	3196	3368	3540	3712	3884
	20	4056	4228	4400	4572	4744	4915	5087	5259	5431	5603
	30	5774	5946	6118	6290	6461	6632	6804	6976	7147	7318
	40	7489	7661	7832	8003	8174	8345	8516	8687	8858	9029
	50	9200	9371	9542	9713	9884	*0054	*0225	*0396	*0567	*0738
55	0	9.71 0908	1079	1250	1421	1591	1761	1932	2103	2273	2443
	10	2613	2784	2954	3124	3294	3464	3634	3804	3974	4144
	20	4314	4484	4654	4824	4994	5163	5333	5503	5673	5843
	30	6012	6182	6352	6522	6691	6860	7030	7200	7369	7538
	40	7707	7877	8046	8215	8384	8553	8723	8892	9061	9230
	50	9399	9568	9737	9906	*0075	*0243	*0412	*0581	*0750	*0919
56	0	9.72 1087	1256	1425	1594	1762	1930	2099	2268	2437	2605
	10	2773	2942	3110	3278	3446	3614	3783	3951	4119	4287
	20	4455	4623	4791	4959	5127	5295	5463	5631	5799	5967
	30	6134	6302	6470	6638	6805	6972	7140	7308	7475	7642
	40	7809	7977	8144	8311	8478	8645	8813	8980	9147	9314
	50	9481	9648	9815	9982	*0149	*0316	*0483	*0650	*0817	*0984
57	0	9.73 1150	1317	1484	1651	1817	1983	2150	2317	2484	2650
	10	2816	2983	3150	3316	3482	3648	3815	3981	4147	4313
	20	4479	4645	4811	4977	5143	5309	5475	5641	5807	5973
	30	6138	6304	6470	6636	6801	6966	7132	7298	7464	7629
	40	7794	7960	8126	8291	8456	8621	8787	8952	9117	9282
	50	9447	9612	9777	9942	*0107	*0272	*0437	*0602	*0767	*0932
58	0	9.74 1096	1261	1426	1591	1756	1920	2085	2250	2415	2579
	10	2743	2908	3073	3237	3401	3565	3730	3894	4058	4222
	20	4386	4550	4714	4878	5042	5206	5370	5534	5698	5862
	30	6026	6190	6354	6518	6681	6844	7008	7172	7336	7499
	40	7662	7826	7990	8153	8316	8479	8643	8807	8970	9133
	50	9296	9459	9622	9785	9948	*0111	*0274	*0437	*0600	*0763
59	0	9.75 0926	1089	1252	1415	1578	1740	1903	2066	2229	2391
	10	2553	2716	2879	3041	3203	3365	3528	3690	3852	4014
	20	4176	4338	4500	4662	4824	4986	5148	5310	5472	5634
	30	5796	5958	6120	6282	6444	6605	6767	6929	7091	7252
	40	7413	7575	7737	7898	8059	8220	8382	8544	8705	8866
	50	9027	9188	9349	9510	9671	9832	9993	*0154	*0315	*0476
60	0	9.76 0637	0798	0959	1120	1281	1441	1602	1763	1924	2084

	180	178	176
1	18	18	18
2	36	36	35
3	54	53	53
4	72	71	70
5	90	89	88
6	108	107	106
7	126	125	123
8	144	142	141
9	162	160	158

	174	172	170
1	17	17	17
2	35	34	34
3	52	52	51
4	70	69	68
5	87	86	85
6	104	103	102
7	122	120	119
8	139	138	136
9	157	155	153

	168	166	164
1	17	17	16
2	34	33	33
3	50	50	49
4	67	66	66
5	84	83	82
6	101	100	98
7	118	116	115
8	134	133	131
9	151	149	148

	162	160
1	16	16
2	32	32
3	49	48
4	65	64
5	81	80
6	97	96
7	113	112
8	130	128
9	146	144

$\log \frac{r}{a}$

E		0′	1′	2′	3′	4′	5′	6′	7′	8′	9′
60° 0′	9.76	0637	0798	0959	1120	1281	1441	1602	1763	1924	2084
10		2244	2405	2566	2726	2886	3046	3207	3368	3528	3688
20		3848	4009	4169	4329	4489	4649	4809	4969	5129	5289
30		5449	5609	5769	5929	6089	6248	6408	6568	6728	6888
40		7047	7207	7367	7526	7685	7844	8004	8164	8323	8482
50		8641	8801	8960	9119	9278	9437	9596	9755	9914	*0073
61 0	9.77	0232	0391	0550	0709	0868	1026	1185	1344	1503	1661
10		1819	1978	2137	2295	2453	2611	2770	2929	3087	3245
20		3403	3562	3720	3878	4036	4194	4353	4511	4669	4827
30		4985	5143	5301	5459	5617	5774	5932	6090	6248	6406
40		6563	6721	6879	7037	7194	7351	7509	7667	7824	7981
50		8138	8296	8453	8610	8767	8924	9081	9238	9395	9552
62 0		9709	9866	*0023	*0180	*0337	*0493	*0650	*0807	*0964	*1121
10	9.78	1277	1434	1591	1748	1904	2060	2217	2374	2530	2686
20		2842	2999	3155	3311	3467	3623	3780	3936	4092	4248
30		4404	4560	4716	4872	5028	5183	5339	5495	5651	5807
40		5962	6118	6274	6430	6585	6740	6896	7052	7207	7362
50		7517	7673	7828	7983	8138	8293	8449	8604	8759	8914
63 0		9069	9224	9379	9534	9689	9844	9999	*0154	*0309	*0464
10	9.79	0618	0773	0928	1083	1237	1391	1546	1701	1855	2009
20		2163	2318	2473	2627	2781	2935	3090	3244	3398	3552
30		3706	3860	4014	4168	4322	4476	4630	4784	4938	5092
40		5245	5399	5553	5707	5860	6013	6167	6321	6475	6628
50		6781	6935	7088	7241	7394	7547	7701	7854	8007	8160
64 0		8313	8466	8619	8772	8925	9078	9231	9384	9537	9690
10		9842	9995	*0148	*0301	*0453	*0605	*0758	*0911	*1064	*1216
20	9.80	1368	1521	1674	1826	1978	2130	2283	2435	2587	2739
30		2891	3043	3195	3347	3499	3651	3803	3955	4107	4259
40		4411	4563	4715	4867	5019	5170	5322	5474	5626	5777
50		5928	6080	6232	6383	6534	6685	6837	6988	7139	7290
65 0		7441	7592	7743	7894	8045	8196	8347	8498	8649	8800
10		8951	9102	9253	9404	9555	9705	9856	*0007	*0158	*0308
20	9.81	0458	0609	0760	0910	1060	1210	1361	1512	1662	1812
30		1962	2112	2262	2412	2562	2712	2862	3012	3162	3312
40		3462	3612	3762	3912	4062	4211	4361	4511	4661	4810
50		4959	5109	5259	5408	5557	5706	5856	6006	6155	6304
66 0		6453	6603	6752	6901	7050	7199	7348	7497	7646	7795
10		7944	8093	8242	8391	8540	8688	8837	8986	9135	9283
20		9431	9580	9729	9878	*0026	*0174	*0323	*0472	*0620	*0768
30	9.82	0916	1065	1213	1361	1509	1657	1805	1953	2101	2249
40		2397	2545	2693	2841	2989	3136	3284	3432	3580	3728
50		3875	4023	4171	4319	4466	4613	4761	4909	5056	5203
67 0		5350	5498	5645	5792	5939	6086	6234	6381	6528	6675
10		6822	6969	7116	7263	7410	7556	7703	7850	7997	8144
20		8290	8437	8584	8731	8877	9023	9170	9317	9464	9610
30		9756	9903	*0049	*0195	*0341	*0487	*0634	*0780	*0926	*1072
40	9.83	1218	1364	1510	1656	1802	1948	2094	2240	2386	2532
50		2677	2823	2969	3115	3260	3405	3551	3697	3843	3988
68 0		4133	4279	4425	4570	4715	4860	5006	5151	5296	5441
10		5586	5731	5876	6021	6166	6311	6456	6601	6746	6891
20		7035	7180	7325	7470	7614	7758	7903	8048	8193	8337
30		8481	8626	8771	8915	9059	9203	9348	9492	9636	9780
40		9924	*0069	*0213	*0357	*0501	*0645	*0789	*0933	*1077	*1221
50	9.84	1365	1509	1653	1797	1941	2084	2228	2372	2516	2659
69 0		2802	2946	3089	3232	3376	3519	3662	3805	3949	4092
10		4235	4378	4522	4665	4808	4951	5094	5237	5380	5523
20		5666	5809	5952	6095	6238	6381	6524	6667	6809	6952
30		7094	7237	7379	7522	7664	7806	7948	8091	8233	8376
40		8518	8661	8803	8945	9087	9229	9371	9513	9655	9797
50		9939	*0081	*0223	*0365	*0507	*0649	*0791	*0933	*1075	*1217
70 0	9.85	1358	1500	1641	1783	1924	2066	2207	2349	2490	2632

	162	160	158
1	16	16	16
2	32	32	32
3	49	48	47
4	65	64	63
5	81	80	79
6	97	96	95
7	113	112	111
8	130	128	126
9	146	144	142

	156	154	152
1	16	15	15
2	31	31	30
3	47	46	46
4	62	62	61
5	78	77	76
6	94	92	91
7	109	108	106
8	125	123	122
9	140	139	137

	150	148	146
1	15	15	15
2	30	30	29
3	45	44	44
4	60	59	58
5	75	74	73
6	90	89	88
7	105	104	102
8	120	118	117
9	135	133	131

	144	142	140
1	14	14	14
2	29	28	28
3	43	43	42
4	58	57	56
5	72	71	70
6	86	85	84
7	101	99	98
8	115	114	112
9	130	128	126

$$\text{Log } \frac{r}{a}$$

E		0′	1′	2′	3′	4′	5′	6′	7′	8′	9′
70° 0′	9.85	1358	1500	1641	1783	1924	2066	2207	2349	2490	2632
10		2773	2914	3055	3197	3338	3479	3620	3761	3902	4043
20		4184	4325	4466	4607	4748	4889	5030	5171	5312	5453
30		5594	5735	5875	6016	6156	6297	6437	6578	6718	6859
40		6999	7140	7280	7420	7560	7701	7841	7981	8121	8261
50		8401	8541	8681	8822	8962	9102	9242	9382	9522	9662
71 0		9802	9941	*0081	*0221	*0360	*0499	*0639	*0779	*0918	*1058
10	9.86	1197	1337	1476	1616	1755	1894	2033	2173	2312	2451
20		2590	2730	2869	3008	3147	3286	3425	3564	3703	3842
30		3981	4120	4259	4397	4536	4674	4813	4952	5091	5229
40		5368	5507	5645	5784	5922	6061	6199	6337	6475	6614
50		6752	6890	7028	7167	7305	7443	7581	7719	7857	7995
72 0		8133	8271	8409	8547	8685	8823	8961	9099	9236	9374
10		9511	9649	9786	9924	*0061	*0199	*0336	*0474	*0611	*0748
20	9.87	0885	1023	1160	1297	1434	1572	1709	1846	1983	2120
30		2257	2394	2531	2668	2805	2941	3078	3215	3352	3489
40		3625	3762	3899	4036	4172	4309	4445	4582	4718	4855
50		4992	5128	5264	5401	5537	5673	5809	5946	6082	6218
73 0		6354	6490	6626	6762	6898	7034	7170	7306	7442	7577
10		7713	7849	7985	8120	8256	8392	8528	8663	8799	8934
20		9070	9205	9341	9476	9612	9747	9882	*0017	*0153	*0288
30	9.88	0423	0558	0693	0828	0963	1098	1233	1368	1503	1638
40		1773	1907	2042	2177	2312	2447	2582	2717	2852	2986
50		3121	3255	3390	3524	3659	3793	3928	4062	4196	4330
74 0		4465	4599	4733	4867	5002	5136	5270	5404	5538	5672
10		5806	5940	6074	6207	6341	6475	6609	6743	6876	7010
20		7144	7277	7411	7544	7678	7811	7945	8078	8212	8345
30		8478	8611	8745	8878	9012	9145	9279	9412	9545	9678
40		9811	9944	*0077	*0210	*0343	*0476	*0609	*0742	*0875	*1007
50	9.89	1140	1273	1406	1539	1671	1803	1936	2068	2201	2334
75 0		2467	2599	2731	2863	2996	3128	3261	3393	3526	3658
10		3790	3922	4054	4186	4318	4450	4582	4714	4846	4978
20		5110	5241	5373	5505	5637	5768	5900	6031	6163	6294
30		6426	6558	6690	6821	6952	7083	7215	7346	7478	7609
40		7741	7872	8003	8134	8265	8396	8527	8658	8790	8921
50		9052	9183	9314	9445	9576	9707	9838	9968	*0099	*0229
76 0	9.90	0360	0490	0621	0752	0883	1013	1143	1273	1404	1535
10		1665	1795	1926	2056	2186	2316	2447	2577	2707	2837
20		2968	3098	3228	3358	3488	3618	3748	3878	4008	4137
30		4267	4397	4527	4656	4786	4916	5046	5175	5305	5434
40		5561	5693	5823	5952	6082	6211	6340	6469	6599	6728
50		6857	6986	7115	7244	7373	7502	7631	7760	7889	8018
77 0		8147	8275	8404	8533	8662	8790	8919	9048	9177	9305
10		9434	9562	9691	9819	9948	*0076	*0205	*0333	*0461	*0589
20	9.91	0718	0846	0974	1102	1231	1359	1487	1615	1743	1871
30		1999	2127	2255	2383	2511	2639	2767	2894	3022	3150
40		3278	3405	3533	3660	3788	3915	4043	4171	4299	4426
50		4553	4680	4808	4935	5063	5190	5318	5445	5572	5699
78 0		5826	5953	6080	6207	6335	6462	6589	6716	6843	6969
10		7096	7223	7350	7476	7603	7729	7856	7982	8109	8236
20		8363	8489	8615	8741	8868	8994	9121	9247	9374	9500
30		9626	9752	9879	*0005	*0131	*0257	*0383	*0509	*0635	*0761
40	9.92	0887	1013	1139	1265	1391	1516	1642	1768	1894	2019
50		2145	2271	2397	2522	2648	2773	2899	3024	3150	3275
79 0		3401	3526	3651	3776	3902	4027	4152	4278	4403	4528
10		4653	4778	4903	5028	5153	5278	5403	5527	5652	5777
20		5902	6026	6151	6276	6401	6525	6650	6774	6899	7023
30		7148	7272	7397	7521	7645	7769	7894	8018	8143	8267
40		8392	8516	8640	8764	8888	9012	9136	9260	9384	9508
50		9632	9756	9880	*0004	*0128	*0252	*0376	*0499	*0623	*0746
80 0	9.93	0870	0993	1117	1241	1365	1488	1611	1734	1858	1981

	142	140	138
1	14	14	14
2	28	28	28
3	43	42	41
4	57	56	55
5	71	70	69
6	85	84	83
7	99	98	97
8	114	112	110
9	128	126	124

	136	134	132
1	14	13	13
2	27	27	26
3	41	40	40
4	54	54	53
5	68	67	66
6	82	80	79
7	95	94	92
8	109	107	106
9	122	121	119

	130	128	126
1	13	13	13
2	26	26	25
3	39	38	38
4	52	51	50
5	65	64	63
6	78	77	76
7	91	90	88
8	104	102	101
9	117	115	118

	124	122
1	12	12
2	25	24
3	37	37
4	50	49
5	62	61
6	74	73
7	87	85
8	99	98
9	112	110

Log $\frac{r}{a}$

E		0′	1′	2′	3′	4′	5′	6′	7′	8′	9′
80°	0′	9.93 0870	0993	1117	1241	1365	1488	1611	1734	1858	1981
	10	2105	2228	2352	2475	2598	2721	2844	2967	3090	3213
	20	3337	3460	3583	3706	3829	3952	4075	4198	4321	4443
	30	4566	4688	4811	4933	5056	5179	5302	5424	5547	5669
	40	5792	5914	6037	6159	6282	6404	6526	6648	6771	6893
	50	7015	7137	7260	7382	7504	7626	7748	7870	7992	8114
81	0	8236	8357	8479	8601	8723	8844	8966	9088	9210	9331
	10	9453	9574	9696	9817	9939	*0061	*0183	*0304	*0425	*0546
	20	9.94 0668	0789	0910	1031	1153	1274	1395	1516	1637	1758
	30	1879	2000	2122	2243	2363	2484	2605	2726	2847	2968
	40	3089	3209	3330	3450	3571	3691	3812	3933	4054	4174
	50	4294	4414	4535	4655	4776	4896	5017	5137	5257	5377
82	0	5498	5618	5738	5858	5979	6098	6218	6338	6458	6578
	10	6698	6818	6938	7057	7177	7297	7417	7536	7656	7776
	20	7896	8015	8135	8254	8374	8493	8613	8732	8852	8971
	30	9090	9209	9329	9448	9568	9687	9807	9926	*0045	*0164
	40	9.95 0283	0402	0521	0640	0759	0877	0996	1115	1234	1353
	50	1472	1591	1710	1828	1947	2065	2184	2302	2421	2540
83	0	2659	2777	2895	3013	3132	3250	3369	3487	3606	3724
	10	3842	3960	4078	4196	4314	4432	4551	4669	4787	4905
	20	5023	5141	5259	5377	5495	5612	5730	5848	5966	6083
	30	6201	6319	6437	6554	6672	6789	6907	7024	7142	7259
	40	7377	7494	7611	7728	7845	7962	8079	8196	8313	8430
	50	8547	8664	8781	8898	9014	9133	9250	9367	9484	9601
84	0	9718	9835	9952	*0068	*0185	*0302	*0419	*0536	*0652	*0769
	10	9.96 0886	1002	1118	1235	1351	1467	1583	1700	1816	1933
	20	2049	2165	2281	2397	2513	2629	2745	2861	2978	3094
	30	3210	3326	3442	3557	3673	3789	3905	4021	4137	4253
	40	4360	4484	4600	4715	4831	4946	5062	5177	5293	5408
	50	5524	5639	5754	5870	5985	6100	6215	6331	6446	6562
85	0	6677	6792	6907	7022	7137	7252	7367	7482	7597	7712
	10	7827	7942	8057	8171	8286	8401	8516	8631	8745	8860
	20	8975	9089	9204	9318	9433	9547	9662	9776	0891	*0005
	30	9.97 0120	0234	0348	0463	0577	0691	0805	0919	1034	1148
	40	1262	1376	1490	1604	1718	1832	1946	2060	2173	2287
	50	2401	2515	2628	2742	2855	2969	3083	3196	3310	3423
86	0	3537	3650	3764	3878	3991	4104	4217	4331	4444	4558
	10	4671	4784	4897	5010	5123	5236	5349	5462	5576	5689
	20	5802	5915	6028	6140	6253	6366	6479	6592	6704	6817
	30	6930	7043	7155	7268	7380	7493	7606	7718	7831	7943
	40	8056	8168	8280	8393	8505	8617	8729	8841	8954	9066
	50	9178	9290	9402	9514	9626	9738	9850	9962	*0074	*0186
87	0	9.98 0298	0410	0521	0632	0744	0856	0968	1080	1191	1303
	10	1415	1526	1638	1749	1861	1972	2084	2195	2307	2419
	20	2530	2641	2752	2864	2975	3086	3197	3308	3420	3531
	30	3642	3753	3864	3974	4085	4196	4307	4418	4529	4640
	40	4751	4862	4973	5083	5193	5304	5415	5525	5636	5747
	50	5858	5968	6079	6189	6300	6410	6520	6631	6741	6852
88	0	6962	7072	7182	7292	7402	7512	7622	7732	7843	7953
	10	8063	8173	8283	8393	8502	8612	8722	8832	8942	9052
	20	9162	9272	9381	9491	9600	9710	9820	9929	*0039	*0148
	30	9.99 0258	0367	0476	0586	0695	0804	0913	1023	1132	1242
	40	1351	1460	1569	1678	1787	1896	2005	2114	2223	2332
	50	2441	2550	2659	2768	2877	2986	3095	3204	3312	3420
89	0	3529	3637	3746	3855	3964	4072	4180	4289	4398	4507
	10	4615	4723	4831	4939	5047	5156	5264	5372	5481	5589
	20	5697	5805	5913	6021	6129	6237	6345	6453	6561	6669
	30	6777	6885	6993	7100	7208	7316	7424	7532	7640	7747
	40	7854	7961	8069	8176	8284	8391	8498	8606	8713	8821
	50	8928	9035	9142	9250	9357	9464	9571	9678	9786	9893
90	0	0.00 0000	0107	0214	0321	0428	0535	0642	0749	0855	0962

	124	122	120
1	12	12	12
2	25	24	24
3	37	37	36
4	50	49	48
5	62	61	60
6	74	73	72
7	87	85	84
8	99	98	96
9	112	110	108

	118	116	114
1	12	12	11
2	24	23	23
3	35	35	34
4	47	46	46
5	59	58	57
6	71	70	68
7	83	81	80
8	94	93	91
9	106	104	103

	112	110
1	11	11
2	22	22
3	34	33
4	45	44
5	56	55
6	67	66
7	78	77
8	90	88
9	101	99

	108	106
1	11	11
2	22	21
3	32	32
4	43	42
5	54	53
6	65	64
7	76	74
8	86	85
9	97	95

$$\text{Log } \frac{r}{a}$$

E		0′	1′	2′	3′	4′	5′	6′	7′	8′	9′
90° 0′	0.00	0000	0107	0214	0321	0428	0535	0642	0749	0855	0962
10		1069	1176	1283	1389	1496	1603	1710	1816	1923	2029
20		2136	2242	2349	2455	2562	2668	2774	2881	2987	3094
30		3200	3306	3412	3519	3625	3731	3837	3943	4049	4155
40		4261	4367	4473	4579	4685	4791	4897	5003	5109	5215
50		5320	5426	5531	5637	5742	5848	5954	6059	6165	6270
91 0		6376	6481	6586	6692	6797	6902	7007	7113	7218	7324
10		7429	7534	7639	7745	7850	7955	8060	8165	8270	8375
20		8480	8585	8690	8794	8899	9004	9109	9214	9318	9423
30		9528	9632	9737	9842	9947	*0051	*0155	*0260	*0365	*0470
40	0.01	0574	0678	0783	0887	0992	1096	1200	1304	1409	1513
50		1617	1721	1825	1930	2034	2138	2242	2346	2450	2554
92 0		2658	2762	2866	2969	3073	3177	3281	3385	3488	3592
10		3696	3800	3903	4007	4110	4214	4317	4421	4524	4627
20		4731	4834	4938	5041	5145	5248	5351	5454	5558	5661
30		5764	5867	5970	6073	6176	6279	6382	6485	6588	6691
40		6794	6897	7000	7102	7205	7308	7411	7513	7616	7718
50		7821	7924	8026	8129	8231	8334	8436	8539	8641	8744
93 0		8846	8948	9050	9153	9255	9357	9459	9561	9664	9766
10		9868	9970	*0072	*0174	*0276	*0378	*0480	*0582	*0684	*0786
20	0.02	0888	0990	1091	1193	1295	1397	1499	1600	1702	1803
30		1905	2007	2108	2210	2311	2413	2514	2616	2717	2819
40		2920	3021	3122	3223	3325	3426	3527	3629	3730	3831
50		3932	4033	4134	4235	4336	4437	4538	4639	4740	4841
94 0		4942	5043	5144	5244	5345	5446	5547	5647	5748	5848
10		5949	6050	6150	6251	6351	6452	6552	6653	6753	6854
20		6954	7054	7154	7255	7355	7455	7555	7655	7755	7856
30		7956	8056	8156	8257	8357	8456	8556	8656	8756	8856
40		8955	9055	9155	9255	9355	9454	9554	9654	9753	9852
50		9952	*0052	*0151	*0251	*0350	*0450	*0550	*0649	*0748	*0848
95 0	0.03	0947	1046	1145	1245	1344	1443	1542	1641	1741	1840
10		1939	2038	2137	2236	2335	2434	2533	2632	2730	2829
20		2928	3027	3126	3224	3323	3422	3521	3619	3718	3816
30		3915	4013	4112	4210	4309	4407	4505	4604	4702	4801
40		4899	4997	5095	5194	5292	5390	5488	5586	5685	5783
50		5881	5979	6077	6175	6273	6371	6469	6567	6664	6762
96 0		6860	6957	7055	7153	7250	7348	7446	7543	7641	7738
10		7836	7934	8031	8129	8226	8324	8422	8519	8617	8714
20		8812	8909	9007	9104	9201	9298	9395	9492	9590	9686
30		9783	9880	9977	*0074	*0171	*0268	*0365	*0462	*0559	*0656
40	0.04	0753	0849	0946	1043	1140	1237	1333	1430	1527	1623
50		1720	1817	1913	2010	2106	2203	2299	2396	2492	2588
97 0		2685	2781	2877	2973	3070	3166	3262	3358	3454	3550
10		3646	3742	3838	3934	4030	4126	4222	4318	4414	4510
20		4605	4701	4797	4892	4988	5084	5180	5275	5371	5467
30		5562	5658	5754	5849	5944	6040	6135	6231	6326	6422
40		6517	6612	6708	6803	6898	6993	7089	7184	7279	7374
50		7469	7564	7659	7754	7849	7944	8039	8134	8229	8324
98 0		8419	8513	8608	8703	8798	8893	8987	9082	9177	9271
10		9366	9461	9555	9649	9744	9838	9932	*0027	*0121	*0215
20	0.05	0310	0404	0498	0593	0687	0781	0876	0970	1064	1158
30		1252	1346	1440	1534	1628	1722	1817	1910	2004	2098
40		2192	2286	2380	2473	2567	2661	2755	2848	2942	3036
50		3129	3223	3317	3410	3503	3597	3690	3784	3877	3971
99 0		4064	4157	4251	4344	4437	4531	4624	4717	4811	4904
10		4997	5090	5183	5276	5369	5462	5555	5648	5741	5834
20		5927	6019	6112	6205	6298	6391	6483	6576	6669	6761
30		6854	6947	7039	7132	7224	7317	7409	7502	7594	7687
40		7779	7871	7964	8056	8148	8240	8333	8425	8517	8609
50		8701	8793	8886	8978	9070	9162	9254	9346	9438	9530
100 0	0.05	9622	9713	9805	9897	9989	*0081	*0173	*0264	*0356	*0448

	108	106	104
1	11	11	10
2	22	21	21
3	32	32	31
4	43	42	42
5	54	53	52
6	65	64	62
7	76	74	73
8	86	85	83
9	97	95	94

	102	100	98
1	10	10	10
2	20	20	20
3	31	30	29
4	41	40	39
5	51	50	49
6	61	60	59
7	71	70	69
8	82	80	78
9	92	90	88

	96	94	92
1	10	9	9
2	19	19	18
3	29	28	28
4	38	38	37
5	48	47	46
6	58	56	55
7	67	66	64
8	77	75	74
9	86	85	83

Log $\frac{r}{a}$

E		0′	1′	2′	3′	4′	5′	6′	7′	8′	9′
100° 0′	0.05	9622	9713	9805	9897	9989	*0081	*0173	*0264	*0356	*0448
10	0.06	0540	0631	0723	0815	0906	0998	1089	1181	1272	1364
20		1455	1547	1638	1729	1821	1912	2003	2095	2186	2277
30		2368	2459	2551	2642	2733	2824	2915	3006	3097	3188
40		3279	3370	3461	3552	3643	3734	3825	3916	4006	4097
50		4188	4278	4369	4460	4550	4641	4731	4822	4912	5003
101 0		5094	5184	5274	5365	5455	5545	5636	5726	5816	5906
10		5997	6087	6177	6267	6357	6447	6538	6627	6717	6807
20		6897	6987	7077	7167	7257	7347	7437	7526	7616	7706
30		7796	7886	7976	8065	8155	8245	8334	8424	8513	8603
40		8692	8782	8871	8961	9050	9140	9229	9318	9408	9497
50		9586	9675	9764	9853	9943	*0032	*0121	*0210	*0299	*0388
102 0	0.07	0477	0566	0655	0744	0833	0921	1010	1099	1188	1277
10		1366	1455	1544	1633	1722	1810	1899	1988	2076	2165
20		2254	2342	2430	2518	2607	2696	2784	2873	2961	3049
30		3138	3226	3314	3403	3491	3579	3668	3756	3844	3932
40		4020	4108	4196	4284	4372	4460	4548	4636	4724	4812
50		4900	4988	5076	5163	5251	5339	5426	5514	5602	5689
103 0		5777	5865	5952	6040	6127	6215	6302	6390	6478	6565
10		6652	6740	6827	6914	7002	7089	7176	7263	7350	7437
20		7525	7612	7699	7786	7873	7960	8047	8134	8221	8307
30		8394	8481	8568	8655	8742	8828	8915	9002	9089	9176
40		9263	9349	9436	9523	9609	9696	9782	9869	9955	*0042
50	0.08	0128	0215	0301	0388	0474	0560	0647	0733	0819	0905
104 0		0991	1077	1164	1250	1336	1422	1508	1594	1680	1766
10		1852	1938	2024	2110	2196	2281	2367	2453	2539	2624
20		2710	2796	2882	2967	3053	3139	3224	3310	3396	3481
30		3567	3652	3738	3823	3908	3994	4079	4164	4250	4335
40		4420	4506	4591	4676	4762	4847	4932	5017	5102	5187
50		5272	5357	5442	5527	5612	5697	5782	5867	5952	6037
105 0		6122	6206	6291	6376	6460	6545	6630	6714	6799	6884
10		6968	7053	7137	7222	7306	7391	7476	7560	7644	7729
20		7813	7897	7982	8066	8150	8234	8319	8403	8487	8571
30		8656	8740	8824	8908	8992	9076	9160	9244	9328	9412
40		9496	9580	9664	9747	9831	9915	9999	*0083	*0167	*0250
50	0.09	0334	0418	0501	0585	0668	0752	0835	0919	1002	1086
106 0		1169	1253	1336	1419	1503	1586	1669	1752	1835	1918
10		2002	2085	2168	2251	2334	2417	2500	2583	2666	2749
20		2833	2915	2998	3081	3164	3247	3330	3412	3495	3578
30		3661	3743	3826	3909	3992	4074	4157	4240	4322	4405
40		4487	4570	4652	4735	4817	4899	4982	5064	5146	5229
50		5311	5393	5476	5558	5640	5722	5804	5886	5968	6050
107 0		6132	6214	6296	6378	6460	6542	6624	6706	6788	6870
10		6952	7033	7115	7197	7279	7360	7442	7521	7605	7687
20		7769	7850	7932	8014	8095	8177	8258	8339	8421	8502
30		8583	8665	8746	8827	8909	8990	9071	9153	9234	9315
40		9397	9478	9559	9640	9721	9802	9883	9964	*0045	*0126
50	0.10	0207	0288	0369	0449	0530	0611	0692	0773	0853	0934
108 0		1015	1096	1176	1257	1337	1418	1498	1579	1659	1740
10		1820	1901	1981	2061	2142	2222	2302	2382	2463	2543
20		2623	2703	2784	2864	2944	3024	3105	3185	3265	3345
30		3425	3505	3585	3665	3745	3825	3905	3985	4065	4144
40		4224	4304	4384	4464	4544	4623	4703	4783	4862	4942
50		5021	5101	5180	5260	5339	5419	5498	5578	5657	5736
109 0		5816	5895	5974	6053	6132	6211	6291	6370	6449	6528
10		6607	6686	6766	6845	6924	7003	7082	7161	7240	7319
20		7398	7476	7555	7634	7713	7792	7871	7949	8028	8107
30		8186	8264	8343	8422	8500	8579	8657	8736	8814	8893
40		8971	9050	9128	9207	9285	9364	9442	9520	9599	9677
50		9755	9833	9911	9989	*0068	*0146	*0224	*0302	*0380	*0458
110 0	0.11	0536	0614	0692	0770	0848	0925	1003	1081	1158	1236

	92	90	88
1	9	9	9
2	18	18	18
3	28	27	26
4	37	36	35
5	46	45	44
6	55	54	53
7	64	63	62
8	74	72	70
9	83	81	79

	86	84	82
1	9	8	8
2	17	17	16
3	26	25	25
4	34	34	33
5	43	42	41
6	52	50	49
7	60	59	57
8	69	67	66
9	77	76	74

	80	78	76
1	8	8	8
2	16	16	15
3	24	23	23
4	32	31	30
5	40	39	38
6	48	47	46
7	56	55	53
8	64	62	61
9	72	70	68

Log $\frac{r}{a}$

E		0′	1′	2′	3′	4′	5′	6′	7′	8′	9′
110° 0′	0.11	0536	0614	0692	0770	0848	0925	1003	1081	1158	1236
10		1314	1391	1469	1547	1625	1702	1780	1858	1935	2013
20		2091	2168	2245	2323	2400	2478	2555	2633	2710	2788
30		2865	2942	3020	3097	3174	3252	3329	3406	3483	3560
40		3638	3715	3792	3869	3946	4023	4100	4177	4254	4330
50		4407	4484	4561	4638	4714	4791	4868	4944	5021	5098
111 0		5175	5252	5328	5405	5481	5558	5634	5711	5787	5864
10		5940	6016	6093	6169	6246	6322	6398	6474	6551	6628
20		6704	6780	6856	6933	7009	7085	7161	7237	7313	7389
30		7465	7541	7617	7693	7769	7845	7921	7997	8072	8148
40		8224	8300	8375	8451	8526	8602	8678	8753	8829	8904
50		8980	9056	9131	9207	9282	9358	9433	9509	9584	9660
112 0		9735	9810	9885	9961	*0036	*0111	*0186	*0261	*0337	*0412
10	0.12	0487	0562	0637	0713	0788	0863	0938	1013	1088	1163
20		1238	1313	1388	1462	1537	1612	1687	1762	1836	1911
30		1986	2061	2135	2210	2284	2359	2433	2508	2582	2657
40		2731	2805	2880	2954	3029	3103	3177	3251	3326	3400
50		3474	3548	3622	3697	3771	3845	3919	3993	4068	4142
113 0		4216	4290	4364	4438	4512	4586	4660	4734	4808	4882
10		4956	5030	5104	5177	5251	5325	5399	5472	5546	5619
20		5693	5766	5840	5913	5987	6060	6133	6207	6280	6354
30		6427	6500	6574	6647	6721	6794	6867	6940	7014	7087
40		7160	7233	7306	7379	7452	7525	7598	7671	7744	7817
50		7890	7963	8036	8109	8182	8255	8328	8401	8473	8546
114 0		8619	8692	8764	8837	8909	8982	9055	9127	9200	9272
10		9345	9418	9490	9563	9635	9708	9780	9853	9925	9998
20	0.13	0070	0142	0214	0287	0359	0431	0503	0575	0648	0720
30		0792	0864	0936	1008	1080	1152	1224	1296	1367	1439
40		1511	1583	1655	1726	1798	1870	1942	2013	2085	2156
50		2228	2300	2371	2443	2514	2586	2658	2729	2801	2872
115 0		2944	3015	3087	3158	3230	3301	3372	3443	3515	3586
10		3657	3728	3799	3871	3942	4013	4084	4155	4227	4298
20		4369	4440	4511	4582	4653	4724	4795	4866	4936	5007
30		5078	5149	5220	5290	5361	5432	5503	5573	5644	5714
40		5785	5855	5926	5996	6067	6137	6207	6278	6348	6419
50		6489	6559	6630	6700	6770	6841	6911	6981	7052	7122
116 0		7192	7262	7332	7402	7472	7542	7612	7682	7752	7822
10		7892	7962	8032	8102	8172	8242	8312	8382	8451	8521
20		8591	8661	8730	8800	8869	8939	9009	9078	9148	9217
30		9287	9357	9426	9496	9565	9635	9704	9774	9843	9913
40		9982	*0051	*0120	*0190	*0259	*0328	*0397	*0466	*0536	*0605
50	0.14	0674	0743	0812	0881	0950	1019	1088	1157	1226	1295
117 0		1364	1433	1502	1570	1639	1708	1777	1845	1914	1982
10		2051	2120	2188	2257	2325	2394	2463	2531	2600	2668
20		2737	2805	2874	2942	3011	3079	3147	3215	3284	3352
30		3420	3488	3556	3625	3693	3761	3829	3897	3966	4034
40		4102	4170	4238	4306	4374	4442	4510	4578	4645	4713
50		4781	4849	4917	4984	5052	5120	5188	5256	5323	5391
118 0		5459	5527	5594	5662	5729	5797	5864	5932	5999	6067
10		6134	6201	6269	6336	6404	6471	6538	6605	6673	6740
20		6807	6874	6941	7009	7076	7143	7210	7277	7344	7411
30		7478	7545	7612	7679	7746	7813	7880	7947	8013	8080
40		8147	8214	8281	8347	8414	8481	8548	8614	8681	8747
50		8814	8881	8947	9014	9080	9147	9213	9280	9346	9413
119 0		9479	9545	9611	9678	9744	9810	9876	9942	*0009	*0075
10	0.15	0141	0207	0273	0340	0406	0472	0538	0604	0670	0736
20		0802	0868	0934	0999	1065	1131	1197	1263	1328	1394
30		1460	1526	1592	1657	1723	1789	1855	1920	1986	2051
40		2117	2182	2248	2313	2379	2444	2509	2575	2640	2706
50		2771	2836	2901	2967	3032	3097	3162	3227	3293	3358
120 0	0.15	3423	3488	3553	3618	3683	3748	3813	3878	3943	4008

	78	76	74
1	8	8	7
2	16	15	15
3	23	23	22
4	31	30	30
5	39	38	37
6	47	46	44
7	55	53	52
8	62	61	59
9	70	68	67

	72	70	68
1	7	7	7
2	14	14	14
3	22	21	20
4	29	28	27
5	36	35	34
6	43	42	41
7	50	49	48
8	58	56	54
9	65	63	61

	66	64
1	7	6
2	13	13
3	20	19
4	26	26
5	33	32
6	40	38
7	46	45
8	53	51
9	59	58

$\log \frac{r}{a}$

E		0′	1′	2′	3′	4′	5′	6′	7′	8′	9′
120° 0′	0.15	3423	3488	3553	3618	3683	3748	3813	3878	3943	4008
10		4073	4138	4203	4267	4332	4397	4462	4527	4591	4656
20		4721	4786	4850	4915	4979	5044	5109	5173	5238	5302
30		5367	5431	5496	5560	5625	5689	5753	5818	5882	5947
40		6011	6075	6139	6204	6268	6332	6396	6460	6525	6589
50		6653	6717	6781	6845	6909	6973	7037	7101	7165	7229
121 0		7293	7357	7421	7484	7548	7612	7676	7740	7803	7867
10		7931	7995	8058	8122	8185	8249	8313	8376	8440	8503
20		8567	8630	8694	8757	8821	8884	8947	9010	9074	9137
30		9200	9263	9326	9390	9453	9516	9579	9642	9706	9769
40		9832	9895	9958	*0021	*0084	*0147	*0210	*0273	*0335	*0398
50	0.16	0461	0524	0587	0649	0712	0775	0838	0901	0963	1026
122 0		1089	1152	1214	1277	1339	1402	1464	1527	1589	1652
10		1714	1776	1839	1901	1964	2026	2088	2151	2213	2276
20		2338	2400	2462	2525	2587	2649	2711	2773	2836	2898
30		2960	3022	3084	3146	3208	3270	3332	3394	3455	3517
40		3579	3641	3703	3764	3826	3888	3950	4011	4073	4134
50		4196	4258	4319	4381	4442	4504	4566	4627	4689	4750
123 0		4812	4873	4935	4996	5058	5119	5180	5241	5303	5364
10		5425	5486	5547	5609	5670	5731	5792	5853	5914	5975
20		6036	6097	6158	6219	6280	6341	6402	6463	6523	6584
30		6645	6706	6767	6827	6888	6949	7010	7071	7131	7192
40		7253	7314	7374	7435	7495	7556	7616	7677	7737	7798
50		7858	7918	7979	8039	8100	8160	8220	8280	8341	8401
124 0		8461	8521	8581	8642	8702	8762	8822	8882	8942	9002
10		9062	9122	9182	9242	9302	9362	9422	9482	9541	9601
20		9661	9721	9781	9840	9900	9960	*0020	*0079	*0139	*0198
30	0.17	0258	0318	0377	0437	0496	0556	0616	0675	0735	0794
40		0854	0913	0973	1032	1092	1151	1210	1269	1329	1388
50		1447	1506	1565	1625	1684	1743	1802	1861	1920	1979
125 0		2038	2097	2156	2214	2273	2332	2391	2450	2508	2567
10		2626	2685	2744	2802	2861	2920	2979	3038	3096	3155
20		3214	3273	3331	3390	3448	3507	3565	3624	3682	3741
30		3799	3857	3916	3974	4033	4091	4149	4208	4266	4325
40		4383	4441	4499	4558	4616	4674	4732	4790	4848	4906
50		4964	5022	5080	5138	5196	5254	5312	5370	5427	5485
126 0		5543	5601	5659	5716	5774	5832	5890	5947	6005	6062
10		6120	6178	6235	6293	6350	6408	6465	6523	6580	6638
20		6695	6752	6810	6867	6925	6982	7039	7096	7154	7211
30		7268	7325	7382	7440	7497	7554	7611	7668	7726	7783
40		7840	7897	7954	8011	8068	8125	8182	8239	8295	8352
50		8409	8466	8523	8579	8636	8693	8750	8806	8863	8919
127 0		8976	9033	9089	9146	9202	9259	9315	9372	9428	9485
10		9541	9597	9654	9710	9767	9823	9879	9935	9992	*0048
20	0.18	0104	0160	0216	0273	0329	0385	0441	0497	0553	0609
30		0665	0721	0777	0833	0889	0945	1001	1057	1113	1169
40		1225	1281	1337	1392	1448	1504	1560	1615	1671	1726
50		1782	1838	1893	1949	2004	2060	2116	2171	2227	2282
128 0		2338	2393	2448	2504	2560	2615	2670	2725	2781	2836
10		2891	2946	3001	3056	3112	3167	3222	3277	3333	3388
20		3443	3498	3553	3608	3663	3718	3773	3828	3882	3937
30		3992	4047	4102	4156	4211	4266	4321	4375	4430	4484
40		4539	4594	4648	4703	4757	4812	4867	4921	4976	5030
50		5085	5139	5194	5248	5303	5357	5411	5466	5520	5575
129 0		5629	5683	5737	5792	5846	5900	5954	6008	6062	6116
10		6170	6224	6278	6332	6386	6440	6494	6548	6602	6656
20		6710	6764	6818	6871	6925	6979	7033	7087	7140	7194
30		7248	7302	7355	7409	7462	7516	7570	7623	7677	7730
40		7784	7837	7891	7944	7998	8051	8104	8157	8211	8264
50		8317	8370	8423	8477	8530	8583	8636	8689	8743	8796
130 0	0.18	8849	8902	8955	9008	9061	9114	9167	9220	9273	9326

	66	64	62
1	7	6	6
2	13	13	12
3	20	19	19
4	26	26	25
5	33	32	31
6	40	38	37
7	46	45	43
8	53	51	50
9	59	58	56

	60	58	56
1	6	6	6
2	12	12	11
3	18	17	17
4	24	23	22
5	30	29	28
6	36	35	34
7	42	41	39
8	48	46	45
9	54	52	50

	54	52
1	5	5
2	11	10
3	16	16
4	22	21
5	27	26
6	32	31
7	38	36
8	43	42
9	49	47

$$\text{Log } \frac{r}{a}$$

E		0′	1′	2′	3′	4′	5′	6′	7′	8′	9′
130° 0′	0.18	8840	8902	8955	9008	9061	9114	9167	9220	9273	9326
10		9379	9432	9485	9537	9590	9643	9696	9749	9802	9854
20		9907	9960	*0012	*0065	*0118	*0170	*0223	*0276	*0328	*0381
30	0.19	0433	0486	0538	0591	0643	0695	0748	0800	0852	0905
40		0957	1009	1062	1114	1166	1218	1271	1323	1375	1427
50		1479	1531	1583	1635	1687	1739	1792	1843	1895	1947
131 0		1999	2051	2103	2155	2207	2259	2311	2362	2414	2466
10		2518	2569	2621	2673	2724	2776	2828	2879	2931	2983
20		3034	3086	3137	3189	3240	3292	3343	3394	3446	3497
30		3548	3600	3651	3702	3754	3805	3856	3907	3958	4009
40		4061	4112	4163	4214	4265	4316	4367	4418	4469	4520
50		4571	4622	4673	4724	4775	4826	4877	4927	4978	5029
132 0		5080	5131	5182	5232	5283	5334	5385	5435	5486	5537
10		5587	5638	5689	5739	5790	5841	5891	5942	5992	6042
20		6093	6143	6193	6244	6294	6344	6395	6445	6495	6545
30		6595	6645	6696	6746	6796	6846	6896	6946	6996	7046
40		7096	7146	7196	7246	7296	7345	7395	7445	7495	7545
50		7595	7644	7694	7744	7794	7843	7893	7943	7992	8042
133 0		8092	8142	8191	8241	8290	8340	8389	8439	8488	8538
10		8587	8637	8686	8735	8785	8834	8883	8933	8982	9031
20		9081	9130	9179	9228	9277	9326	9376	9425	9474	9523
30		9572	9621	9670	9719	9768	9817	9866	9915	9964	*0013
40	0.20	0062	0110	0159	0208	0257	0306	0355	0403	0452	0501
50		0549	0598	0647	0695	0744	0793	0841	0890	0938	0987
134 0		1035	1084	1132	1180	1229	1277	1325	1374	1422	1470
10		1519	1567	1615	1663	1712	1760	1808	1856	1904	1952
20		2000	2048	2096	2144	2193	2240	2288	2336	2384	2432
30		2480	2528	2576	2624	2672	2719	2767	2815	2863	2911
40		2959	3006	3054	3102	3149	3197	3245	3292	3340	3388
50		3435	3483	3530	3578	3625	3673	3720	3768	3815	3862
135 0		3910	3957	4005	4052	4099	4146	4193	4240	4288	4335
10		4382	4429	4476	4523	4570	4617	4664	4711	4758	4805
20		4852	4899	4946	4993	5040	5086	5133	5180	5227	5274
30		5321	5367	5414	5461	5508	5554	5601	5648	5694	5741
40		5787	5834	5880	5927	5974	6020	6066	6113	6159	6206
50		6252	6299	6345	6391	6438	6484	6530	6576	6623	6669
136 0		6715	6761	6807	6853	6900	6946	6992	7038	7084	7130
10		7176	7222	7268	7314	7360	7406	7452	7498	7544	7590
20		7636	7681	7727	7773	7819	7865	7911	7956	8002	8048
30		8093	8139	8185	8230	8276	8322	8367	8413	8458	8504
40		8549	8595	8640	8685	8731	8776	8821	8867	8912	8957
50		9003	9048	9093	9138	9184	9229	9274	9319	9364	9409
137 0		9454	9499	9544	9589	9634	9679	9724	9769	9814	9858
10		9903	9948	9993	*0038	*0083	*0127	*0172	*0217	*0262	*0306
20	0.21	0351	0396	0440	0485	0530	0574	0619	0664	0708	0753
30		0797	0842	0886	0931	0975	1020	1064	1109	1153	1197
40		1242	1286	1330	1375	1419	1463	1508	1552	1596	1640
50		1684	1728	1773	1817	1861	1905	1949	1993	2037	2081
138 0		2125	2169	2213	2257	2301	2344	2388	2432	2476	2520
10		2564	2607	2651	2695	2739	2782	2826	2870	2913	2957
20		3000	3044	3087	3131	3175	3218	3261	3305	3348	3392
30		3435	3479	3522	3565	3609	3652	3695	3738	3782	3825
40		3868	3911	3954	3997	4041	4084	4127	4170	4213	4256
50		4299	4342	4385	4428	4471	4514	4557	4599	4642	4685
139 0		4728	4771	4814	4856	4899	4942	4985	5027	5070	5113
10		5155	5198	5241	5283	5326	5369	5411	5454	5496	5539
20		5581	5624	5666	5709	5751	5794	5836	5878	5921	5963
30		6005	6048	6090	6132	6175	6217	6259	6301	6343	6385
40		6427	6469	6511	6553	6595	6637	6679	6721	6763	6805
50		6847	6889	6931	6973	7015	7056	7098	7140	7182	7223
140 0	0.21	7265	7307	7348	7390	7432	7473	7515	7557	7598	7640

	54	52	50
1	5	5	5
2	11	10	10
3	16	16	15
4	22	21	20
5	27	26	25
6	32	31	30
7	38	36	35
8	43	42	40
9	49	47	45

	48	46	44
1	5	5	4
2	10	9	9
3	14	14	13
4	19	18	18
5	24	23	22
6	29	28	26
7	34	32	31
8	38	37	35
9	43	41	40

	42	40
1	4	4
2	8	8
3	13	12
4	17	16
5	21	20
6	25	24
7	29	28
8	34	32
9	38	36

$\log \frac{r}{a}$

E		0′	1′	2′	3′	4′	5′	6′	7′	8′	9′
140° 0′	0.21	7265	7307	7348	7390	7432	7473	7515	7557	7598	7640
10		7681	7723	7764	7806	7847	7889	7930	7972	8013	8054
20		8096	8137	8178	8220	8261	8302	8344	8385	8426	8467
30		8509	8550	8591	8632	8673	8714	8755	8796	8837	8878
40		8919	8960	9001	9042	9083	9124	9165	9206	9247	9288
50		9329	9369	9410	9451	9492	9532	9573	9614	9654	9695
141 0		9736	9776	9817	9858	9898	9939	9979	*0020	*0060	*0101
10	0.22	0141	0182	0222	0263	0303	0343	0384	0424	0464	0505
20		0545	0585	0625	0666	0706	0746	0786	0826	0866	0906
30		0946	0986	1026	1066	1106	1146	1186	1226	1266	1306
40		1346	1385	1425	1465	1505	1545	1585	1624	1664	1704
50		1744	1783	1823	1863	1902	1942	1982	2021	2061	2101
142 0		2140	2180	2219	2259	2298	2338	2377	2417	2456	2495
10		2535	2574	2613	2652	2692	2731	2770	2809	2848	2888
20		2927	2966	3005	3044	3083	3122	3161	3200	3239	3278
30		3317	3356	3395	3434	3473	3512	3551	3589	3628	3667
40		3706	3745	3784	3822	3861	3900	3939	3977	4016	4055
50		4093	4132	4171	4209	4248	4287	4325	4364	4402	4440
143 0		4479	4517	4555	4594	4632	4670	4709	4747	4785	4823
10		4862	4900	4938	4976	5014	5052	5091	5129	5167	5205
20		5243	5281	5319	5357	5395	5433	5471	5509	5547	5585
30		5623	5661	5699	5737	5774	5812	5850	5888	5926	5963
40		6001	6039	6077	6114	6152	6189	6227	6265	6302	6340
50		6377	6415	6452	6490	6527	6564	6602	6639	6676	6713
144 0		6751	6788	6826	6863	6900	6937	6975	7012	7049	7086
10		7123	7160	7198	7235	7272	7309	7346	7383	7420	7457
20		7494	7531	7567	7604	7641	7678	7715	7752	7789	7825
30		7862	7899	7936	7973	8009	8046	8083	8119	8156	8193
40		8229	8266	8302	8339	8376	8412	8449	8486	8522	8559
50		8595	8631	8668	8704	8740	8777	8813	8849	8886	8922
145 0		8958	8994	9031	9067	9103	9139	9175	9212	9248	9284
10		9320	9356	9392	9428	9464	9500	9536	9572	9608	9644
20		9680	9716	9752	9787	9823	9859	9895	9930	9966	*0002
30	0.23	0037	0073	0109	0144	0180	0216	0251	0287	0322	0358
40		0393	0429	0464	0500	0535	0571	0606	0641	0677	0712
50		0747	0783	0818	0853	0889	0924	0959	0995	1030	1065
146 0		1100	1135	1170	1205	1241	1276	1311	1346	1381	1416
10		1451	1486	1521	1555	1590	1625	1660	1695	1730	1765
20		1800	1834	1869	1904	1939	1974	2008	2043	2078	2112
30		2147	2182	2216	2251	2285	2320	2354	2389	2423	2458
40		2492	2527	2561	2595	2630	2664	2698	2733	2767	2801
50		2836	2870	2904	2938	2973	3007	3041	3075	3109	3144
147 0		3178	3212	3246	3280	3314	3348	3382	3416	3450	3484
10		3518	3552	3586	3620	3654	3687	3721	3755	3789	3822
20		3856	3890	3923	3957	3991	4024	4058	4092	4125	4159
30		4192	4226	4259	4293	4326	4360	4393	4427	4460	4493
40		4527	4560	4593	4627	4660	4693	4727	4760	4793	4826
50		4860	4893	4926	4959	4992	5026	5059	5092	5125	5158
148 0		5191	5224	5257	5290	5323	5356	5388	5421	5454	5487
10		5520	5553	5586	5619	5651	5684	5717	5750	5782	5815
20		5848	5880	5913	5946	5978	6011	6043	6076	6108	6141
30		6173	6206	6238	6271	6303	6335	6368	6400	6432	6465
40		6497	6530	6562	6594	6626	6658	6691	6723	6755	6787
50		6819	6851	6883	6915	6947	6979	7011	7043	7075	7107
149 0		7139	7171	7203	7235	7267	7299	7331	7362	7394	7426
10		7458	7489	7521	7553	7584	7616	7648	7679	7711	7743
20		7774	7806	7837	7869	7900	7932	7963	7995	8026	8058
30		8089	8120	8152	8183	8214	8246	8277	8308	8340	8371
40		8402	8433	8465	8496	8527	8558	8589	8620	8652	8683
50		8714	8745	8776	8807	8838	8869	8900	8931	8962	8993
150 0	0.23	9024	9055	9086	9116	9147	9178	9209	9239	9270	9300

	42	40	38
1	4	4	4
2	8	8	8
3	13	12	11
4	17	16	15
5	21	20	19
6	25	24	23
7	29	28	27
8	34	32	30
9	38	36	34

	36	34
1	4	3
2	7	7
3	11	10
4	14	14
5	18	17
6	22	20
7	25	24
8	29	27
9	32	31

	32	30
1	3	3
2	6	6
3	10	9
4	13	12
5	16	15
6	19	18
7	22	21
8	26	24
9	29	27

Log $\frac{r}{a}$

E		0′	1′	2′	3′	4′	5′	6′	7′	8′	9′
150°	0′	0.23 9024	9055	9086	9116	9147	9178	9209	9239	9270	9300
	10	9331	9362	9393	9423	9454	9485	9515	9546	9576	9607
	20	9637	9668	9698	9729	9759	9790	9820	9850	9881	9911
	30	9942	9972	*0002	*0032	*0063	*0093	*0123	*0153	*0184	*0214
	40	0.24 0244	0274	0305	0335	0365	0395	0425	0455	0485	0515
	50	0545	0575	0605	0635	0665	0694	0724	0754	0784	0814
151	0	0844	0873	0903	0933	0963	0992	1022	1052	1082	1111
	10	1141	1171	1200	1230	1259	1289	1318	1347	1377	1406
	20	1436	1466	1495	1524	1554	1583	1612	1642	1671	1700
	30	1730	1759	1788	1817	1847	1876	1905	1934	1963	1992
	40	2022	2051	2080	2109	2138	2167	2196	2225	2254	2283
	50	2312	2341	2370	2399	2428	2456	2485	2514	2543	2571
152	0	2600	2629	2658	2686	2715	2744	2773	2801	2830	2858
	10	2887	2916	2944	2973	3001	3030	3058	3087	3115	3143
	20	3172	3200	3229	3257	3285	3313	3342	3370	3398	3426
	30	3455	3483	3511	3539	3568	3596	3624	3652	3680	3708
	40	3736	3764	3792	3820	3848	3876	3904	3932	3960	3988
	50	4016	4044	4072	4100	4128	4155	4183	4211	4239	4266
153	0	4294	4321	4349	4377	4404	4432	4459	4487	4515	4542
	10	4570	4597	4625	4652	4680	4707	4735	4762	4789	4817
	20	4844	4871	4899	4926	4953	4980	5008	5035	5062	5089
	30	5117	5144	5171	5198	5225	5252	5279	5306	5333	5360
	40	5387	5414	5441	5468	5495	5522	5549	5576	5603	5630
	50	5657	5683	5710	5737	5764	5790	5817	5844	5871	5897
154	0	5924	5950	5977	6003	6030	6056	6083	6109	6136	6162
	10	6189	6215	6242	6268	6295	6321	6348	6374	6401	6427
	20	6453	6479	6506	6532	6558	6584	6611	6637	6663	6689
	30	6715	6741	6767	6793	6819	6845	6871	6897	6923	6949
	40	6975	7001	7027	7053	7079	7105	7131	7156	7182	7208
	50	7234	7259	7285	7311	7337	7362	7388	7414	7440	7465
155	0	7491	7516	7542	7567	7593	7618	7644	7669	7695	7720
	10	7746	7771	7796	7822	7847	7872	7898	7923	7948	7973
	20	7999	8024	8049	8074	8100	8125	8150	8175	8200	8225
	30	8251	8276	8301	8326	8351	8376	8401	8426	8451	8476
	40	8501	8526	8551	8575	8600	8625	8650	8674	8699	8724
	50	8749	8774	8798	8823	8848	8872	8897	8921	8946	8970
156	0	8995	9019	9044	9068	9093	9117	9142	9166	9191	9215
	10	9239	9264	9288	9312	9337	9361	9385	9409	9434	9458
	20	9482	9506	9531	9555	9579	9603	9627	9651	9675	9699
	30	9723	9747	9771	9795	9819	9843	9867	9891	9915	9938
	40	9962	9986	*0010	*0033	*0057	*0081	*0105	*0128	*0152	*0176
	50	0.25 0199	0223	0247	0270	0294	0318	0341	0365	0388	0412
157	0	0435	0459	0482	0506	0529	0553	0576	0599	0623	0646
	10	0669	0693	0716	0739	0763	0786	0809	0832	0856	0879
	20	0902	0925	0949	0972	0995	1018	1041	1064	1087	1110
	30	1133	1156	1179	1202	1225	1247	1270	1293	1316	1339
	40	1362	1384	1407	1430	1453	1475	1498	1521	1544	1566
	50	1589	1612	1634	1657	1679	1702	1725	1747	1770	1792
158	0	1815	1837	1860	1882	1905	1927	1949	1972	1994	2016
	10	2039	2061	2083	2105	2128	2150	2172	2194	2217	2239
	20	2261	2283	2305	2327	2349	2371	2393	2415	2437	2459
	30	2481	2503	2525	2546	2568	2590	2612	2634	2656	2677
	40	2699	2721	2743	2764	2786	2808	2829	2851	2873	2894
	50	2916	2937	2959	2980	3002	3023	3045	3067	3088	3109
159	0	3131	3153	3174	3195	3217	3238	3259	3281	3302	3323
	10	3345	3366	3387	3408	3429	3451	3472	3493	3514	3535
	20	3556	3577	3598	3619	3640	3661	3682	3703	3724	3745
	30	3766	3787	3808	3828	3849	3870	3891	3911	3932	3953
	40	3974	3994	4015	4035	4056	4076	4097	4118	4139	4159
	50	4180	4201	4221	4241	4262	4282	4303	4323	4344	4364
160	0	0.25 4385	4405	4426	4446	4466	4486	4507	4527	4547	4567

	30	28	26
1	3	3	3
2	6	6	5
3	9	8	8
4	12	11	10
5	15	14	13
6	18	17	16
7	21	20	18
8	24	22	21
9	27	25	23

	24	22	20
1	2	2	2
2	5	4	4
3	7	7	6
4	10	9	8
5	12	11	10
6	14	13	12
7	17	15	14
8	19	18	16
9	22	20	18

Log $\frac{r}{a}$

E		0′	1′	2′	3′	4′	5′	6′	7′	8′	9′
160° 0′	0.25	4385	4405	4426	4446	4466	4486	4507	4527	4547	4567
10		4587	4607	4628	4648	4668	4688	4708	4728	4748	4768
20		4788	4808	4828	4848	4868	4888	4908	4928	4948	4968
30		4988	5008	5028	5048	5068	5087	5107	5127	5147	5167
40		5186	5205	5225	5245	5265	5284	5304	5323	5343	5362
50		5382	5401	5421	5440	5460	5479	5499	5518	5538	5557
161 0		5577	5596	5616	5635	5654	5673	5693	5712	5731	5750
10		5769	5788	5808	5827	5846	5865	5884	5903	5922	5941
20		5960	5979	5998	6017	6036	6055	6074	6093	6112	6130
30		6149	6168	6187	6206	6225	6243	6262	6281	6300	6318
40		6337	6356	6374	6393	6412	6430	6449	6467	6486	6504
50		6523	6541	6560	6578	6596	6615	6633	6651	6669	6687
162 0		6706	6724	6743	6761	6779	6787	6816	6834	6853	6871
10		6889	6907	6926	6944	6962	6980	6998	7016	7034	7052
20		7070	7088	7106	7124	7142	7160	7178	7195	7213	7231
30		7249	7267	7285	7302	7320	7338	7355	7373	7391	7409
40		7426	7444	7461	7478	7496	7513	7531	7549	7567	7584
50		7601	7618	7636	7653	7671	7688	7706	7723	7741	7758
163 0		7775	7792	7810	7827	7844	7861	7878	7895	7913	7930
10		7947	7964	7981	7998	8015	8032	8049	8066	8083	8100
20		8117	8134	8151	8168	8185	8202	8219	8235	8252	8269
30		8286	8302	8319	8335	8352	8369	8386	8402	8419	8436
40		8453	8469	8486	8502	8519	8535	8552	8568	8585	8601
50		8618	8634	8651	8667	8684	8700	8716	8732	8749	8765
164 0		8782	8798	8814	8830	8846	8862	8879	8895	8911	8927
10		8943	8959	8975	8991	9007	9023	9039	9055	9071	9087
20		9103	9119	9135	9151	9167	9182	9198	9214	9230	9246
30		9262	9277	9293	9309	9324	9340	9356	9371	9387	9403
40		9418	9434	9449	9465	9480	9496	9511	9527	9542	9558
50		9573	9588	9604	9619	9634	9650	9665	9680	9696	9711
165 0		9726	9741	9757	9772	9787	9802	9817	9832	9848	9863
10		9878	9893	9908	9923	9938	9953	9968	9983	9998	*0013
20	0.26	0028	0043	0058	0072	0087	0102	0117	0131	0146	0161
30		0176	0190	0205	0220	0235	0249	0264	0278	0293	0307
40		0322	0336	0351	0366	0381	0395	0409	0424	0438	0453
50		0467	0481	0496	0510	0525	0539	0553	0567	0582	0596
166 0		0610	0624	0638	0652	0667	0681	0695	0709	0723	0737
10		0751	0765	0779	0793	0807	0821	0835	0849	0863	0877
20		0891	0904	0918	0932	0946	0960	0974	0987	1001	1015
30		1029	1042	1056	1070	1083	1097	1111	1124	1138	1152
40		1165	1179	1192	1206	1219	1233	1246	1259	1273	1286
50		1299	1313	1326	1339	1353	1366	1379	1392	1406	1419
167 0		1432	1445	1458	1471	1485	1498	1511	1524	1537	1550
10		1563	1576	1589	1602	1615	1628	1641	1653	1666	1679
20		1692	1705	1718	1730	1743	1756	1769	1781	1794	1807
30		1820	1832	1845	1858	1870	1883	1895	1908	1920	1933
40		1945	1958	1970	1983	1995	2008	2020	2033	2045	2058
50		2070	2082	2095	2107	2119	2132	2144	2156	2169	2181
168 0		2193	2205	2217	2229	2241	2253	2265	2277	2289	2301
10		2313	2325	2337	2349	2361	2373	2385	2397	2409	2421
20		2433	2444	2456	2468	2480	2492	2504	2515	2527	2539
30		2551	2562	2574	2586	2597	2609	2620	2632	2643	2655
40		2666	2678	2689	2700	2712	2723	2734	2746	2757	2768
50		2780	2791	2802	2814	2825	2836	2848	2859	2870	2881
169 0		2892	2903	2915	2926	2937	2948	2959	2970	2981	2992
10		3003	3014	3025	3036	3047	3058	3069	3079	3090	3101
20		3112	3123	3134	3144	3155	3166	3177	3187	3198	3209
30		3219	3230	3241	3251	3262	3273	3283	3294	3304	3314
40		3325	3335	3345	3356	3366	3376	3387	3397	3407	3417
50		3428	3438	3448	3458	3469	3479	3489	3500	3510	3520
170 0	0.26	3530	3540	3550	3560	3571	3581	3591	3601	3611	3621

	22	20	18
1	2	2	2
■	4	4	4
■	7	6	5
4	9	8	7
5	11	10	9
6	13	12	11
7	15	14	13
8	18	16	14
9	20	18	16

	16	14	12
1	2	1	1
■	3	3	2
3	5	4	4
4	6	6	5
5	8	7	6
6	10	8	7
7	11	10	8
8	13	11	10
9	14	13	11

Log $\frac{r}{a}$

E		0′	1′	2′	3′	4′	5′	6′	7′	8′	9′
170°	0′	0.26 3530	3540	3550	3560	3571	3581	3591	3601	3611	3621
	10	3631	3641	3651	3660	3670	3680	3690	3700	3710	3720
	20	3730	3739	3749	3759	3769	3779	3788	3798	3808	3817
	30	3827	3837	3847	3856	3866	3875	3885	3894	3904	3913
	40	3923	3932	3941	3950	3960	3969	3979	3988	3998	4007
	50	4016	4025	4035	4044	4053	4062	4072	4081	4090	4099
171	0	4108	4117	4126	4135	4144	4153	4162	4171	4180	4189
	10	4198	4207	4216	4224	4233	4242	4251	4260	4269	4278
	20	4287	4295	4304	4313	4322	4330	4339	4348	4357	4365
	30	4374	4383	4391	4399	4408	4416	4425	4433	4442	4451
	40	4459	4468	4476	4484	4493	4501	4510	4518	4526	4534
	50	4543	4551	4559	4567	4576	4584	4592	4601	4609	4617
172	0	4625	4633	4641	4649	4657	4665	4673	4681	4689	4696
	10	4704	4712	4720	4728	4736	4744	4752	4759	1767	4775
	20	4783	4790	4798	4806	4814	4821	4829	4836	4844	4851
	30	4859	4866	4874	4881	4889	4896	4904	4911	4919	4927
	40	4935	4942	4949	4956	4964	4971	4979	4986	4994	5001
	50	5008	5015	5023	5030	5037	5044	5052	5059	5066	5073
173	0	5081	5088	5095	5102	5109	5116	5123	5130	5137	5144
	10	5151	5158	5165	5171	5178	5185	5192	5198	5205	5212
	20	5219	5225	5232	5239	5246	5252	5259	5266	5273	5279
	30	5286	5292	5299	5305	5312	5318	5325	5331	5337	5343
	40	5350	5356	5363	5369	5376	5382	5388	5394	5400	5406
	50	5412	5418	5425	5431	5437	5443	5450	5456	5462	5468
174	0	5475	5481	5487	5493	5499	5505	5511	5517	5523	5528
	10	5534	5540	5546	5552	5558	5564	5570	5575	5581	5587
	20	5593	5598	5604	5610	5616	5621	5627	5633	5639	5644
	30	5650	5655	5661	5666	5672	5677	5683	5688	5694	5699
	40	5705	5710	5715	5720	5726	5731	5737	5742	5748	5753
	50	5758	5763	5769	5774	5779	5784	5790	5795	5800	5805
175	0	5810	5815	5820	5825	5830	5834	5839	5844	5849	5854
	10	5859	5864	5869	5874	5879	5883	5888	5892	5897	5902
	20	5907	5911	5915	5920	5925	5929	5934	5939	5944	5948
	30	5953	5957	5962	5966	5971	5976	5981	5985	5989	5993
	40	5998	6002	6007	6011	6016	6020	6024	6028	6033	6037
	50	6041	6045	6050	6054	6058	6062	6066	6070	6074	6078
176	0	6083	6087	6091	6095	6099	6103	6107	6111	6115	6118
	10	6122	6126	6130	6133	6137	6141	6145	6148	6152	6156
	20	6160	6163	6167	6171	6175	6178	6182	6185	6189	6192
	30	6196	6200	6204	6207	6210	6213	6217	6220	6224	6227
	40	6231	6234	6237	6240	6244	6247	6250	6253	6257	6260
	50	6264	6267	6271	6274	6278	6281	6285	6287	6290	6293
177	0	6296	6298	6301	6304	6307	6310	6313	6316	6319	6322
	10	6325	6328	6331	6333	6336	6339	6342	6344	6347	6350
	20	6353	6355	6358	6360	6363	6365	6368	6371	6374	6376
	30	6378	6380	6383	6385	6388	6390	6393	6395	6397	6399
	40	6402	6404	6407	6409	6412	6414	6416	6418	6121	6423
	50	6425	6427	6430	6432	6434	6436	6438	6440	6442	6444
178	0	6447	6449	6451	6453	6455	6457	6459	6461	6463	6464
	10	6466	6468	6470	6472	6474	6476	6478	6479	6481	6482
	20	6484	6485	6487	6489	6491	6492	6494	6495	6497	6498
	30	6500	6501	6503	6504	6505	6506	6508	6509	6511	6512
	40	6514	6515	6516	6517	6519	6520	6522	6523	6525	6526
	50	6527	6528	6529	6530	6531	6532	6534	6535	6536	6537
179	0	6538	6539	6540	6541	6542	6542	6543	6544	6545	6546
	10	6547	6548	6549	6549	6550	6551	6552	6552	6553	6554
	20	6555	6555	6556	6556	6557	6557	6558	6558	6559	6559
	30	6560	6560	6561	6561	6562	6562	6563	6563	6563	6563
	40	6564	6564	6565	6565	6566	6566	6566	6566	6567	6567
	50	6567	6567	6568	6568	6568	6568	6568	6568	6568	6568
180	0	0.26 6568	6568	6568	6568	6568	6568	6568	6568	6568	6568

	12	10
1	1	1
2	2	2
3	4	3
4	5	4
5	6	5
6	7	6
7	8	7
8	10	8
9	11	9

	8	6
1	1	1
2	2	1
3	2	2
4	3	2
5	4	3
6	5	4
7	6	4
8	6	5
9	7	5

V

TABLES POUR LE CALCUL DE r_1.

Log r_1

E		0′	1′	2′	3′	4′	5′	6′	7′	8′	9′
0°	0′	2.64 309*n*	308*n*	308*n*	308*n*	308*n*	308*n*	307*n*	307*n*	306*n*	306*n*
	10	305*n*	304*n*	304*n*	303*n*	302*n*	301*n*	300*n*	299*n*	298*n*	296*n*
	20	295*n*	294*n*	292*n*	291*n*	289*n*	288*n*	286*n*	284*n*	283*n*	281*n*
	30	279*n*	277*n*	275*n*	273*n*	270*n*	268*n*	266*n*	264*n*	261*n*	259*n*
	40	256*n*	254*n*	251*n*	248*n*	245*n*	243*n*	240*n*	237*n*	234*n*	231*n*
	50	227*n*	224*n*	221*n*	217*n*	214*n*	210*n*	207*n*	203*n*	199*n*	196*n*
1	0	192*n*	188*n*	184*n*	180*n*	176*n*	172*n*	167*n*	163*n*	159*n*	154*n*
	10	150*n*	145*n*	141*n*	136*n*	131*n*	126*n*	121*n*	116*n*	111*n*	106*n*
	20	101*n*	096*n*	090*n*	085*n*	080*n*	074*n*	068*n*	063*n*	057*n*	051*n*
	30	046*n*	040*n*	034*n*	028*n*	022*n*	016*n*	009*n*	003*n*	*997*n*	*990*n*
	40	2.63 984*n*	977*n*	971*n*	964*n*	957*n*	951*n*	944*n*	937*n*	930*n*	923*n*
	50	916*n*	909*n*	901*n*	894*n*	887*n*	879*n*	872*n*	864*n*	857*n*	849*n*
2	0	841*n*	833*n*	826*n*	818*n*	810*n*	801*n*	793*n*	785*n*	777*n*	768*n*
	10	760*n*	752*n*	743*n*	734*n*	726*n*	717*n*	708*n*	699*n*	690*n*	681*n*
	20	672*n*	663*n*	654*n*	645*n*	636*n*	626*n*	617*n*	607*n*	598*n*	588*n*
	30	578*n*	568*n*	559*n*	549*n*	539*n*	529*n*	519*n*	508*n*	498*n*	488*n*
	40	478*n*	467*n*	457*n*	446*n*	436*n*	425*n*	414*n*	403*n*	392*n*	382*n*
	50	371*n*	360*n*	349*n*	337*n*	326*n*	315*n*	303*n*	292*n*	281*n*	269*n*
3	0	257*n*	246*n*	234*n*	222*n*	210*n*	198*n*	186*n*	174*n*	162*n*	150*n*
	10	138*n*	125*n*	113*n*	100*n*	088*n*	075*n*	063*n*	050*n*	037*n*	024*n*
	20	011*n*	*998*n*	*985*n*	*972*n*	*959*n	*946*n	*932*n	*919*n	*906*n	*892*n
	30	2.62 879*n*	865*n*	851*n*	837*n*	824*n*	810*n*	796*n*	782*n*	768*n*	754*n*
	40	739*n*	725*n*	711*n*	696*n*	682*n*	667*n*	653*n*	638*n*	623*n*	609*n*
	50	594*n*	579*n*	564*n*	549*n*	534*n*	519*n*	503*n*	488*n*	473*n*	457*n*
4	0	442*n*	426*n*	411*n*	395*n*	379*n*	364*n*	348*n*	332*n*	316*n*	300*n*
	10	284*n*	267*n*	251*n*	235*n*	219*n*	202*n*	186*n*	169*n*	152*n*	136*n*
	20	119*n*	102*n*	085*n*	068*n*	051*n*	034*n*	017*n*	*999*n*	*982*n	*965*n
	30	2.61 947*n*	930*n*	912*n*	894*n*	877*n*	859*n*	841*n*	823*n*	805*n*	787*n*
	40	769*n*	751*n*	733*n*	715*n*	697*n*	678*n*	660*n*	641*n*	623*n*	604*n*
	50	585*n*	567*n*	548*n*	529*n*	510*n*	491*n*	472*n*	453*n*	434*n*	414*n*
5	0	395*n*	376*n*	356*n*	337*n*	317*n*	297*n*	278*n*	258*n*	238*n*	218*n*
	10	198*n*	178*n*	158*n*	138*n*	118*n*	097*n*	077*n*	056*n*	036*n*	015*n*
	20	2.60 995*n*	974*n*	953*n*	932*n*	911*n*	890*n*	869*n*	848*n*	827*n*	806*n*
	30	784*n*	763*n*	742*n*	720*n*	699*n*	677*n*	655*n*	634*n*	612*n*	590*n*
	40	568*n*	546*n*	524*n*	502*n*	480*n*	458*n*	435*n*	413*n*	391*n*	368*n*
	50	346*n*	323*n*	300*n*	278*n*	255*n*	232*n*	209*n*	186*n*	163*n*	140*n*
6	0	117*n*	093*n*	070*n*	047*n*	023*n*	000*n*	*976*n	*953*n	*929*n	*905*n
	10	2.59 882*n*	858*n*	834*n*	810*n*	786*n*	761*n*	737*n*	713*n*	689*n*	664*n*
	20	640*n*	615*n*	591*n*	566*n*	541*n*	516*n*	492*n*	467*n*	442*n*	417*n*
	30	392*n*	366*n*	341*n*	316*n*	290*n*	265*n*	240*n*	214*n*	188*n*	163*n*
	40	137*n*	111*n*	085*n*	059*n*	033*n*	007*n*	*981*n	*955*n	*929*n	*902*n
	50	2.58 876*n*	849*n*	823*n*	796*n*	770*n*	743*n*	716*n*	689*n*	662*n*	636*n*
7	0	609*n*	582*n*	555*n*	528*n*	501*n*	473*n*	446*n*	418*n*	391*n*	363*n*
	10	336*n*	308*n*	281*n*	253*n*	225*n*	197*n*	169*n*	141*n*	113*n*	085*n*
	20	057*n*	028*n*	000*n*	*971*n	*943*n	*914*n	*886*n	*857*n	*828*n	*799*n
	30	2.57 770*n*	741*n*	712*n*	683*n*	654*n*	625*n*	596*n*	566*n*	537*n*	507*n*
	40	478*n*	448*n*	419*n*	389*n*	359*n*	329*n*	299*n*	269*n*	239*n*	209*n*
	50	179*n*	148*n*	118*n*	088*n*	057*n*	027*n*	*996*n	*966*n	*935*n	*904*n
8	0	2.56 874*n*	843*n*	812*n*	781*n*	750*n*	718*n*	687*n*	656*n*	625*n*	593*n*
	10	562*n*	530*n*	499*n*	467*n*	436*n*	404*n*	372*n*	340*n*	308*n*	276*n*
	20	244*n*	211*n*	179*n*	147*n*	114*n*	082*n*	049*n*	017*n*	*984*n	*951*n
	30	2.55 919*n*	886*n*	853*n*	820*n*	787*n*	754*n*	721*n*	688*n*	655*n*	621*n*
	40	588*n*	555*n*	521*n*	488*n*	454*n*	421*n*	387*n*	353*n*	320*n*	286*n*
	50	252*n*	218*n*	184*n*	150*n*	115*n*	081*n*	047*n*	012*n*	*978*n	*943*n
9	0	2.54 909*n*	874*n*	840*n*	805*n*	770*n*	735*n*	700*n*	665*n*	630*n*	595*n*
	10	560*n*	524*n*	489*n*	453*n*	418*n*	382*n*	347*n*	311*n*	275*n*	240*n*
	20	204*n*	168*n*	132*n*	096*n*	060*n*	023*n*	*987*n	*951*n	*914*n	*878*n
	30	2.53 841*n*	805*n*	768*n*	731*n*	695*n*	658*n*	621*n*	584*n*	547*n*	510*n*
	40	473*n*	435*n*	398*n*	361*n*	323*n*	286*n*	248*n*	211*n*	173*n*	135*n*
	50	098*n*	060*n*	022*n*	*984*n	*946*n	*908*n	*870*n	*831*n	*793*n	*755*n
10	0	2.52 716*n*	678*n*	639*n*	601*n*	562*n*	524*n*	485*n*	446*n*	407*n*	368*n*

Log r_1

E		0′	1′	2′	3′	4′	5′	6′	7′	8′	9′
10° 0′	2.52	716n	678n	639n	601n	562n	523n	485n	446n	407n	368n
10		329n	290n	251n	212n	172n	133n	093n	054n	014n	*975n
20	2.51	935n	895n	856n	816n	776n	736n	696n	655n	615n	575n
30		535n	494n	454n	413n	373n	332n	292n	251n	210n	169n
40		128n	087n	046n	005n	*964n	*922n	*881n	*840n	*798n	*756n
50	2.50	715n	673n	632n	590n	548n	506n	464n	422n	380n	338n
11 0		295n	253n	211n	168n	126n	083n	041n	*998n	*955n	*912n
10	2.49	869n	827n	784n	740n	697n	654n	611n	568n	524n	481n
20		437n	394n	350n	306n	263n	219n	175n	131n	087n	043n
30	2.48	999n	955n	911n	866n	822n	777n	733n	688n	644n	599n
40		554n	509n	464n	419n	374n	329n	284n	239n	193n	148n
50		103n	057n	012n	*966n	*920n	*874n	*829n	*783n	*737n	*691n
12 0	2.47	644n	598n	552n	506n	459n	413n	367n	320n	273n	227n
10		180n	133n	086n	040n	*993n	*946n	*898n	*851n	*804n	*757n
20	2.46	709n	662n	615n	567n	519n	472n	424n	376n	328n	280n
30		232n	184n	136n	088n	040n	*991n	*943n	*894n	*846n	*797n
40	2.45	748n	700n	651n	602n	553n	504n	455n	406n	357n	307n
50		258n	209n	159n	110n	060n	010n	*961n	*911n	*861n	*811n
13 0	2.44	761n	711n	661n	611n	561n	510n	460n	410n	359n	309n
10		258n	207n	156n	106n	055n	004n	*953n	*902n	*850n	*799n
20	2.43	748n	696n	645n	594n	542n	490n	439n	387n	335n	283n
30		231n	179n	127n	075n	023n	*970n	*918n	*865n	*813n	*760n
40	2.42	708n	655n	602n	549n	497n	444n	391n	337n	284n	231n
50		178n	124n	071n	017n	*964n	*910n	*856n	*803n	*749n	*695n
14 0	2.41	641n	587n	533n	479n	424n	370n	316n	261n	207n	152n
10		097n	043n	*988n	*933n	*878n	*823n	*768n	*713n	*658n	*602n
20	2.40	547n	492n	436n	381n	325n	269n	213n	158n	102n	046n
30	2.39	990n	934n	878n	821n	765n	709n	652n	596n	539n	482n
40		426n	369n	312n	255n	198n	141n	084n	027n	*969n	*912n
50	2.38	855n	797n	740n	682n	624n	567n	509n	451n	393n	335n
15 0		277n	218n	160n	102n	044n	*985n	*927n	*868n	*809n	*751n
10	2.37	692n	633n	574n	515n	456n	397n	338n	278n	219n	160n
20		100n	041n	*981n	*921n	*862n	*802n	*742n	*682n	*622n	*562n
30	2.36	501n	441n	381n	320n	260n	199n	139n	078n	017n	*956n
40	2.35	895n	834n	773n	712n	651n	590n	528n	467n	405n	344n
50		282n	220n	159n	097n	035n	*973n	*911n	*849n	*786n	*724n
16 0	2.34	662n	599n	537n	474n	411n	349n	286n	223n	160n	097n
10		034n	*970n	*907n	*844n	*780n	*717n	*653n	*590n	*526n	*462n
20	2.33	398n	334n	270n	206n	142n	078n	014n	*949n	*885n	*820n
30	2.32	756n	691n	626n	561n	496n	431n	366n	301n	236n	171n
40		105n	040n	*974n	*909n	*843n	*777n	*712n	*646n	*580n	*514n
50	2.31	448n	381n	315n	249n	183n	116n	049n	*983n	*916n	*849n
17 0	2.30	782n	715n	648n	581n	512n	447n	379n	312n	244n	177n
10		109n	041n	*973n	*905n	*837n	*769n	*701n	*633n	*565n	*496n
20	2.29	428n	359n	291n	222n	153n	084n	015n	*946n	*877n	*808n
30	2.28	739n	669n	600n	530n	461n	391n	322n	252n	182n	111n
40		041n	*971n	*901n	*830n	*760n	*689n	*619n	*548n	*477n	*406n
50	2.27	335n	264n	193n	122n	051n	*979n	*908n	*837n	*765n	*694n
18 0	2.26	622n	550n	479n	407n	335n	263n	191n	118n	046n	*973n
10	2.25	901n	828n	755n	682n	609n	536n	463n	390n	317n	243n
20		170n	096n	022n	*949n	*875n	*801n	*727n	*653n	*579n	*505n
30	2.24	431n	356n	282n	207n	133n	058n	*984n	*909n	*834n	*759n
40	2.23	684n	608n	533n	458n	382n	307n	231n	155n	079n	003n
50	2.22	927n	851n	775n	699n	622n	546n	469n	392n	315n	238n
19 0		162n	084n	007n	*930n	*853n	*775n	*698n	*620n	*542n	*464n
10	2.21	387n	309n	231n	153n	074n	*996n	*917n	*839n	*760n	*681n
20	2.20	603n	524n	445n	366n	287n	207n	128n	049n	*969n	*889n
30	2.19	810n	730n	650n	570n	489n	409n	329n	248n	168n	087n
40		006n	*925n	*845n	*763n	*682n	*601n	*520n	*438n	*357n	*275n
50	2.18	193n	112n	030n	*948n	*866n	*784n	*702n	*619n	*536n	*454n
20 0	2.17	371n	288n	205n	122n	039n	*955n	*872n	*789n	*705n	*621n

Log r_1

E	0′	10′	20′	30′	40′	50′
20°	2.1738*n*	2.1653*n*	2.1570*n*	2.1484*n*	2.1397*n*	2.1310*n*
21	2.1221*n*	2.1131*n*	2.1040*n*	2.0948*n*	2.0855*n*	2.0759*n*
22	2.0664*n*	2.0566*n*	2.0468*n*	2.0368*n*	2.0266*n*	2.0162*n*
23	2.0058*n*	1.9951*n*	1.9842*n*	1.9733*n*	1.9622*n*	1.9508*n*
24	1.9393*n*	1.9276*n*	1.9157*n*	1.9035*n*	1.8911*n*	1.8785*n*
25	1.8658*n*	1.8525*n*	1.8392*n*	1.8256*n*	1.8116*n*	1.7974*n*
26	1.7829*n*	1.7680*n*	1.7528*n*	1.7371*n*	1.7211*n*	1.7046*n*
27	1.6877*n*	1.6703*n*	1.6524*n*	1.6341*n*	1.6151*n*	1.5953*n*
28	1.5750*n*	1.5540*n*	1.5321*n*	1.5095*n*	1.4857*n*	1.4610*n*
29	1.4351*n*	1.4080*n*	1.3792*n*	1.3491*n*	1.3169*n*	1.2828*n*
30	1.2460*n*	1.2066*n*	1.1636*n*	1.1168*n*	1.0648*n*	1.0069*n*
31	0.9414*n*	0.8639*n*	0.7728*n*	0.6583*n*	0.5038*n*	0.2683*n*
32	9.7237*n*	9.8862	0.3135	0.5212	0.6602	0.7634
33	0.8416	0.9080	0.9726	1.0231	1.0679	1.1082
34	1.1444	1.1770	1.2071	1.2351	1.2607	1.2845
35	1.3070	1.3278	1.3476	1.3660	1.3836	1.4002
36	1.4159	1.4308	1.4451	1.4586	1.4716	1.4840
37	1.4958	1.5073	1.5182	1.5286	1.5386	1.5482
38	1.5576	1.5665	1.5751	1.5835	1.5915	1.5993
39	1.6068	1.6140	1.6210	1.6278	1.6344	1.6407
40	1.6469	1.6528	1.6586	1.6642	1.6696	1.6749
41	1.6800	1.6850	1.6898	1.6945	1.6990	1.7034
42	1.7078	1.7120	1.7160	1.7200	1.7238	1.7275
43	1.7311	1.7347	1.7381	1.7415	1.7447	1.7479
44	1.7510	1.7540	1.7569	1.7598	1.7625	1.7652
45	1.7678	1.7704	1.7729	1.7753	1.7777	1.7799
46	1.7822	1.7844	1.7865	1.7885	1.7905	1.7925
47	1.7944	1.7963	1.7980	1.7998	1.8015	1.8032
48	1.8048	1.8064	1.8079	1.8094	1.8108	1.8122
49	1.8136	1.8149	1.8162	1.8174	1.8186	1.8198
50	1.8209	1.8220	1.8231	1.8242	1.8252	1.8262
51	1.8271	1.8280	1.8289	1.8298	1.8306	1.8315
52	1.8322	1.8330	1.8337	1.8344	1.8351	1.8358
53	1.8364	1.8370	1.8376	1.8381	1.8386	1.8392
54	1.8397	1.8402	1.8406	1.8410	1.8414	1.8418
55	1.8422	1.8426	1.8429	1.8432	1.8435	1.8438
56	1.8441	1.8444	1.8446	1.8448	1.8450	1.8452
57	1.8454	1.8455	1.8457	1.8458	1.8459	1.8460
58	1.8461	1.8462	1.8462	1.8463	1.8463	1.8463
59	1.8463	1.8463	1.8463	1.8463	1.8462	1.8462
60	1.8461	1.8460	1.8460	1.8459	1.8458	1.8456

Log r_1

E	0′	10′	20′	30′	40′	50′
60°	1.8461	1.8460	1.8460	1.8459	1.8458	1.8456
61	1.8455	1.8454	1.8452	1.8451	1.8449	1.8447
62	1.8445	1.8444	1.8442	1.8439	1.8437	1.8435
63	1.8433	1.8430	1.8428	1.8425	1.8422	1.8420
64	1.8417	1.8414	1.8411	1.8408	1.8405	1.8402
65	1.8398	1.8395	1.8392	1.8388	1.8385	1.8381
66	1.8378	1.8374	1.8370	1.8366	1.8362	1.8358
67	1.8354	1.8350	1.8346	1.8342	1.8338	1.8334
68	1.8330	1.8325	1.8321	1.8316	1.8312	1.8307
69	1.8303	1.8298	1.8294	1.8289	1.8284	1.8279
70	1.8275	1.8270	1.8265	1.8260	1.8255	1.8250
71	1.8245	1.8240	1.8235	1.8229	1.8224	1.8218
72	1.8214	1.8208	1.8203	1.8198	1.8192	1.8187
73	1.8181	1.8176	1.8171	1.8165	1.8159	1.8154
74	1.8148	1.8143	1.8137	1.8131	1.8126	1.8120
75	1.8114	1.8108	1.8103	1.8097	1.8091	1.8085
76	1.8079	1.8073	1.8067	1.8061	1.8055	1.8050
77	1.8044	1.8038	1.8032	1.8026	1.8019	1.8013
78	1.8007	1.8001	1.7995	1.7990	1.7983	1.7977
79	1.7970	1.7964	1.7958	1.7952	1.7946	1.7939
80	1.7933	1.7927	1.7920	1.7914	1.7908	1.7902
81	1.7895	1.7889	1.7883	1.7876	1.7870	1.7864
82	1.7857	1.7851	1.7844	1.7838	1.7832	1.7825
83	1.7819	1.7812	1.7806	1.7800	1.7793	1.7787
84	1.7780	1.7774	1.7767	1.7761	1.7754	1.7748
85	1.7742	1.7735	1.7728	1.7722	1.7716	1.7709
86	1.7702	1.7696	1.7690	1.7683	1.7676	1.7670
87	1.7663	1.7657	1.7650	1.7644	1.7638	1.7631
88	1.7624	1.7618	1.7611	1.7605	1.7598	1.7592
89	1.7585	1.7579	1.7572	1.7566	1.7559	1.7553
90	1.7546	1.7540	1.7533	1.7527	1.7520	1.7514
91	1.7507	1.7501	1.7494	1.7488	1.7481	1.7475
92	1.7468	1.7462	1.7456	1.7449	1.7442	1.7436
93	1.7430	1.7423	1.7417	1.7410	1.7404	1.7398
94	1.7391	1.7385	1.7378	1.7372	1.7365	1.7359
95	1.7353	1.7346	1.7340	1.7333	1.7327	1.7321
96	1.7314	1.7308	1.7302	1.7296	1.7289	1.7282
97	1.7276	1.7270	1.7264	1.7257	1.7251	1.7245
98	1.7238	1.7232	1.7226	1.7220	1.7213	1.7207
99	1.7201	1.7194	1.7188	1.7182	1.7176	1.7170
100	1.7164	1.7157	1.7151	1.7145	1.7139	1.7133

Log r_1

E	0′	10′	20′	30′	40′	50′
100°	1.7164	1.7157	1.7151	1.7145	1.7139	1.7133
101	1.7126	1.7120	1.7114	1.7108	1.7102	1.7096
102	1.7090	1.7084	1.7077	1.7071	1.7065	1.7059
103	1.7053	1.7047	1.7041	1.7036	1.7029	1.7023
104	1.7017	1.7011	1.7005	1.6999	1.6993	1.6987
105	1.6981	1.6975	1.6970	1.6964	1.6958	1.6952
106	1.6946	1.6940	1.6934	1.6928	1.6923	1.6917
107	1.6911	1.6905	1.6899	1.6893	1.6888	1.6882
108	1.6876	1.6870	1.6865	1.6859	1.6853	1.6848
109	1.6842	1.6836	1.6831	1.6825	1.6819	1.6814
110	1.6808	1.6802	1.6797	1.6791	1.6786	1.6780
111	1.6774	1.6769	1.6763	1.6758	1.6752	1.6747
112	1.6741	1.6736	1.6730	1.6725	1.6720	1.6714
113	1.6709	1.6703	1.6698	1.6693	1.6687	1.6682
114	1.6676	1.6671	1.6666	1.6660	1.6655	1.6650
115	1.6645	1.6639	1.6634	1.6628	1.6623	1.6618
116	1.6613	1.6608	1.6603	1.6598	1.6593	1.6587
117	1.6582	1.6577	1.6572	1.6567	1.6562	1.6557
118	1.6552	1.6547	1.6542	1.6537	1.6532	1.6526
119	1.6521	1.6516	1.6512	1.6507	1.6502	1.6497
120	1.6492	1.6487	1.6482	1.6477	1.6472	1.6468
121	1.6463	1.6458	1.6453	1.6448	1.6444	1.6439
122	1.6434	1.6429	1.6424	1.6420	1.6415	1.6410
123	1.6406	1.6401	1.6396	1.6392	1.6387	1.6382
124	1.6378	1.6373	1.6369	1.6364	1.6360	1.6355
125	1.6350	1.6346	1.6341	1.6337	1.6332	1.6328
126	1.6324	1.6319	1.6315	1.6310	1.6306	1.6302
127	1.6297	1.6293	1.6288	1.6284	1.6280	1.6276
128	1.6271	1.6267	1.6263	1.6259	1.6254	1.6250
129	1.6246	1.6242	1.6237	1.6233	1.6229	1.6225
130	1.6221	1.6217	1.6213	1.6208	1.6204	1.6200
131	1.6196	1.6192	1.6188	1.6184	1.6180	1.6176
132	1.6172	1.6168	1.6164	1.6160	1.6156	1.6153
133	1.6149	1.6145	1.6141	1.6137	1.6133	1.6130
134	1.6126	1.6122	1.6118	1.6114	1.6111	1.6107
135	1.6103	1.6099	1.6096	1.6092	1.6088	1.6085
136	1.6081	1.6077	1.6074	1.6070	1.6067	1.6063
137	1.6060	1.6056	1.6052	1.6049	1.6045	1.6042
138	1.6038	1.6035	1.6031	1.6028	1.6024	1.6021
139	1.6018	1.6014	1.6011	1.6008	1.6004	1.6001
140	1.5998	1.5994	1.5991	1.5988	1.5984	1.5981

Log r_1

E	0′	10′	20′	30′	40′	50′
140°	1.5998	1.5994	1.5991	1.5988	1.5984	1.5981
141	1.5978	1.5975	1.5972	1.5968	1.5965	1.5962
142	1.5959	1.5956	1.5953	1.5950	1.5946	1.5943
143	1.5940	1.5937	1.5934	1.5931	1.5928	1.5925
144	1.5922	1.5919	1.5916	1.5913	1.5910	1.5907
145	1.5904	1.5902	1.5899	1.5896	1.5893	1.5890
146	1.5887	1.5884	1.5882	1.5879	1.5876	1.5873
147	1.5870	1.5868	1.5865	1.5862	1.5860	1.5857
148	1.5854	1.5852	1.5849	1.5846	1.5844	1.5841
149	1.5839	1.5836	1.5834	1.5831	1.5829	1.5826
150	1.5824	1.5821	1.5819	1.5816	1.5814	1.5811
151	1.5809	1.5806	1.5804	1.5802	1.5799	1.5797
152	1.5795	1.5792	1.5790	1.5787	1.5785	1.5783
153	1.5781	1.5779	1.5777	1.5774	1.5772	1.5770
154	1.5768	1.5766	1.5763	1.5761	1.5759	1.5757
155	1.5755	1.5753	1.5751	1.5749	1.5747	1.5745
156	1.5743	1.5741	1.5739	1.5737	1.5735	1.5733
157	1.5731	1.5729	1.5727	1.5725	1.5724	1.5722
158	1.5720	1.5718	1.5716	1.5715	1.5713	1.5711
159	1.5709	1.5708	1.5706	1.5704	1.5703	1.5701
160	1.5699	1.5698	1.5696	1.5694	1.5693	1.5691
161	1.5690	1.5688	1.5686	1.5685	1.5683	1.5682
162	1.5680	1.5679	1.5677	1.5676	1.5674	1.5673
163	1.5672	1.5670	1.5669	1.5667	1.5666	1.5665
164	1.5663	1.5662	1.5661	1.5659	1.5658	1.5657
165	1.5656	1.5654	1.5653	1.5652	1.5651	1.5650
166	1.5648	1.5647	1.5646	1.5645	1.5644	1.5643
167	1.5642	1.5641	1.5640	1.5639	1.5638	1.5637
168	1.5636	1.5635	1.5634	1.5633	1.5632	1.5631
169	1.5630	1.5629	1.5628	1.5627	1.5626	1.5625
170	1.5624	1.5623	1.5622	1.5621	1.5620	1.5619
171	1.5618	1.5617	1.5617	1.5616	1.5616	1.5616
172	1.5615	1.5615	1.5614	1.5614	1.5613	1.5612
173	1.5612	1.5611	1.5611	1.5610	1.5610	1.5609
174	1.5609	1.5608	1.5608	1.5607	1.5607	1.5606
175	1.5606	1.5605	1.5605	1.5605	1.5604	1.5604
176	1.5604	1.5604	1.5603	1.5603	1.5602	1.5602
177	1.5602	1.5602	1.5601	1.5601	1.5601	1.5601
178	1.5601	1.5600	1.5600	1.5600	1.5600	1.5600
179	1.5600	1.5600	1.5600	1.5600	1.5600	1.5600
180	1.5600	1.5600	1.5600	1.5600	1.5600	1.5600

VI

TABLES POUR LE CALCUL DE r_2.

Log r_2

E	0°	1°	2°	3°	4°	5°	6°	7°	8°	9°
0°	9.072*n*	9.064*n*	9.046*n*	9.009*n*	8.950*n*	8.853*n*	8.706*n*	8.475*n*	7.874*n*	8.230
10	8.613	8.799	8.924	9.013	9.079	9.130	9.173	9.207	9.230	9.246
20	9.255	9.260	9.263	9.260	9.253	9.243	9.230	9.218	9.201	9.182
30	9.161	9.140	9.117	9.093	9.068	9.041	9.009	8.978	8.945	8.914
40	8.881	8.851	8.820	8.785	8.748	8.708	8.663	8.623	8.580	8.544
50	8.505	8.462	8.415	8.362	8.322	8.255	8.176	8.114	8.079	8.000
60	7.903	7.845	7.699	7.602	7.477	7.301	$-\infty$	$-\infty$	7.000*n*	7.301*n*
70	7.498*n*	7.602*n*	7.641*n*	7.699*n*	7.741*n*	7.772*n*	7.830*n*	7.844*n*	7.881*n*	7.886*n*
80	7.910*n*	7.928*n*	7.942*n*	7.952*n*	7.962*n*	7.972*n*	7.981*n*	7.989*n*	7.997*n*	8.005*n*
90	8.013*n*	8.018*n*	8.022*n*	8.026*n*	8.030*n*	8.032*n*	8.034*n*	8.036*n*	8.039*n*	8.040*n*
100	8.042*n*	8.044*n*	8.046*n*	8.047*n*	8.048*n*	8.048*n*	8.049*n*	8.049*n*	8.049*n*	8.049*n*
110	8.049*n*	8.048*n*	8.048*n*	8.048*n*	8.047*n*	8.046*n*	8.046*n*	8.046*n*	8.045*n*	8.044*n*
120	8.043*n*	8.042*n*	8.041*n*	8.040*n*	8.039*n*	8.038*n*	8.037*n*	8.036*n*	8.035*n*	8.034*n*
130	8.033*n*	8.032*n*	8.031*n*	8.030*n*	8.029*n*	8.028*n*	8.027*n*	8.026*n*	8.025*n*	8.024*n*
140	8.022*n*	8.020*n*	8.019*n*	8.018*n*	8.017*n*	8.016*n*	8.015*n*	8.014*n*	8.013*n*	8.012*n*
150	8.012*n*	8.011*n*	8.010*n*	8.009*n*	8.008*n*	8.007*n*	8.007*n*	8.006*n*	8.005*n*	8.005*n*
160	8.004*n*	8.003*n*	8.003*n*	8.002*n*	8.002*n*	8.001*n*	8.001*n*	8.000*n*	8.000*n*	8.000*n*
170	8.000*n*	7.999*n*	7.999*n*	7.999*n*	7.998*n*	7.998*n*	7.998*n*	7.998*n*	7.997*n*	7.997*n*

DEC 7 1892

13.373

MÉMOIRES
DE
L'ACADÉMIE IMPÉRIALE DES SCIENCES DE ST.-PÉTERSBOURG, VII^E SÉRIE.
TOME XXXVIII, N° 9.

SUR LES NOMBRES ENTIERS DÉPENDANTS D'UNE RACINE CUBIQUE D'UN NOMBRE ENTIER ORDINAIRE.

(A la mémoire de G. Zolotareff).

PAR

André Markoff.

(*Lu le 4 Décembre 1891.*)

ST.-PÉTERSBOURG, 1892.

Commissionnaires de l'Académie Impériale des sciences:

à St.-Pétersbourg: M. Eggers & C° et J. Glasounof. | à Riga. M. N. Kymmel. | à Leipzig: Voss' Sortiment (Haessel.)

Prix: 55 Cop. = 1 Mark 40 Pf.

MÉMOIRES
DE
L'ACADÉMIE IMPÉRIALE DES SCIENCES DE ST.-PÉTERSBOURG, VII^E SÉRIE.
TOME XXXVIII, N° 9.

SUR LES NOMBRES ENTIERS DÉPENDANTS D'UNE RACINE CUBIQUE D'UN NOMBRE ENTIER ORDINAIRE.

(A la mémoire de G. Zolotareff).

PAR

André Markoff.

(*Lu le 4 Décembre 1891.*)

ST.-PÉTERSBOURG, 1892.

Commissionnaires de l'Académie Impériale des sciences:

à St.-Pétersbourg:	à Riga:	à Leipzig:
M. Eggers & C° et J. Glasounof.	M. N. Kymmel.	Voss' Sortiment (Haessel.)

Prix: 55 Cop. = 1 Mark 40 Pf.

Imprimé par ordre de l'Académie Impériale des sciences.

Mars 1892. A. Strauch, Secrétaire perpétuel.

Imprimerie de l'Académie Impériale des sciences.
(Vass.-Ostr., 9 ligne, № 12.)

Dans ce mémoire je me propose d'appliquer la théorie générale des nombres entiers dépendants d'une racine d'une équation algébrique, établie par les travaux de M. M. Kummer, Dedekind et Zolotareff, au cas des nombres dépendants d'une racine cubique d'un nombre entier ordinaire (rationnel) espérant, que ce cas particulier intéressant par lui même peut contribuer aussi à éclaircir le cas général.

Particulièrement je veux montrer comment en suivant les idées de Zolotareff, enlevé à la science à nos regrets les plus vifs par une mort si prématurée, il est facile d'accomplir la décomposition en facteurs premiers de tout nombre entier dépendant d'une racine cubique d'un nombre entier ordinaire.

§ 1. Désignons par a et b deux nombres entiers ordinaires tels, que leur produit ab ne soit divisible par aucun carré (d'un nombre entier ordinaire).

Posant ensuite

$$ab^2 = A \quad \text{et} \quad a^2b = B$$

et désignant par X, Y, Z des nombres rationnels arbitraires nous allons considérer les nombres algébriques de la forme

$$\xi = X + Y\sqrt[3]{A} + Z\sqrt[3]{B} = X + Y\sqrt[3]{A} + \frac{1}{b}Z\sqrt[3]{A^2} = X + Z\sqrt[3]{B} + \frac{1}{a}Y\sqrt[3]{B^2}.$$

Le nombre ξ satisfait à l'équation algébrique du troisième degré

$$\xi^3 - 3X\xi^2 + 3(X^2 - abYZ)\xi = X^3 + AY^3 + BZ^3 - 3abXYZ.$$

La valeur absolue de la partie droite

$$X^3 + AY^3 + BZ^3 - 3abXYZ$$

de cette équation nous appelons la norme du nombre

$$\xi = X + Y\sqrt[3]{A} + Z\sqrt[3]{B}$$

dépendant de $\sqrt[3]{A}$ (ou de $\sqrt[3]{B}$).

Remarquons, que la norme du produit de deux ou plusieurs nombres dépendants de $\sqrt[3]{A}$ est égale au produit de leurs normes.

En divisant

$$X^3 + AY^3 + BZ^3 - 3\,abXYZ \quad \text{par } \xi,$$

on obtient le nombre

$$\frac{X^3 + AY^3 + BZ^3 - 3\,abXYZ}{X + Y\sqrt[3]{A} + Z\sqrt[3]{B}} = X^2 - abYZ + (aZ^2 - XY)\sqrt[3]{A} + (bY^2 - XZ)\sqrt[3]{B},$$

que nous appelons l'adjoint à ξ.

On dit, que le nombre ξ est entier, si tous les coëfficients

$$3X, \quad 3(X^2 - abYZ), \quad X^3 + AY^3 + BZ^3 - 3\,abXYZ$$

de l'équation correspondante sont des nombres entiers.

En nous arrêtant exclusivement aux nombres ξ entiers il est facile de démontrer, que les nombres

$$3X = x, \quad 3Y = y \quad \text{et} \quad 3Z = z$$

doivent être entiers.

En effet on voit immédiatement, que x et les nombres

$$abyz \quad \text{et} \quad Ay^3 + Bz^3 = ab^2y^3 + a^2bz^3$$

sont entiers.

Or ces deux nombres

$$abyz \quad \text{et} \quad ab^2y^3 + a^2bz^3$$

ne peuvent être entiers en même temps que pour y et z entiers, puisque ab^2 et a^2b ne sont divisibles par aucun cube.

Cela étant on a

$$3X = x, \quad 3(X^2 - abYZ) = \frac{x^2 - abyz}{3},$$

$$X^3 + AY^3 + BZ^3 - 3\,abXYZ = \frac{x^3 + ab^2y^3 + a^2bz^3 - 3\,abxyz}{3^3}$$

et la condition, que ξ est un nombre entier, se réduit aux deux congruences

$$x^2 \equiv abyz \pmod 3 \quad \text{et} \quad x^3 + ab^2y^3 + a^2bz^3 - 3\,abxyz \equiv 0 \pmod{3^3}.$$

Distinguons maintenant deux cas:

$$\text{I) } x \equiv 0 \pmod 3, \qquad \text{II) } x \equiv \pm 1 \pmod 3.$$

Dans le premier de ces deux cas les congruences précédentes nous donnent

$$abyz \equiv 0 \pmod 3 \text{ et } ab^2y^3 + a^2bz^3 \equiv 0 \pmod{3^3},$$

d'où il resulte

$$y \equiv z \equiv 0 \pmod 3.$$

D'un autre côté il est évident, que pour

$$x \equiv y \equiv z \equiv 0 \pmod 3$$

le nombre

$$\xi = \frac{x + y\sqrt[3]{A} + z\sqrt[3]{B}}{3}$$

est entier.

Dans le second cas la congruence

$$x^2 \equiv abyz \pmod 3$$

peut être remplacée par les deux suivantes

$$y \equiv \eta ax \pmod 3 \text{ et } z \equiv \eta bx \pmod 3,$$

η étant égal à ± 1.

Après cela la congruence

$$x^3 + ab^2y^3 + a^2bz^3 - 3\,abxyz \equiv 0 \pmod{3^3}$$

donne

$$1 + a^4b^2\eta + a^2b^4\eta \equiv 1 + 2\eta \equiv 0 \pmod 3,$$

d'où il suit

$$\eta = 1.$$

Et si l'on pose

$$y = ax + 3u, \quad z = bx + 3v,$$

u et v étant entiers, il reste à satisfaire à la congruence

$$x^3 + ab^2(ax + 3u)^3 + a^2b(bx + 3v)^3 - 3abx(ax + 3u)(bx + 3v) \equiv 0 \pmod{3^3},$$

qui se réduit à celle-ci

$$1 + a^4b^2 + a^2b^4 - 3a^2b^2 \equiv 0 \pmod{3^3}.$$

Or ayant égard aux égalités

$$1 + a^4b^2 + a^2b^4 - 3a^2b^2 = (1 - ab^2)^2 + ab^2(a-1)^2(a+2) = (1 + ab^2)^2 + ab^2(a+1)^2(a-2),$$

il est facile de voir, que la congruence

$$1 + a^4b^2 + a^2b^4 - 3a^2b^2 \equiv \pmod{3^3}$$

se réduit

dans le cas $a \equiv +1 \pmod 3$ à celle-ci $ab^2 \equiv +1 \pmod{3^2}$

et dans le cas $a \equiv -1 \pmod 3$ à celle-ci $ab^2 \equiv -1 \pmod{3^2}$.

En d'autres termes la congruence

$$1 + a^4b^2 + a^2b^4 - 3a^2b^2 \equiv 0 \pmod{3^3}$$

est tout à fait équivalente à la congruence suivante

$$A \equiv \pm 1 \pmod{3^2}.$$

On peut aussi donner à la congruence

$$1 + a^4b^2 + a^2b^4 - 3a^2b^2 \equiv 0 \pmod{3^3}$$

la forme suivante

$$a^2(b^2-a^2)^2 + 3(a^4-a^2)(b^2-a^2) + (2a^2+1)(a^2-1)^2 \equiv 0 \pmod{3^3}$$

et ensuite parvenir à la congruence simple et symmétrique par rapport aux lettres a et b

$$b^2 \equiv a^2 \pmod{3^2},$$

c'est à dire

$$b \equiv \pm a \pmod{3^2}.$$

Donc la condition, qu'un nombre

$$\xi = \frac{x + y\sqrt[3]{A} + z\sqrt[3]{B}}{3}$$

dépendant de $\sqrt[3]{A}$ est entier, s'exprime dans le cas

$$b \equiv \pm a \pmod{3^2}$$

par les congruences

$$y \equiv ax \pmod 3 \quad \text{et} \quad z \equiv bx \pmod 3$$

et dans tous les autres cas par les congruences

$$x \equiv y \equiv z \equiv 0 \pmod 3.$$

§ 2. Soient ξ et ξ_1 deux nombres entiers dépendants de $\sqrt[3]{A}$.

Nous conviendrons de dire, que ces deux nombres n'ont aucun facteur commun, s'il existe deux nombres entiers ω et ω_1 dépendants aussi de $\sqrt[3]{A}$ tels, que les normes des trois nombres

$$\xi,\ \xi_1 \text{ et } \omega\xi + \omega_1\xi_1$$

n'aient aucun facteur commun dans le sens ordinaire.

Alors on peut trouver trois nombres entiers ordinaires P, Q, R tels, que la somme

$$P.\ (\text{la norme de } \xi) + Q.\ (\text{la norme de } \xi_1) + R.\ (\text{la norme de } \omega\xi + \omega_1\xi_1)$$

soit égale à l'unité

Par conséquent, si ξ et ξ_1 n'ont aucun facteur commun, il existera deux nombres entiers

$$\xi' = P.\ (\pm \text{ l'adjoint à } \xi) + R\omega.\ (\pm \text{ l'adjoint à } \omega\xi + \omega_1\xi_1)$$

et

$$\xi'_1 = Q.\ (\pm \text{ l'adjoint à } \xi_1) + R\omega_1\ (\pm \text{ l'adjoint à } \omega\xi + \omega_1\xi_1)$$

dépendants aussi de $\sqrt[3]{A}$ tels, que

$$\xi'\xi + \xi'_1\xi_1 = 1.$$

Dans le cas contraire nous conviendrons de dire, que les nombres ξ et ξ_1 ont un facteur commun.

En particulier ξ a un facteur commun avec un nombre entier premier ordinaire p, si la norme de ξ est divisible par p, et n'a aucun facteur commun avec p, si cette norme n'est pas divisible par p.

Par la lettre p nous désignerons toujours un nombre entier premier ordinaire et par la lettre ξ un nombre entier dépendant de $\sqrt[3]{A}$.

Nous conviendrons de dire, que deux nombres entiers ξ et ξ_1 dépendants de $\sqrt[3]{A}$ n'ont aucun facteur commun appartenant à p, s'il existe deux nombres entiers ω et ω_1 dépendants aussi de $\sqrt[3]{A}$ tels, que la somme $\omega\xi + \omega_1\xi_1$ n'a aucun facteur commun avec p.

Dans ce cas nous dirons aussi, que ξ et ξ_1 n'ont que les différents facteurs de p, si les normes de ξ et de ξ_1 sont divisibles par p.

En établissant ces définitions il est important de remarquer deux propositions suivantes faciles à démontrer.

Si deux nombres entiers dépendants de $\sqrt[3]{A}$ n'ont que les différents facteurs de tous les nombres premiers ordinaires, qui divisent leurs normes, ces deux nombres n'ont aucun facteur commun.

Si nous avons deux systèmes des nombres entiers dépendants de $\sqrt[3]{A}$ et si chaque nombre du premier système n'a aucun facteur appartenant à p commun avec les nombres du second, le produit de tous les nombres du premier système n'aura aussi aucun facteur appartenant à p commun avec le produit de tous les nombres du second système.

Nous conviendrons de dire ensuite, qu'un nombre ξ_1 a tous les facteurs appartenants à p d'un autre nombre ξ, s'il existe un nombre entier ordinaire P non divisible par p et tel, que $P\xi_1$ soit divisible par ξ, c'est à dire que $\frac{P\xi_1}{\xi}$ soit un nombre entier.

En vertu de la dernière définition pour la divisibilité d'un nombre ξ_1 par un autre nombre ξ il faut et il suffit, que ξ_1 ait tous les facteurs de ξ appartenants à tous les nombres premiers p, qui divisent la norme de ξ.

Or il est facile de démontrer, qu'un nombre ξ_2, ayant tous les facteurs appartenants à p de deux nombres ξ et ξ_1, doit avoir tous les facteurs appartenants à p de leur produit $\xi\xi_1$, si ces nombres ξ et ξ_1 n'ont que les différents facteurs de p.

Conformément à cette définition nous dirons encore, que tous les facteurs appartenants à p de deux nombres ξ et ξ_1 sont identiques, s'il existe deux nombres entiers ordinaires P et P_1 non divisibles par p tels, que

$$\frac{P\xi_1}{\xi} \text{ et } \frac{P_1\xi}{\xi_1}$$

soient des nombres entiers.

Nous conviendrons de dire enfin, que tous les facteurs de ξ appartenants à p se réduisent au seul facteur premier, si ξ ne peut contenir tous les facteurs appartenants à p d'aucun autre nombre entier ξ_1, qui n'a pas tous les facteurs de ξ appartenants à p et dont la norme est divisible par p.

Et nous allons définir pour le domaine des nombres entiers dépendants de $\sqrt[3]{A}$ chaque facteur premier au moyen d'un nombre entier premier ordinaire p et d'un nombre ξ (de ce domaine), dont tous les facteur appartenants à p se réduisent au seul facteur premier.

A ce facteur nous attribuons la norme égale à p^k, si la norme de ξ est divisible par p^k et n'est pas divisible par p^{k+1}.

§ 3. En supposant maintenant, que p n'est pas égal à 3, nous distinguons les cas suivants:

I) p est un diviseur de a;

II) p est un diviseur de b;

III) p ne divise pas A et A n'est pas résidu cubique de p,

IV) p ne divise pas A, qui est un résidu cubique de p.

Dans le premier de ces cas le nombre

$$\xi = \frac{x + y\sqrt[3]{A} + z\sqrt[3]{B}}{3}$$

n'a de facteur commun avec p que pour les valeurs de x divisibles par p.

D'un autre côté, si x est divisible par p, le produit

$$\frac{ab^2}{p}\xi = \frac{ab^2x + ab^2y\sqrt[3]{A} + ab^2z\sqrt[3]{B}}{3p} = \frac{\frac{ab^2y}{p} + \frac{abz}{p}\sqrt[3]{A} + \frac{bx}{p}\sqrt[3]{B}}{3}\cdot\sqrt[3]{A}$$

est divisible par $\sqrt[3]{A}$.

En d'autres termes chaque nombre ξ ayant un facteur commun avec p contient tous les facteurs de $\sqrt[3]{A}$ appartenants à p, et par conséquent tous les facteurs de $\sqrt[3]{A}$ appartenants à p se réduisent au seul facteur premier, que nous désignons par α_p.

Et nous conviendrons de dire, qu'un nombre ξ est divisible par α_p^n, si ξ contient tous les facteurs de $\left(\sqrt[3]{A}\right)^n$ appartenants à p.

Quant au nombre p nous posons

$$p = \alpha_p^3,$$

car chaque nombre ξ divisible par p est aussi divisible par α_p^3 et inversement chaque nombre ξ divisible par α_p^3 est divisible par p.

De la même manière, si p divise b, nous posons

$$p = \alpha_p^3,$$

en définissant α_p comme le facteur commun de p et de $\sqrt[3]{B}$.

Dans ces deux cas nous attribuons au facteur α_p la norme égale à p, conformément à ce, que nous avons dit auparavant.

Quant au cas troisième il est facile de prouver, que dans ce cas chaque nombre ξ ayant un facteur commun avec p doit être divisible par p.

En effet, si la norme du nombre

$$\xi = \frac{x + y\sqrt[3]{A} + z\sqrt[3]{B}}{3}$$

est divisible par p, les normes des nombres

$$\left(x + y\sqrt[3]{A} + z\sqrt[3]{B}\right)\left(x - z\sqrt[3]{B}\right) = x^2 - abyz + (xy - az^2)\sqrt[3]{A},$$
$$\left(x + y\sqrt[3]{A} + z\sqrt[3]{B}\right)\left(x - y\sqrt[3]{A}\right) = x^2 - abyz + (xz - by^2)\sqrt[3]{B}$$

sont aussi divisibles par p.

De là résultent les congruences

$$(x^2 - abyz)^3 + A(xy - az^2)^3 \equiv (x^2 - abyz)^3 + B(xz - by^2)^3 \equiv 0 \pmod{p}$$

qui dans le cas troisième sont identiques à celles-ci

$$x^2 \equiv abyz, \qquad xy \equiv az^2, \qquad xz \equiv by^2 \pmod{p},$$

d'où nous déduisons

$$x^4 \equiv a^2b^2y^2z^2 \equiv a^2bxz^3, \qquad x(x^3 - Bz^3) \equiv 0 \pmod{p}$$

et enfin

$$x \equiv y \equiv z \equiv 0 \pmod{p}.$$

Conformément à cela chaque nombre premier p, pour lequel A n'est pas résidu cubique, dôit être considéré dans le domaine des nombres entiers dépendants de $\sqrt[3]{A}$ comme facteur premier.

La norme de ce facteur est égale évidemment à p^3.

En nous arrêtant enfin au cas quatrième, remarquons, que les facteurs de

$$\xi = \frac{x + y\sqrt[3]{A} + z\sqrt[3]{B}}{3}$$

appartenants à p sont identiques à ceux du nombre

$$x^2 - abyz + (xy - az^2)\sqrt[3]{A} = 3\xi\left(x - z\sqrt[3]{B}\right),$$

si $x^3 - Bz^3$ n'est pas divisible par p, et à ceux du nombre

$$x^2 - abyz + (xz - by^2)\sqrt[3]{B} = 3\xi\left(x - y\sqrt[3]{A}\right),$$

si $x^3 - Ay^3$ n'est pas divisible par p.

Remarquons aussi, que les facteurs de

$$x^2 - abyz + (xz - by^2)\sqrt[3]{B}$$

appartenants à p sont identiques à ceux de

$$ab(xz - by^2) + (x^2 - abyz)\sqrt[3]{A} = \sqrt[3]{A}\left\{x^2 - abyz + (xz - by^2)\sqrt[3]{B}\right\},$$

car p ne divise pas A.

Donc les facteurs de

$$\xi = \frac{x + y\sqrt[3]{A} + z\sqrt[3]{B}}{3}$$

appartenants à p sont identiques avec ceux d'un nombre de la forme

$$R + S\sqrt[3]{A},$$

R et S étant des nombres entiers ordinaires, ou deux nombres

$$x^3 - Ay^3 \quad \text{et} \quad x^3 - Bz^3$$

sont divisibles par p simultanément.

Il faut ici distinguer deux cas:

1) la congruence $t^3 \equiv A \pmod{p}$ a une solution: $t \equiv \tau \pmod{p}$;

2) la congruence $t^3 \equiv A \pmod{p}$ a trois solutions $t \equiv \tau_1$, $t \equiv \tau_2$, $t \equiv \tau_3 \pmod{p}$.

On choisira, ce qui est toujours possible, les nombres $\tau, \tau_1, \tau_2, \tau_3$ ainsi, que les différences

$$\tau^3 - A, \quad \tau_1^3 - A, \quad \tau_2^3 - A, \quad \tau_3^3 - A$$

ne soient pas divisibles par p^2.

Arrêtons nous d'abord au cas, où la congruence

$$t^3 \equiv A \pmod{p}$$ a une seule solution $t \equiv \tau \pmod{p}$.

Dans ce cas chaque nombre entier de la forme

$$R + S\sqrt[3]{A}$$

a tous les facteurs du nombre

$$\tau - \sqrt[3]{A}$$

appartenants à p, si seulement ce nombre $R + S\sqrt[3]{A}$ a un facteur commun avec p, car

$$\frac{\tau^3 - A}{p}\left(R + S\sqrt[3]{A}\right) = -\frac{\tau^3 - A}{p} S\left(\tau - \sqrt[3]{A}\right) + (\tau^3 - A)\frac{R + S\tau}{p}$$

$$= \left(\tau - \sqrt[3]{A}\right)\left\{\frac{R + S\tau}{p}\left(\tau^2 + \tau\sqrt[3]{A} + b\sqrt[3]{B}\right) - \frac{\tau^3 - A}{p} S\right\}$$

et de la congruence

$$R^3 + AS^3 \equiv 0 \pmod{p}$$

il suit

$$R + S\tau \equiv 0 \pmod{p}.$$

Quant au nombre ξ de la forme

$$\frac{x + y\sqrt[3]{A} + z\sqrt[3]{B}}{3}$$

ayant un facteur commun avec p, il suit de notre remarque précédente, que ce nombre doit aussi avoir tous les facteurs de $\tau - \sqrt[3]{A}$ appartenants à p excepté les cas, où l'on a

$$x^3 \equiv Ay^3 \equiv Bz^3 \pmod{p}.$$

Or des congruences

$$x^3 \equiv Ay^3 \equiv Bz^3 \pmod{p}$$

il est facile de déduire les suivantes

$$x \equiv \tau y; \quad by \equiv \tau z, \quad \tau x \equiv abz \pmod{p}.$$

En supposant maintenant, que ces congruences sont satisfaites, et ayant égard à l'égalité

$$\frac{\tau^3 - A}{p} \cdot \frac{x + y\sqrt[3]{A} + z\sqrt[3]{B}}{3} = \left(\tau^2 + \tau\sqrt[3]{A} + b\sqrt[3]{B}\right) \frac{\frac{\tau x - abz}{p} + \frac{\tau y - x}{p}\sqrt[3]{A} + \frac{\tau z - by}{p}\sqrt[3]{B}}{3},$$

nous voyons, que le nombre ξ considéré a tous les facteurs de

$$\tau^2 + \tau\sqrt[3]{A} + b\sqrt[3]{B}$$

appartenants à p.

Quant aux nombres

$$\tau - \sqrt[3]{A} \quad \text{et} \quad \tau^2 + \tau\sqrt[3]{A} + b\sqrt[3]{B}$$

ils n'ont que les différents facteurs de p, car la différence

$$\left(\tau^2 + \tau\sqrt[3]{A} + b\sqrt[3]{B}\right) - \left(\tau - \sqrt[3]{A}\right)\left(\tau + 2\sqrt[3]{A}\right)$$

égale à $3b\sqrt[3]{B}$ n'a aucun facteur commun avec p.

Par conséquent, si un nombre ξ a tous les facteurs

$$\text{de } \tau - \sqrt[3]{A} \quad \text{et de} \quad \tau^2 + \tau\sqrt[3]{A} + b\sqrt[3]{B}$$

appartenants à p, ce nombre doit avoir aussi tous les facteurs du produit

$$\left(\tau - \sqrt[3]{A}\right)\left(\tau^2 + \tau\sqrt[3]{A} + b\sqrt[3]{B}\right) = \tau^3 - A$$

appartenants à p, c'est à dire ce nombre ξ doit être divisible par p.

Et inversement, si un nombre ξ est divisible par p, ce nombre ξ a tous les facteurs

$$\text{de } \tau - \sqrt[3]{A} \quad \text{et de} \quad \tau^2 + \tau\sqrt[3]{A} + b\sqrt[3]{B}$$

appartenants à p.

Conformément à cela nous posons

$$p = \gamma_p\, \delta_p$$

en définissant γ_p comme le facteur commun de p et de $\tau - \sqrt[3]{A}$ et δ_p comme le facteur commun de p et de $\tau^2 + \tau\sqrt[3]{A} + b\sqrt[3]{B}$, et nous dirons, qu'un nombre ξ est divisible par le produit $\gamma_p^m\, \delta_p^n$, si le produit

$$\left(\frac{\tau^3 - A}{p}\right)^{m+n} \xi$$

est divisible par

$$\left(\tau - \sqrt[3]{A}\right)^m \left(\tau^2 + \tau\sqrt[3]{A} + b\sqrt[3]{B}\right)^n.$$

Au facteur γ_p nous attribuons la norme p et au facteur δ_p la norme p^2, puisque la norme de $\tau - \sqrt[3]{A}$ égale à $\tau^3 - A$ est divisible par p et la norme de $\tau^2 + \tau\sqrt[3]{A} + b\sqrt[3]{B}$ égale à $(\tau^3 - A)^2$ est divisible par p^2; en sorte que nous aurons

$$\text{la norme de } p = p^3 = (\text{la norme de } \gamma_p) \times (\text{la norme de } \delta_p).$$

Remarquons, que pour la divisibilité de

$$\xi = \frac{x + y\sqrt[3]{A} + z\sqrt[3]{B}}{3}$$

par γ_p il faut et il suffit de satisfaire à la congruence

$$b(x + y\tau) + z\tau^2 \equiv 0 \pmod{p}$$

et pour la divisibilité de

$$\xi = \frac{x + y\sqrt[3]{A} + z\sqrt[3]{B}}{3}$$

par δ_p il faut et il suffit de satisfaire aux deux congruences

$$x \equiv y\tau \quad \text{et} \quad by \equiv z\tau \pmod{p}.$$

En abordant enfin le cas où la congruence

$$t^3 \equiv A \pmod{p}$$

a les trois solutions

$$t \equiv \tau_1, \quad t \equiv \tau_2, \quad t \equiv \tau_3 \pmod{p},$$

nous allons définir le nombre p comme le produit des trois facteurs:

$$p = \lambda'_p \lambda''_p \lambda'''_p,$$

l'un λ' est le facteur commun de p et de $\tau_1 - \sqrt[3]{A}$,

l'autre λ'' » » » » » » » » $\tau_2 - \sqrt[3]{A}$,

et le troisième λ''' » » » » » » » » $\tau_3 - \sqrt[3]{A}$.

En effet chaque nombre ξ de la forme

$$R + S\sqrt[3]{A},$$

dont la norme est divisible par p, a tous les facteurs appartenants à p

$$\text{de } \tau_1 - \sqrt[3]{A}, \quad \text{ou de } \quad \tau_2 - \sqrt[3]{A}, \quad \text{ou de } \quad \tau_3 - \sqrt[3]{A}$$

car de la congruence

$$R^3 + AS^3 \equiv 0 \pmod{p}$$

il suit une des congruences

$$R + S\tau_1 \equiv 0, \quad R + S\tau_2 \equiv 0, \quad R + S\tau_3 \equiv 0 \pmod{p}.$$

Le même fait a lieu évidemment pour chaque nombre

$$\xi = \frac{x + y\sqrt[3]{A} + z\sqrt[3]{B}}{3}$$

excepté les cas, où l'on a

$$x^3 \equiv Ay^3 \equiv Bz^3 \pmod{p}.$$

Or le système des congruences

$$x^3 \equiv Ay^3 \equiv Bz^3 \quad \text{et} \quad x^3 + Ay^3 + Bz^3 - 3abxyz \equiv 0 \pmod{p}$$

se réduit à l'un des trois systèmes suivants :

1) $x \equiv y\tau_1$ et $by \equiv z\tau_1 \pmod{p}$;
2) $x \equiv y\tau_2$ et $by \equiv z\tau_2 \pmod{p}$;
3) $x \equiv y\tau_3$ et $by \equiv z\tau_3 \pmod{p}$.

En supposant

$$x \equiv y\tau_1 \quad \text{et} \quad by \equiv z\tau_1 \pmod{p},$$

il est facile de prouver, que le nombre

$$\xi = \frac{x + y\sqrt[3]{A} + z\sqrt[3]{B}}{3}$$

a tous les facteurs de $\tau_1^2 + \tau_1\sqrt[3]{A} + b\sqrt[3]{B}$ appartenants à p.

Mais les facteurs de $\tau_1^2 + \tau_1\sqrt[3]{A} + b\sqrt[3]{B}$ appartenants à p sont identiques à ces du produit

$$\left(\tau_2 - \sqrt[3]{A}\right)\left(\tau_3 - \sqrt[3]{A}\right) = \tau_2\tau_3 - (\tau_2 + \tau_3)\sqrt[3]{A} + b\sqrt[3]{B},$$

car la différence

$$\left(\tau_1^2 + \tau_1\sqrt[3]{A} + b\sqrt[3]{B}\right) - \left(\tau_2 - \sqrt[3]{A}\right)\left(\tau_3 - \sqrt[3]{A}\right) = \tau_1^2 - \tau_2\tau_3 + (\tau_1 + \tau_2 + \tau_3)\sqrt[3]{A}$$

est divisible par p et il suffit de multiplier p par ce nombre

$$\frac{\tau_1^3 - A}{p} \cdot \frac{\tau_2^3 - A}{p} \cdot \frac{\tau_3^3 - A}{p}$$

premier avec p pour qu'on aura le nombre

$$p \frac{\tau_1^3 - A}{p} \cdot \frac{\tau_2^3 - A}{p} \cdot \frac{\tau_3^3 - A}{p}$$

divisible par $\tau_1^2 + \tau_1 \sqrt[3]{A} + b \sqrt[3]{B}$ et par $\left(\tau_2 - \sqrt[3]{A}\right)\left(\tau_3 - \sqrt[3]{A}\right)$.

Donc dans le cas considéré chaque nombre entier

$$\xi = \frac{x + y \sqrt[3]{A} + z \sqrt[3]{B}}{3},$$

ayant un facteur commun avec p, a tous les facteurs

$$\text{de } \tau_1 - \sqrt[3]{A}, \quad \text{ou de } \quad \tau_2 - \sqrt[3]{A}, \quad \text{ou de } \quad \tau_3 - \sqrt[3]{A}$$

appartenants à p.

En même temps il est facile de voir, que la condition, que ξ ait tous les facteurs appartenants à p

$$\text{de } \tau_1 - \sqrt[3]{A}, \quad \text{ou de } \quad \tau_2 - \sqrt[3]{A}, \quad \text{ou de } \quad \tau_3 - \sqrt[3]{A},$$

s'exprime respectivement

par la congruence	$b(x + y\tau_1) + z\tau_1^2 \equiv 0 \pmod{p}$,
ou par la congruence	$b(x + y\tau_2) + z\tau_2^2 \equiv 0 \pmod{p}$,
ou par la congruence	$b(x + y\tau_3) + z\tau_3^2 \equiv 0 \pmod{p}$.

Les nombres

$$\tau_1 - \sqrt[3]{A}, \quad \tau_2 - \sqrt[3]{A}, \quad \tau_3 - \sqrt[3]{A}$$

n'ont que les différents facteurs de p, puisque leurs différences n'ont aucun facteur commun avec p.

Par conséquent tous les facteurs appartenants à p de chaque de ces trois nombres se réduisent au seul facteur premier.

Enfin, si un nombre ξ est divisible par p, ce nombre ξ a tous les facteurs

$$\text{de } \tau_1 - \sqrt[3]{A}, \quad \text{de } \tau_2 - \sqrt[3]{A} \quad \text{et de } \tau_3 - \sqrt[3]{A}$$

appartenants à p et inversèment, si ξ a tous les facteurs

$$\text{de } \tau_1 - \sqrt[3]{A}, \quad \text{de} \quad \tau_2 - \sqrt[3]{A}, \quad \text{et de} \quad \tau_3 - \sqrt[3]{A}$$

appartenants à p, ce nombre ξ est divisible par p.

Voilà la cause, que dans le cas considéré nous posons

$$p = \lambda_p' \lambda_p'' \lambda_p'''$$

en définissant λ_p' comme le facteur commun de p et de $\tau_1 - \sqrt[3]{A}$,

λ_p'' » » » » » » » » » $\tau_2 - \sqrt[3]{A}$,

λ_p''' » » » » » » » » » $\tau_3 - \sqrt[3]{A}$.

Aux facteurs λ_p', λ_p'', λ_p''' nous attribuons les normes égales à p et nous conviendrons de dire, qu'un nombre ξ est divisible par le produit

$$(\lambda_p')^l \ (\lambda_p'')^m \ (\lambda_p''')^n$$

si le produit

$$\left(\frac{\tau_1^3 - A}{p}\right)^l \left(\frac{\tau_2^3 - A}{p}\right)^m \left(\frac{\tau_3^3 - A}{p}\right)^n \xi$$

est divisible par

$$\left(\tau_1 - \sqrt[3]{A}\right)^l \left(\tau_2 - \sqrt[3]{A}\right)^m \left(\tau_3 - \sqrt[3]{A}\right)^n.$$

§ 4. Posant maintenant $p = 3$ nous allons considérer séparément les cas suivants :

I) $a \equiv 0$, ou $b \equiv 0$ (mod. 3);
II) $a^3 - b^3 \equiv \pm 3$ (mod. 9);
III) $a^3 - b^3 \equiv \pm 9$ (mod. 27);
IV) $a^3 - b^3 \equiv 0$ (mod. 27).

Dans le premier de ces cas tout nombre entier ξ dépendant de $\sqrt[3]{A}$ a la forme

$$x + y\sqrt[3]{A} + z\sqrt[3]{B},$$

x, y, z étant des nombres entiers ordinaires, et la condition, que ce nombre ait un facteur commun avec 3, s'exprime par la congruence

$$x \equiv 0 \text{ (mod. 3)}.$$

Et il est facile de voir, que dans ce cas le nombre 3 joue le même rôle que chaque autre diviseur premier de A; en sorte que nous posons

$$3 = \alpha_3^3,$$

en définissant α_3 comme le facteur commun de 3 et de $\sqrt[3]{A}$ ou de $\sqrt[3]{B}$.

Soit maintenant

$$a^2 - b^2 \equiv \pm 3 \pmod{9}.$$

Alors chaque nombre entier ξ a la même forme

$$x + y\sqrt[3]{A} + z\sqrt[3]{B},$$

x, y, z étant des nombres entiers ordinaires.

Quant à la condition, que ce nombre

$$\xi = x + y\sqrt[3]{A} + z\sqrt[3]{B}$$

ait un facteur commun avec 3, elle s'exprime par la congruence

$$x^3 + Ay^3 + Bz^3 \equiv 0 \pmod{3},$$

qui est tout à fait équivalente à celle plus simple

$$x + Ay + Bz \equiv 0 \pmod{3}.$$

Or, si la dernière congruence est satisfaite, le nombre

$$\xi = x + y\sqrt[3]{A} + z\sqrt[3]{B}$$

a tous les facteurs de

$$a\sqrt[3]{A} - b\sqrt[3]{B}$$

appartenant à 3, puisque

$$\frac{a^3A - b^3B}{3}\left(x + y\sqrt[3]{A} + z\sqrt[3]{B}\right) = \left(a\sqrt[3]{A} - b\sqrt[3]{B}\right)\left\{\begin{array}{l} \frac{x+Ay+Bz}{3}\left(a^2b^2 + A\sqrt[3]{A^2} + B\sqrt[3]{B^2}\right) \\ -B\frac{b^2-1}{3}\left(aby + by\sqrt[3]{A} + az\sqrt[3]{A^2}\right) \\ -A\frac{a^2-1}{3}\left(abz + by\sqrt[3]{B} + az\sqrt[3]{B^2}\right) \end{array}\right\}$$

et le nombre

$$\frac{a^3A - b^3B}{3} = \frac{a^2b^2(a^2 - b^2)}{3}$$

n'est pas divisible par 3.

Par conséquent tous les facteurs de

$$a\sqrt[3]{A} - b\sqrt[3]{B}$$

appartenants à 3 se réduisent au seul facteur premier, dont la norme est égale à 3.

Remarquons enfin, que

$$\frac{\left(a\sqrt[3]{A} - b\sqrt[3]{B}\right)^3}{3} = \frac{a^2b^2(a^2 - b^2)}{3} - a^3b^2\sqrt[3]{A} + a^2b^3\sqrt[3]{B}$$

est un nombre entier et n'a aucun facteur commun avec 3, car sa norme égale à

$$1 \left(\frac{a^3 A - b^3 B}{3}\right)^3$$

n'est pas divisible par 3.

Conformément à cela dans le cas

$$a^2 - b^2 \equiv \pm 3 \pmod 9$$

nous posons

$$3 = \nu^3,$$

en définissant ν comme le facteur commun de 3 et de $a\sqrt[3]{A} - b\sqrt[3]{B}$, et nous conviendrons de dire, qu'un nombre ξ est divisible par ν^n, si la norme de ce nombre est divisible par 3^n.

En abordant ensuite le cas

$$a^2 - b^2 \equiv 9 \pmod{27},$$

nous rappelons d'abord, que dans ce cas la condition, que

$$\xi = \frac{x + y\sqrt[3]{A} + z\sqrt[3]{B}}{3}$$

soit un nombre entier, s'exprime par les deux congruences

$$y \equiv ax \quad \text{et} \quad z \equiv bx \pmod 3.$$

Ces congruences étant satisfaites nous pouvons poser

$$x = abs + 3u, \quad y = bs + 3v, \quad z = as + 3w$$

en désignant par s, u, v, w les nombres entiers ordinaires.

Après cela la norme de ξ égale à

$$\pm \frac{x^3 + Ay^3 + Bz^3 - 3abxyz}{27}$$

sera congrue par rapport à 3 à l'expression

$$\pm (u + av + bw)^2 (abs + u + av + bw).$$

Par conséquent notre nombre ξ n'a le facteur commun avec 3 que pour

$$u + av + bw \equiv 0 \pmod 3$$

et pour

$$abs + u + av + bw \equiv 0 \pmod 3.$$

Or

$$u + av + bw = \frac{x + ay + bz}{3} - abs \equiv \frac{ay + bz - 2x}{3} \pmod 3$$

et

$$abs + u + av + bw = \frac{x + ay + bz}{3},$$

Nous voyons, que dans le cas

$$a^3 - b^2 \equiv \pm 9 \pmod{27},$$

si

$$\xi = \frac{x + y\sqrt[3]{A} + z\sqrt[3]{B}}{3}$$

a un facteur commun avec 3, les nombres x, y, z satisfaisants aux congruences

$$x \equiv ay \equiv bz \pmod 3$$

doivent aussi satisfaire à la congruence

$$ay + bz - 2x \equiv 0 \pmod 9$$

ou à la congruence

$$x + ay + bz \equiv 0 \pmod 9.$$

D'un autre côté, si

$$ay + bz - 2x \equiv 0 \pmod 9 \quad \text{ou} \quad x + ay + bz \equiv 0 \pmod 9,$$

le nombre

$$\xi = \frac{x + y\sqrt[3]{A} + z\sqrt[3]{B}}{3}$$

a respectivement tous les facteurs

$$\text{de } \frac{ab + b\sqrt[3]{A} + a\sqrt[3]{B}}{3} \quad \text{ou de } \frac{\left(a\sqrt[3]{A} - b\sqrt[3]{B}\right)^2}{3ab} = \frac{b\sqrt[3]{A} + a\sqrt[3]{B} - 2ab}{3}$$

appartenants à 3, car

$$ab\,\frac{a^2 - b^2}{9} \cdot \frac{x + y\sqrt[3]{A} + z\sqrt[3]{B}}{3} =$$

$$= \frac{a^2 - b^2}{9}\left\{\frac{ab + b\sqrt[3]{A} + a\sqrt[3]{B}}{3}\,x + \frac{ay - x}{3}\left(b\sqrt[3]{A} - a\sqrt[3]{B}\right) + \frac{ay + bz - 2x}{3}\,a\sqrt[3]{B}\right\}$$

$$= \frac{ab + b\sqrt[3]{A} + a\sqrt[3]{B}}{3}\left\{\frac{a^2 - b^2}{9}\,x + \frac{ay - x}{3} \cdot \frac{a\sqrt[3]{A} + b\sqrt[3]{B} - a^2 - b^2}{3} + \frac{ay + bz - 2x}{9}\,a\left(a - \sqrt[3]{A}\right)\right\}$$

et

$$ab\left(\frac{a^2-b^2}{9}\right)^2 \frac{x+y\sqrt[3]{A}+z\sqrt[3]{B}}{3} =$$

$$= \left(\frac{a^2-b^2}{9}\right)^2 \left\{ bz\,\frac{b\sqrt[3]{A}+a\sqrt[3]{B}-2ab}{3} + b\,\frac{ay-bz}{3}\left(\sqrt[3]{A}-a\right) + ab\,\frac{x+ay+bz}{3} \right\}$$

$$= \frac{b\sqrt[3]{A}+a\sqrt[3]{B}-2ab}{3} \left\{ \left(\frac{a^2-b^2}{9}\right)^2 bz - \frac{a^2-b^2}{9}\,\frac{ay-bz}{3}\cdot\frac{b^2+a\sqrt[3]{A}+b\sqrt[3]{B}}{3} \right.$$

$$\left. + \frac{x+ay+bz}{9}\cdot\left(\frac{ab+b\sqrt[3]{A}+a\sqrt[3]{B}}{3}\right)^2 \right\}.$$

Les nombres

$$\frac{ab+b\sqrt[3]{A}+a\sqrt[3]{B}}{3} \quad \text{et} \quad \frac{b\sqrt[3]{A}+a\sqrt[3]{B}-2ab}{3}$$

n'ont que les différents facteurs de 3, puisque leur différence égale à ab n'a aucun facteur commun avec 3.

En même temps il est facile de voir, que chaque nombre ξ divisible par 3 doit avoir tous les facteurs appartenants à 3 du produit

$$\left(\frac{ab+b\sqrt[3]{A}+a\sqrt[3]{B}}{3}\right)^2 \cdot \frac{b\sqrt[3]{A}+a\sqrt[3]{B}-2ab}{3} = \frac{ab\left(a^2-b^2\right)^2}{27}$$

et inversement, si ξ a tous les facteurs appartenants à 3

$$\text{de } \left(\frac{ab+b\sqrt[3]{A}+a\sqrt[3]{B}}{3}\right)^2 \quad \text{et de } \frac{b\sqrt[3]{A}+a\sqrt[3]{B}-2ab}{3},$$

ce nombre ξ est divisible par 3.

Conformément à cela dans le cas

$$a^2 - b^2 \equiv \pm 9 \pmod{27}$$

nous posons

$$3 = [3]^2\,\{3\}$$

en définissant

$[3]$ comme le facteur commun de 3 et de $\dfrac{ab+b\sqrt[3]{A}+a\sqrt[3]{B}}{3}$

et $\{3\}$ » » » » » » » » $\dfrac{b\sqrt[3]{A}+a\sqrt[3]{B}-2ab}{3}$.

A ces facteurs premiers nous attribuerons les normes égales à 3 et nous conviendrons de dire, qu'un nombre ξ est divisible par le produit

$$[3]^m \{3\}^n,$$

si le produit

$$(ab)^{m+n} \left(\frac{a^2 - b^2}{9}\right)^{m+2n} \xi$$

est divisible par

$$\left(\frac{ab + b\sqrt[3]{A} + a\sqrt[3]{B}}{3}\right)^m \left(\frac{b\sqrt[3]{A} + a\sqrt[3]{B} - 2ab}{3}\right)^n.$$

Enfin dans le cas

$$a^2 - b^2 \equiv 0 \pmod{27}$$

nous posons aussi

$$3 = [3]^2 \{3\},$$

en définissant

[3] comme le facteur commun de 3 et de $\frac{4ab + b\sqrt[3]{A} + 16a\sqrt[3]{B}}{3}$

et $\{3\}$ » » » » » » » » $\frac{\left(4a\sqrt[3]{A} - b\sqrt[3]{B}\right)^2}{3ab} = \frac{b\sqrt[3]{A} + 16a\sqrt[3]{B} - 8ab}{3}$.

A ces facteurs premiers nous attribuerons les normes égales à 3 et nous dirons, qu'un nombre ξ est divisible par

$$|3|^m \{3\}^n,$$

si le produit

$$(ab)^{m+n} \left(\frac{64a^2 - b^2}{9}\right)^{m+2n} \xi$$

est divisible par

$$\left(\frac{4ab + b\sqrt[3]{A} + 16a\sqrt[3]{B}}{3}\right)^m \left(\frac{b\sqrt[3]{A} + 16a\sqrt[3]{B} - 8ab}{3}\right)^n.$$

Dans tous les deux cas III et IV la condition, qu'un nombre

$$\xi = \frac{x + y\sqrt[3]{A} + z\sqrt[3]{B}}{3}$$

est divisible par [3], s'exprime par la congruence

$$ay + bz - 2x \equiv 0 \pmod{9},$$

et la condition, que ce nombre est divisible par $\{3\}$, s'exprime par la congruence

$$x + ay + bz \equiv 0 \pmod{9}.$$

§ 5. Les facteurs premiers et les degrés de ces facteurs étant définis il est facile de définir le produit des degrés des différents facteurs premiers comme le diviseur de tous les nombres ξ, qui sont divisibles par ces degrés, et seulement de ces nombres ξ.

A ce produit nous attribuons une norme égale au produit des normes des facteurs premiers composants élevées aux degrés correspondants, qui montrent combien de fois notre produit contient chacun de ces facteurs.

Quant à la décomposition en facteurs premiers d'un nombre ξ, elle se réduit à ce qui suit.

On détermine d'abord tous les diviseurs premiers p de la norme de ξ et on décompose ces diviseurs en facteurs premiers définis auparavant.

On aura ainsi tous les facteurs premiers qui peuvent diviser le nombre ξ considéré et il reste à trouver pour chacun de ces facteurs le plus haut degré, qui réellement divise ξ.

Alors la décomposition de ξ en facteurs premiers sera achevée, en sorte qu'on peut considérer ξ comme le produit des degrés trouvés ci-dessus et inversement nous dirons, que ce produit se réduit à ξ.

On doit remarquer ici, que dans la théorie de la décomposition en facteurs premiers on considère comme unité tous les nombres ξ, dont les normes sont égales à l'unité: on les appelle unités complexes.

Toutes les unités complexes, prises avec le signe + ou —, sont égales aux degrés entiers positifs ou négatifs de l'unité complexe fondamentale.

Ne nous arrêtant pas aux méthodes sûres mais fatigantes pour déterminer l'unité complexe fondamentale nous remarquons, que pour les valeurs petites de a et de b il est facile de trouver les unités complexes par le tâtonnement en considérant plusieurs nombres ξ composés des mêmes facteurs premiers.

En appelant par ω un facteur premier ou le produit de plusieurs facteurs premiers $\left(\text{ou enfin un nombre entier dépendant de } \sqrt[3]{A}\right)$, deux nombres ξ et ξ' seront congrus par rapport à ω, si leur différence $\xi - \xi'$ est divisible par ω.

Conformément à cela on distribue tous les nombres ξ en plusieurs classes par rapport à ω, en rangeant dans la même classe les nombres congrus par rapport à ω.

Le nombre de ces classes est égal à la norme de ω.

Nous allons considérer cette distribution en classes par les rapport à 3 dans les cas $a^2 - b^2 \equiv 0 \pmod 9$.

La norme de 3 est égale à 27 et conformément à cela on peut distribuer tous les nombres entiers ξ par rapport à 3 en 27 classes.

En supposant $a^2 - b^2 \equiv 0 \pmod 9$, nous distribuons ces 27 classes par les six groupes suivants.

1) La seule classe des nombres divisibles par 3.

Ces nombres ont la forme

$$x + y\sqrt[3]{A} + z\sqrt[3]{B},$$

x, y, z étant des nombres entiers ordinaires satisfaisants aux congruences

$$x \equiv ay \equiv bz \pmod{3}.$$

2) Deux classes des nombres divisibles par le produit $[3]\,\{3\}$ et non divisibles par 3. Ces nombres ont la forme

$$x + y\sqrt[3]{A} + z\sqrt[3]{B},$$

x, y, z étant des nombres entiers ordinaires satisfaisants aux congruences

$$x - ay \equiv \pm 1, \qquad x + ay + bz \equiv 0 \pmod{3}.$$

3) Six classes des nombres divisibles par $[3]$ et non divisibles par $\{3\}$.
Ces nombres ont la forme fractionnaire

$$\frac{x + y\sqrt[3]{A} + z\sqrt[3]{B}}{3},$$

x, y, z étant des nombres entiers ordinaires satisfaisants aux congruences

$$x \equiv \pm 1 \pmod{3}, \qquad ay - x \equiv 0, \pm 3 \pmod{9}, \qquad ay + bz - 2x \equiv 0 \pmod{9}.$$

4) Six classes des nombres divisibles par $\{3\}$ et non divisibles par $[3]$.
Ces nombres ont aussi la forme fractionnaire

$$\frac{x + y\sqrt[3]{A} + z\sqrt[3]{B}}{3},$$

x, y, z étant des nombres entiers ordinaires satisfaisants aux congruences

$$x \equiv \pm 1 \pmod{3}, \qquad ay - x \equiv 0, \pm 3 \pmod{9}, \qquad x + ay + bz \equiv 0 \pmod{9}.$$

5) Six classes des nombres de la forme

$$x + y\sqrt[3]{A} + z\sqrt[3]{B}$$

qui n'ont aucun facteur commun avec 3.

Pour ces six classes les nombres entiers ordinaires x, y, z satisfont à l'un des six systèmes des congruences suivantes

$$\left.\begin{matrix} x-ay\equiv 0 \\ x-bz\equiv +1 \end{matrix}\right\} \quad \left.\begin{matrix} x-ay\equiv 0 \\ x-bz\equiv -1 \end{matrix}\right\} \quad \left.\begin{matrix} x-ay\equiv +1 \\ x-bz\equiv 0 \end{matrix}\right\}$$

$$\left.\begin{matrix} x-ay\equiv -1 \\ x-bz\equiv 0 \end{matrix}\right\} \quad \left.\begin{matrix} x-ay\equiv +1 \\ x-bz\equiv +1 \end{matrix}\right\} \quad \left.\begin{matrix} x-ay\equiv -1 \\ x-bz\equiv -1 \end{matrix}\right\} \pmod 3.$$

6) Six classes des nombres de la forme fractionnaire

$$\frac{x+y\sqrt[3]{A}+z\sqrt[3]{B}}{3},$$

qui n'ont aucun facteur commun avec 3.

Pour les dernières six classes les nombres entiers ordinaires x, y, z satisfont à l'un des systèmes des congruences suivantes

$$\left.\begin{matrix} x\equiv \pm 1 \pmod 3 \\ ay\equiv x \pmod 9 \\ bz\equiv 4x \pmod 9 \end{matrix}\right\}, \quad \left.\begin{matrix} x\equiv \pm 1 \pmod 3 \\ ay\equiv 4x \pmod 9 \\ bz\equiv x \pmod 9 \end{matrix}\right\}, \quad \left.\begin{matrix} x\equiv \pm 1 \pmod 3 \\ ay\equiv 7x \pmod 9 \\ bz\equiv 7x \pmod 9 \end{matrix}\right\}.$$

Nous avons ici trois groupes 3), 4) et 6) des nombres ξ de la forme fractionnaire, par rapport aux quels il est facile de démontrer les propositions suivantes.

Le produit d'un nombre du groupe 3) ou du groupe 4) par un nombre du même groupe ou par un nombre des groupes 5) et 6) appartient aussi respectivement au groupe 3) ou 4) et par conséquent il a la forme fractionnaire.

Le produit d'un nombre du groupe 3) par un nombre du groupe 4) appartient au groupe 1) ou 2).

Le produit de deux nombres du groupe 6) appartient au groupe 5).

Le produit d'un nombre du groupe 6) par un nombre du groupe 5) appartient au groupe 6).

Soient en effet

$$\xi_1=\frac{x_1+y_1\sqrt[3]{A}+z_1\sqrt[3]{B}}{3} \quad \text{et} \quad \xi_2=\frac{x_2+y_2\sqrt[3]{A}+z_2\sqrt[3]{B}}{3}$$

deux nombres du groupe 6) et

$$\xi'=x'+y'\sqrt[3]{A}+z'\sqrt[3]{B}$$

un nombre du groupe 5).

Alors

$$x_1x_2+ab\,(y_1z_2+z_1y_2)=$$

$$(x_1-ay_1)\,(x_2-ay_2)+ay_1\,(x_2-5ay_2+bz_2)+ay_2(x_1-5ay_1+bz_1)+9a^2y_1y_2\equiv 0 \pmod 9,$$

$$a\,(x_1y_2 + x_2y_1 + az_1z_2) =$$

$$(ay_1 - bz_1)\,(ay_2 - bz_2) + ay_1\,(x_2 - 5ay_2 + bz_2) + ay_2\,(x_1 - 5ay_1 + bz_1) + 9a^2 y_1y_2 + (a^2 - b^2)\,z_1z_2 \equiv 0 \pmod 9,$$

$$b\,(x_1z_2 + x_2z_1 + by_1y_2) =$$

$$(ay_1 - bz_1)(ay_2 - bz_2) + bz_1\,(x_2 - 5bz_2 + ay_2) + bz_2\,(x_1 - 5bz_1 + ay_1) + 9b^2\,z_1z_2 + (b^2 - a^2)\,y_1y_2 \equiv 0 \pmod 9.$$

$$x_1x' + ab\,(y_1z' + z_1y') \equiv (x_1 - ay_1)\,x' + ay'\,(bz_1 - ay_1) + ay_1\,(x' + bz' + ay') \equiv \pm 1 \pmod 3,$$

car

$$x_1 - 5ay_1 + bz_1 \equiv x_2 - 5ay_2 + bz_2 \equiv x_1 - 5bz_1 + ay_1 \equiv x_2 - 5bz_2 + ay_2 \equiv 0 \pmod 9$$

et

$$x' + bz' + ay' \equiv \pm 1 \pmod 3.$$

Par conséquent le produit

$$\xi_1\xi_2 = \frac{x_1x_2 + ab\,(y_1z_2 + z_1y_2)}{9} + \frac{x_1y_2 + x_2y_1 + az_1z_2}{9}\sqrt[3]{A} + \frac{x_1z_2 + x_2z_1 + by_1y_2}{9}\sqrt[3]{B}$$

appartient au groupe 5) et le produit

$$\xi_1\xi' = \frac{x_1x' + ab\,(y_1z' + z_1y')}{3} + \frac{x_1y' + x'y_1 + az_1z'}{3}\sqrt[3]{A} + \frac{x_1z' + x'z_1 + by_1y'}{3}\sqrt[3]{B}$$

appartient au groupe 6).

En particulier le carré de chaque nombre du groupe 6) appartient au groupe 5).

Les unités complexes appartiennent aux groupes 5) et 6).

Par conséquent s'il existe des unités complexes de la forme fractionnaire

$$\frac{x + y\sqrt[3]{A} + z\sqrt[3]{B}}{3}$$

leurs carrés auront la forme

$$X + Y\sqrt[3]{A} + Z\sqrt[3]{B},$$

X, Y, Z étant des nombres entiers ordinaires.

Et nous pouvons au moyen d'une unité complexe de la forme fractionnaire représenter chaque nombre du groupe 6) comme le produit de cette unité par un nombre du groupe 5).

§ 6. Nous appellerons les facteurs premiers et leurs produits définis auparavant simplement les **facteurs**.

Si un facteur ne se réduit à aucun nombre ξ existant, on l'appelle le nombre idéal.

On appelle le produit de deux facteurs ω et ω' un tel facteur ω'', qui contient chaque facteur premier exactement autant de fois que ω et ω' ensemble.

Deux nombres idéaux sont dits équivalents, lorsque leurs produits par un seul et même facteur se réduisent aux nombres ξ existants.

Conformément à cela on distribue tous les nombres idéaux en classes de telle manière que deux nombres idéaux appartiennent à une seule classe ou aux classes différentes suivant qu'ils sont équivalents ou non équivalents.

Le nombre de ces classes, aux quelles on ajoute la seule classe des nombres ξ existants, est toujours fini.

Soit en effet ω un nombre idéal et N la norme de ω.

Designons par g le nombre entier ordinaire défini par deux inégalités

$$g^3 \leqq N < (g+1)^3$$

et considérons tous les nombres

$$x + y\sqrt[3]{A} + z\sqrt[3]{B},$$

où x, y, z ont les valeurs

$$0, 1, 2, \ldots, g.$$

Parmi ces nombres il en existe nécessairement deux

$$\xi' = x' + y'\sqrt[3]{A} + z'\sqrt[3]{B} \quad \text{et} \quad \xi'' = x'' + y''\sqrt[3]{A} + z''\sqrt[3]{B}$$

différents entre eux, qui sont congrus par rapport à ω, car leur nombre $(g+1)^3$ est plus grand que la norme de ω.

La différence

$$\xi' - \xi'' = x' - x'' + (y' - y)\sqrt[3]{A} + (z' - z'')\sqrt[3]{B}$$

sera un nombre divisible par ω, en sorte que nous pouvons considérer cette différence comme le produit de ω par un autre facteur ω', dont la norme nous désignons par N'.

Cela étant la norme $\xi'-\xi''$ sera égale au produit NN' des normes de ω et de ω' et plus petite que

$$g^3(1 + A + B + 3ab)$$

car

$$-g \leqq x' - x'' < g, \quad -g < y' - y'' < g, \quad -g < z' - z'' < g.$$

Par conséquent

$$NN' < g^3(1 + A + B + 3ab) \leqq N(1 + A + B + 3ab)$$

et

$$N' < 1 + A + B + 3ab.$$

Nous voyons, que pour chaque nombre idéal ω il existe un autre nombre idéal ω' tel, que le produit $\omega\omega'$ se réduit au nombre ξ existant et la norme de ω' est plus petite que

$$1 + A + B + 3ab.$$

De telle manière nous parvenons à considérer seulement ces facteurs, dont les normes sont plus petites que $1 + A + B + 3ab$ et dont le nombre est évidemment fini.

Soient

$$\omega', \omega'', \omega''' \ldots, \omega^{(M)}$$

ces facteurs.

Il reste à trouver entre eux ceux, qui se réduisent aux nombres ξ existants, et à distribuer les autres en classes des nombres équivalentes.

Pour cet effet il suffit évidemment de déterminer tous les nombres ξ existants, à qui peuvent se réduire

$$\omega', \omega'', \omega''', \ldots, \omega^{(M)}$$

et les produits

$$\omega'\omega', \quad \omega'\omega'', \quad \omega'\omega''', \quad \ldots\ldots, \quad \omega'\omega^{(M)}$$

$$\omega''\omega'', \quad \omega''\omega''', \quad \ldots\ldots, \quad \omega''\omega^{(M)}$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$\omega^{(M)}\omega^{(M)}.$$

Leurs normes sont plus petites que $(1 + A + B + 3ab)^2 = H$.

Posons maintenant, que nous avons déjà trouvé une unité complexe $\xi_0 > 1$.

Dans la théorie de décomposition en facteurs les nombres

$$\pm\xi, \quad \pm\xi_0\xi, \quad \pm\xi_0^{-1}\xi, \quad \pm\xi_0^2\xi, \quad \pm\xi_0^{-2}\xi, \ldots\ldots$$

jouent un même rôle et on peut toujours choisir parmi eux un nombre contenu entre 1 et ξ_0.

En choisissant de cette manière les nombres

$$\xi = \frac{x + y\sqrt[3]{A} + z\sqrt[3]{B}}{3},$$

dont les normes sont plus petites que H, on aura les inégalités

$$1 < \frac{x + y\sqrt[3]{A} + z\sqrt[3]{B}}{3} < \xi_0$$

$$2\,\frac{x^3 + Ay^3 + Bz^3 - 3abxyz}{x + y\sqrt[3]{A} + z\sqrt[3]{B}} = \left(x - y\sqrt[3]{A}\right)^2 + \left(x - z\sqrt[3]{B}\right)^2 + \left(y\sqrt[3]{A} - z\sqrt[3]{B}\right)^2 < 18H$$

et ensuite

$$-\sqrt{18H} < x - y\sqrt[3]{A} < \sqrt{18H}, \qquad -\sqrt{18H} < x - z\sqrt[3]{B} < \sqrt{18H},$$

$$-\sqrt{18H} < y\sqrt[3]{A} - z\sqrt[3]{B} < \sqrt{18H},$$

$$3 - 2\sqrt{18H} < \quad 3x \quad < 3\xi_0 + 2\sqrt{18H}$$

$$3 - 2\sqrt{18H} < 3y\sqrt[3]{A} < 3\xi_0 + 2\sqrt{18H}$$

$$3 - 2\sqrt{18H} < 3z\sqrt[3]{B} < 3\xi_0 + 2\sqrt{18H}.$$

Il en résulte, que pour la détermination exacte du nombre des classes des idéaux il suffit de considérer un nombre fini de nombres ξ existants et de les décomposer en facteurs.

Ces considérations générales peuvent être simplifiées dans les cas particuliers, comme nous allons le voir.

§ 7. Cas particuliers.

I. $$a = 2, \quad b = 1, \quad A = 2, \quad B = 4.$$

Dans ce cas les nombres ξ ont la forme

$$x + y\sqrt[3]{2} + z\sqrt[3]{4},$$

x, y, z étant des nombres entiers ordinaires.

Quant à l'unité complexe elle est égale à

$$1 + \sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{4} = \xi_0.$$

Enfin tous les facteurs se réduisent à des nombres existants, car cela a lieu pour tous les facteurs premiers dont les normes sont plus petites que $1 + 2 + 4 + 6 = 13$:

$$2 = \left(\sqrt[3]{2}\right)^3,$$

$$3 = \left(\sqrt[3]{2} + 1\right)^3 \left(\sqrt[3]{2} - 1\right) = \xi_0^1 \left(\sqrt[3]{2} + 1\right)^3,$$

$$5 = \left(\sqrt[3]{4} + 1\right)\left(1 + 2\sqrt[3]{2} - \sqrt[3]{4}\right),$$

$$7 = \text{un facteur premier,}$$

$$11 = \left(\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{2} - 1\right)\left(2\sqrt[3]{4} + 3\sqrt[3]{2} - 1\right),$$

$$13 = \text{un facteur premier.}$$

II. $$a = 3, \quad b = 1, \quad A = 3, \quad B = 9.$$

$$\xi = x + y\sqrt[3]{3} + z\sqrt[3]{9}.$$

L'unité complexe fondamentale

$$4 + 3\sqrt[3]{3} + 2\sqrt[3]{9} = \xi_0.$$

Tous les facteurs se réduisent à des nombres existants, car

$$2 = \left(\sqrt[3]{3} - 1\right)\left(1 + \sqrt[3]{3} + \sqrt[3]{9}\right),$$

$$3 = \left(\sqrt[3]{3}\right)^3,$$

$$5 = \left(2 - \sqrt[3]{3}\right)\left(4 + 2\sqrt[3]{3} + \sqrt[3]{9}\right),$$

$$7 = \text{un facteur premier},$$

$$11 = \left(2 + \sqrt[3]{3}\right)\left(4 - 2\sqrt[3]{3} + \sqrt[3]{9}\right),$$

$$13 = \text{un facteur premier},$$

$$17 = \left(2 + \sqrt[3]{9}\right)\left(4 + 3\sqrt[3]{3} - 2\sqrt[3]{9}\right),$$

$$19 = \text{un facteur premier}.$$

III. $$a = 5, \quad b = 1, \quad A = 5, \quad B = 25.$$

$$\xi = x + y\sqrt[3]{5} + z\sqrt[3]{25}.$$

L'unité complexe fondamentale

$$41 + 24\sqrt[3]{5} + 14\sqrt[3]{25} = \xi_0.$$

Tous les facteurs se réduisent à des nombres ξ existants, car

$$2 = \left(3 + 2\sqrt[3]{5} + \sqrt[3]{25}\right)\left(\sqrt[3]{25} - \sqrt[3]{5} - 1\right),$$

$$3 = \left(2 - \sqrt[3]{5}\right)^3 \xi_0,$$

$$5 = \left(\sqrt[3]{5}\right)^3,$$

$$7 = \text{un facteur premier},$$

$$11 = \left(6 + 3\sqrt[3]{5} + 2\sqrt[3]{25}\right)\left(6 + 2\sqrt[3]{5} - 3\sqrt[3]{25}\right),$$

$$13 = \left(2 + \sqrt[3]{5}\right)\left(2\sqrt[3]{5} - 3\right)\left(2 + 2\sqrt[3]{5} + \sqrt[3]{25}\right),$$

$$17 = \left(\sqrt[3]{25} - 2\right)\left(4 + 5\sqrt[3]{5} + 2\sqrt[3]{25}\right),$$

$$19 = \text{un facteur premier},$$

$$23 = \left(7 - 4\sqrt[3]{5}\right)\left(49 + 28\sqrt[3]{5} + \sqrt[3]{25}\right),$$

$$29 = \left(\sqrt[3]{25} + 2\sqrt[3]{5} - 6\right)\left(26 + 17\sqrt[3]{5} + 10\sqrt[3]{25}\right),$$

$$31 = \text{un facteur premier},$$

$$37 = \text{un facteur premier},$$

$$41 = \left(1 + 2\sqrt[3]{5}\right)\left(1 - 2\sqrt[3]{5} + 4\sqrt[3]{25}\right),$$

$$43 = \text{un facteur premier}.$$

IV. $$a = 6, \quad b = 1, \quad A = 6, \quad B = 36.$$

$$\xi = x + y\sqrt[3]{6} + z\sqrt[3]{36}.$$

L'unité complexe fondamentale

$$109 + 60\sqrt[3]{6} + 33\sqrt[3]{36} = \xi_0.$$

Tous les facteurs se réduisent à des nombres ξ existants, car

$$2 = \left(2 - \sqrt[3]{6}\right)^3 \xi_0,$$

$$3 = \left(3 + 2\sqrt[3]{6} + \sqrt[3]{36}\right)^3 \xi_0^{-1},$$

$$5 = \left(\sqrt[3]{6} - 1\right)\left(1 + \sqrt[3]{6} + \sqrt[3]{36}\right),$$

$$7 = \left(1 + \sqrt[3]{6}\right)\left(7 + 4\sqrt[3]{6} + 2\sqrt[3]{36}\right)\left(\sqrt[3]{36} + \sqrt[3]{6} - 5\right),$$

$$11 = \left(\sqrt[3]{36} - \sqrt[3]{6} - 1\right)\left(7 + 5\sqrt[3]{6} + 2\sqrt[3]{36}\right),$$

$$13 = \text{un facteur premier},$$

$$17 = \left(2\sqrt[3]{36} - 3\sqrt[3]{6} - 1\right)\left(37 + 21\sqrt[3]{6} + 11\sqrt[3]{36}\right),$$

$$19 = \text{un facteur premier},$$

$$23 = \left(23 + 13\sqrt[3]{6} + 7\sqrt[3]{36}\right)\left(8\sqrt[3]{36} - 5\sqrt[3]{6} - 17\right),$$

$$29 = \left(5 + 2\sqrt[3]{6} + \sqrt[3]{36}\right)\left(13 - 4\sqrt[3]{6} - \sqrt[3]{36}\right),$$

$31 =$ un facteur premier,

$$37 = \left(1 + \sqrt[3]{36}\right)\left(3\sqrt[3]{6} - 5\right)\left(7 + 3\sqrt[3]{6} + 2\sqrt[3]{36}\right),$$

$$41 = \left(4\sqrt[3]{6} - 7\right)\left(49 + 28\sqrt[3]{6} + 16\sqrt[3]{36}\right),$$

$43 =$ un facteur premier,

$$47 = \left(2\sqrt[3]{6} - 1\right)\left(1 + 2\sqrt[3]{6} + 4\sqrt[3]{36}\right),$$

$$53 = \left(5 + 3\sqrt[3]{6} + \sqrt[3]{36}\right)\left(7 - 9\sqrt[3]{6} + 4\sqrt[3]{36}\right),$$

$$59 = \left(\sqrt[3]{36} + \sqrt[3]{6} - 1\right)\left(2\sqrt[3]{36} + 7\sqrt[3]{6} - 5\right),$$

$61 =$ un facteur premier.

V. $$a = 7, \quad b = 1, \quad A = 7, \quad B = 49.$$

$$\xi = x + y\sqrt[3]{7} + z\sqrt[3]{49}.$$

L'unité complexe fondamentale

$$4 + 2\sqrt[3]{7} + \sqrt[3]{49} = \xi_0.$$

Dans ce cas nous avons deux classes de nombres idéaux:

1) les nombres idéaux, dont les normes sont congrues à ± 3 par rapport à 7,

2) les nombres idéaux, dont les normes sont congrues à ± 2 par rapport à 7, auxquelles on doit ajouter la classe de nombres ξ existants, dont les normes sont congrues à ± 1 par rapport à 7.

En effet

$$2 = \gamma_2\delta_2, \quad \gamma_2^3 = 1 + \sqrt[3]{7}, \quad \delta_2^3 = 1 - \sqrt[3]{7} + \sqrt[3]{49},$$

$$3 = \nu^3, \quad \nu\gamma_2 = \sqrt[3]{7} - 1,$$

$$5 = \gamma_5\delta_5, \quad \nu\gamma_5 = 2 + \sqrt[3]{7},$$

$$7 = \left(\sqrt[3]{7}\right)^3,$$

$$11 = \gamma_{11}\delta_{11}, \quad \gamma_2\gamma_{11} = 2 + \sqrt[3]{7} + \sqrt[3]{49},$$

$13 =$ un facteur premier,

$$17 = \gamma_{17}\,\delta_{17}, \quad \gamma_2\,\gamma_{17} = 3 + \sqrt[3]{7},$$

$$19 = \lambda'_{19}\,\lambda''_{19}\,\lambda'''_{19}, \quad \nu\lambda'_{19} = 4 - \sqrt[3]{7}, \quad \nu\lambda''_{19} = 1 + 2\sqrt[3]{7}, \quad \nu\lambda'''_{19} = 2 + \sqrt[3]{49},$$

$$23 = \gamma_{23}\,\delta_{23}, \quad \nu\gamma_{23} = 5 - 2\sqrt[3]{7},$$

$$29 = \left(2\sqrt[3]{7} - 3\right)\left(9 + 6\sqrt[3]{7} + 4\sqrt[3]{49}\right),$$

$31 =$ un facteur premier,

$37 =$ un facteur premier,

$$41 = \left(\sqrt[3]{49} - 2\right)\left(4 + 7\sqrt[3]{7} + 2\sqrt[3]{49}\right),$$

$43 =$ un facteur premier,

$$47 = \gamma_{47}\,\delta_{47}, \quad \nu\gamma_{47} = 4 + 3\sqrt[3]{7} + 2\sqrt[3]{49},$$

$$53 = \gamma_{53}\,\delta_{53}, \quad \gamma_2\,\gamma_{53} = 4 + \sqrt[3]{7} - \sqrt[3]{49},$$

$$59 = \gamma_{59}\,\delta_{59}, \quad \gamma_2\,\gamma_{59} = 5 - \sqrt[3]{7},$$

$61 =$ un facteur premier,

$67 =$ un facteur premier,

$$71 = \left(4 + \sqrt[3]{7}\right)\left(16 - 4\sqrt[3]{7} + \sqrt[3]{49}\right),$$

$$73 = \lambda'_{73}\,\lambda''_{73}\,\lambda'''_{73}, \quad \gamma_2\,\lambda'_{73} = 5\sqrt[3]{7} - 9, \quad \gamma_2\,\lambda''_{73} = 6 + \sqrt[3]{7} + \sqrt[3]{49},$$

$$\gamma_2\,\lambda'''_{73} = 3 - 2\sqrt[3]{7} + \sqrt[3]{49}.$$

En considérant ce cas ainsi que les cas

$$A = 13 \quad \text{et} \quad A = 19,$$

j'ai fini par conclure, que le nombre des classes des facteurs (idéaux et existants) doit être un multiple de 3 pour tout A, qui est un nombre premier et congru à 1 par rapport à 6; car, si ce nombre des classes n'était pas divisible par 3, tous les nombres premiers p, pour lesquels A est un résidu cubique, seraient les résidus cubiques de A.

VI. $$a = 10, \quad b = 1, \quad A = 10, \quad B = 100.$$

$$\xi = \frac{x + y\sqrt[3]{10} + z\sqrt[3]{100}}{3}, \quad x \equiv y \equiv z \pmod 3.$$

L'unité complexe fondamentale

$$\frac{23 + 11\sqrt[3]{10} + 5\sqrt[3]{100}}{3}$$

dont le carré est égal à

$$181 + 84\sqrt[3]{10} + 39\sqrt[3]{100}.$$

Dans ce cas tous les facteurs se réduisent à des nombres ξ existants car cela a lieu pour tous les facteurs premiers dont les normes sont plus petites que 141.

En particulier

$$\{3\} = \frac{1 + \sqrt[3]{10} + \sqrt[3]{100}}{3} \quad \text{et} \quad [3] = \frac{1 - 2\sqrt[3]{10} + \sqrt[3]{100}}{3}.$$

De même manière j'ai considéré les cas

$$A = 11, 12, 13, 14, 15, 17 \text{ et } 19$$

et j'ai trouvé, que

pour $A = 12$ et 17

tous les facteurs se réduisent à des nombres ξ existants,

pour $A = 11$ et 15

il existe une classe de nombres idéaux, et

pour $A = 13$ et 19

il existe deux classes de nombres idéaux.

En finissant je tire du domaine des nombres entiers dépendants de $\sqrt[3]{17}$ les exemples suivants:

$$2 = \frac{7 + 2\sqrt[3]{17} + \sqrt[3]{289}}{3} \cdot \frac{5 + \sqrt[3]{17} - \sqrt[3]{289}}{3},$$

$$3 = \left(\frac{4 + 2\sqrt[3]{17} + \sqrt[3]{289}}{3}\right)^2 \frac{4 - 4\sqrt[3]{17} + \sqrt[3]{289}}{3},$$

$$79 = \frac{2 + \sqrt[3]{17} + 2\sqrt[3]{289}}{3} \cdot \frac{53 + 22\sqrt[3]{17} + 8\sqrt[3]{289}}{3}\left(12 - 2\sqrt[3]{17} - \sqrt[3]{289}\right),$$

$$\left(\frac{4+2\sqrt[3]{17}+\sqrt[3]{289}}{3}\right)^2=\frac{28+11\sqrt[3]{17}+4\sqrt[3]{289}}{3},$$

$$\left(\frac{7+2\sqrt[3]{17}+\sqrt[3]{289}}{3}\right)^2=13+5\sqrt[3]{17}+2\sqrt[3]{289},$$

$$\frac{4+2\sqrt[3]{17}+\sqrt[3]{289}}{3}\cdot\frac{4-4\sqrt[3]{17}+\sqrt[3]{289}}{3}=\sqrt[3]{17}-2,$$

$$\frac{4+2\sqrt[3]{17}+\sqrt[3]{289}}{3}\cdot\frac{7+2\sqrt[3]{17}+\sqrt[3]{289}}{3}=\frac{32+13\sqrt[3]{17}+5\sqrt[3]{289}}{3},$$

$$\frac{5+\sqrt[3]{17}-\sqrt[3]{289}}{3}\cdot\frac{2+\sqrt[3]{17}+2\sqrt[3]{289}}{3}=3-3\sqrt[3]{17}+\sqrt[3]{289},$$

$$\frac{7+2\sqrt[3]{17}+\sqrt[3]{289}}{3}\left(12-2\sqrt[3]{17}-\sqrt[3]{289}\right)=\frac{16-7\sqrt[3]{17}+\sqrt[3]{289}}{3}.$$

A.	LES UNITÉS COMPLEXES.
2	$1+\sqrt[3]{2}+\sqrt[3]{4}$
3	$4+3\sqrt[3]{3}+2\sqrt[3]{9}$
5	$41+24\sqrt[3]{5}+14\sqrt[3]{25}$
6	$109+60\sqrt[3]{6}+33\sqrt[3]{36}$
7	$4+2\sqrt[3]{7}+\sqrt[3]{49}$
10	$\frac{23+11\sqrt[3]{10}+5\sqrt[3]{100}}{3}$

A.	LES UNITÉS COMPLEXES.
11	$89 + 40\sqrt[3]{11} + 18\sqrt[3]{121}$
12	$55 + 24\sqrt[3]{12} + 21\sqrt[3]{18}$
13	$94 + 40\sqrt[3]{13} + 17\sqrt[3]{169}$
14	$29 + 12\sqrt[3]{14} + 5\sqrt[3]{196}$
15	$\frac{5}{\left(5 - 2\sqrt[3]{15}\right)^3} = 5401 + 2190\sqrt[3]{15} + 888\sqrt[3]{225}$
17	$324 + 126\sqrt[3]{17} + 49\sqrt[3]{289}$
18	$55 + 24\sqrt[3]{12} + 21\sqrt[3]{18}$
19	$\frac{14 + 5\sqrt[3]{19} + 2\sqrt[3]{361}}{3}$
20	$11 + 4\sqrt[3]{20} + 3\sqrt[3]{50}$
21	$\frac{3\left(3 + \sqrt[3]{21}\right)}{\left(3 - \sqrt[3]{21}\right)^4} = 1705 + 618\sqrt[3]{21} + 224\sqrt[3]{441}$
22	$\frac{1}{6}\left(\frac{2 + \sqrt[3]{22}}{3 - \sqrt[3]{22}}\right)^3 = 793 + 283\sqrt[3]{22} + 101\sqrt[3]{484}$

A.	LES UNITÉS COMPLEXES.
23	$\frac{\left(1+\sqrt[3]{23}\right)^6}{9\left(3-\sqrt[3]{23}\right)^9} = 2166673601 + 761875860\sqrt[3]{23} + 267901370\sqrt[3]{529}$
26	$9 + 3\sqrt[3]{26} + \sqrt[3]{26^2}$
28	$9 + 3\sqrt[3]{28} + \sqrt[3]{28^2}$
29	$\frac{\left(19+6\sqrt[3]{29}+2\sqrt[3]{29^2}\right)^6}{3\left(70-32\sqrt[3]{29}+3\sqrt[3]{29^2}\right)^3}$
30	$\frac{3}{\left(\sqrt[3]{30}-3\right)^3} = 811 + 261\sqrt[3]{30} + 84\sqrt[3]{900}$
31	$\frac{\left(1+\sqrt[3]{31}\right)^2}{\left(\sqrt[3]{31}-3\right)^5} = 101209 + 32218\sqrt[3]{31} + 10256\sqrt[3]{31^2}$
33	$\frac{\left(\sqrt[3]{33}-1\right)^3}{\left(2+9\sqrt[3]{33}-3\sqrt[3]{33^2}\right)^5}$
34	$\frac{\left(4+\sqrt[3]{34}\right)^3}{2\left(\sqrt[3]{34}-3\right)^6} = 334153 + 103146\sqrt[3]{34} + 31839\sqrt[3]{34^2}$
35	$\frac{\left(1+\sqrt[3]{35}\right)^3}{3\left(\sqrt[3]{35}-2\right)\left(\sqrt[3]{35}-3\right)^2} = \frac{278+85\sqrt[3]{35}+26\sqrt[3]{35^2}}{3}$

A.	LES UNITÉS COMPLEXES.
37	$100 + 30\sqrt[3]{37} + 9\sqrt[3]{37^2}$
38	$\frac{2.3^2\left(8+\sqrt[3]{38}\right)^3}{\left(\sqrt[3]{38}-2\right)^6\left(\sqrt[3]{38}-3\right)^3} = 29071 + 8647\sqrt[3]{38} + 2572\sqrt[3]{38^2}$
39	$\frac{3\left(1+\sqrt[3]{39}\right)^2}{\left(4-\sqrt[3]{39}\right)\left(\sqrt[3]{39}-3\right)^3} = 529 + 156\sqrt[3]{39} + 46\sqrt[3]{39^2}$
41	$\frac{3^{10}\left(7+\sqrt[3]{41}\right)^{12}\left(2+\sqrt[3]{41}\right)^{21}}{\left(5-\sqrt[3]{41}\right)^{42}}$
42	$\frac{7}{\left(7-2\sqrt[3]{42}\right)^3} = 21169 + 6090\sqrt[3]{42} + 1752\sqrt[3]{42^2}$
43	$49 + 14\sqrt[3]{43} + 4\sqrt[3]{43^2}$
44	$\frac{1}{4}\left(\frac{\sqrt[3]{44}-2}{2\sqrt[3]{44}-7}\right)^3 = \frac{4007 + 1135\sqrt[3]{44} + 643\sqrt[3]{242}}{3}$
45	$\frac{3^4\left(3+\sqrt[3]{45}\right)^3}{\left(\sqrt[3]{45}-3\right)^9} = 1477441 + 415374\sqrt[3]{45} + 116780\sqrt[3]{45^2}$
46	$\frac{3^3.2^2\left(2+\sqrt[3]{46}\right)^3}{\left(4-\sqrt[3]{46}\right)^9} = 16449049 + 4590798\sqrt[3]{46} + 1281255\sqrt[3]{46^2}$

A.	LES UNITÉS COMPLEXES.
47	$\dfrac{3\left(2+\sqrt[3]{47}\right)^6\left(1+\sqrt[3]{47}\right)^3}{\left(\sqrt[3]{47}-3\right)^6\left(2\sqrt[3]{47}-7\right)^6}$
50	$11+4\sqrt[3]{20}+3\sqrt[3]{50}$
51	$\dfrac{\left(3+\sqrt[3]{51}\right)^6\left(\sqrt[3]{51}-1\right)^3}{3\left(2\sqrt[3]{51}-7\right)^6\left(\sqrt[3]{51}-3\right)^3}=107846641+29081484\sqrt[3]{51}+7841994\sqrt[3]{51^2}$
52	$\dfrac{12}{\left(4-\sqrt[3]{52}\right)^3}=209+56\sqrt[3]{52}+15\sqrt[3]{52^2}$
53	$\dfrac{\left(7+\sqrt[3]{53}\right)^5\left(1+\sqrt[3]{53}\right)^5}{3\left(4-\sqrt[3]{53}\right)^5\left(5-\sqrt[3]{53}\right)^5\left(2\sqrt[3]{53}-7\right)^3}$
55	$\dfrac{5^5.7^{15}\left(7-\sqrt[3]{55}\right)^{18}}{\left(4-\sqrt[3]{55}\right)^{18}\left(\sqrt[3]{55}-3\right)^{15}\left(\sqrt[3]{55}+1\right)^{15}\left(5-\sqrt[3]{55}\right)^{15}}$
57	$\dfrac{\left(3+\sqrt[3]{57}\right)^4\left(8-\sqrt[3]{57}\right)}{3\left(4-\sqrt[3]{57}\right)^4\left(\sqrt[3]{57}-1\right)\left(\sqrt[3]{57}-3\right)\left(3\sqrt[3]{57}-11\right)}=$ $1460968+379620\sqrt[3]{57}+98641\sqrt[3]{57^2}$
58	$\dfrac{6}{\left(4-\sqrt[3]{58}\right)^3}=929+240\sqrt[3]{58}+62\sqrt[3]{58^2}$
59	$\dfrac{\left(1+\sqrt[3]{59}\right)^{15}}{3^5\left(\sqrt[3]{59}-3\right)^6\left(4-\sqrt[3]{59}\right)^{15}}$

A.	LES UNITÉS COMPLEXES.
60	$\frac{4}{\left(4-\sqrt[3]{60}\right)^3} = 2161 + 552\sqrt[3]{60} + 141\sqrt[3]{60^2}$
61	$\frac{3}{\left(4-\sqrt[3]{61}\right)^3} = 3905 + 992\sqrt[3]{61} + 252\sqrt[3]{61^2}$
62	$\frac{2}{\left(4-\sqrt[3]{62}\right)^3} = 8929 + 2256\sqrt[3]{62} + 570\sqrt[3]{62^2}$
63	$16 + 4\sqrt[3]{63} + \sqrt[3]{63^2}$
65	$16 + 4\sqrt[3]{65} + \sqrt[3]{65^2}$
66	$\frac{2}{\left(\sqrt[3]{66}-4\right)^3} = 9505 + 2352\sqrt[3]{66} + 582\sqrt[3]{66^2}$
67	$\frac{3}{\left(\sqrt[3]{67}-4\right)^3} = 4289 + 1056\sqrt[3]{67} + 260\sqrt[3]{67^2}$
68	$\frac{4}{\left(\sqrt[3]{68}-4\right)^3} = 2449 + 600\sqrt[3]{68} + 147\sqrt[3]{68^2}$
69	$\frac{3^7\left(1+\sqrt[3]{69}\right)^{30}}{\left(3+\sqrt[3]{69}\right)^6\left(6-\sqrt[3]{69}\right)^{15}\left(\sqrt[3]{69}-4\right)^{30}}$
70	$\frac{6}{\left(\sqrt[3]{70}-4\right)^3} = 1121 + 272\sqrt[3]{70} + 66\sqrt[3]{70^2}$

Je suis persuadé que presque toutes ces unités sont fondamentales.

MÉMOIRES
DE
L'ACADÉMIE IMPÉRIALE DES SCIENCES DE ST.-PÉTERSBOURG, VII^E SÉRIE.
TOME XXXVIII, N° 10.

EINIGE BEITRÄGE

ZUR

BILDUNG DES MANTELS DER ASCIDIEN.

VON

A. Kowalevsky.

(Avec 2 planches.)

(Lu le 15 janvier 1892.)

ST.-PÉTERSBOURG, 1892.

Commissionnaires de l'Académie Impériale des sciences:

à S.-Pétersbourg:	à Riga:	à Leipzig:
M. Eggers & C° et J. Glasounof.	M. N. Kymmel.	Voss' Sortiment (Haessel).

Prix: 85 Cop. = 2 Mark 15 Pf.

MÉMOIRES
DE
L'ACADÉMIE IMPÉRIALE DES SCIENCES DE ST.-PÉTERSBOURG, VII^E SÉRIE.
Tome XXXVIII, N° 10.

EINIGE BEITRÄGE

ZUR

BILDUNG DES MANTELS DER ASCIDIEN.

VON

A. Kowalevsky.

(Avec 2 planches.)

(Lu le 15 janvier 1892.)

St.-PÉTERSBOURG, 1892.

Commissionnaires de l'Académie Impériale des sciences:

à S.-Pétersbourg:	à Riga:	à Leipzig:
M. Eggers & C° et J. Glasounof.	M. N. Kymmel.	Voss' Sortiment (Haessel).

Prix: 85 Cop. = 2 Mark 15 Pf.

Imprimé par ordre de l'Académie Impériale des sciences.

Mars 1892.

A. Strauch, Secrétaire perpétuel.

Imprimerie de l'Académie Impériale des sciences.
(Vass.-Ostr., 9 ligne, № 12.)

I.

In den letzten 20 Jahren haben sich sehr viele Forscher mit der Anatomie und Entwickelung der Ascidien beschäftigt und man konnte hoffen, dass die meisten Fragen schon gelöst sind, und doch erweist es sich, dass bis jetzt die Hauptmomente der Metamorphose noch ganz unerklärt sind.

Der Bildung des Mantels der Ascidien wurden sehr viele Arbeiten ausgezeichneter Forscher gewidmet — Hertwig[1]), Semper[2]), E. Van-Beneden und Julin[3]), Della-Valle[4]), Lacaze-Duthiers[5]), Maurice[6]) und viele Andere haben die Bildung des Mantels untersucht und kommen zu ganz übereinstimmenden Resultaten. Ueber die Facta sind fast alle angeführten Forscher einig, es wird nur die Auffassung der beobachteten Thatsachen discutirt.

So meint Hertwig[1]) einerseits, dass der Mantel der Ascidien als eine Art Bindegewebe aufzufassen ist; andererseits will Semper[2]) in dem Mantel der Ascidien eine «geschichtete Epidermis mit starker Intercellularsubstanz» resp. Cellulose-Epidermis sehen.

Besonders bestimmt spricht sich Semper in allen den Streitfragen aus, welche die Entstehung sowohl der Testazellen, als auch der Zellen des Mantels betreffen. Ueber die Entstehung der Testazellen, welche er als kernlose Tropfen betrachtet, lässt er keine andere Deutung zu als eine Abstammung vom Ei resp. von der Eizelle selbst. Die «Testatropfen» sind seiner Ansicht nach Bildungen, die dem «Richtungsbläschen» der Schneckeneier entsprechen. Ueber den Vergleich der Mantelgewebe der Ascidien mit Bindegewebe sagt Semper (p. 19), dass der Nachweis davon noch zu liefern bleibt und dass er bezweifelt, dass dies jemals geschehen wird.

Der so bestimmte Ton seines Aufsatzes kann zu der Meinung führen, dass die Fragen, die er discutirt, schon ganz entschieden sind, und doch erweist es sich, dass nicht nur von ihm angeführte Vergleiche, sondern auch Thatsachen (Kernlosigkeit der Testazellen und deren Abstammung aus dem Dotter) ganz verfehlt sind.

Was die Ansichten über die Entstehung des Mantels der Ascidien anbetrifft, so sind dieselben in der classischen Monographie von Ch. Maurice[6]) über *Fragaroides aurantiacum* zusammengestellt, und er kommt zu dem Schlusse (S. 54) «Ainsi il a été nettement démontré, aussi bien chez les Ascidies composées, que chez les Ascidies simples, que la tunique cellulosique doit être considérée comme produit par l'épithélium sous-jacent. M. Julin a très-justement réuni sous le nom générique d'Epiderme cette tunique et l'épithélium subtunical qui ne sont dès lors qu'un même organe.

Herr Maurice selbst stützt diese Ansicht noch mit seinen Beobachtungen und geht noch weiter in diesem Sinne und besonders im Sinne Semper's; er sagt nämlich: «Mes recherches sur le *Fragaroides aurantiacum* m'autorisent, au contraire, à penser que la tunique n'est qu'une portion transformée de l'épithélium épidermique, lequel produirait la cellulose non pas extérieurement mais intérieurement et dans son épaisseur même. En d'autres termes, l'épiderme serait composé non pas de deux couches distinctes, la tunique et l'épithélium subtunical, mais d'une seule couche qui s'étendrait depuis la surface extérieure de la tunique jusqu'à la couche conjonctive sous-jacente à l'épithélium épidermique.» Er fasst also den ganzen Mantel mit allen seinen Schichten als Epidermis auf, also ganz im Sinne Semper's. Della-Valle giebt mehrere Einzelheiten über die Entstehung der Mantelzellen, welche ich aus dem Werke von Maurice entnehme, weil dieselben so charakteristisch sind. «Della-Valle observa chez la Distoplia des couches fraîches de tunique et l'épiderme vivant et il vit que les cellules épidermiques envoient des prolongements profonds fort allongés, lesquels vont rejoindre ceux des cellules de la tunique. Il vit des cellules passer d'un tissu dans l'autre, quelques-unes se trouvaient dans l'espace intermédiaire avec un prolongement les reliant déjà à la tunique qu'elles allaient rejoindre et un autre prolongement les rattachant encore à l'épiderme qu'elles quittaient».

Also scheint alles in dem Sinne übereinzustimmen, dass der Mantel der Ascidien eine einfache Verdickung der Epidermis, resp. Ectoderms sei, deren übereinander geschichtete Zellen durch eine reiche Intercellulärsubstanz getrennt oder auseinandergeschoben waren; dabei nahmen auch die Zellen selbst eine sehr verschiedene Form an.

Dieser Ansicht, welche sich so allgemeiner Zustimmung erfreute, schienen aber einige Erscheinungen zu widersprechen. Es waren besonders die Beobachtungen von C. Maurice selbst, welcher zeigte, dass die Zellen des Mantels phagocytäre Eigenschaften besitzen und die abgestorbenen Individuen der Colonie verzehren. Dasselbe wurde später auch von Herrn Rees für *Botryllus* bestätigt und E. Metschnikoff beobachtete unmittelbar die phagocytäre Thätigkeit der Mantelzellen an verschiedenen in dieselbe eingeführten Substanzen.

Diese phagocytären Eigenschaften der Mantelzellen liessen vermuthen, dass wenigstens ein Theil derselben vielleicht eine mesodermale Abstammung haben kann, und also die Zellen des Mantels gemischter Natur sein könnten. Um diese Vermuthungen zu prüfen habe ich die Untersuchung über die Abstammung der Zellen des Mantels unternommen und muss gestehen, dass die anfangs von mir gewonnenen Resultate, die herrschende Ansicht

von der epidermoidalen Bildung der Mantelzellen zu bestätigen schienen, und mit dieser Ansicht habe ich Neapel im Frühjahr 1889 verlassen. Erst nach der Ankunft in Odessa, als ich zur Vorbereitung der Präparate zu der, von Herrn E. Meyer[7]) vorgeschlagenen Methode der Einschmelzung in Photoxylin schritt, erhielt ich ganz entscheidende Beweise von der mesodermalen Abstammung der Mantelzellen. Alle diese Präparate, so wie die meisten Zeichnungen, wurden mir von meiner Tochter Wera angefertigt.

Die freischwimmende Larve der *Phallusia* besitzt einen sehr dünnen, vollständig durchsichtigen und zellenfreien Mantel entsprechend demjenigen, welcher der *Appendicularia* und dem *Doliolum* eigen ist. Nur wenn die Larve zur Metamorphose sich vorzubereiten beginnt oder während derselben treten einige Zellen in den Mantel ein. Die ersten Zellen können in verschiedenen Theilen des Mantels erscheinen, meistens aber sah ich dieselben an der Bauchseite, nicht weit von der Insertion des Ruderschwanzes. An den frischlebenden Larven erschienen dieselben fast plötzlich in der Mitte der Mantelschicht liegend und oftmals habe ich diese Erscheinung gesehen, ohne mir erklären zu können, woher diese Zellen stammen; viel seltener sah ich Zellen, welche noch dicht an die Epidermis gedrängt lagen und wirkliche Epidermiszellen zu sein schienen, die sich von den übrigen Zellen abspalteten und in die Mantelschicht einwanderten. Als ich später die Bildungsart der Mantelzellen erkannte, haben sich diese Bilder ganz einfach erklärt; die scheinbare Abspaltung derselben von den Epidermiszellen erwies sich als eine Durchwanderung durch die Epidermiszelle der mesodermalen Zelle, was bei der Beobachtung des ganzen Thieres als eine Trennung der Zellentheile erschien. Die so plötzliche Erscheinung der Zellen innen in der Mantelschicht erklärte sich durch ihre Fähigkeit ziemlich schneller Ortsbewegung, so dass sie wahrscheinlich sehr schnell die Hälfte der feinen Mantelschicht durchwanderten. Es ist sehr leicht möglich, dass nach dem Austritte aus der Epidermiszelle in den Mantel dieselben noch eine schnellere Bewegung machten als sie es gewöhnlich in dem Mantel thun.

Die Beobachtung an lebenden Larven führte mich zur unrichtigen Erklärung der ganzen Erscheinung, und nur die Querschnitte lehrten mich, das Wesen des Vorganges verstehen; vielleicht könnte ich jetzt auch am lebendem Material mehr sehen als früher, aber ich hatte keine weitere Gelegenheit diesen Gegenstand wieder zu studiren.

Als Material für meine Untersuchungen dienten mir die Larven der *Phallusia mammilata*, welche ich, auf der Neapeler Station, durch künstliche Befruchtung züchtete; die Beobachtungen wurden während der kalten Jahreszeit, im Winter, angestellt und wahrscheinlich deshalb erschienen fast alle Larven mit gekrümmtem Schwanze, wie es in Fig. 1 dargestellt ist. Das schien die Larven beim Schwimmen nicht besonders zu stören, da sie dank den zitternden Bewegungen des Schwanzes doch bis zur Oberfläche des Glases emporstiegen und an verschiedenen Theilen der Wandung sich verwandelten, allerdings meistens am Boden des Gefässes, was übrigens auch bei normalen Larven die Regel ist.

Fig. 1 stellt eine Larve dar, welche durch die schlafferen Bewegungen und die etwas verkürzte Schwanzspitze als eine zur Metamorphose sich vorbereitende anzusehen ist. Der Mantel stellt eine ganz durchsichtige glasshelle Schicht dar, in welcher keine zelligen Elemente zu sehen sind. Querschnitte durch diese Larve bestätigen die Beobachtung am vollständigen Exemplare, der Mantel erscheint zellenfrei. Was die inneren Organe betrifft, so haben dieselben noch dasselbe Aussehen wie bei der ganz freischwimmenden Larve, nur findet man, dass an einzelnen Stellen mehrere Mesodermzellen dicht an die Epidermis gedrängt sind. Fig. 2 stellt einen Querschnitt der Larve Fig. 1, aus dem vorderen Ende, aus der Gegend der Gehirnblase dar; zwei Mesodermzellen, *m m*, liegen dicht an die Epidermiszellen gedrängt und die anderen sind um das Entoderm der Larve gehäuft.

Zwischen der äusseren Haut und den inneren Organen findet man auf den Querschnitten und überhaupt auf dem aufbewahrten Material einen bedeutenden Raum, welcher als Leibeshöhle zu deuten ist. Mir scheint, dass die bedeutende Breite dieses Raumes zum Theil ein Kunstprodukt ist. Die übrigen Querschnitte dieser Larve stellen ähnliche Verhältnisse dar, die denjenigen entsprechen, welche schon von anderen Forschern beschrieben sind. Einen Querschnitt einer ganz ähnlichen Larve stellen die Figuren 3 und 4 dar.

In Fig. 3 ist ein Schnitt durch die Larve angeführt, auf welchem auch der Schwanz getroffen ist. Der Schnitt geht durch den hinteren Theil des Körpers, wo viele Mesodermzellen angehäuft sind; das Präparat wurde in Glycerin aufbewahrt, so dass es ein etwas anderes Aussehen hat als die anderen Präparate und die entsprechenden Zeichnungen haben auch einen etwas anderen Ton. Auf diesem Präparat sah man einige Mesodermzellen dicht an die Epidermiszellen gedrängt und selbst auch in denselben liegen.

In Fig. 4, welche den Vordertheil desselben Präparates, nur bei stärkerer Vergrösserung darstellt, sieht man in der Epidermiszelle *a*, welche die normale Grösse anderer in der Reihe liegender Zellen besitzt und mit einem deutlichem Kern versehen ist, eine kleinere Zelle *z* liegen; dieselbe erinnert ihrem Aussehen nach an die anderen Mesodermzellen, welche um das Entoderm zerstreut sind und besitzt ein durchsichtiges Protoplasma und einen, mit Carmin sich dunkler als in Epidermiszellen färbenden Kern.

In der Zelle *b* derselben Figur trifft man eine ähnliche Erscheinung; in die Epidermiszelle *b* ist auch eine Mesodermzelle z^{I} eingedrungen, welche den Kern der Zelle dicht an die Wandung der Nebenzelle verschiebt und einen bedeutenden Raum in der Zelle selbst einnimmt; die Zelle *c* ist frei von eindringenden Zellen, aber in die Zelle *d* drängt sich eine mesodermale Zelle z^{II}, die diese etwas abgeplattete Zelle zu durchbohren beginnt.

In Fig. 5 habe ich einen Querschnitt eines ganz ähnlichen Stadiums abgebildet, welches in Canadabalsam aufbewahrt und mit Carmin gefärbt ist; die Conturen der Zelle sind ungemein deutlich; auf dem Querschnitte des Schwanzes sieht man sehr deutlich, dass der Chordalraum eine Art Vacuole der Chordalzelle darstellt, in welcher man einen deutlichen Kern sieht. Die Muskelzellen, *mz*, jederseits drei, sehen so aus wie bei der Larve d. h. die

Muskelfibrillen nehmen die Oberfläche der Zelle ein und innen sieht man den Kern und das denselben umgebende Plasma.

Der Querschnitt des Rumpfes geht durch den hinteren Theil der Sinnesblase (*s*), durch den Entodermsack *en* und trifft die beiden Cloakalröhren *cl*, zwischen welchen eine Gruppe von Zellen liegt.

Den Epidermiszellen liegen einige mesodermale Zellen an, von denen einige in und zwischen dieselben eindringen. So ragt die Zelle *z*, welche vollständig den Habitus einer Mesodermzelle hat, mit einem Theil ihrer Peripherie nach aussen, während ihr inneres Ende noch in der Leibeshöhle liegt; die Zelle z^{I}, ihr ganz ähnlich, liegt noch ganz in der Leibeshöhle und senkt sich nur mit ihrem Vorderende in die Epidermiszelle ein; etwas höher, stellt z^{II} wieder eine mesodermale Zelle dar, die zwischen zwei Epidermiszellen liegt, obgleich sie den Habitus der Mesodermzelle bewahrt hat. Sie scheint in einer Art Vacuole zu liegen, was wahrscheinlich davon abhängt, dass diese aus dem anderem Blatte eingewanderte Zelle gegen die Conservirungsmittel sich etwas anders verhält wie die Epidermiszellen, und zwischen beiden eine kleine Spalte bleibt; die mesodermale Zelle z^{III} ist in eine Epidermiszelle eingewandert, in der Art wie wir es schon in Fig. 4 angetroffen haben.

Bei allen besprochenen Larven ist der Mantel noch ganz frei von Zellen.

In Fig. 6 habe ich eine Larve dargestellt, deren Verwandlung etwas weiter fortgeschritten ist und bei der man in der Gegend *z* einige Zellen im Mantel beobachtet; die Chorda war schon etwas eingezogen und das hintere Ende des Schwanzes bestand nur aus Epidermiszellen, die viel grösser und cylindrisch erschienen, und mit ihren inneren Enden sich begegneten, so dass zwischen denselben nur eine Spalte blieb; die Chorda war also schon verdrängt.

Ein Querschnitt durch diese Larve ist in Fig. 7 abgebildet und auf demselben sehen wie eine mesodermale Zelle *z* schon weit im Mantel, und eine andere z^{I} noch zwischen Epidermiszellen liegend, aber im Begriffe auszuwandern. Der Querschnitt ist aus der Gegend genommen, wo die Chordaspitze *chz* unter dem Hinterende der Nervenblase endet.

Wie es zu erklären ist, dass eine mesodermale Zelle schon so weit in den Mantel vorgedrungen ist, während die anderen noch nicht ausgewandert sind, weiss ich allerdings nicht, aber es lässt sich wohl denken, dass eine Auswanderung einzelner Zellen auch früher, noch vor dem Beginn der Verwandlung geschehen könnte.

Wenn wir jetzt zu etwas weiter metamorphosirten Larven schreiten, so sehen wir schon ein allgemeineres und regelmässigeres Auswandern der Zellen in den Mantel.

Fig. 8 stellt eine solche Larve dar, bei welcher die Chorda schon eine bedeutende Krümmung bildet und der Schwanz schon verkürzt ist; die Querschnitte dieser Larve sind sehr glücklich ausgefallen.

Fig. 9 stellt einen Querschnitt von dem vorderen Ende der Larve dar und trifft die Sinnesblase an der Stelle, wo der sogenannte Otolith oder gestielte Körper in dieselbe

hineinragt. Das Präparat gehört zu den am besten gelungenen und man kann alle Zellen mit der grössten Klarheit übersehen.

Bei *en* sehen wir den Querschnitt des Darm-, resp. des Kiemensackes, über welchem der Schnitt der Sinnesblase liegt; bei *cl* finden wir eine Gruppe von Zellen, die, meiner Ansicht nach, die vordere Wand des einen Cloakenrohres darstellt, welche wir schon in Fig. 5 (*cl*) gesehen haben; um diese Bildungen, welche zum Ento- oder Ectoderm gehören, liegen zerstreute Mesodermzellen, welche durch ihren sich immer intensiver färbenden Kern von den anderen Zellen leicht zu unterscheiden sind; in einer von diesen Zellen z^{I} sieht man sehr deutlich zwei Kerne.

Richten wir unsere Aufmerksamkeit auf die Epidermis, so sehen wir erstens, dass einige Zellen, welche ganz den Habitus der Mesodermzellen haben, und mit einem stark gefärbten Kern versehen sind, durch die Epidermis durchtreten; erstens finden wir eine Zelle z dicht an die Epidermis angelegt, welche sich vielleicht schon etwas in die Wandung der Epidermiszelle einsenkt; neben ihr liegen noch zwei Zellen ganz derselben Art; weiter finden wir die Zelle z^{II}, welche tief in die Epidermiszelle eingesenkt, jedoch von derselben noch deutlich getrennt ist, und mit ihrer grössten Oberfläche in die Leibeshöhle hineinragt; die Zelle z^{III} liegt in der Epidermiszelle und ihre äussere Oberfläche ragt schon in die Mantelsubstanz hinein; der Kern der Epidermiszelle ist nicht sichtbar, möglicherweise liegt er unter der Zelle z^{III}, oder ist so vorschoben, dass er auf dem Nebenschnitte geblieben ist. Ausserdem finden wir noch zwei Zellen z^{IV} und z^{V}, welche auch in der Auswanderung begriffen sind. Die Zelle z^{IV} ist eine sehr grosse Zelle, welche die Epidermiszellen an Grösse übertrifft und welche einerseits von der Leibeshöhle, andererseits vom Mantel begrenzt ist; besonders interessant ist für mich die Zelle z^{V}, welche ganz dasselbe Aussehen hat, wie die in der Leibeshöhle liegende Zelle z^{I}; die Uebereinstimmung ist in der Beziehung von Interesse, weil dieselbe noch mehr beweist, dass die austretenden Zellen mit den Mesodermzellen einer und derselben Natur sind.

Endlich finden wir hier eine Zelle z^{VI}, welche schon ganz ausgetreten ist und im Mantel liegt.

In allen bis jetzt besprochenen Stadien haben wir die verschiedenen Momente des Austrittes der Zellen aus der Leibeshöhle der Ascidienlarve nach aussen gesehen. Wir fanden Zellen, welche sich zur Auswanderung gewissermaassen vorbereiteten, fanden solche, die die Epidermiszellen durchbohrten oder selbst auf ihrem Wege in dieselben eintraten und dann weiter aus den Epidermiszellen jenseits austraten und endlich frei im Mantel lagen.

Ich hielt es für passend die einzelnen Phasen dieses Processes deshalb besonders eingehend zu beschreiben, weil entgegengesetze Angaben über die Entstehung der Mantelzellen von den Epidermiszellen von so vielen hervorragenden Forschern ganz einstimmig angenommen sind. Allerdings sind die meisten Angaben, so von Semper, Hertwig und Anderen schon etwas veraltet und wurden zu der Zeit gemacht, als die Fragen über die Thätigkeit der Mesodermzellen nicht eine solche Entwickelung erlangt hatten wie in den letzten

Jahren; aber die Arbeit von Herrn Maurice erschien im Jahre 1888, wo wir über die Phagocytose der Mesodermelemente gut unterrichtet waren; H. Maurice beschreibt sie auch selbst, und doch bleibt auch er bei derselben Auffassung wie die früheren Forscher und giebt nur eine andere Deutung; namentlich meint Herr Maurice*) «la tunique cellulosique n'est pas, comme la plupart des auteurs l'ont pensé jusqu'ici, un produit secrété extérieurement par la couche épidermique, dans lequel émigreraient ensuite des cellules épithéliales; elle n'est au contraire qu'une portion transformée de l'épithélium épidermique qui produit la cellulose, non pas extérieurement, mais intérieuremt et dans son épaisseur même». Es wird die Fig. 30, Taf. 2 angeführt, auf der man die Tunicaschicht unter dem Epithel sieht, wo dieselbe einfachem, unter der Epidermis liegendem Bindegewebe zu entsprechen scheint.

Betrachten wir jetzt die älteren Stadien, welche in Fig. Fig. 10, 11, 16 und weiter angeführt sind, so finden wir in der Mantelschicht schon eine grosse Zahl von Zellen, die theils dicht an der Epidermis, theils schon zerstreut in der Mantelschicht liegen. Seit ich auf den Präparaten, deren Zeichnungen in Fig. 4, 5 und 9 angeführt sind, die Auswanderung der Mesodermzellen constatirte, konnte ich denselben Process vielfach beobachten.

Somit steht es, wenigstens für die einfachen Ascidien und speciell für *Phallusia* fest, dass deren Mantelzellen aus dem Mesoderm abstammen; aller Wahrscheinlichkeit nach wird sich derselbe Process auch bei den socialen und zusammengesetzten Ascidien constatiren, da namentlich bei den letzteren die phagocytäre Thätigkeit der Mantelzellen eine so weite Verbreitung erreicht; wir sehen bei diesen Ascidien, wie bei *Botryllus*, die Ascidie der ersten Generation, nachdem dieselbe durch Knospung die Colonie gebildet hat, zu Grunde gehen und finden, dass dieselbe von den Mantelzellen verzehrt wird. Eine ganz ähnliche Erscheinung ist von Della Valle**) für *Distaplia* und *Aplidium* beschrieben, bei denen, bei ungünstigen äusseren Verhältnissen, alle ausgewachsenen Individuen der Colonie zu Grunde gehen; sie werden von den Mantelzellen aufgenommen, resp. verdaut und bei Eintritt günstiger Jahreszeit bilden sich neue Individuen aus den verbliebenen jungen Knospen. Ueberhaupt ist die Phagocytose eine sehr verbreitete und eine grosse Rolle im Leben der Ascidien spielende Erscheinung.

Es ist längst bekannt, dass der Austritt der Lymph-, resp. Mesodermzellen auf die schleimige Oberfläche des Körpers verschiedener Thiere und besonders der Vertebraten eine allgemeine Regel ist. Besonders in den letzten Jahren sind in dieser Beziehung schöne Untersuchungen von Prof. Philipp Stöhr*) angestellt, welcher für die meisten Schleimhäute bewiesen hat, dass auf deren Oberfläche Lymphkörperchen austreten. Besonders die Frage des Austretens der Mesodermzellen, resp. Leucocyten auf die Oberfläche der Schleimhäute und die Wanderung durch die epithelialen Häute ist von Prof. Stöhr in seiner Ab-

*) L. c. 6, p. 80.
**) L. c., p. 445.

handlung über die Lymphknötchen des Darmes[10]) auseinandergesetzt. Die Figuren 13, 14, 15 seiner Taf. XVII stellen uns Erscheinungen dar, welche bei Ascidien so allgemein sind, dass man klar sieht, dass es sich hier um einen und denselben morphologischen Process handelt. Von Prof. Stöhr sind übrigens meistens die inneren Schleimhäute untersucht, obgleich er früher schon dasselbe an der äusseren Haut der Amphibien beobachtet hat. Herr Justus Carriere[11]) fand, gelegentlich seiner Untersuchung über Trichodien, dass dieselben, obgleich auf der äusseren Oberfläche des Körpers von *Cottus gobio* lebend, sich von Lymphkörperchen ernähren, welche dorthin nur aus den tieferen Schichten des Körpers gelangen können.

Herr Prof. A. Kölliker hat gelegentlich, während einer Discussion einer Mittheilung von Herrn Prof. Stöhr über die Wanderung zahlreicher Leucocyten durch das Epithel der Nasenschleimhaut gesagt, «er habe beobachtet, dass bei Froschlarven Leucocyten durch das Epithel der äusseren Haut wandern»[12]). Auf dieser Beobachtung fussend empfahl Herr v. Kölliker schon damals (1886) Untersuchungen über die Durchwanderung der Leucocyten durch die äussere Haut, wobei die höheren Wirbelthiere gemeint werden.

Aus den hier angeführten Auseinandersetzungen können wir, glaube ich, schliessen, dass die Auswanderung der Lymph-, resp. Mesodermzellen bei den höheren Vertebraten und den Ascidien eine morphologisch gleiche Erscheinung ist; der Unterschied, dass in einem Falle mehr reife Zellen und aus specifischen Organen (adenoide Gewebe, Lymphdrüsen oder Blutgefässe) auf die Oberfläche auswandern, im anderen Falle mehr embryonale Zellen, ist ohne grossen Werth — morphologisch können beide Processe zusammengestellt werden; der Unterschied beginnt beim weiteren Schicksal der ausgewanderten Zellen. Bei den Tunicaten wandern diese Zellen in eine ziemlich feste Schleimschicht ein, in welcher sie zu Dauerzellen werden und wahrscheinlich weiter auch die weitere Ausscheidung der Schleim-, resp. Tunicaschicht übernehmen, oder auch zu anderen Gewebeformen sich umbilden; die Festigkeit des Mantels der Tunicaten ist bekanntlich sehr verschieden, und man trifft alle Uebergänge von einer ganz schleimartigen Tunica bis zu einer gagertartigen und festeren knorpel- oder hornartigen. Bei den höheren Wirbelthieren finden wir meistens auch eine Schicht von Schleim, welche von verschiedenartigen Geweben und Drüsen geliefert wird, in welche die Lymphkörperchen einwandern.

Was die Bedeutung oder physiologische Rolle dieser auf die Oberfläche des Körpers bei höheren Wirbelthieren ausgewanderten Zellen anbetrifft, so spricht sich in dieser Beziehung Prof. Stöhr[13]) sehr zurückhaltend aus; er stellt nur als ganz bewiesen hin, «dass überall da, wo adenoide Substanz unmittelbar unter dem Epithel sich findet, eine normale Auswanderung der Leucocyten statt hat, für den Darmkanal als eine zutreffende erwiesen zu haben; indem ich hier zeigte, dass thatsächlich durch das Darmepithel, vorzugsweise durch jenes, welches die Kappen der Lymphknötchen deckt, die Leucocyten in die Darmhöhle wandern». Weiter sagt H. Stöhr «Hinsichtlich der Frage nach dem Schicksal der ausgewanderten Leucocyten halte ich den Untergang der Auswanderer immer noch für das Wahrscheinlichste».

Also in den Fällen, wo die Oberfläche, auf welche die Leucocyten auswandern, keine beständige Hülle besitzt, sondern eine in immerwährender Bewegung nach aussen begriffene Schleimschicht darstellt, gehen diese Mesodermzellen zu Grunde; in den Fällen aber, wo diese Schleim-, resp. Tunicaschicht besteht, bleiben auch die ausgewanderten Mesodermzellen bestehen, leben weiter in dieser Mantelschicht und bilden sich selbst in verschiedene Gewebe um; denn es ist schon längst von Hertwig, Semper und anderen Forschern nachgewiesen, dass die einfachen sternförmigen Mantelzellen der Ausgangspunkt aller Gewebe des Mantels sind.

Wir haben uns bemüht in den vorhergehenden Zeilen zu zeigen, dass die Auswanderung der Leucocyten auf die Oberfläche der Schleimhäute und die entsprechende Auswanderung der Mesodermzellen in die Mantelschicht der Ascidien morphologisch gleiche Processe sind; die oben citirte Beobachtung von Kölliker über die entsprechende Auswanderung der Leucocyten auf die äussere Haut der Froschlarven liefert einen weiteren Beweis dafür. Wir können also die beiden Processe als morphologisch gleichwerthige ansehen.

Was deren functionelle, resp. physiologische Bedeutung betrifft, so schliesst Prof. Stöhr seine letzte Abhandlung mit folgenden Worten: «Wir stehen hier noch vor einer ganzen Reihe offener Fragen, deren Beantwortung weiteren Untersuchungen vorbehalten ist»*).

Mag dieser Schluss auch ganz richtig sein, so haben wir doch, was die Ascidien anbetrifft, schon einige bestimmte Angaben über die Rolle der in den Mantel eingewanderten Mesodermzellen. Wir haben schon oben über ihre phagocytäre Thätigkeit gegenüber den absterbenden Individuen der Colonie gesprochen, es liegen aber auch unmittelbare Beobachtungen über den Kampf dieser Zellen mit Bacterien und verschiedenen in den Mantel eingedrungenen Fremdkörpern vor. So sagt in dieser Beziehung Metschnikoff Folgendes[14]): «Als ein gutes Object für die Beobachtung dieser Verhältnisse kann ich *Botryllus* anführen, dessen ganz frische, eben aus dem Meere hergeholten Colonien constant eine Menge verschiedenartiger Bacterien in der Tunica enthalten. Unter ihnen fand ich eine kleine Spirochaete-Art, welche auffallend an die *Spirochaete Obermeyeri* des Rückfalltyphus erinnert (Fig. 55) und auch einen kleinen Bacillus, welcher an beiden Enden je eine Spore trägt und überhaupt einige Aehnlichkeit mit dem Leprabacillus aufweist. Alle diese Bacterien werden von den zahlreichen Wanderzellen der Tunica eifrig verfolgt und man findet sie in ihrem Innern in verschiedenen Entwicklungs- und Verdauungsstadien eingeschlossen (Fig. 54—56). Der Kampf wird aber gegenseitig geführt und man findet augenscheinlich todte Wanderzellen, aus welchen nach allen Seiten die langgezogenen Bacterien ausstrahlen».

Weiter wurden von Metschnikoff auch verschiedene Versuche angestellt, welche die phgocytäre Thätigkeit der Mantelzellen beweisen; so sammelten sich die Mantelzellen um die in den Mantel hineingesteckten Glasröhren, was letzthin auch von Herrn Lubarsch bestätigt wurde.

*) L. c., p. 278.

Aus diesen Angaben kann man, wenigstens hinsichtlich der Ascidien, annehmen, dass die mesodermalen Zellen des Mantels ein gewisses Schutzmittel sind gegen die in den Körper eindringenden Spaltpilze und andere Parasiten. Das hindert auch garnicht, dass mehrere von diesen Zellen, bei verschiedenen Ascidien verschiedene Gewebsarten bilden oder sich in dieselben umbilden. Jedenfalls steht es fest, dass sie, dank ihrer phagocytären Thätigkeit, den Körper vertheidigen.

Es ist wohl möglich, dass eine ähnliche Thätigkeit auch den Leucocyten zufällt, welche, wie die Mesodermzellen der Ascidien, aus den inneren Körperhöhlen auf die Oberfläche des Körpers und der Schleimhäute der höheren Wirbelthiere austreten. Dass dieser Kampf der aus dem Körper ausgetretenen Leucocyten mit den sich auf die Schleimhäute ablagernden Bacterien und deren Sporen vorgeht, beweisen die in den Leucocyten so oft aufzufindenden Bacterien, ferner die chemiotactischen Eigenschaften der Leucocyten, welche durch die Untersuchungen von Dr. Gabritschewski[15]) so schön bewiesen worden sind.

Wenn die Leucocyten im Stande sind, wie es Dr. Gabritschewsky zeigte, in nur einerseits fein ausgezogene Glasröhrchen einzudringen, welche Culturen von Bacterien enthalten, so wird es denselben viel leichter Bacterien aus ihrer Nachbarschaft aufzufangen. In den einen und anderen Falle sind es die chemiotactischen Eigenschaften, die ihre Bewegungen richten werden.

Von diesem Gesichtspunkt aus scheint es mir sehr wahrscheinlich, dass der Austritt der Leucocyten auf die Schleimhäute des Körpers dahin zu erklären ist, dass die Leucocyten hier die Bestimmung haben den Körper vor feindlichen Eindringlingen zu schützen.

Wenn wir das, was wir unmittelbar an Ascidien beobachteten, namentlich den Kampf ihrer Mantelzellen mit Bacterien, bei Lösung der Frage über die Thätigkeit der ausgetretenen Leucocyten bei den höheren Wirbelthieren anwenden, so erhält für uns diese ganze Erscheinung eine ganz plausible und einfache Erklärung. Wir haben schon früher bewiesen, dass die Processe morphologisch homolog sind; bei der von uns angenommenen Erklärung werden dieselben auch physiologisch gleichartig.

Dieser Satz ist aber nicht in dem Sinne zu verstehen, dass nur der Kampf mit Bacterien allein der einzige Grund der Erscheinung ist; nein, wie bei den Ascidien die ausgetretenen Zellen verschiedene Aufgaben erfüllen z. B. in der Ausbildung der verschiedenen Gewebsarten, so werden auch die Leucocyten, die sich auf den Schleimhäuten anhäufen, vielleicht auch andere Aufgaben erfüllen; die Hauptaufgabe scheint mir aber in diesem Kampfe zu bestehen mit den den Körper von allen Seiten umgebenden Sporen der verschiedensten Krankheiterreger.

II.

Während meiner Untersuchungen über die Bildung des Mantels habe ich auch einige Beobachtungen über die Metamorphose der Ascidien angestellt, welche ich hier anführen will.

Die Metamorphose der Larve besteht bekanntlich darin, dass die Bewegungen der Larve schlaffer werden, dass dieselbe ihren Schwanz zu verkürzen beginnt und ihn allmählich ganz in den Körper hinein zieht, wobei die denselben bildenden Gewebe einer sogenannten fettartigen Degeneration anheimfallen. Metschnikoff hat auf die hier vorhandene Phagocytose hingewiesen, dieselbe aber nicht genauer verfolgt.

Die ersten Veränderungen, welche ich an den sich schlaff bewegenden Larven beobachtete, bestanden in einer gewissen Verkürzung der Chorda, welche aus dem Hinterende des Schwanzes gewissermaassen ausgepresst (verdrängt) wurde; namentlich die epidermoidalen Zellen des äussersten Endes des Schwanzes verlieren die Form platter Epithelialzellen, werden kürzer und gedrungener und mehr den cylindrischen Zellen ähnlich, wobei deren innere Enden immer mehr nach innen ragen und die Chorda von hier verdrängen (Fig. 1 a); dieser Process geht immer weiter und im folgenden Stadium (Fig. 6) sehen wir einen bedeutenden Theil des Hinterendes des Schwanzes so verändert, wobei die Chorda aus diesem Theil ganz verdrängt ist. In Fig. 8 sehen wir, dass diese Verdrängung der Chorda noch weiter geht, wobei die letztere bedeutend kürzer wird und sich zu krümmen beginnt. Dabei bemerkt man, das allmähliche Zusammenfallen der sogenannten Gehirnblase, und wichtige Veränderungen in der Structur aller Organe. Was die Chorda betrifft, so muss bemerkt werden, dass man schon bei der Larve findet, dass die Chorda aus dem inneren structurlosen Strange und der denselben umgebenden Scheide besteht. Die letztere besteht aus zerstreuten Kernen und einer dieselben umgebenden, kleinen Quantität von plasmatischer Substanz, so dass eigentlich die ganze Chorda einen gallertartigen Strang darstellt, dessen Wandungen aus einer, vielleicht verdichteten Schicht bestehen, in welcher zerstreute Kerne liegen, als Reste der embryonalen Zellen, aus welchen die Chorda entstand.

Bekanntlich entwickelt sich die Chorda der *Phallusia* aus einer Reihe von Chordazellen, die geldrollenartig an einander gestellt sind. Zwischen diesen Zellen, oder genauer aus diesen Zellen bildet sich im Centrum eine vacuolenartig aussehende durchsichtige Substanz, die eigentliche Chorda-Substanz; dieselbe nimmt immer an Masse zu, verdrängt die centralen Theile der benachbarten Zellen und verschmilzt zu einem centralen Strange, dem eigentlichen Chordastrange; dabei werden die Kerne der Zellen auf die Seite gedrängt, bleiben aber bestehen. Dieser Process der Chordabildung erreicht bei verschiedenen Ascidien sehr verschiedene Stufen. Bei einigen sich früh verwandelnden Larven der zusammengesetzten Ascidien, bleibt die Chorda im, so zu sagen, embryonalen Zustande, d. h. sie besteht immer aus aneinandergereihten Zellen; bei anderen, wie z. B. bei *Clavelina*, geht die Vacuolenbil-

dung nur so weit, dass die Zellensubstanz sich auf dünne Scheiben reducirt, welche aber doch bestehen; bei der *Perophora* kommt schon der Durchbruch der Zellen und die Bildung eines vollständigen Chordastranges vor, wobei aber an den Wänden des Stranges eine bedeutende Quantität der Zellensubstanz bleibt und endlich bei den einfachen Ascidien und der *Phallusia* besonders, wird die Zellensubstanz der Chordazellen auf ein Minimum reducirt, und es bleiben fast allein nur die Kerne bestehen. In Fig. 1 sehen wir die einzelnen Chordazellenkerne, wobei dieselben hier schon etwas mehr bemerklich sind, als bei munter schwimmenden Larven.

In Fig. 5 *b* ist ein Querschnitt der Larve aus dem Stadium, welches der Fig. 6 entspricht, dargestellt; hier sehen wir die Epidermiszellen *ep*; darunter, weiter nach innen, einen Spaltraum, welcher die jederseits zu drei liegenden Muskelzellen *mz* umgiebt; in einer Reihe mit ihnen die Nervenzellen *nz* und im Centrum die Chorda, welche aus der Chordasubstanz *chs* selbst besteht und aus den Resten der Chordazelle *chz*, welche hier durch den Kern und eine schon verdickte Schicht des Plasma dargestellt sind. Bei den weiteren Veränderungen der Larve werden die Inseln des Plasma, welche die Chordazellenkerne umgeben, immer dichter und grösser und diese Vergrösserung geht parallel mit der Verkürzung des Schwanzes.

So sehen wir auf dem Längsschnitte eines schon bedeutend verkürzten Schwanzes einerseits (Fig. 14) oberflächlich geschnittene Zellen *chz*, welche schon keine Vacuolen enthalten; die etwas tiefer getroffenen Zellen *chz'* andererseits enthalten noch grosse Räume, die mit Chordasubstanz gefüllt sind; dasselbe sehen wir auch in Fig. 13.

In diesem Zustande der Verwandlung stellt die Chorda gewissermaassen ein embryonales Stadium der Chordaentwicklung oder eine Chorda dar, wie sie die *Clavelina*larven besitzen. Diese Veränderung der Chordazellen geht aber noch weiter in derselben Richtung, wie wir es in Fig. 15 sehen, die Chordasubstanz, resp. Vacuolensubstanz verwandelt sich in sehr blasse, rundliche Körperchen, resp. Bläschen oder Kügelchen und die Chordazellen (Fig. 15 und 18, *chz*) nehmen die Form von einfachen Zellen mit sehr blassem, körnigem Inhalte an, und von der Chorda-, resp. Vacuolensubstanz derselben bleibt garnichts bestehen.

Diese Veränderungen der Chordasubstanz gehen parallel mit der Verkürzung des Schwanzes, welche in Fig. 1, 6, 8, 10, 11 und 15 dargestellt ist; im Allgemeinen, was die äussere Form betrifft, geht hier eine Art Eintritt der inneren Organe und Gewebe des Schwanzes in's Innere des Rumpfes der Larve vor, was mit einer korkzieherförmigen oder spiralartigen Biegung aller dieser Theile verbunden ist; besonders die vorderen Theile der Chorda, der Muskelschlauch des Schwanzes und das Nervensystem derselben legen sich korkzieherförmig unter das hintere Ende des larvalen Kiemensackes, wobei die sich zusammenlegenden Stränge immer dichter und dichter zusammengepresst werden, obgleich die einzelnen Gewebszellen noch sehr lange ihre frühere respective Lage behalten und noch unterschieden werden können. Besonders schön sieht man diese korkzieherförmige Zusammenrollung bei

den Clavelinen, wo die einzelnen Stränge noch lange bestehen. Der Einziehung der inneren Organe des Schwanzes scheint die epidermoidale, oder Hautschicht im engeren Sinne, des Schwanzes nicht zu folgen, nur sieht man, dass deren Zellen diejenige Metamorphose durchlaufen, welche wir schon in Fig. 1 bei *a* gesehen haben, d. h. dass die Zellen ihre flache Form in die cylindrische verwandeln und deren Inhalt anstatt der körnigen eine Art von sonderbarer Structur annimmt, welche auf der Zeichnung angegeben ist; es bilden sich namentlich in den Zellen runde, zuweilen auch eckige, stark lichtbrechende Körper, welche die ganze Zelle erfüllen und um deren Kern gelagert sind; diese Zellen bekommen das so charakteristische Aussehen wahrer Körnchenkugeln der Muscidenpuppe, obgleich hier keine Phagocytose anderer Gewebe, sondern eine einfache Concentrirung der Zellensubstanz von einer grösseren Fläche auf eine bedeutend kleinere und gedrungenere vor sich geht; vielleicht sind doch einige Theile der Epithelzelle so fest geworden, so specialisirt, so an gewisse Functionen angepasst, dass sie sich nicht mehr einfach in Plasma der Zelle verwandeln, mit derselben nicht mehr verschmelzen können, und in dieselbe als feste Stücke fallen, die nun verdaut werden müssen oder noch weiteren Metamorphosen unterliegen.

Jedenfalls geht längs der ganzer Schwanzlänge eine solche Metamorphose der Epithelzellen vor sich, wobei selbst einzelne derselben aus ihrer Reihe verdrängt werden und in den Leibesraum zu kommen scheinen, wenigstens sprechen dafür einzelne Bilder der Fig. 14 (*a. a*), obgleich diese Zellen auch Theile etwas tief hineinragender Zellen sein können, die auf dem Schnitte getroffen sind, und als selbständige Zellen erscheinen.

Fig. 10 und 11 stellen uns Endstadien der Einziehung des Schwanzes vor, und in Fig. 15 habe ich einen Längsschnitt eines dieser Stadien angeführt. Dieser Längsschnitt ist in der Beziehung von Interesse, dass wir hier die Lagerung der einzelnen Organe und Gewebe der Larve während der schon fortgeschrittenen Metamorphose übersehen können. Die Epidermis an der Rumpfgegend besteht aus flachen Zellen, durch welche an verschiedenen Stellen Mesodermzellen, *mz*, wandern deren schon viele im Mantel zerstreut liegen.

Die Epidermiszellen des Schwanzrestes haben die obenbeschriebene Form und Structur angenommen und sind alle den Körnchenkugeln ähnlich.

Die Chorda- und Muskelzellen des Schwanzes bilden im Leibe schon einige Windungen, aber noch immer in ihrer respectiven Lage, wobei man die beiden Arten der Zellen (*chz*, *mz*) gut unterscheidet; die ersten (*chz*) an ihrem feinkörnigen, kleinbläschenartigen Inhalte, die letzteren — Muskelzellen — an ihren noch immer bestehenden Muskelfibrillen.

Das centrale Nervensystem, *ns*, ist auf dem Schnitte noch ziemlich deutlich zu übersehen und besteht aus der sogenannten Sinnesblase, mit dem Otolithen und dem nach hinten sich fortsetzenden Nervenschlauch, welcher nach unten geht und sich hier unter den Chordazellen, *chz'*, nach rechts umbiegt, um mit einer kleinen Verdickung zu enden. Die Zellen des Nervenrohres sind noch ganz deutlich und besitzen ihre Kerne, sind aber schwächer tingirt als die nebenliegenden Entoderm- und Mesodermzellen.

Gegenüber dem Nervenrohre liegt auf der anderen Seite des Kiemensackes, zwischen demselben und der Darmschlinge, das Harnsackbläschen, *hs*, welches übrigens schon sehr deutlich bei der Larve zu sehen ist.

Die Mesodermzellen liegen rings um den Kiemensack und haben die Form kleiner rundlicher Zellen mit sich tief färbenden Kernen.

Die weitere Veränderung der äusseren Form besteht darin, dass die letzten Reste des Schwanzes in den Rumpftheil der Larve eintreten; dabei beobachtet man zwei etwas verschiedenartige Processe. Einerseits setzt sich die schon beschriebene korkzieherförmige Einziehung der inneren Organe des Schwanzes fort, bis die letzten Muskelzellen in den Rumpf eingetreten sind; andererseits beginnt jetzt eine Einstülpung der verdickten ectodermalen Wandung des Schwanzendes, welches, ganz wie ein Handschuhfinger, sich nach innen einstülpt, so dass jetzt der ganze Schwanz der Larve in's Innere des Rumpftheils eingezogen ist. (Fig. 16).

Diesen Eintritt des epidermoidalen Theiles des Schwanzes, getrennt von den inneren Organen desselben, habe ich auch bei *Clavelina* beobachtet, bei der die beiden so entstandenen Zellengruppen sehr lange ganz getrennt liegen.

Nachdem der Endsack, *ens*, welcher den ganzen ectodermalen Theil des Schwanzes darstellt, sich eingestülpt hat, schnürt sich derselbe von der Haut ab, Fig. 17, *ens*, bewahrt aber die Form einer Blase, deren Wandung aus den schon von uns besprochenen Zellen besteht.

In den beiden Figuren 16 und 17 sieht man sehr klar die Reste der inneren Theile des Schwanzes und seines Hauttheiles oder Endsackes. Im Stadium Fig. 16 sind noch die Gewebe des Schwanzes sehr gut conservirt und man unterscheidet leicht zwischen den Windungen des eingezogenen Stranges nicht nur die Chorda- und Muskelzellen, sondern auch die Nervenzellen *nz* und dazu in ganz derselben, respectiven Lage wie bei der schwimmenden Larve.

In Fig. 17 und den nächsten Stadien beobachtet man, dass Zellen der jetzt geschlossenen Endblase, *ens*, etwas desaggregirt sind, und die Höhle wird allmählich kleiner und kleiner, bis sie ganz verschwindet, wobei die Zellen sich zu einem unregelmässigen Haufen zusammendrängen, Fig. 18, *ens*. Unabhängig von diesem Haufen liegt die Gruppe von Zellen, welche aus den inneren Theilen des jetzt schon verschwundenen Schwanzes stammt, und welche dichter an den Darm der jungen Ascidien gedrängt sind (Fig. 17).

Was die histolystischen Vorgänge betrifft, welche die Metamorphose der Larve begleiten, so haben wir schon von einigen gesprochen, namentlich von der so zu sagen Neubildung der Chordazellen, welche in den Figuren 15 und 16 uns als einfache Zellen mit blassem, aber noch deutlichem Kern sich darstellen.

In den weiteren Stadien des Zerfalles finde ich zwischen den sich auflösenden Muskelzellen solche, welche ich auf der Fig. 19 *chz* darstelle und welche ich als zerfallene Chordazellen ansehe. In dieser Zelle sehe ich bei *kn* eine vollständige Zelle mit Kern und unter ihr wieder einen Kern. Aus derselben Ascidie, nur auf einem anderem Querschnitte, finde ich die

Zellen Fig. 20 *chz'*, wo man drei Kerne mit deutlichem peripherem Plasma sieht und welche ich auch für die weiter umgebildeten Chordazellen halte.

Das Nähere über die Abstammung dieser drei oder vier Zellen, welche wir in der Chordazelle Fig. 18, *chz'*, sehen, kann ich nicht genauer angeben, aber es ist kaum zu bezweifeln, dass es Mesodermzellen sind, die in die Chordazelle eingedrungen sind. Schon in Fig. 16—18 sehen wir die Chordazellen an mehreren Stellen von den Mesodermzellen umgeben und das tritt noch deutlicher hervor in den älteren Stadien, wenn die einzelnen Gewebezellen des eingezogenen Schwanzes sich mehr und mehr desaggregiren.

Bei den Muskelzellen beobachtet man dieselbe Erscheinung, nur ist es hier in der Beziehung etwas leichter zu urtheilen, als die Muskelzellen länger ihre charakteristische Structur bewahren. Am sich verkürzenden Schwanze sieht man die Muskelzellen noch deutlich bestehen und selbst nachdem derselbe ganz in den Leib der *Phallusia* eingezogen ist, wie in Fig. 16, findet man nicht nur die einzelnen Muskelzellen, sondern auch in ihrer respectiven Lage um die central liegenden Chordazellen. Was die Muskelzellen selbst betrifft, so sieht man in denselben die Muskelfibrillen die Peripherie der Zellen bildend (Fig. 21) und im Innern einen Kern; zwischen dem Kerne und den Fibrillen findet man eine verhältnissmässig sehr grosse Plasmamasse, in welcher man auch manchmal eine gewisse Streifung bemerkt, als ob von der Fibrille nach innen die Körnchen in Reihen gelagert sind. Der Kern in den Muskelzellen stellte sich mir in zwei Formen dar; bei den noch functionirenden Muskelzellen und bei dem Anfange der Metamorphose fand ich dieselben meist körnig und sehr blass gefärbt (Fig. 12 und 14, *mz*).

In den weiteren Stadien hat der Kern ein ganz anderes Aussehen, und namentlich wie in Fig. 21; er sieht hier aus wie ein ziemlich grosses Bläschen, resp. Vacuole, in welcher ein sich tief färbendes Kernkörperchen, resp. Nucleolus liegt; dabei scheint er etwas an Grösse zugenommen zu haben.

Anfangs glaubte ich in diesen Kernen in die Muskelzelle eingewanderte Mesodermzellen zu sehen, so fremdartig scheinen sie zu sein, und sie erinnern auch wirklich an eine Mesodermzelle mit ihrem dunklen Kerne.

In Fig. 21′ und folgenden habe ich verschiedene Degenerationsstadien der Muskelzelle angeführt; die Zellen der Fig. 22, 23 und weitere sind Formen, die man sehr oft beobachtet; die äussere Schicht der Muskelzelle faltet sich in zwei oder meistens in drei Abschnitte, wie wir es in Fig. 22, 23, 24 deutlich sehen; der Kern bewahrt dasselbe Aussehen wie in Fig. 21′, nur zerfällt der Nucleolus in zwei Körperchen, wobei der eine mir meistens viel blasser erschien. Um die Zellen (Fig. 21 und 23) sind einzelne Mesodermzellen gelegen, welche aber nur ziemlich oberflächlich an der Muskelzelle liegen, die eine Art Häutchen zu besitzen scheint. In Fig. 24 und 26 sehen wir eine unmittelbare Berührung der Mesodermzellen mit den Muskelzellen, wobei wir eine, zwei, oder (in Fig. 26), auch vier Mesodermzellen finden, welche die Muskelzelle umgeben.

In Fig. 27 habe ich das ganze Hintertheil einer *Phallusia* abgebildet, wo wir eine ganze

Reihe von Gruppen finden, welche die sich auflösenden Muskelzellen darstellen; jede Gruppe ist von einem besonderen Häutchen umgeben, und die ganze Masse ihrerseits zeigt eine feinere Grenzlinie, die den ganzen Klumpen umgiebt; in dieser Figur 27 finden wir Gruppen, welche entweder nur durch eine Muskelzelle dargestellt sind (1), oder solche, wo um dieselbe (2) mehrere Mesodermzellen liegen.

Die Reste der Muskelzellen haben noch öfter so charakteristische Einschnürungen wie in Fig. 24, oder sind schon in zwei Körper zerfallen (3). Die Zahl der Mesodermzellen steigt mit der Auflösung der Muskelzelle und endlich sehen wir in einer Gruppe (4) schon gar keine Reste mehr von derselben. Allerdings kann ich, nur nach dem Schnitte urtheilend, nicht sagen, ob das eine Muskelzelle war, und ob dieselbe schon aufgelöst ist, oder ob es eine Gruppe ist, die aus der Zerstörung anderer Zellen stammt.

Wie eigentlich der Process der Auflösung vor sich geht, konnte ich nicht genauer studiren, da ich nur an conservirtem Material arbeitete. Diese Frage kann entschieden werden, wenn man sich an lebende Formen wendet, wozu ich jetzt keine Gelegenheit habe; es scheint mir aber, dass die mesodermalen Zellen hier sich ganz anders benehmen, wie bei der Phagocytose der Muscamuskeln; dort wurden die ganz lebenden Muskeln unmittelbar von den Leuco-, resp. Phagocyten in einzelne Stücke zersprengt und in den Körper aufgenommen, so zu sagen, unmittelbar aufgefressen, hier scheinen die Mesodermzellen die Muskelzelle aufzulösen und das aufgelöste Material aufzusaugen.

Die Frage über die Bildung der Endblase, welche in den Körper eingezogen wird und hier zu einem Fettkörper sich umwandelt, giebt mir Gelegenheit auf ein Organ zu reflectiren, welches man bei den Salpen schon längst mit dem Schwanze der Ascidienlarven verglichen hat; ich spreche hier von dem *Elaeoblast* der Salpen.

Indem ich meinen Aufsatz jetzt schliesse, sehe ich wie viele Fragen noch in der Morphologie der Ascidien ungelöst bleiben, und werde mich sehr glücklich schätzen, wenn es mir gelingt, die Aufmerksamkeit der Forscher auf dieselben zu lenken.

Nachtrag.

Als mein Aufsatz schon geschrieben war, erhielt ich die ausgezeichnete Untersuchung von Prof. W. Salensky [16]) «Beiträge zur Embryonalentwicklung der Pyrosomen» (Schluss), in welcher auch die Frage über die Entstehung der Mantelzellen der Pyrosomen behandelt wird. Herr Salensky beruft sich auch auf meine vorläufige Mittheilung [17]) über denselben Gegenstand und bemerkt dabei «Kowalewsky giebt aber nicht an, ob zu dieser Zeit die Cellulosensubstanz schon ausgeschieden ist oder nicht».

Diese Bemerkung scheint mir nicht berechtigt zu sein, da ich wörtlich Folgendes sagte: «zur Zeit der Einziehung des Schwanzes in den galertartigen, durchsichtigen und structurlosen Mantel, welcher die Larve umgiebt, beginnen ganz farblose Zellen aufzutreten». Damit ist es klar gesagt, dass der Cellulosenmantel, zur Zeit des Austrittes der Mesodermzellen, schon vorhanden ist.

Bei den Pyrosomen geht der Process etwas anders; erst treten die Mesodermzellen aus und später wird die Cellulosensubstanz von den Ectodermzellen abgeschieden.

Jedenfalls ist die Beobachtung von Herrn Salensky über die Bildung des Mantels der Pyrosomen von bedeutender Wichtigkeit, da dieselbe meine bis jetzt alleinstehende Beobachtung verallgemeinert und wir jetzt mehr Gründe haben, eine ähnliche Bildung der Mantelzellen auch bei den anderen Tunicaten anzunehmen.

Verzeichniss der Literatur.

1) O. Hertwig. Untersuchungen über den Bau und die Entwicklung des Cellulose-Mantels der Tunicaten. Jenaische Zeitschrift, Bd. 7, 1871, p. 57.

2) C. Semper. Ueber die Entstehung der geschichteten Cellulose-Epidermis der Ascidien. Arbeiten aus dem zoolog. zootom.-Institut in Würzburg; Verhandlungen der phys.-med. Gesellschaft, N. F., VIII. Bd.

3) E. Van-Beneden et Julin. Recherches sur la morphologie des Tuniciers. Gand. 1886.

4) Della Valle. Nuove Contribuzioni alla storia naturale delle Ascidie composte del golfo di Napoli.—Atti dei Lincei mem. cl. fis. ec., v. X, seri III, 1881, p. 21.

5) H. de Lacaze-Duthiers. Monographie des Molgules, 1874.

6) Ch. Maurice. Etude monographique d'une espèce d'Ascidie composée (Fragaroides aurantiacum n. s.), p. 54 et s. Liège. 1888.

7) Э. Мейеръ. О примѣненіи фотоксилина. Протоколы засѣданій Варшавскаго Общества Естествоиспытателей за 1889/90 г.

8) Stöhr. Zur Physiologie der Tonsillen. Biolog. Centralblatt, Bd. 2, p. 368.

9) Stöhr. Ueber Mandeln und Balgdrüsen. Virchow's Archiv, Bd. 97, p. 211, 1884.

10) Stöhr. Ueber die Lymphknötchen des Darmes. Archiv für Mikroskopische Anatomie, 1889, Bd. 33, S. 255.

11) Justus Carriere. *Trichodina* sp. (*pediculus*) als Blut- und Lymphkörperchen fressender gelegentlicher Schmarotzer im Seitenkanal von *Cottus gobio*. Archiv für Mikroskopische Anatomie, Bd. 33, p. 402 u. v.

12) Sitzungsberichte der Physikalisch-Medicinischen Gesellschaft in Würzburg, Jahrgang 1886, № 2, S. 17.

13) Ueber die Lymphknötchen des Darmes. Arch. f. Mikr. Anatomie, Bd. 33, p. 276.

14) E. Metschnikoff. Untersuchungen über intracellulare Verdauung bei Wirbellosen Thieren, 1883, p. 21.

15) Gabritschevsky. Sur les propriétés chimiotactiques des leucocytes. Annales de l'Institut Pasteur, 1890, № 6, p. 346.

16) Zoologische Jahrbücher, herausgegeben von Dr. J. Spengel, Bd. V, p. 11—16 (Separatabdruck).

17) Ковалевскій. О превращеніи личинокъ асцидій и объ образованіи мантіи; сообщено 10 Ноября 1890 г. Вѣстникъ Естествознанія; № 9, 1890 г., стр. 4 (отд. оттиски).

Erklärung der Tafeln.

Tafel I.

Fig. 1. Eine Ascidienlarve der *Phallusia mammilata* beim Beginn der Metamorphose. Vergröss. $^{320}/_{1}$. *a* schon vergrösserte Zellen der Schwanzspitze.

Fig. 2. Querschnitt durch den Vordertheil derselben Larve; *m m* Mesodermzellen. Vergröss. $^{600}/_{1}$.

Fig. 3. Querschnitt durch eine ähnliche Larve durch den hinteren Theil des Körpers, wo mehr Mesodermzellen angehäuft sind.

Fig. 4. Ein Stück der äusseren vorderen Wandung des Querschnittes, welcher in Fig. 3 abgebildet ist, bei sehr starker Vergrösserung $^{850}/_{1}$. *a* Epidermiszelle; *k* deren Kern; *z* die in die Epidermiszelle eingewanderte Mesodermzelle; *b* zweite Epidermiszelle, deren Kern durch die eingewanderte Mesodermzelle z^{I} ganz an die Seite gedrängt ist; *d* eine Epidermiszelle, welche durch die Mesodermzelle eingebuchtet ist; wahrscheinlich die beginnende Einwanderung der Zelle.

Fig. 5. Querschnitt einer ähnlichen Larve: *a* Rumpf; *b* Schwanz; *mt* Mantelzellen; *ep* Epidermiszelle; *mz* Muskelzellen; *chs* Chordasubstanz; *chz* Chordazelle; *nz* Nervenzellen; *b* Querschnitt des Rumpfes; *s* Sinnesorgan (Auge); *cl* Cloakalbläschen; *en* Entodermsack; z, z^{I}, z^{II} und z^{III} auswandernde Mesodermzellen.

Fig. 6. Eine etwas mehr verwandelte Larve als in Fig. 1; *a* Zellen des Hinterendes; *chz* Chordazellen. Vergröss. $^{320}/_{1}$.

Fig. 7. Querschnitt der Larve Fig. 6: *nb* hinterer Theil der Gehirnblase; *chz* Chordazelle; *z* schon mehr im Mantel liegende Zelle; z^{I} eine austretende Zelle. Vergröss. $^{600}/_{1}$.

Fig. 8. Eine viel weiter metamorphosirte Larve.

Fig. 9. Querschnitt derselben; *sb* Sinnesblase; *en* Entoderm; $z—z^{VI}$ Mesodermzellen. Vergröss. $^{780}/_{1}$.

Fig. 10 und 11. Viel weiter in Verwandlung vorgeschrittene Ascidienlarven.

Tafel II.

Fig. 12. Querschnitt durch den hinteren Theil des Rumpfes eines Stadiums, welches der Fig. 10 entspricht; *ms* Mesodermzellen; *mz* Muskelzellen; *chz* Chordazellen. Vergröss. $^{600}/_{1}$.

Fig. 13. Querschnitt einer etwas mehr verwandelten Larve aus dem Hinterende des Rumpfes.

Fig. 14. Ein Längsschnitt des in Einziehung begriffenen Schwanzes; *a a* Epidermiszellen, welche als von der äusseren Schicht abgetrennt erscheinen; *chz*, chz^{I} Chordazellen. Vergröss. $^{600}/_{1}$.

Fig. 15. Längsschnitt einer Larve mit fast ganz eingezogenem Schwanze; *ns* Nervenrohr; *hs* Harnsack; *chz* Chordazellen; *mz* Muskelzellen; *z* Mesodermzellen; *mt* Mantel. Vergröss. $^{600}/_{1}$.

Fig. 16. Längsschnitt einer jungen Ascidie; *ens* der eingestülpte epidermoidale Theil des Schwanzes; *chz* Chordazellen; *mz* Muskelzellen; *nz* Nervenzellen, viele in den Mantel ausgewanderte und auswandernde Mesodermzellen.

Fig. 17. Der Endsack *ens* ist schon geschlossen und von der Epidermis abgetrennt; die einzelnen Zellen der inneren Theile des Schwanzes sind schon zerstreut.

Fig. 18. Das hintere Ende einer jungen Ascidie; bei *chz* und *mz* Gruppen von Zellen, die aus dem inneren Organe des Schwanzes stammen; bei *ens* Gruppe von Zellen, die von dem Zerfall der Endblase stammen.

Fig. 19. *chz* Chordazelle; *kn* und *n* Kerne derselben. Vergröss. $^{850}/_{1}$.

Fig. 20. chz^{I} eine andere Chordazelle, in welcher die Zellencontouren und drei Kerne zu sehen sind.

Fig. 21. Muskelzelle aus einem Stadium, welches der Fig. 16 *mz* entspricht; *n* Kern; *ms* Mesodermzellen. Vergröss. $^{850}/_{1}$.

Fig. 21′. Eine weiter veränderte Muskelzelle.

Fig. 22. Eine etwas mehr eingeschnürte Muskelzelle.

Fig. 23. Eine deutlich in drei Theile eingeschnürte Zelle.

Fig. 24. Eine *ms* oder zwei ms^{I} Mesodermzellen sind dicht an die Muskelzelle gerückt.

Fig. 25. Eine ähnliche Zelle.

Fig. 26. Vier Mesodermzellen umgeben die Muskelzelle.

Fig. 27. Hinterer Theil des Körpers einer jungen Ascidie: 1. eine Muskelzelle; 2. eine Muskelzelle von fünf Mesodermzellen umgeben; 3. die Muskelzelle ist in zwei Körper zerfallen, oder es sind zwei Muskelzellen, um welche viele Mesodermzellen gruppirt sind; 4. eine Gruppe von Zellen, in welcher schon keine Reste mehr von der Muskelzelle zu sehen sind. Vergröss. $^{850}/_{1}$.

5a

MÉMOIRES
DE
L'ACADEMIE IMPERIALE DES SCIENCES DE ST.-PETERSBOURG, VII^E SERIE.
TOME XXXVIII, N° 11.

ÜBER
DIE BEWEGUNG EINER GEWISSEN GRUPPE
DER
KLEINEN PLANETEN.

VON

O. Backlund.

(Lu le 27 février 1891.)

ST.-PÉTERSBOURG, 1892.
Commissionnaires de l'Académie Impériale des sciences:
à S.-Pétersbourg: M. Eggers & C° et J. Glasounof.
à Riga: M. N. Kymmel.
à Leipzig: Voss' Sortiment (Haessel).

Prix: 75 Cop. = 1 Mark 90 Pf.

MÉMOIRES
DE
L'ACADEMIE IMPERIALE DES SCIENCES DE ST.-PETERSBOURG, VII^e SERIE.
Tome XXXVIII, N° 11.

ÜBER
DIE BEWEGUNG EINER GEWISSEN GRUPPE
DER
KLEINEN PLANETEN.

VON

O. Backlund.

(Lu le 27 février 1891.)

ST.-PÉTERSBOURG, 1892.
Commissionnaires de l'Académie Impériale des sciences:

à S.-Pétersbourg:	à Riga:	à Leipzig:
M. Eggers & C° et J. Glasounof.	M. N. Kymmel.	Voss' Sortiment (Haessel).

Prix: 75 Cop. = 1 Mark 90 Pf.

Imprimé par ordre de l'Académie Impériale des sciences.

Avril 1892. A. Strauch, Secrétaire perpétuel.

Imprimerie de l'Académie Impériale des sciences.
(Vass.-Ostr., 9 ligne, № 12.)

Die Zahl der bekannten kleinen Planeten wächst jedes Jahr und ist bereits so gross, dass die Verfolgung derselben durch Beobachtung und genaue Rechnung die Zeit der Astronomen bedenklich absorbiren würde. Es scheint deshalb wünschenswerth für diejenigen Planeten, deren Bahnen noch nicht genau berechnet sind oder in der nächsten Zukunft nicht genau berechnet werden, angenäherte Bahnen zu ermitteln, die möglichst lange Zeit das Auffinden und Beobachten ohne Schwierigkeit ermöglichen. Geeignete Methoden zu diesem Zwecke wären also erforderlich. Die Gyldén'schen absoluten Bahnen dürften in dieser Hinsicht berufen sein eine wichtige Rolle zu spielen. Denn eine Bahn, die von der wirklichen nur um Grössen von der Ordnung der Massen der grossen Planeten abweicht, wird wohl im Allgemeinen den Ort hinreichend sicher angeben um den Planeten ohne Schwierigkeit wieder auffinden und beobachten zu können. Das Charakteristische für die Gylden'schen «absoluten» Bahnen ist eben, dass sie den Ort des Planeten bis auf Grössen von der Ordnung der grossen Planeten geben sollen.

Wenn $in-i'n'$ nicht als eine kleine Grösse anzusehen ist (ich sehe von grossen Werthen der i und i' ganz ab), so gestaltet sich die Ermittelung einer absoluten Bahn sehr einfach; mit der Abnahme dieser Grösse wächst jedoch die Schwierigkeit. Aber gerade der Fall, wo $in-i'n'$ eine kleine Grösse wird, ist der Hauptpunkt der Gyldén'schen Theorie. Dieser Fall ist der häufigste unter den kleinen Planeten. Wenn n' die mittlere Bewegung des Jupiter bedeutet, so muss $in-i'n'$ für $i=1$, $i'=2$ als eine kleine Grösse bei allen kleinen Planeten, deren mittlere Bewegung zwischen 500″ und 700″ liegt, betrachtet werden. Dasselbe gilt für $i=1$, $i'=3$ bei den kleinen Planeten, deren mittlere Bewegung durch $800'' < n < 1000''$ charakterisirt wird. Der grösste Theil der kleinen Planeten gehört also in diese beiden Kategorien. Herr Professor Harzer hat die Gyldén'sche Theorie auf die erste Kategorie und Herr Dr. Brendel auf die zweite angewendet und zwar auf die Planeten Hecuba resp. Hestia. Für Hecuba ist $n-2n'$ und für Hestia $n-3n'$ nahezu das

Minimum, das diese Grössen bei den kleinen Planeten überhaupt erreichen können. In ihren interessanten Abhandlungen über diesen Gegenstand haben diese Gelehrten Gelegenheit gehabt die charakteristischen Züge der Gyldén'schen Theorie zur Geltung zu bringen. Bei meinen Studien über die Bewegung der Jupitermonde habe ich Veranlassung gehabt zu untersuchen, ob nicht auf Grundlage des Laplace'schen Verfahrens im vierten Buche von Mécanique Céleste eine Methode sich finden liesse, die eine verhältnissmässig leichte Ermittelung von angenäherten Bahnen der erwähnten Eigenschaften für den Fall, dass $n - 2n'$ eine kleine Grösse ist, gewähre. In der vorliegenden Abhandlung soll unter Berücksichtigung der Grundgedanken der Gyldén'schen Theorie — d. h. jede Entwickelung nach den Potenzen der Zeit zu vermeiden — eine solche Methode dargelegt werden. In der ersten Abtheilung gebe ich Formeln, die sich unwesentlich von den Laplace'schen unterscheiden und mit Vortheil angewendet werden können, wenn $n - 2n'$ nicht klein ist. Die zweite Abtheilung enthält die Ableitung der Formeln, die in vielen Fällen, für welche $n - 2n'$ nicht sehr klein ist, auf einfache Rechnung führen. Für die übrigen Fälle wird in der dritten Abtheilung eine Methode gegeben, die Gelegenheit bietet das Gyldén'sche Integrationsverfahren anzuwenden. Ich begnüge mich mit der ersten Annäherung, was ich um so mehr thun kann, da ich hier keine durchgeführte Rechnung zu liefern, sondern die numerische Anwendung nur so weit zu geben beabsichtige, dass die praktische Brauchbarkeit der Methode hervorgehe. Aus demselben Grunde werden nur die Formeln für die Bewegung in der Bahnebene abgeleitet. Als «störender» Planet wird Jupiter verstanden, n' bedeutet also die mittlere Bewegung desselben. In einer folgenden Abhandlung soll eine vollständige Anwendung auf einen der kleinen Planeten gegeben werden.

Unerwähnt darf es nicht bleiben, dass ich bei der Ausarbeitung namentlich der dritten Abtheilung grossen Nutzen von Herrn Harzer's erwähnter, höchst lehrreicher Arbeit gehabt habe.

Die Gyldén'sche Terminologie «elementäre» und «charakteristische» Glieder, soll beibehalten werden. Elementäre Glieder sind demnach solche, «welche mit den störenden Massen nicht verschwinden, sondern constante, endliche Werthe annehmen». Charakteristische sind diejenigen Glieder, «welche die kleinsten, mit den störenden Massen nicht verschwindenden Integrationsdivisoren enthalten».

Zwei Classen von Argumenten der elementären Glieder werden unterschieden, nämlich:

$$A)\quad \begin{matrix} \varsigma t + \pi \\ \sigma\tau + \pi \end{matrix} \qquad B)\quad \begin{matrix} (n-\varsigma)t + \Lambda - \pi \\ (1-\sigma)\tau + \Lambda - \pi. \end{matrix}$$

ς und σ sind kleine Grössen von der Ordnung der Massen der grossen Planeten, Λ ist eine Constante und π entweder eine Constante oder eine trigonometrische Function des Argu-

mentes A. τ ist eine Function von t. Dem entsprechend zerfallen auch die Argumente der charakteristischen Glieder in zwei Classen, nämlich:

$$C) \quad \begin{matrix} \delta t + B \\ \Delta\tau + B \end{matrix} \qquad D) \quad \begin{matrix} (n + \delta) t + \Lambda + B \\ (1 + \Delta)\tau + \Lambda + B, \end{matrix}$$

wo

$$\delta = n - 2n'; \quad \Delta = 1 - 2\frac{n'}{n}; \quad B = \text{Constante.}$$

Die Ausdrücke Grad und Ordnung, wenn sie ohne Weiteres angewendet werden, beziehen sich auf die Excentricität, resp. Masse m'.

I

Die Differentialgleichungen für die Bewegung in der Bahn

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \mu\frac{x}{r^3} = \mu m'\frac{\partial\Omega}{\partial x}$$

$$\frac{d^2y}{dt^2} + \mu\frac{y}{r^3} = \mu m'\frac{\partial\Omega}{\partial y}$$

werden durch Substitution der Polarcoordinaten

$$x = r\,\mathrm{Cos}\,v; \qquad y = r\,\mathrm{Sin}\,v$$

in die folgenden umgeformt:

$$\frac{d^2r^2}{dt^2} - \frac{2\mu}{r} = \frac{2\mu}{a}c - \frac{2\mu}{a} + 4\mu m'\int d\Omega + 2\mu m' r\frac{\partial\Omega}{\partial r}$$

$$r^2\left(\frac{dv}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dr}{dt}\right)^2 - \frac{2\mu}{r} = \frac{\mu}{a}c - \frac{\mu}{a} + 2\mu m'\int d\Omega.$$

Die xy-Ebene soll die augenblickliche Ebene der Bewegung sein[1]), und die wahre Länge v von der beweglichen x-Axe gezählt werden. Das Differential $d\Omega$ von der Störungsfunction bezieht sich nur auf die Coordinaten des kleinen Planeten.

Statt des Radius vectors führen wir eine andere Variabele ein, bestimmt durch die Formel

$$r^2 = a^2(1 + \theta + \rho),$$

1) Cfr. Hansen: Auseinandersetzung etc.

wo O — eine constante Grösse von der Ordnung m' — so bestimmt werden soll, dass ϱ keine Constante enthält. Setzen wir ausserdem $n^2 = \frac{\mu}{a^3}$, so werden die Differentialgleichungen für ϱ und v, indem wir nur Glieder erster Ordnung behalten

$$(1)\quad \begin{cases} \frac{d^2\varrho}{dt} + n^2\varrho = \frac{3}{4}n^2\varrho^2 - \frac{5}{8}n^2\varrho^3 + \dots \\ \qquad + \frac{3}{2}n^2 O\varrho - \frac{15}{8}n^2 O\varrho^2 + \dots \\ \qquad + 2n^2\left(c - \frac{1}{2}O\right) + 4an^2m'\int d\Omega + 4an^2m'(1+\varrho)\frac{\partial\Omega}{\partial\varrho} \\ \frac{dv}{dt} = n\Big[1 - \varrho + \frac{7}{8}\varrho^2 - \frac{13}{16}\varrho^3 + \dots \\ \qquad - \frac{1}{8n^2}\left(\frac{d\varrho}{dt}\right)^2 + \frac{\varrho}{8n^2}\left(\frac{d\varrho}{dt}\right)^2 - \frac{9}{64}\frac{\varrho^2}{n^2}\frac{d\varrho}{dt} + \dots \\ \qquad - O + \frac{7}{4}O\varrho - \frac{39}{16}O\varrho^2 + \dots \\ \qquad + \frac{\theta}{8n^2}\left(\frac{d\varrho}{dt}\right)^2 - \dots \\ \qquad + \left(1 + \frac{\varrho^2}{8}\right)\left(\frac{c}{2} + am'\int d\Omega\right)\Big] \end{cases}$$

Setzen wir hier $m' = 0$, so erhalten wir für ϱ und v die Ausdrücke in der elliptischen Bewegung, nämlich

$$\begin{aligned} \varrho = {} & \frac{3}{8}\varkappa^2 + \frac{1}{128}\varkappa^4 + \dots \\ & - \varkappa \operatorname{Cos}(nt + \Lambda - \pi) \\ & - \left(\frac{1}{8}\varkappa^2 - \frac{1}{384}\varkappa^4\right)\operatorname{Cos} 2(nt + \Lambda - \pi) \\ & - \frac{1}{32}\varkappa^3 \operatorname{Cos} 3(nt + \Lambda - \pi) \\ & - \frac{1}{96}\varkappa^4 \operatorname{Cos} 4(nt + \Lambda - \pi) \\ & \dots\dots\dots, \dots\dots \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} v = {} & nt + \Lambda + \varkappa \operatorname{Sin}(nt + \Lambda - \pi) \\ & + \left(\frac{5}{16}\varkappa^2 - \frac{1}{384}\varkappa^4\right)\operatorname{Sin} 2(nt + \Lambda - \pi) \\ & + \frac{13}{96}\varkappa^3 \operatorname{Sin} 3(nt + \Lambda - \pi) \\ & + \frac{103}{1536}\varkappa^4 \operatorname{Sin} 4(nt + \Lambda - \pi) \\ & \dots\dots\dots\dots\dots \end{aligned}$$

$\varkappa$ und $\Lambda - \pi$ sind Integrationsconstanten und n die mittlere Bewegung. Die vorstehenden Formeln setzen voraus, dass ϱ eine gewisse Grösse nicht überschreitet. Mit Rücksicht auf die gewöhnlichen Ausdrücke für r und v überzeugt man sich leicht von der Richtigkeit der folgenden Relation zwischen $\varkappa$ und der Excentricität e:

$$\varkappa = 2e - \tfrac{1}{4}e^3 + \ldots$$

D. h. $\varkappa$ ist bis auf Grössen dritten Grades doppelt so gross, wie die Excentricität.

Ehe wir weiter gehen, müssen wir die Entwickelung der Störungsfunction haben. Da zu dem Zwecke nur gewöhnliche Methoden in Anwendung kommen sollen, so können wir uns dieser Aufgabe kurz erledigen. Wir gehen von dem bekannten Ausdruck

$$\Omega = \frac{1}{\Delta} - \frac{r^2}{r'^3} H$$

aus, wo Δ die Entfernung der beiden Planeten und H Cos des Winkels zwischen r und r' bedeutet. Die Relation zwischen r und ϱ giebt

$$r = a(1 + \tfrac{1}{2}\varrho - \tfrac{1}{8}\varrho^2 + \ldots)$$

Für v setzen wir

$$v = nt + \Lambda + y$$

und nehmen an, y sei von derselben Grössenordnung wie ϱ. Dem entsprechend soll für Jupiter gesetzt werden

$$r' = a'(1 + \tfrac{1}{2}\varrho' - \tfrac{1}{8}\varrho'^2 + \ldots)$$

$$v' = n't + \Lambda' + y'.$$

Führen wir diese Ausdrücke für ϱ, v, ϱ', v' in den Ausdruck für Ω ein und entwickeln in bekannter Weise nach den Potenzen von ϱ, ϱ', y, y' und nach den Vielfachen von

$$M = (n - n')t + \Lambda - \Lambda',$$

so ergiebt sich bis auf die Glieder dritten Grades

$$4a\Omega = 4aA^{(i)} \operatorname{Cos} iM \qquad \text{I}$$

$$+ 2a^2 \frac{\partial A^{(i)}}{\partial a} \varrho \operatorname{Cos} iM \qquad \text{II}$$

$$- 2\left(aA^{(i)} + a^2 \frac{\partial A^{(i)}}{\partial a}\right) \varrho' \operatorname{Cos} iM \qquad \text{III}$$

$$- 4iaA^{(i)}(y - y') \operatorname{Sin} iM \qquad \text{IV}$$

$$-\frac{1}{2}\left(a^2\frac{\partial A^{(i)}}{\partial a}-a^3\frac{\partial^2 A^{(i)}}{\partial a^2}\right)\rho^2\,\mathrm{Cos}\,i\,M \qquad \mathrm{V}$$

$$-\left(2\,a^2\frac{\partial A^{(i)}}{\partial a}+a^3\frac{\partial^2 A^{(i)}}{\partial a^2}\right)\rho\rho'\,\mathrm{Cos}\,i\,M \qquad \mathrm{VI}$$

$$-2ia^2\frac{\partial A^{(i)}}{\partial a}\rho\,(y-y')\,\mathrm{Sin}\,i\,M \qquad \mathrm{VII}$$

$$+\frac{1}{2}\left(3aA^{(i)}+5a^2\frac{\partial A^{(i)}}{\partial a}+a^3\frac{\partial^2 A^{(i)}}{\partial a^2}\right)\rho'^2\,\mathrm{Cos}\,i\,M \qquad \mathrm{VIII}$$

$$+2i\left(a\,A^{(i)}+a^2\frac{\partial A^{(i)}}{\partial a}\right)\rho'(y-y')\,\mathrm{Sin}\,i\,M \qquad \mathrm{IX}$$

$$-2\,i^2\,aA^{(i)}(y-y')^2\,\mathrm{Cos}\,i\,M \qquad \mathrm{X}$$

. . . . . .

Durch Differentiation nach ρ und Multiplication mit $1+\rho$ findet man hieraus:

$$4a(1+\rho)\frac{\partial\Omega}{\partial\rho}=2\,a^2\frac{\partial A^{(i)}}{\partial a}\,\mathrm{Cos}\,i\,M \qquad \mathrm{I}$$

$$+\left(a^2\frac{\partial A^{(i)}}{\partial a}+a^3\frac{\partial^2 A^{(i)}}{\partial a^2}\right)\rho\,\mathrm{Cos}\,i\,M \qquad \mathrm{II}$$

$$-\left(2\,a^2\frac{\partial A^{(i)}}{\partial a}+a^3\frac{\partial^2 A^{(i)}}{\partial a^2}\right)\rho'\,\mathrm{Cos}\,i\,M \qquad \mathrm{III}$$

$$-2ia^2\frac{\partial A^{(i)}}{\partial a}(y-y')\,\mathrm{Sin}\,i\,M \qquad \mathrm{IV}$$

$$-\frac{1}{4}\left(a^2\frac{\partial A^{(i)}}{\partial a}-a^3\frac{\partial^2 A^{(i)}}{\partial a^2}-a^4\frac{\partial^3 A^{(i)}}{\partial a^3}\right)\rho^2\,\mathrm{Cos}\,i\,M \qquad \mathrm{V}$$

$$-\frac{1}{2}\left(2\,a^2\frac{\partial A^{(i)}}{\partial a}+4\,a^3\frac{\partial^2 A^{(i)}}{\partial a^2}+a^4\frac{\partial^3 A^{(i)}}{\partial a^3}\right)\rho\rho'\,\mathrm{Cos}\,i\,M \qquad \mathrm{VI}$$

$$-i\left(a^2\frac{\partial A^{(i)}}{\partial a}+a^3\frac{\partial^2 A^{(i)}}{\partial a^2}\right)\rho\,(y-y')\,\mathrm{Sin}\,i\,M \qquad \mathrm{VII}$$

$$+\frac{1}{4}\left(8\,a^2\frac{\partial A^{(i)}}{\partial a}+7\,a^3\frac{\partial^2 A^{(i)}}{\partial a^2}+a^4\frac{\partial^3 A^{(i)}}{\partial a^3}\right)\rho'^2\,\mathrm{Cos}\,i\,M \qquad \mathrm{VIII}$$

$$+i\left(2\,a^2\frac{\partial A^{(i)}}{\partial a}+a^3\frac{\partial^2 A^{(i)}}{\partial a^3}\right)\rho'(y-y')\,\mathrm{Sin}\,i\,M \qquad \mathrm{IX}$$

$$-i^2a^2\frac{\partial A^{(i)}}{\partial a}(y-y')^2\,\mathrm{Cos}\,i\,M \qquad \mathrm{X}$$

. . . . . .

Differentiiren wir den Ausdruck für $4a\Omega$ nach ϱ, y und t, so erhalten wir:

$$4\,a\,d\Omega = -4\,i\,n\,a\,A^{(i)}\,\mathrm{Sin}\;i\,M \qquad \text{I}$$

$$+2\,a^2\frac{\partial A^{(i)}}{\partial a}\left(\frac{d\varrho}{dt}\,\mathrm{Cos}\;i\,M - i\,n\,\varrho\,\mathrm{Sin}\;i\,M\right) \qquad \text{II}$$

$$+2\,i\,n\left(a\,A^{(i)} + a^2\frac{\partial A^{(i)}}{\partial a}\right)\varrho'\,\mathrm{Sin}\;i\,M \qquad \text{III}$$

$$-4\,i\,a\,A^{(i)}\left(\frac{dy}{dt}\,\mathrm{Sin}\,i\,M + i\,n\,\overline{y-y'}\,\mathrm{Cos}\;i\,M\right) \qquad \text{IV}$$

$$-\frac{1}{2}\left(a^2\frac{\partial A^{(i)}}{\partial a} - a^3\frac{\partial^2 A^{(i)}}{\partial a^2}\right)\left(2\,\varrho\,\frac{d\varrho}{dt}\,\mathrm{Cos}\;i\,M - i\,n\,\varrho^2\,\mathrm{Sin}\;i\,M\right) \qquad \text{V}$$

$$-\left(2\,a^2\frac{\partial A^{(i)}}{\partial a} + a^3\frac{\partial^2 A^{(i)}}{\partial a^2}\right)\left(\varrho'\,\frac{d\varrho}{dt}\,\mathrm{Cos}\;i\,M - i\,n\,\varrho\varrho'\,\mathrm{Sin}\;i\,M\right) \qquad \text{VI}$$

$$-2\,i\,a^2\frac{\partial A^{(i)}}{\partial a}\left(i\,n\,\overline{\varrho y-\varrho y'}\,\mathrm{Cos}\;i\,M + \left[\varrho\,\frac{dy}{dt} + \overline{y-y'}\,\frac{d\varrho}{dt}\right]\mathrm{Sin}\;i\,M\right) \qquad \text{VII}$$

$$-\frac{i\,n}{2}\left(3\,a\,A^{(i)} + 5\,a^2\frac{\partial A^{(i)}}{\partial a} + a^3\frac{\partial^2 A^{(i)}}{\partial a^2}\right)\varrho'^2\,\mathrm{Sin}\;i\,M \qquad \text{VIII}$$

$$+2\,i\left(a\,A^{(i)} + a^2\frac{\partial A^{(i)}}{\partial a}\right)\left(i\,n\,\overline{\varrho' y-\varrho' y'}\,\mathrm{Cos}\;i\,M + \varrho'\,\frac{dy}{dt}\,\mathrm{Sin}\;i\,M\right) \qquad \text{IX}$$

$$-2\,i^2\,a\,A^{(i)}\left(2\,\overline{y-y'}\,\frac{dy}{dt}\,\mathrm{Cos}\;i\,M - i\,n\,\overline{y-y'}^2\,\mathrm{Sin}\;i\,M\right) \qquad \text{X}$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

Die i bedeuten positive, ganze Zahlen, 0 inclusive. Für $i = 0$ hat man aber das betreffende Glied mit 2 zu dividiren.

Es soll noch an die Formeln, die zur Berechnung von $A^{(i)}$, $\frac{\partial A^{(i)}}{\partial a}$, $\frac{\partial^2 A^{(i)}}{\partial a^2}$ . . . dienen, erinnert werden.

Die $A^{(i)}$ sind die Coefficienten in

$$(a^2 + a'^2 - 2\,a a'\,\mathrm{Cos}\;M)^{-\frac{1}{2}} - \frac{a}{a'^2}\,\mathrm{Cos}\;M = \tfrac{1}{2}A_0^{(0)} + A^{(1)}\,\mathrm{Cos}\;M + A^{(2)}\,\mathrm{Cos}\;2\,M + \ldots$$

Setzt man andererseits

$$(1 + \alpha - 2\alpha\,\mathrm{Cos}\;M)^{-\frac{1}{2}} = \tfrac{1}{2}b^{(0)} + b^{(1)}\,\mathrm{Cos}\;M + b^{(2)}\,\mathrm{Cos}\;2\,M + \ldots$$

wo

$$\alpha = \frac{a}{a'},$$

so ergiebt sich

$$a\,A^{(i)} = \alpha\,b^{(i)}$$

mit der Ausnahme

$$aA^{(1)} = \alpha b^{(1)} - \alpha^2.$$

Ferner sei

$$b_n^{(i)} = \alpha^n \frac{\partial^n b^{(i)}}{\partial \alpha^n},$$

dann hat man

$$a^{n+1} \frac{\partial^n A^{(i)}}{\partial a^n} = \alpha b_n^{(i)}$$

mit der Ausnahme

$$a^2 \frac{\partial A^{(1)}}{\partial a} = \alpha b_1^{(1)} - \alpha^2.$$

Die $b^{(i)}$ und $b_n^{(i)}$ werden sehr bequem mit Hülfe der Tafeln im zweiten Bande von «Annales de l'Observatoire de Paris» berechnet, wonach die angeführten Formeln sofort die $aA^{(i)}$ und $a^{n+1} \frac{\partial^n A^{(i)}}{\partial a^{(n)}}$ geben.

Nach diesen Vorbereitungen können wir unsere Aufgabe angreifen. Dieselbe soll folgendermaassen präcisirt werden: **Sämmtliche elementäre und ihnen aequivalente charakteristische Glieder des Radius vectors und der Länge bis auf den zweiten Grad zu ermitteln.**

Existirten keine charakteristischen Glieder, oder mit anderen Worten, wäre $in - i'n'$ keine kleine Zahl, so würden sich die elementären Glieder in sehr einfacher Weise aus den mit der ersten Potenz von ϱ, ϱ', y und y' multiplicirten Glieder auf der rechten Seite der Gleichungen (1) ergeben. Sobald aber charakteristische Glieder vorhanden sind, geben sogar Glieder, die formell vom dritten Grade sind, im Endresultate elementäre Glieder von der Grösse der Glieder ersten Grades. Unsere Aufgabe besteht also nicht in der Ermittelung nur solcher Glieder, die formell vom ersten Grade sind, sondern aller Glieder, die von der Grösse der Excentricität oder grösser sind, und nur solche Glieder zu vernachlässigen, die ihrer Grösse nach mit dem Quadrate der Excentricität verglichen werden können.

Von der Jupitertheorie kann man die elementären Glieder ersten Grades für ϱ' und y' als bekannt voraussetzen.

Es sei

$$(2)\quad \begin{cases} \varrho' = -\varkappa' \cos(n't - \varsigma' t + \Lambda' - l') - \varkappa'' \cos(n't - \varsigma'' t + \Lambda' - l'') - \varkappa''' \cos(n't - \varsigma''' t + \Lambda' - l''') - \ldots \\ \text{und also} \\ y' = +\varkappa' \sin(n't - \varsigma' t + \Lambda' - l') + \varkappa'' \sin(n't - \varsigma'' t + \Lambda' - l'') + \varkappa''' \sin(n't - \varsigma''' t + \Lambda' - l''') - \ldots \end{cases}$$

denn nach den Gleichungen (1), die ja auch für Jupiter Geltung haben, ersieht man, dass mit Rücksicht nur auf die erste Ordnung

$$y' = \frac{d\varrho'}{dt},$$

weil ς', ς'' etc. von der Ordnung der Massen der grossen Planeten und Λ', I', I'' etc. Constanten sind.

Diese Ausdrücke führen wir in die erste der Gleichungen (1) ein und behalten nur Glieder niedrigsten Grades mit den Argumenten B. Man sieht sofort aus den Entwickelungen für $4\,ad\Omega$ und $4\,a(1+\rho)\frac{\partial\Omega}{\partial\rho}$, dass nur die Zeilen III und IV durch die erwähnte Substitution solche Glieder geben können und zwar für $i=1$. Für $i=0$ geben die Zeilen I Constanten und die Zeilen II die Glieder, welche ρ enthalten. Mit Rücksicht hierauf wird also die Differentialgleichung für ρ, indem wir setzen

$$E_1 = 3a^2\frac{\partial A^{(0)}}{\partial a} + a^3\frac{\partial^2 A^{(0)}}{\partial a^2}$$

$$F = -aA^{(1)} + a^2\frac{\partial A^{(1)}}{\partial a} + \frac{1}{2}a^3\frac{\partial^2 A^{(1)}}{\partial a^2},$$

die folgende:

$$\frac{d^2\rho}{dt^2} + n^2\rho = \frac{n^2}{2}(3\Theta + m'E_1)\rho + 2n^2\left(c - \tfrac{1}{2}\Theta\right) + n^2m'a^2\frac{\partial A^{(0)}}{\partial a} +$$

$$+ n^2m'F\sum_1^i \varkappa^{(i)}\cos\left(\overline{n-\varsigma^{(i)}}\,t + \Lambda - I^{\prime(i)}\right).$$

In (2) wird es, wie wir bei der numerischen Anwendung sehen werden, ausreichen für ρ' und y' nur je drei Glieder zu berücksichtigen.

Setzen wir

$$2n\varsigma - \varsigma^2 = \frac{n^2}{2}(3\Theta + m'E_1),$$

so können wir unsere Differentialgleichung schreiben:

$$(a)\qquad \frac{d^2\rho}{dt^2} + (n-\varsigma)^2\rho = 2n^2\left(c - \tfrac{1}{2}\Theta\right) + n^2m'a^2\frac{\partial A^{(0)}}{\partial a} + n^2m'F\sum_1^i \varkappa^{(i)}\cos\left(n-\varsigma' t + \Lambda - I^{\prime(i)}\right).$$

Es ist

$$2(n-n')t + 2\Lambda - 2\Lambda' = nt + (n-2n')t + \Lambda + \Lambda - 2\Lambda' = (n+\delta)t + \Lambda + B,$$

indem

$$B = \Lambda - 2\Lambda'$$

gesetzt wird. Die Entwickelung von $4\,ad\Omega$ giebt demnach für $i=2$:

$$4an^2m'\int d\Omega = \frac{4an^2}{n-n'}aA^{(2)}\cos\left(\overline{n+\delta}\,t + \Lambda + B\right).$$

Ebenso findet man aus der Zeile I der Entwickelung für $4a(1+\rho)\frac{\partial\Omega}{\partial\rho}$:

$$4an^2 m'(1+\rho)\frac{\partial\Omega}{\partial\rho} = 2n^2 m' a^2 \frac{\partial A^{(2)}}{\partial a}\operatorname{Cos}(n+\delta t+\Lambda+B).$$

Die Summe dieser Ausdrücke soll (a) hinzugefügt werden, und dadurch wird

$$(a') \qquad \frac{d^2\rho}{dt^2}+(n-\varsigma)^2\rho = 2n^2\left(c-\tfrac{1}{2}\theta\right)+n^2 m' a\frac{\partial A^{(0)}}{\partial a}+$$

$$+n^2 m' F\sum_1^i \varkappa^{(i)}\operatorname{Cos}\left(\overline{n-\varsigma}\,t+\Lambda-I'^{(i)}\right)+2k(\delta+\varsigma)n\operatorname{Cos}(n+\delta t+\Lambda+B)$$

wo

$$h = \frac{4m'n}{\delta+\varsigma}\left(aA^{(2)}\frac{n}{n+\delta}+\frac{1}{4}a^2\frac{\partial A^{(2)}}{\partial a}\right).$$

Die Integration dieser Differentialgleichung giebt mit Vernachlässigung von ς^2

$$\rho = 2\left(c-\tfrac{1}{2}\theta\right)+m' a\frac{\partial A^{(0)}}{\partial a}-\varkappa\operatorname{Cos}(\overline{n-\varsigma}\,t+\Lambda-I')-$$

$$-\frac{m'F}{2}\sum_1^i\frac{\varkappa^{(i)}}{\varsigma-\varsigma^{(i)}}\operatorname{Cos}\left(\overline{n-\varsigma^{(i)}}\,t+\Lambda-I'^{(i)}\right)-h\operatorname{Cos}(\overline{n+\delta}\,t+\Lambda+B)$$

$\varkappa$ und I' sind die Integrations-Constanten. Führen wir diesen Ausdruck in die zweite der Differentialgleichungen (1) ein und berücksichtigen ausser den constanten Gliedern nur die erste Potenz von ρ und bemerken, dass $am'\int d\Omega$ keine elementären Glieder der Form B giebt, so wird

$$(b) \qquad \frac{dv}{dt} = n\left[1-\frac{3}{2}c-m'a^2\frac{\partial A^{(0)}}{\partial a}+\varkappa\operatorname{Cos}(\overline{n-\varsigma}\,t+\Lambda-I')+\right.$$

$$\left.+\frac{m'}{2}F\sum_1^i\frac{\varkappa^{(i)}}{\varsigma-\varsigma^{(i)}}\operatorname{Cos}\left(\overline{n-\varsigma^{(i)}}\,t+\Lambda-I'^{(i)}\right)+h\operatorname{Cos}(\overline{n+\delta}\,t+\Lambda+B)\right].$$

Die Constante c soll nun so bestimmt werden, dass n die mittlere Bewegung darstellt, folglich muss

$$c = -\frac{2}{3}m'a^2\frac{\partial A^{(0)}}{\partial a}.$$

Andererseits soll θ so bestimmt werden, dass ρ kein constantes Glied enthält, d. h.

$$2\left(c-\tfrac{1}{2}\theta\right)+m'a^2\frac{\partial A^{(0)}}{\partial a}=0$$

oder

$$\frac{3}{2}\theta = -\frac{1}{2}m'a^2\frac{\partial A^{(0)}}{\partial a}.$$

Setzen wir schliesslich

$$E = a^2 \frac{\partial A^{(0)}}{\partial a} + \frac{a^3}{2} \frac{\partial^2 A^{(0)}}{\partial a^2},$$

so wird

$$2n\varsigma - \varsigma^2 = n^2 m' E,$$

oder mit Vernachlässigung von ς^2

$$\varsigma = \frac{n}{2} m' E$$

ς ist demnach von der Ordnung m'.

Wir erhalten also

$$\rho = -\varkappa \operatorname{Cos}(\overline{n-\varsigma}\, t + \Lambda - l') - \frac{m' F}{2} \sum_1^i \frac{\varkappa^{(i)}}{(\varsigma-\varsigma^{(i)})} \operatorname{Cos}(\overline{n-\varsigma^{(i)}}\, t + \Lambda - l'^{(i)}) - h \operatorname{Cos}(\overline{n+\delta}\, t + \Lambda + B)$$

und nach Integration der Gleichung (*b*), indem wir mit Λ die Integrationsconstante bezeichnen und den Ansatz

$$v = nt + \Lambda + y$$

berücksichtigen:

$$y = \varkappa \operatorname{Sin}(\overline{n-\varsigma}\, t + \Lambda - l') + \frac{m' F}{2} \sum_1^i \frac{\varkappa^{(i)}}{(\varsigma-\varsigma^{(i)})} \operatorname{Sin}(\overline{n-\varsigma^{(i)}}\, t + \Lambda - l'^{(i)}) + h \operatorname{Sin}(\overline{n+\delta}\, t + \Lambda + B)$$

ς, ς', ς'' . . . und δ sind dabei neben n vernachlässigt. Die Vernachlässigung von ς, ς' etc. ist nichts anderes als Glieder erster Ordnung zu vernachlässigen, während die Vernachlässigung von δ neben n der Vernachlässigung von Gliedern zweiten Grades gleichkommt. In der That ist im Allgemeinen bei den bekannten kleinen Planeten

$$\frac{\delta}{n} < (\varkappa),$$

wo $(\varkappa)$ der grösste unter den Coefficienten $\varkappa$, $\varkappa'$, $\varkappa''$ u. s. w. bedeutet. Ebenso gelten die Ungleichheiten

$$\frac{\varsigma^{(i)}}{\delta} < (\varkappa) \qquad (i = 0, 1, 2 \ldots \text{ und } \varsigma^{(0)} = \varsigma)$$

$$\frac{\varsigma^{(i)}}{n} < (\varkappa^2)$$

$$\frac{nm'}{\delta + \varsigma} \text{ oder } \frac{nm'}{\delta} < (\varkappa).$$

Die Grössen

$$\frac{\delta}{n}, \quad \frac{\varsigma^{(i)}}{\delta + \varsigma^{(i)}}, \quad \frac{nm'}{\delta + \varsigma^{(i)}}, \quad \frac{nm'}{\delta}$$

sollen daher als von der Ordnung der Excentricität betrachtet werden. Demnach ist auch h von der Ordnung der Excentricität.

Indem wir uns mit drei Gliedern in den Ausdrücken (2) begnügen, können wir nach dieser Untersuchung annehmen, dass die elementären Glieder der Form B, sowie die charakteristischen der Form D ersten Grades in ρ und y durch folgende Ausdrücke dargestellt werden:

$$(3)\quad \begin{cases} \rho = -\varkappa \operatorname{Cos}(\overline{n-\varsigma}\, t + \Lambda - \Gamma) - \varkappa_1 \operatorname{Cos}(\overline{n-\varsigma'}\, t + \Lambda - \Gamma') - \varkappa_2 \operatorname{Cos}(\overline{n-\varsigma''} t + \Lambda - \Gamma'') - \\ \qquad - \varkappa_3 \operatorname{Cos}(\overline{n-\varsigma'''} t + \Lambda - \Gamma''') - \varkappa \operatorname{Cos}(\overline{n+\delta}\, t + \Lambda + B) \\ y = +\varkappa \operatorname{Sin}(\overline{n-\varsigma}\, t + \Lambda - \Gamma) + \varkappa_1 \operatorname{Sin}(\overline{n-\varsigma'}\, t + \Lambda - \Gamma') + \varkappa_2 \operatorname{Sin}(\overline{n-\varsigma''} t + \Lambda - \Gamma'') + \\ \qquad + \varkappa_3 \operatorname{Sin}(\overline{n-\varsigma'''} t + \Lambda - \Gamma''') + h \operatorname{Sin}(\overline{n+\delta}\, t + \Lambda + B). \end{cases}$$

Wir würden also haben:

$$(3')\quad \varkappa_i = \frac{F}{2} \frac{m'}{(\varsigma - \varsigma^{(i)})} \varkappa^{(i)}$$

Wenn nicht nur ς, sondern auch $\varsigma - \varsigma'$, $\varsigma - \varsigma''$, $\varsigma - \varsigma'''$ von der Ordnung m' sind, so sind also die $\varkappa_i$ von der nullten Ordnung und dem ersten Grade. Indessen giebt diese Formel nicht angenäherte Werthe der $\varkappa_i$, wenn δ, wie wir hier annehmen, eine kleine Grösse ist.

Eine langperiodische trigonometrische Function des Argumentes A, z. B.

$$\Theta = e \operatorname{Sin}(\varsigma t + \Gamma)$$

wird durch Differentiation nach t proportional der Masse verkleinert, durch Integration dagegen inverse proportional der Masse vergrössert. Dasselbe gilt für die charakteristischen Glieder des Argumentes G, wenn wir das Wort Masse gegen das Wort Excentricität vertauschen. Wenn also linker Hand der zweiten der Gleichungen (1) langperiodische Glieder vorkommen, so erscheinen sie im Ausdrucke für v oder y vergrössert. Langperiodische Glieder auf der rechten Seite der ersten der Gleichungen (1) erscheinen dagegen nicht vergrössert in ρ, wie ohne Weiteres verständlich ist. Es ist also begreiflich, dass wir den langperiodischen Gliedern der zweiten Gleichung (1) besondere Aufmerksamkeit widmen müssen. Mit Rücksicht auf die Annäherung, die wir hier erhalten wollen, können wir folgenden einfachen Weg einschlagen, um die langperiodischen Glieder in r oder y zu ermitteln.

Differentiiren wir die erste Gleichung (1) und lassen dabei die Glieder in ρ^2 und höhere Potenzen unberücksichtigt, so ergiebt sich

$$n^2 \frac{d\rho}{dt} = 4an^2 m'\, d\Omega + 4an^2 m' \frac{d(1+\rho)\frac{\partial\Omega}{\partial\rho}}{dt} + \frac{3}{2} n^2 \Theta \frac{d\rho}{dt} - \frac{d^3\rho}{dt^3}.$$

Wenn wir hier nur die langperiodischen Glieder des Argumentes A in's Auge fassen, so ist klar, nach der eben gemachten Bemerkung, dass $4an^2m'\frac{d(1+\rho)\frac{d\Omega}{d\rho}}{dt}$ und $\frac{3}{2}n^2\theta\frac{d\rho}{dt}$ um eine Ordnung, $\frac{d^3\rho}{dt^3}$ dagegen um zwei Ordnungen kleiner als $4an^2m'd\Omega$ sind. Mit Vernachlässigung zweiter und höherer Ordnungen können wir also setzen:

$$\frac{d\rho}{dt} = 4am'\,d\Omega.$$

Die zweite Gleichung (1) ebenfalls nach t differentiirt giebt mit derselben Genauigkeit:

$$\frac{d^2v}{dt^2} = -n\frac{d\rho}{dt} + amm'd\Omega,$$

also mit Rücksicht auf den soeben gefundenen Ausdruck für $\frac{d\rho}{dt}$:

$$\frac{d^2v}{dt^2} = -3anm'\,d\Omega.$$

Weil

$$v = nt + \Lambda + y$$

so wird

$$\frac{d^2y}{dt^2} = -3anm'\,d\Omega. \tag{4}$$

Diese Formel besteht auch, wenn die langperiodischen Glieder charakteristisch sind, vorausgesetzt dass δ hinreichend klein ist.

Führen wir nun die Ausdrücke (3) für ρ und y in die Zeilen II und IV, $i=2$, die Ausdrücke (2) für ρ' und y' in die Zeile III und IV, $i=1$, der Entwickelung von $4ad\Omega$ ein und bemerken, dass

$$\frac{d\rho}{dt} = y;\quad \frac{dy}{dt} = -\rho$$

so wird (4) mit Rücksicht nur auf die langperiodischen Glieder:

$$\frac{d^2y}{dt^2} = -\frac{3}{4}n^2m'\,G\varkappa\,\mathrm{Sin}\,(\overline{\delta+\varsigma}\,t+B+\Gamma) - \tag{c}$$

$$-\frac{3}{4}n^2m'\sum_1^i\left(G\varkappa_{(i)} - H\varkappa^{(i)}\right)\mathrm{Sin}\,(\overline{\delta+\varsigma^{(i)}}\,t+B+\Gamma^{(i)}).$$

Hier ist der Kürze wegen gesetzt:

$$G = 4\left(aA^{(2)} + \frac{a^2}{4}\frac{\partial A^{(2)}}{\partial a}\right)$$

$$H = 3aA^{(1)} + a^2\frac{\partial A^{(1)}}{\partial a}.$$

Es ist

$$\frac{1}{(\delta+\varsigma^{(i)})^2} = \frac{1}{(\delta+\varsigma)^2}\left(1 + 2\frac{\varsigma-\varsigma^{(i)}}{\delta+\varsigma} + 3\frac{(\varsigma-\varsigma^{(i)})^2}{(\delta+\varsigma)^2} + \dots\right)$$

$\frac{1}{(\delta+\varsigma)^2}$ kann also mit Vernachlässigung nur von Grössen von der Ordnung der Excentricität statt $\frac{1}{(\delta+\varsigma^{(i)})^2}$ geschrieben werden. Thun wir dies und integriren die Differentialgleichung (c), wobei die Integrationsconstanten gleich 0 zu setzen sind, so ergiebt sich

$$(d)\qquad y = \frac{3}{4}\frac{n^2 m'}{(\delta+\varsigma)^2} Gx \operatorname{Sin}(\overline{\delta+\varsigma}\, t + B + I') +$$

$$+ \frac{3}{4}\frac{n^2 m'}{(\delta+\varsigma)^2}\sum_1^i (Gx_i - Hx^{(i)}) \operatorname{Sin}(\overline{\delta+\varsigma^{(i)}}\, t + B + I^{(i)}).$$

Bei vielen der kleinen Planeten ist δ so klein, dass $\frac{n^2 m'}{(\delta+\varsigma)^2}$ als eine Grösse nullter Ordnung zu betrachten ist. In solchen Fällen ist der gewonnene Ausdruck, obgleich formell von der ersten Ordnung und dem ersten Grade, jedoch elementären Functionen ersten Grades aequivalent. In (3) enthält also y nicht sämmtliche Glieder ersten Grades nullter Ordnung; denn dazu kommen mindestens noch die obigen Glieder. Nehmen wir nun für einen Augenblick an, dass mit dem Hinzufügen der letztgefundenen Glieder die Ausdrücke (3), d. h.

$$(5)\qquad \begin{cases} \rho = -x\operatorname{Cos}(\overline{n-\varsigma}\, t + \Lambda - I) - x_1\operatorname{Cos}(\overline{n-\varsigma'}\, t + \Lambda - I') - x_2\operatorname{Cos}(\overline{n-\varsigma''} t + \Lambda - I'') - \\ \qquad - x_3\operatorname{Cos}(\overline{n-\varsigma'''} t + \Lambda - I''') - h\operatorname{Cos}(\overline{n+\delta}\, t + \Lambda + B) \\ y = +x\operatorname{Sin}(\overline{n-\varsigma}\, t + \Lambda - I) + x_1\operatorname{Sin}(\overline{n-\varsigma'}\, t + \Lambda - I') + x_2\operatorname{Sin}(\overline{n-\varsigma''} t + \Lambda - I'') + \\ \qquad + x_3\operatorname{Sin}(\overline{n-\varsigma'''} t + \Lambda - I''') + h\operatorname{Sin}(\overline{n-\delta}\, t + \Lambda + B) \\ \quad + \frac{3}{4}\frac{n^2 m'}{(\delta+\varsigma)^2} Gx \operatorname{Sin}(\overline{\delta+\varsigma}\, t + B + I') + \frac{3}{4}\frac{n^2 m'}{(\delta+\varsigma)^2}\sum_1^i (Gx_i - Hx^{(i)}) \operatorname{Sin}(n+\varsigma^{(i)} t + B + I^{(i)}) \end{cases}$$

sämmtliche elementären und charakteristischen Glieder ersten Grades enthalten. Wenn diese Ausdrücke nebst den Ausdrücken (2) für ρ' und y' in die erste der Gleichungen (1) eingeführt werden, so erhalten wir mit Beibehaltung nur der Glieder $B)$ und $D)$ eine Differentialgleichung,

die sich von (a') pag. 10 etwas unterscheidet. Dieser Unterschied kann offenbar nur von der letzten Zeile des eben angeführten Ausdruckes für y herrühren. Die der Gleichung (a') noch hinzuzufügenden Glieder erhalten wir also, wenn wir für y den Ausdruck (d) in die Zeile IV der Entwickelungen für $4a\,(1+\rho)\,\frac{\partial\Omega}{\partial\rho}$ und $4a\,d\Omega$ einführen und dabei $i=2$ setzen. Es ergiebt sich dann, mit Vernachlässigung des constanten Gliedes, weil die Bestimmungen von θ und c dieselben bleiben:

$$\frac{d^2\rho}{dt^2}+n^2(1-m'E)\rho=-\frac{3}{2}n^2m'G^2\frac{n^2m'}{(\delta+\varsigma)^2}\sum_0^i \varkappa_i \operatorname{Cos}\overline{(n-\varsigma^{(i)})}\,t+\Lambda-\Gamma^{(i)})+$$

$$+n^2m'\Big(F+\frac{3}{2}GH\frac{n^2m'}{(\delta+\varsigma)^2}\Big)\sum_1^i \varkappa^{(i)}\operatorname{Cos}\overline{(n-\varsigma^{(i)})}\,t+\Lambda-\Gamma^{(i)})+$$

$$+2hn^2(\delta+\varsigma)\operatorname{Cos}\overline{(n+\delta}\,t+\Lambda+B).$$

Nun ist aber laut (5)

$$\sum_0^i \varkappa_i \operatorname{Cos}\overline{(n-\varsigma^{(i)})}\,t+\Lambda-\Gamma^{(i)})=-\rho-h\operatorname{Cos}\overline{(n+\delta}\,t+\Lambda+B)$$

und folglich mit Vernachlässigung von Gliedern zweiten Grades:

$$\frac{d^2\rho}{dt^2}+n^2\Big(1-m'E-\frac{3m'}{2}G^2\frac{n^2m'}{(\delta+\varsigma)^2}\Big)\rho=n^2m'\Big(F+\frac{3}{2}GH\frac{n^2m'}{(\delta+\varsigma)^2}\sum_1^i \varkappa^{(i)}\operatorname{Cos}\overline{(n-\varsigma^{(i)})}\,t+\Lambda-\Gamma^{(i)})+$$

$$+2hn^2(\delta+\varsigma)\operatorname{Cos}\overline{(n+\delta}\,t+\Lambda+B).$$

Setzen wir

$$2n\varsigma-\varsigma^2=n^2m'\Big(E+\frac{3}{2}G^2\frac{n^2m'}{(\delta+\varsigma)^2}\Big),$$

so ergiebt sich nach der Integration:

$$\rho=-\varkappa\operatorname{Cos}\overline{(n-\varsigma}\,t+\Lambda-\Gamma)-\frac{1}{2}\Big(F+\frac{3}{2}GH\frac{n^2m'}{(\delta+\varsigma)^2}\Big)\sum_1^i\frac{m'}{\varsigma-\varsigma^{(i)}}\varkappa^{(i)}\operatorname{Cos}\overline{(n-\varsigma^{(i)})}\,t+\Lambda-\Gamma^{(i)})$$

$$-h\operatorname{Cos}\overline{(n+\delta}\,t+\Lambda+B).$$

Hiernach wird also:

$$\varkappa_{(i)}=\frac{1}{2}\Big(F+\frac{3}{2}GH\frac{n^2m'}{(\delta+\varsigma)^2}\Big)\frac{m'}{\varsigma-\varsigma^{(i)}}\varkappa^{(i)}. \tag{7}$$

Es sollen die Bedingungen näher untersucht werden, unter welchen die Ausdrücke (5) als vollständig in Bezug auf die Grössen ersten Grades zu betrachten sind.

*

Setzen wir

$$(8)\quad \begin{cases} \eta \operatorname{Cos}(\pi - \Gamma) = \varkappa + \varkappa_1 \operatorname{Cos}(\overline{\varsigma' - \varsigma}\, t + \Gamma' - \Gamma) + \varkappa_2 \operatorname{Cos}(\overline{\varsigma'' - \varsigma}\, t + \Gamma'' - \Gamma) + \varkappa_3 \operatorname{Cos}(\overline{\varsigma''' - \varsigma}\, t + \Gamma''' - \Gamma) \\ \eta \operatorname{Sin}(\pi - \Gamma) = \quad \varkappa_1 \operatorname{Sin}(\overline{\varsigma' - \varsigma}\, t + \Gamma' - \Gamma) + \varkappa_2 \operatorname{Sin}(\overline{\varsigma'' - \varsigma}\, t + \Gamma'' - \Gamma) + \varkappa_3 \operatorname{Sin}(\overline{\varsigma''' - \varsigma}\, t + \Gamma''' - \Gamma), \end{cases}$$

so können die Ausdrücke (5) geschrieben werden

$$(9)\quad \begin{cases} \rho = -\eta \operatorname{Cos}(\overline{n - \varsigma}\, t + \Lambda - \pi) - h \operatorname{Cos}(\overline{n + \delta}\, t + \Lambda + B) \\ y = +\eta \operatorname{Sin}(\overline{n - \varsigma}\, t + \Lambda - \pi) + h \operatorname{Sin}(\overline{n + \delta}\, t + \Lambda + B) + \\ \qquad + \frac{3}{4} G \frac{n^2 m'}{(\delta + \varsigma)^2} \eta \operatorname{Sin}(\overline{\delta + \varsigma}\, t + B + \pi) - \frac{3}{4} \frac{n^2 m'}{(\delta + \varsigma)^2} \eta' \operatorname{Sin}(\overline{\delta + \varsigma'}\, t + B + \pi'). \end{cases}$$

In gewissen Fällen wird es bequem sein, die Ausdrücke für ρ und y noch kürzer zu schreiben, was geschehen kann, wenn statt (8) gesetzt wird

$$(10)\quad \begin{cases} \eta \operatorname{Cos}(\pi - \Gamma) = \varkappa + \varkappa_1 \operatorname{Cos}(\overline{\varsigma' - \varsigma}\, t + \Gamma' - \Gamma) + \varkappa^2 \operatorname{Cos}(\overline{\varsigma'' - \varsigma}\, t + \Gamma'' - \Gamma) + \\ \qquad + \varkappa_3 \operatorname{Cos}(\overline{\varsigma''' - \varsigma}\, t + \Gamma''' - \Gamma) + h \operatorname{Cos}(\overline{\delta + \varsigma}\, t + B + \Gamma) \\ \eta \operatorname{Sin}(\pi - \Gamma) = \quad \varkappa_1 \operatorname{Sin}(\overline{\varsigma' - \varsigma}\, t + \Gamma' - \Gamma) + \varkappa_2 \operatorname{Sin}(\overline{\varsigma'' - \varsigma}\, t + \Gamma'' - \Gamma) + \\ \qquad + \varkappa_3 \operatorname{Sin}(\overline{\varsigma''' - \varsigma}\, t + \Gamma''' - \Gamma) - h \operatorname{Sin}(\overline{\delta + \varsigma}\, t + B + \Gamma). \end{cases}$$

Statt (9) werden wir dann haben

$$(11)\quad \begin{cases} \rho = -\eta \operatorname{Cos}(\overline{n - \varsigma}\, t + \Lambda - \pi) \\ y = +\eta \operatorname{Sin}(\overline{n - \varsigma}\, t + \Lambda - \pi) + \\ \quad + \frac{3}{4} G \frac{n^2 m'}{(\delta + \varsigma)^2} \eta \operatorname{Sin}(\overline{\delta + \varsigma}\, t + B + \pi) - \frac{3}{4} H \frac{n^2 m'}{(\delta + \varsigma)^2} \eta' \operatorname{Sin}(\overline{\delta + \varsigma'}\, t + B + \pi'). \end{cases}$$

Während η und π nach der Definition (8) elementäre langperiodische Functionen sind, so sind sie nach der Definition (10) auch charakteristische langperiodische Functionen.

Diese Ausdrücke setzen ausserdem folgende abgekürzte Schreibweise voraus

$$(12)\quad \begin{cases} \eta' \operatorname{Cos}(\pi' - \Gamma') = \varkappa' + \varkappa'' \operatorname{Cos}(\overline{\varsigma'' - \varsigma'}\, t + \Gamma'' - \Gamma') + \varkappa''' \operatorname{Cos}(\overline{\varsigma''' - \varsigma'}\, t + \Gamma''' - \Gamma') \\ \eta \operatorname{Sin}(\pi' - \Gamma') = \quad \varkappa'' \operatorname{Sin}(\overline{\varsigma'' - \varsigma'}\, t + \Gamma'' - \Gamma') + \varkappa''' \operatorname{Sin}(\overline{\varsigma''' - \varsigma'}\, t + \Gamma''' - \Gamma') \end{cases}$$

Die Ausdrücke (2) werden dann

$$(13)\qquad \begin{cases} \varrho' = -\eta' \operatorname{Cos}(\overline{n'-\varsigma'}\,t + \Lambda' - \pi') \\ y' = +\eta' \operatorname{Sin}(\overline{n'-\varsigma'}\,t + \Lambda' - \pi'). \end{cases}$$

Wenn (9) mit Rücksicht auf (8) oder (11) mit Rücksicht auf (10) vollständig in Bezug auf die Glieder ersten Grades ist und wir das eine oder andere dieser Systeme nebst (13) mit Rücksicht auf (12) in die Differentialgleichungen (1) einführen, so dürfen offenbar keine neuen Glieder ersten Grades in ϱ und y erscheinen. Was die Glieder ersten Grades auf den rechten Seiten der Gleichungen (1) betrifft, so ist es nach den bereits geführten Untersuchungen klar, dass sie keine solche neuen Glieder erzeugen können. Wir haben also die Glieder zweiten Grades zu betrachten.

Kommt auf der rechten Seite der zweiten der Gleichungen (1) ein elementäres langperiodisches Glied vor, so wird dies durch Integration in v und y ein hyperelementäres Glied erzeugen, d. h. ein Glied, das gross von der Ordnung $\frac{1}{m'}$ ist. Dann wäre aber y nicht mehr eine Grösse, nach deren Potenzen die Störungsfunction entwickelt werden könnte. In Bezug auf die Glieder ausserhalb $am' \int d\Omega$ habe ich in einem früheren Aufsatze bewiesen, dass sie keine langperiodischen elementären Glieder enthalten und also auch keine hyperelementären Glieder in y erzeugen. Der Beweis ist geführt worden unter der Voraussetzung, dass ϱ und folglich auch y nicht das charakteristische Glied $h \frac{\operatorname{Cos}}{\operatorname{Sin}}(\overline{n+\delta}\,t + \Lambda + B)$ enthält; er lässt sich aber so leicht auch auf dies Glied ausdehnen, dass ich es als überflüssig erachte, mich damit hier aufzuhalten. Da hiernach die eventuel neu hinzutretenden Glieder ersten Grades nur von den langperiodischen Gliedern in $anm' f d\Omega$ herrühen, so können wir statt der zweiten Gleichung (1) die Gleichung (4) zum Gegenstand der Untersuchung nehmen.

Bei dieser Untersuchung kommt es also darauf an, zu bestimmen, ob die Zeilen V—X der Entwickelung für $4ad\Omega$ langperiodische Glieder durch Substitution von (5) geben, und zwar mit Argumenten der Form A. Langperiodische Glieder mit Argumenten von der Form C geben keine Glieder ersten Grades in ϱ oder y. Denn sei

$$n^3 m' \varkappa^3 \operatorname{Sin}(\overline{\delta+\varsigma}\,t + B + I')$$

ein solches Glied, so wird nach (4) dies Glied im Ausdrucke für y werden:

$$\frac{3}{4}\frac{n^2 m'}{(\delta+\varsigma)^2}\varkappa^3 \operatorname{Sin}(\overline{\delta+\varsigma}\,t + B + I').$$

$\frac{n^2 m'}{(\delta+\varsigma)^2}$ kann bei den bekannten kleinen Planeten die Einheit nur unwesentlich übersteigen; dies Glied ist also vom zweiten Grade und kann offenbar auch in ϱ kein Glied niedrigeren Grades hervorbringen. Die langperiodischen Glieder der Form C können also weggelassen werden.

Laplace hat in seiner Theorie der Jupiter-Monde das wichtige Theorem bewiesen, dass in Bezug auf die langperiodischen Glieder zweiten Grades der Form A

$$d\Omega = 0,$$

wenn für ρ und y, (5), nur die kurzperiodischen elementären Glieder berücksichtigt werden. Die Richtigkeit dieses Theorems findet man auch einfach durch Substitution der erwähnten Glieder in die Zeilen V—X der Entwickelung von $4ad\Omega$. Das Theorem gilt aber auch, wenn das Glied $h \frac{\text{Cos}}{\text{Sin}} (n + \delta t + \lambda + B)$ in ρ resp. y mitgenommen wird. Der Nachweis lässt sich sehr leicht führen, indem man die Ausdrücke (11) mit Weglassung der langperiodischen charakteristischen Glieder in die Entwickelung von $4ad\Omega$ einsetzt. Für ρ' und y' werden in Uebereinstimmung mit (2) oder (13) nur kurzperiodische elementäre Glieder vorausgesetzt. Das Theorem verliert aber seine Gültigkeit, wenn auch die langperiodischen charakteristischen Glieder des Ausdrucks für y berücksichtigt werden.

Führen wir also die Ausdrücke (9) oder (11) und (13) in die Zeilen V—$\dot{\text{X}}$ der Entwickelung von $4ad\Omega$ ein und bemerken, dass es für unsern Zweck hinreichend genau ist zu setzen

$$\frac{dy}{dt} = -\rho,$$

so ergiebt sich, dass nur die Zeilen VII, IX und X langperiodische Glieder der Form A liefern. Die Summe dieser Glieder wird

$$\frac{3}{8} G H \frac{n^4 m'^2}{(\delta+\varsigma)^2} \eta\eta' \text{ Sin } (\overline{\varsigma-\varsigma'} t + \pi-\pi')$$

und also nach der Gleichung (4)

$$\frac{d^2y}{dt^2} = -\frac{9}{32} G H \frac{n^4 m'^2}{(\delta+\varsigma)^2} \eta\eta' \text{ Sin } (\overline{\varsigma-\varsigma'} t + \pi - \pi'),$$

wo η, π und η', π' dieselbe Bedeutung, wie in (8) resp. (12) haben. Hieraus ergiebt sich

$$y = -\frac{9}{32} G H \frac{n^4 m'^2}{(\delta+\varsigma)^2} \iint \eta\eta' \text{ Sin } (\overline{\varsigma-\varsigma'} t + \pi - \pi')\, dt^2. \tag{14}$$

Dieser Ausdruck kann von der Ordnung des zweiten Grades nur dann sein, wenn $\frac{9}{32} GH \frac{n^2}{(\delta+\varsigma)^2}$ sich nicht wesentlich von der Einheit unterscheidet, oder mit anderen Worten nullten Grades und nullter Ordnung ist; denn der Factor m'^2 ist von derselben Ordnung

wie der Divisor $(\varsigma-\varsigma^{(i)})^2$, der in Folge der zweifachen Integration entsteht. Wenn δ schon so klein ist, dass $\frac{9}{32} GH \frac{n^2}{(\delta+\varsigma)^2}$ als von der Ordnung $\frac{1}{\eta}$ i. e. von der Ordnung $\frac{1}{(\varkappa)}$ betrachtet werden kann, so wird (14) von dem ersten Grade. Dieses findet annäherungsweise statt für $650'' < n < 750''$ und $450 < n < 550$. Für $550 < n < 650$ kann überhaupt (14) nicht mehr als eine kleine Grösse betrachtet werden. In diesem Falle lässt sich die Störungsfunction nach den Potenzen von y nicht entwickeln. Folglich können auch nicht die Formeln (5) als erste Annäherung für ϱ und y betrachtet werden.

Für $n < 450''$ ist (14) vom zweiten Grade und charakteristische Glieder existiren überhaupt nicht. In diesem Falle geben die Ausdrücke (3) mit Unterdrückung der charakteristischen Glieder eine wirkliche Annäherung für ϱ und y, indem ς nach der Formel pag. 11 und die $\varkappa_i$ nach der Formel (3′) zu berechnen sind. Dasselbe würde für $n > 750''$ gelten, wenn nicht hier schon der Einfluss von charakteristischen Gliedern der zweiten Kategorie[1]) merkbar wäre.

Betrachten wir den Fall

$$\frac{9}{32} GH \frac{n^2}{(\delta+\varsigma)^2} = \frac{1}{\varepsilon} \leq \frac{1}{(\varkappa)}$$

so erhellt, dass die charakteristischen Glieder in (5) vom zweiten Grade sind, die wir in der ersten Annäherung nicht berücksichtigen. Man überzeugt sich leicht, dass das Vorhandensein in y von langperiodischen Gliedern ersten Grades von der Form b keinen Einfluss auf die Bestimmung der kurzperiodischen elementären Glieder ersten Grades übt. Die Formeln (8) bestehen also in dem vorliegenden Falle. Mit Hülfe dieser und der Formeln (12) lässt sich die Integration von (14) ausführen. Man findet nämlich ohne Schwierigkeit

$$\eta\eta' \operatorname{Sin}(\overline{\varsigma-\varsigma'}\, t + \pi - \pi') = -\varkappa\varkappa' \operatorname{Sin}(\overline{\varsigma'-\varsigma}\, t + \Gamma' - \Gamma)$$
$$-\varkappa\varkappa'' \operatorname{Sin}(\overline{\varsigma''-\varsigma}\, t + \Gamma'' - \Gamma)$$
$$-\varkappa\varkappa''' \operatorname{Sin}(\overline{\varsigma'''-\varsigma}\, t + \Gamma''' - \Gamma)$$

Hiermit wird

$$-\frac{n^2 m'^2}{\varepsilon} \iint \eta\eta' \operatorname{Sin}(\overline{\varsigma-\varsigma'}\, t + \pi - \pi) dt^2 = -\frac{n^2 \varkappa}{\varepsilon} \sum_1^3 \frac{m^2}{(\varsigma^{(i)}-\varsigma)^2} \varkappa^{(i)} \operatorname{Sin}(\overline{\varsigma^{(i)}-\varsigma}\, t + \Gamma^{(i)} - \Gamma)$$

1) D. h. wenn $n-3n'$ klein ist.

und die vollständigen Ausdrücke ersten Grades für ρ und y werden:

$$(15)\quad \begin{cases} \rho = -\varkappa \operatorname{Cos}(\overline{n-\varsigma}\,t+\Lambda-\Gamma)-\varkappa_1 \operatorname{Cos}(\overline{n-\varsigma'}\,t+\Lambda-\Gamma')-\varkappa_2 \operatorname{Cos}(\overline{n-\varsigma''}\,t+\Lambda-\Gamma'') \\ \quad -\varkappa_3 \operatorname{Cos}(\overline{n-\varsigma'''}\,t+\Lambda-\Gamma''') \\ y = \varkappa \operatorname{Sin}(\overline{n-\varsigma}\,t+\Lambda-\Gamma)+\varkappa_1 \operatorname{Sin}(\overline{n-\varsigma'}\,t+\Lambda-\Gamma')+\varkappa_2 \operatorname{Sin}(\overline{n-\varsigma''}\,t+\Lambda-\Gamma'') \\ \quad +\varkappa_2 \operatorname{Sin}(\overline{n-\varsigma'''}\,t+\Lambda-\Gamma''')+ \\ \quad + \frac{m}{(\varsigma-\varsigma')^2}\frac{\varkappa\varkappa'}{\varepsilon}\operatorname{Sin}(\overline{\varsigma-\varsigma'}\,t+\Gamma-\Gamma')+\frac{m}{(\varsigma-\varsigma')^2}\frac{\varkappa\varkappa''}{\varepsilon}\operatorname{Sin}(\overline{\varsigma-\varsigma''}\,t+\Gamma-\Gamma'')+ \\ \quad + \frac{m}{(\varsigma-\varsigma''')^2}\frac{\varkappa\varkappa'''}{\varepsilon}\operatorname{Sin}(\overline{\varsigma-\varsigma'''}\,t+\Gamma-\Gamma''') \end{cases}$$

ς und die $\varkappa_i$ ergeben sich aus den Formeln

$$(16)\quad \begin{cases} \varsigma = \frac{m'}{2}E \\ \varkappa_i = \frac{m'}{2(\varsigma-\varsigma')}F \\ \frac{1}{\varepsilon} = \frac{9}{32}\frac{n^2}{(\delta+\varsigma)^2}GH. \end{cases} \qquad \text{wozu kommt:}$$

Zu diesen Formeln fügen wir noch die Ausdrücke für E, F, G und H, um für die Berechnung der ersten Annäherung alles beisammen zu haben:

$$(17)\quad \begin{cases} E = a^2\frac{\partial A^{(0)}}{\partial a}+\frac{a^3}{2}\frac{\partial^2 A^{(0)}}{\partial a^2} \\ F = -aA^{(1)}+a^2\frac{\partial A^{(1)}}{\partial a}+\frac{1}{2}a^3\frac{\partial^2 A^{(1)}}{\partial a^2} \\ G = 4\left(aA^{(2)}+\frac{a^2}{4}\frac{\partial A^{(2)}}{\partial a}\right) \\ H = 3aA^{(1)}+a^2\frac{\partial A^{(1)}}{\partial a}. \end{cases}$$

Die numerischen Rechnungen sind also in diesem Falle ganz unbedeutend.

Das Resultat unserer Untersuchungen in dieser Abtheilung können wir in folgende Betrachtungen zusammenfassen.

Wenn $\frac{(\delta+\varsigma)^2}{n^2}$ als eine Grösse nullten Grades und nullter Ordnung betrachtet werden kann, so führt die Substitution der Ausdrücke (2) für ρ' und y' in der Differentialgleichung (1)

auf die vollständigen Formeln ersten Grades für ϱ und y. Diese sind die Formeln (15), wenn man die langperiodischen Glieder weglässt. Die Grösse ς, sowie die Coefficienten $\varkappa_{(i)}$ werden durch die beiden ersten der Formeln (16) bestimmt.

Für den Fall dass $\frac{9}{32}\frac{n^2}{(\delta+\varsigma)^2} GH = \frac{1}{\varepsilon} \prec \frac{1}{(\varkappa)}$, ermittelt man durch Substitution der Ausdrücke (2) für ϱ' und y' in den Differentialgleichungen (1) die kurzperiodischen Glieder von (15). Dann findet man die langperiodischen charakteristischen Glieder (d), die in diesem Falle zweiten Grades sind. Nachdem diese Glieder zum Ausdruck von y hinzugefügt worden sind, können die langperiodischen Glieder der Form A ermittelt, und also die vollständigen Formeln (15) hergestellt werden. Ich bemerke, dass im ersten Falle die langperiodischen Glieder in (15) aequivalent Gliedern dritten Grades sind, weil $\frac{9}{32} GH$ von derselben Grössenordnung wie $\varkappa$ ist. Die Richtigkeit der Schlüsse für diesen Fall hängt noch von der Grössenordnung der Differenzen $\varsigma''-\varsigma'$, $\varsigma'''-\varsigma'$, $\varsigma'''-\varsigma''$ ab.

II

Für die in der ersten Abtheilung betrachteten Fälle stimmt das Resultat mit unserer Voraussetzung, es sei nicht nur ϱ, sondern auch y eine kleine Grösse, nach deren Potenzen die Störungsfunction entwickelt werden kann. In dem hier zu betrachtenden allgemeineren Fall

$$\frac{9}{32}\frac{n^2}{(\delta+\varsigma)^2} GH > \frac{1}{(\varkappa)}$$

sind, wie schon bemerkt, die langperiodischen Glieder I (14) von y nicht mehr kleine Grössen, sondern können sogar wesentlich grösser als die Einheit werden. Die Entwickelung der Störungsfunction pp. 5 u. 6 besteht dann nicht mehr. In dieser Abtheilung soll daher y anders definirt werden, indem wir setzen

$$v = nt + \Lambda + y + \psi$$

und ψ so bestimmen, dass y eine kleine Grösse bleibt, nach deren Potenzen die Störungsfunction entwickelt werden kann.

Zweckmässig ist, statt t eine andere Variabele τ einzuführen, die wir definiren durch:

$$\tau = nt + \psi. \tag{1}$$

Hieraus ergiebt sich

$$\frac{d\tau}{ndt} = \frac{1}{1-\frac{d\psi}{d\tau}}, \quad \frac{d^2\tau}{n^2dt^2} = \frac{\frac{d^2\psi}{d\tau^2}}{\left(1-\frac{d\psi}{d\tau}\right)^3} \tag{2}$$

Nun ist

$$\frac{d^2\rho}{dt^2} = \frac{d^2\rho}{d\tau^2}\left(\frac{d\tau}{dt}\right)^2 + \frac{d\rho}{d\tau}\frac{d^2\tau}{dt^2}$$

oder mit Rücksicht auf (2)

$$\frac{d^2\rho}{dt^2} = \frac{d^2\rho}{d\tau^2}\frac{n^2}{\left(1-\frac{d\psi}{d\tau}\right)^2} + \frac{d\rho}{d\tau}\frac{d^2\psi}{d\tau^2}\frac{n^2}{\left(1-\frac{d\psi}{d\tau}\right)^3}. \tag{3}$$

Wir nehmen an, es sei möglich ψ als eine langperiodische Function der Form A zu bestimmen, damit y die erwähnte Bedingung erfülle. Wenn ausserdem ψ von der nullten Ordnung ist, so wird $\frac{d\psi}{dt}$ bez. $\frac{d\psi}{d\tau}$ von der ersten, $\frac{d^2\psi}{dt^2}$ bez. $\frac{d^2\psi}{d\tau^2}$ von der zweiten Ordnung u. s. w.

Die Differentialgleichung für ρ wird mit einer für unseren Zweck hinreichenden Genauigkeit sein

$$\frac{d^2\rho}{dt^2} + n^2\rho = \frac{3}{4}n^2\rho^2 + \frac{3}{2}n^2\Theta\rho + 2n^2\left(c - \frac{\theta}{2}\right)$$
$$+ 4an^2m'\int d\Omega + 4an^2m'(1+\rho)\frac{\partial\Omega}{\partial\rho}.$$

Wenn hier τ statt t als unabhängige Variabele durch die Formel (3) eingeführt und Glieder zweiter Ordnung vernachlässigt werden, so wird

$$\frac{d^2\rho}{d\tau^2} + \rho = \frac{3}{4}\rho^2 + \frac{3}{2}n^2\Theta\rho + 2\frac{d\psi}{d\tau}\rho + 2\left(c - \frac{\theta}{2}\right) \tag{4}$$
$$+ 4am'\int d\Omega + 4am'(1+\rho)\frac{\partial\Omega}{\partial\rho}.$$

Die Entwickelung von $4a\Omega$ und $4a(1+\rho)\frac{\partial\Omega}{\partial\rho}$ bleiben dieselben, aber M wird jetzt die folgende Bedeutung haben

$$M = (n-n')t + \Lambda - \Lambda' + \psi$$
$$= \tau - n't + \Lambda - \Lambda'$$

Aus der Entwickelung für $4ad\Omega$ findet man mit Vernachlässigung der Glieder, die mit $\frac{d\psi}{d\tau}$ multiplicirt sind, die Entwickelung von $4\frac{a}{n}d\Omega$, wenn durch n dividirt und $d\tau$ statt dt geschrieben wird.

Für ϱ sollen nur die kurzperiodischen Glieder ermittelt werden. y zerlegen wir in zwei Theile so, dass

$$y = y_1 + y_2 \tag{5}$$

von denen y_1 nur kurzperiodische und y_2 nur langperiodische charakteristische Glieder enthält. Zur Bestimmung von y_1 wird die Gleichung

$$y_1 = \frac{d\varrho}{d\tau} \tag{6}$$

angewendet. Nach I (4) erhalten wir y_2 aus

$$\frac{d^2y_2}{dt^2} = -3an m' d(\Omega),$$

wo wir durch die Bezeichnung (Ω) anzeigen wollen, dass in Ω nur langperiodische Glieder der Argumente C berücksichtigt werden. Ebenso wird ψ mit Hülfe von

$$\frac{d^2\psi}{dt^2} = -3an m' d\Omega$$

ermittelt. Ω bedeutet, dass nur die langperiodischen Glieder des Arguments A berücksichtigt werden sollen. Nach Einführung von τ statt t wird also:

$$\frac{d^2y_2}{d\tau^2} = -\frac{3am'}{n} d(\Omega) \tag{7}$$

$$\frac{d^2\psi}{d\tau^2} = -\frac{3am'}{n} d\Omega. \tag{8}$$

Es soll nun vor allen Dingen das Glied Cos $2M$ in Ω betrachtet werden. Nach der Bedeutung von M, pag. 22 wird dann mit Rücksicht auf (1):

$$\begin{aligned} 2M &= 2nt - 2n't + 2\psi + 2\Lambda - 2\Lambda' \\ &= nt + \psi + \delta t + \psi + 2\Lambda - 2\Lambda' \\ &= (1+\Delta)\tau + (1-\Delta)\psi + \Lambda + B \end{aligned}$$

wo

$$\Delta = 1 - 2\frac{n'}{n} = \frac{\delta}{n} \text{ und } B = \Lambda - 2\Lambda.$$

Vernachlässigen wir jetzt $\Delta\psi$, so wird

$$2M = (1 + \Delta)\tau + \psi + \Lambda + B.$$

Mit Rücksicht nur auf das Glied mit diesem Argumente wird die Differentialgleichung (4):

$$\frac{d^2\rho}{d\tau^2} + \rho = 2h(\Delta + \sigma)\operatorname{Cos}(\overline{1+\Delta}\,t + \psi + \Lambda + B),$$

wo h dieselbe Bedeutung hat wie in der ersten Abtheilung, nämlich

$$h = \frac{m'}{\Lambda+\sigma} G.$$

Statt dieser Gleichung nehmen wir die etwas allgemeinere

$$\frac{d^2\rho}{d\tau^2} + (1-\sigma)^2\rho = 2h(\Delta+\sigma)\operatorname{Cos}(\overline{1+\Delta}\,\tau + \psi + \Lambda + B).$$

Das Integral ist, wenn man von dem die Integrationsconstanten enthaltenden Gliede absieht,

$$\rho = -\frac{2h(\Delta+\sigma)}{1-\sigma}\operatorname{Cos}(1-\sigma)\tau \int \operatorname{Cos}(\overline{1+\Delta}\,\tau + \psi + \Lambda + B)\operatorname{Sin}(1-\sigma)\tau\, d\tau$$

$$+ \frac{2h(\Delta+\sigma)}{1-\sigma}\operatorname{Sin}(1-\sigma)\tau \int \operatorname{Cos}(\overline{1+\Delta}\,\tau + \psi + \Lambda + B)\operatorname{Cos}(1-\sigma)\tau\, d\tau,$$

oder, indem wir Glieder höherer Ordnung weglassen:

$$\rho = +h(\Delta+\sigma)\operatorname{Cos}(1-\sigma)\tau \int \operatorname{Sin}(\overline{\Delta+\sigma}\,\tau + \psi + \Lambda + B)\, d\tau$$

$$+ h(\Delta+\sigma)\operatorname{Sin}(1-\sigma)\tau \int \operatorname{Cos}(\overline{\Delta+\sigma}\,\tau + \psi + \Lambda + B)\, d\tau$$

und schliesslich nach partieller Integration:

$$\rho = -h\operatorname{Cos}(\overline{1+\Delta}\,\tau + \psi + \Lambda + B)$$

$$-h\operatorname{Cos}(1-\sigma)\tau \int \operatorname{Sin}(\overline{\Delta+\sigma}\,\tau + \psi + \Lambda + B)\frac{d\psi}{d\tau}\, d\tau$$

$$-h\operatorname{Sin}(1-\sigma)\tau \int \operatorname{Cos}(\overline{\Delta+\sigma}\,\tau + \psi + \Lambda + B)\frac{d\psi}{d\tau}\, d\tau.$$

Da sowohl ψ wie $\frac{d\psi}{d\tau}$ langperiodische elementäre Functionen sind, so sind die Functionen unter dem Integralzeichen langperiodische charakteristische Glieder, welche durch Integration, die Divisoren $\Delta + \sigma$ erzeugen. Andererseits ist aber $\frac{d\psi}{d\tau}$ von der Ordnung der Masse m'. Die Glieder der zweiten und dritten Zeile werden also von der Ordnung

$$h \frac{m'}{\Delta + \sigma}$$

sein, d. h. von der Ordnung h^2, die wir in der ersten Annäherung vernachlässigen. Das Glied in $2M$ giebt also in ρ das Glied

$$\rho = -h \operatorname{Cos}(\overline{1 + \Delta}\,\tau + \psi + \Lambda + B). \tag{9}$$

Für ρ' und y' werden wir die Ausdrücke I (2) oder I (13) beibehalten. Ebenso wie in der ersten Abtheilung erhalten wir auch jetzt elementäre kurzperiodische Glieder durch Einführung von I (13) in die Entwickelung von $4ad\Omega$ und $4a(1+\rho)\frac{\partial\Omega}{\partial\rho}$. Setzt man nämlich

$$\sigma' = \frac{\varsigma'}{n};\ \sigma'' = \frac{\varsigma''}{n};\ \sigma''' = \frac{\varsigma'''}{n}$$

und vernachlässigt im Argumente das Glied $\sigma^{(i)}\psi$, so giebt die erwähnte Substitution das Glied

$$m' F \eta' \operatorname{Cos}(\overline{1 - \sigma'}\,\tau + \Lambda - \pi').$$

Hiermit sind aber lange nicht alle Glieder angegeben, welche elementäre Glieder der Form B ersten Grades veranlassen, und dies um so weniger, da das Product $2\frac{\partial\psi}{d\tau}\rho$ eine Anzahl solcher enthält.

Wir bezeichnen, wie in der ersten Abtheilung die Integrationsconstanten, die dem Integrale von (4) hinzuzufügen sind mit $\varkappa$ und I' und nehmen den folgenden Ausdruck für ρ an:

$$\rho = -\varkappa \operatorname{Cos}(\overline{1-\sigma}\,\tau + \Lambda - I') - \varkappa_1 \operatorname{Cos}(\overline{1-\sigma'}\,\tau + \Lambda - I') - \varkappa_2 \operatorname{Cos}(\overline{1-\sigma''}\,\tau + \Lambda - I'')$$

$$- \varkappa_3 \operatorname{Cos}(\overline{1-\sigma'''}\,\tau + \Lambda - I''') - \varkappa_4 \operatorname{Cos}(1 - \sigma^{iv}\tau + \Lambda - I^{iv}) - \varkappa_5 \operatorname{Cos}(\overline{1-\sigma^{(v)}}\,\tau + \Lambda - I^{(v)}) - \ldots$$

$$- h \operatorname{Cos}(\overline{1+\Delta}\,\tau + \psi + \Lambda + B).$$

Hier sind nun die $\varkappa_1$ $\varkappa_2$ etc., sowie σ vorläufig unbekannt, die σ^{IV}, σ^{V} etc. sind lineare Functionen von σ, σ', σ'' und σ'''.

Indem wir setzen

$$\eta \operatorname{Cos}(\pi - I) = \varkappa + \varkappa_1 \operatorname{Cos}(\overline{\sigma' - \sigma}\, t + I' - I) + \varkappa_2 \operatorname{Cos}(\overline{\sigma'' - \sigma}\, t + I'' - I) +$$
$$+ \varkappa_i \operatorname{Cos}(\overline{\sigma^{(i)} - \sigma}\, t + I^{(i)} - I) \ldots$$

$$\eta \operatorname{Sin}(\pi - I) = \varkappa_1 \operatorname{Sin}(\overline{\sigma' - \sigma}\, t + I' - I) + \varkappa_2 \operatorname{Sin}(\overline{\sigma'' - \sigma}\, t + I'' - I) +$$
$$+ \varkappa_i \operatorname{Sin}(\overline{\sigma^{(i)} - \sigma}\, t + I^{(i)} - I) \ldots$$

können wir den Ausdruck für ρ schreiben

$$(10)\quad \begin{cases} \rho = -\eta \operatorname{Cos}(\overline{1-\sigma}\,\tau + \Lambda - \pi) - h \operatorname{Cos}(\overline{1+\Delta}\,\tau + \psi + \Lambda + B) \\ \text{und laut (6)} \\ y_1 = \eta \operatorname{Sin}(\overline{1-\sigma}\,\tau + \Lambda - \pi) + h \operatorname{Sin}(\overline{1+\Delta}\,\tau + \psi + \Lambda + B). \end{cases}$$

Um y_2 zu erhalten führen wir diese Ausdrücke, sowie I (13) in die Entwickelung von $4\frac{a}{n}\,d\Omega$ ein und behalten nur die langperiodischen charakteristischen Glieder. Dabei vernachlässigen wir stets das Product $\sigma^{(i)}\psi$ im Argument. Dann wird (7)

$$\frac{d^2 y_2}{d\tau^2} = -\frac{3}{4} m' G\eta \operatorname{Sin}(\overline{\Delta+\sigma}\,\tau + \psi + B + \pi) + \frac{3}{4} m' H\eta' \operatorname{Sin}(\overline{\Delta+\sigma'}\,\tau + \psi + B + \pi'),$$

und mit Vernachlässigung der Glieder höheren Grades:

$$(11)\quad y_2 = +\frac{3}{4}\frac{m'}{(\Delta+\sigma)^2} G\eta \operatorname{Sin}(\overline{\Delta+\sigma}\,\tau + \psi + B + \pi) - \frac{3}{4}\frac{m'}{(\Delta+\sigma)^2} H\eta' \operatorname{Sin}(\overline{\Delta+\sigma'}\,\tau + \psi + B + \pi').$$

Dieser Ausdruck kann selbst für den kleinsten Werth von Δ bei den bekannten Planeten als vom ersten Grade angesehen werden, vorausgesetzt, dass die $\varkappa_1$ $\varkappa_2$ etc. so bestimmt werden können, dass η von der Ordnung der Integrationsconstanten $\varkappa$, d. h. vom ersten Grade wird.

Zu der Ableitung der rechten Seite von (8) bemerken wir zunächst, dass das Laplacesche Theorem auch hier besteht, wenn I (13) und (10), d. h. y_1 für y, in die Entwickelung

von $\frac{4a}{n}\,d\Omega$ eingeführt werden. Wenn aber $y = y_1 + y_2$ eingeführt wird, so ist nicht mehr $d\Omega = 0$ in Bezug auf die langperiodischen Glieder zweiten Grades erster Ordnung. Wie in der ersten Abtheilung, ergiebt sich nämlich auch hier:

$$(12)\qquad \frac{d^2\psi}{d\tau^2} = -\frac{9}{32}\frac{m'^2}{(\Delta+\sigma)^2}\,GH\eta\eta'\,\mathrm{Sin}\,(\overline{\sigma-\sigma'}\,\tau + \pi - \pi').$$

Um die weiteren Entwickelungen zu vereinfachen, wollen wir in Bezug auf ϱ uns auf eine bestimmte Anzahl Glieder beschränken. In jedem speciellen Fall lassen sich die übrigen eventuel noch merklichen Glieder leicht berücksichtigen.

Es soll also angenommen werden, dass

$$\begin{aligned}(13)\quad \eta\,\mathrm{Cos}\,(\overline{1-\sigma}\,\tau + \Lambda - \pi) = {} & \varkappa\,\mathrm{Cos}\,(\overline{1-\sigma}\,\tau + \Lambda - \Gamma) + \tfrac{\varkappa_1+\varkappa_1'}{2}\,\mathrm{Cos}\,(\overline{1-\sigma'}\,\tau + \Lambda - \Gamma'') + \\ & + \tfrac{\varkappa_2+\varkappa_2'}{2}\,\mathrm{Cos}\,(\overline{1-\sigma''}\,\tau + \Lambda - \Gamma'') + \tfrac{\varkappa_3+\varkappa_3'}{2}\,\mathrm{Cos}\,(\overline{1-\sigma'''}\,\tau - \Lambda - \Gamma''') + \\ & + \tfrac{\varkappa_1-\varkappa_1'}{2}\,\mathrm{Cos}\,(\overline{1-2\sigma+\sigma'}\,\tau + \Lambda - 2\Gamma + \Gamma') + \\ & + \tfrac{\varkappa_2-\varkappa_2'}{2}\,\mathrm{Cos}\,(\overline{1-2\sigma+\sigma''}\,\tau + \Lambda - 2\Gamma + \Gamma'') + \\ & + \tfrac{\varkappa_3-\varkappa_3'}{2}\,\mathrm{Cos}\,(\overline{1-2\sigma+\sigma'''}\,\tau + \Lambda - 2\Gamma + \Gamma''').\end{aligned}$$

Im Allgemeinen wird es wohl richtig sein, dass diese die grössten der kurzperiodischen Glieder sind.

Dann wird:

$$(14)\quad \begin{cases} \eta\,\mathrm{Cos}\,(\pi-\Gamma) = \varkappa + \varkappa_1\,\mathrm{Cos}\,(\overline{\sigma'-\sigma}\,\tau + \Gamma' - \Gamma) + \varkappa_2\,\mathrm{Cos}\,(\overline{\sigma''-\sigma}\,\tau + \Gamma'' - \Gamma) + \\ \qquad\qquad + \varkappa_3\,\mathrm{Cos}\,(\overline{\sigma'''-\sigma}\,\tau + \Gamma''' - \Gamma) \\ \eta\,\mathrm{Sin}\,(\pi-\Gamma) = \varkappa_1'\,\mathrm{Sin}\,(\overline{\sigma'-\sigma}\,\tau + \Gamma' - \Gamma) + \varkappa_2'\,\mathrm{Sin}\,(\overline{\sigma''-\sigma}\,\tau + \Gamma'' - \Gamma) + \\ \qquad\qquad + \varkappa_3'\,\mathrm{Sin},(\overline{\sigma'''-\sigma}\,\tau + \Gamma''' - \Gamma). \end{cases}$$

Beachtet man nun, dass aus I (12) die folgenden Ausdrücke leicht abgeleitet werden können:

$$\eta' \operatorname{Cos}(\pi' - \Gamma - \overline{\sigma - \sigma'}\,\tau) = \varkappa' \operatorname{Cos}\overline{\sigma' - \sigma}\,\tau + \Gamma' - \Gamma) + \varkappa'' \operatorname{Cos}(\overline{\sigma'' - \sigma}\,\tau + \Gamma'' - \Gamma) +$$
$$+ \varkappa''' \operatorname{Cos}\overline{(\sigma''' - \sigma}\,\tau + \Gamma''' - \Gamma)$$

$$\eta \operatorname{Sin}(\pi' - \Gamma - \overline{\sigma - \sigma'}\,\tau) = \varkappa' \operatorname{Sin}\overline{(\sigma' - \sigma}\,\tau + \Gamma' - \Gamma) + \varkappa'' \operatorname{Cos}(\overline{\sigma'' - \sigma}\,\tau + \Gamma'' - \Gamma) +$$
$$+ \varkappa''' \operatorname{Cos}\overline{(\sigma''' - \sigma}\,\tau + \Gamma''' - \Gamma)$$

so findet man

$$(15) \qquad \eta\eta' \operatorname{Sin}(\overline{\sigma - \sigma'}\,\tau + \pi - \pi') =$$
$$-\beta_1 \operatorname{Sin}(\overline{\sigma' - \sigma}\,\tau + \Gamma' - \Gamma) - \beta_2 \operatorname{Sin}(\overline{\sigma'' - \sigma}\,\tau + \Gamma'' - \Gamma) -$$
$$-\beta_3 \operatorname{Sin}(\overline{\sigma''' - \sigma}\,\tau + \Gamma''' - \Gamma) - \beta_4 \operatorname{Sin}(\overline{\sigma'' - \sigma'}\,\tau - \Gamma' - \Gamma) -$$
$$-\beta_5 \operatorname{Sin}(\overline{\sigma''' - \sigma'}\,\tau + \Gamma''' - \Gamma') - \beta_6 \operatorname{Sin}(\overline{\sigma''' - \sigma''}\,\tau + \Gamma''' - \Gamma'') -$$
$$-\beta_7 \operatorname{Sin} 2(\overline{\sigma' - \sigma}\,\tau + \Gamma' - \Gamma) - \beta_8 \operatorname{Sin} 2(\overline{\sigma'' - \sigma}\,\tau + \Gamma'' - \Gamma) -$$
$$-\beta_9 \operatorname{Sin} 2(\overline{\sigma''' - \sigma}\,\tau + \Gamma''' - \Gamma) - \beta_{10} \operatorname{Sin}(\overline{\sigma' + \sigma'' - 2\sigma}\,\tau + \Gamma' + \Gamma'' - 2\Gamma) -$$
$$-\beta_{11} \operatorname{Sin}(\overline{\sigma' + \sigma''' - 2\sigma}\,\tau + \Gamma' + \Gamma''' - 2\Gamma) - \beta_{12} \operatorname{Sin}(\overline{\sigma'' + \sigma''' - 2\sigma}\,\tau + \Gamma''' + \Gamma'' - 2\Gamma).$$

Die β-Coefficienten bedeuten:

$$\beta_1 = \varkappa\varkappa'; \quad \beta_4 = \tfrac{1}{2}(\varkappa_1 + \varkappa_1')\,\varkappa'' - \tfrac{1}{2}(\varkappa_2 + \varkappa_2')\,\varkappa'; \quad \beta_7 = \tfrac{1}{2}(\varkappa_1 - \varkappa_1')\,\varkappa'$$
$$\beta_2 = \varkappa\varkappa''; \quad \beta_5 = \tfrac{1}{2}(\varkappa_1 + \varkappa_1')\,\varkappa''' - \tfrac{1}{2}(\varkappa_3 + \varkappa_3')\,\varkappa'; \quad \beta_8 = \tfrac{1}{2}(\varkappa_2 - \varkappa_2')\,\varkappa''$$
$$\beta_3 = \varkappa\varkappa'''; \quad \beta_6 = \tfrac{1}{2}(\varkappa_2 + \varkappa_2')\,\varkappa''' - \tfrac{1}{2}(\varkappa_3 + \varkappa_3')\,\varkappa''; \quad \beta_9 = \tfrac{1}{2}(\varkappa_3 - \varkappa_3')\,\varkappa'''$$
$$\beta_{10} = \tfrac{1}{2}(\varkappa_1 - \varkappa_1')\,\varkappa'' + \tfrac{1}{2}(\varkappa_2 - \varkappa_2')\,\varkappa';$$
$$\beta_{11} = \tfrac{1}{2}(\varkappa_1 - \varkappa_1')\,\varkappa''' + \tfrac{1}{2}(\varkappa_3 - \varkappa_3')\,\varkappa';$$
$$\beta_{12} = \tfrac{1}{2}(\varkappa_2 - \varkappa_2')\,\varkappa''' + \tfrac{1}{2}(\varkappa_3 - \varkappa_3')\,\varkappa''.$$

In (15) brauchen wir nicht alle Glieder beizubehalten, die Glieder 7—12 werden nämlich nach der Integration wesentlich kleiner als die übrigen. Vernachlässigen wir also dieselben, so ergiebt sich nach einmaliger Integration der Gleichung (12), wobei die Integrationsconstante = 0 zu setzen ist:

$$(16)\qquad \frac{d\psi}{d\tau} = -m'\frac{\alpha\beta_1}{\sigma'-\sigma}\operatorname{Cos} W_1 - m'\frac{\alpha\beta_2}{\sigma''-\sigma}\operatorname{Cos} W_2 - m'\frac{\alpha\beta_3}{\sigma'''-\sigma}\operatorname{Cos} W_3 -$$

$$- m'\frac{\alpha\beta_4}{\sigma''-\sigma'}\operatorname{Cos} W_4 - m'\frac{\alpha\beta_5}{\sigma'''-\sigma'}\operatorname{Cos} W_5 - m'\frac{\alpha\beta_6}{\sigma'''-\sigma''}\operatorname{Cos} W_6,$$

wo

$$\alpha = \frac{9}{32}\frac{m'}{(\Delta+\sigma)^2}GH;$$

$$W_1 = \overline{\sigma'-\sigma}\,\tau + \Gamma' - \Gamma;\quad W_2 = \overline{\sigma''-\sigma}\,\tau + \Gamma'' - \Gamma;\ldots\quad W_6 = \overline{\sigma'''-\sigma''}\,\tau + \Gamma''' - \Gamma''$$

Hieraus findet sich dann:

$$\psi = -m'\frac{\alpha\beta_1}{(\sigma'-\sigma)^2}\operatorname{Sin} W_1 - \ldots - m'\frac{\alpha\beta_6}{(\sigma'''-\sigma'')^2}\operatorname{Sin} W_6.$$

Führen wir nun in unsere Differentialgleichung (4) ein: 1) die Ausdrücke I (12) für ρ' und y', 2) y_2 statt y und zwar den Ausdruck (11). Bemerken wir ausserdem, dass mit Vernachlässigung der Glieder zweiten Grades im Resultate ρ statt $-\eta\operatorname{Cos}(1-\sigma)\tau + \Lambda - \pi)$ gesetzt werden kann, so wird die erwähnte Gleichung, indem die Constanten θ und c gemäss den Vorschriften in der ersten Abtheilung bestimmt werden:

$$\frac{d^2\rho}{d\tau^2} + \left(1 - m'E - \frac{3}{2}\frac{m'^2}{(\Delta+\sigma)^2}G^2\right)\rho = 2\frac{d\psi}{d\tau}\rho + m'\left(F + \frac{3}{2}\frac{m'}{(\Delta+\sigma)^2}GH\right)\eta'\operatorname{Cos}(\overline{1-\sigma}\,\tau' + \Delta - \pi')$$

$$+ 2m'G\operatorname{Cos}(\overline{1+\Delta}\,\tau + \psi + \Lambda + B).$$

Mit Rücksicht auf das letzte Glied ist die Integration schon auf der Seite 25 ausgeführt worden. Für ρ haben wir also hier

$$\rho = -\eta\operatorname{Cos}(\overline{1-\sigma}\,\tau + \Delta - \pi)$$

*

zu setzen, und zwar mit Rücksicht auf die Definition (13). Schliesslich soll für $\frac{d\psi}{d\tau}$ der Ausdruck (16) genommen werden. Setzt man noch der Kürze wegen

$$A = m' E + \frac{3}{2} \frac{m'^2}{(\Delta+\sigma)^2} G^2; \qquad C = F + \frac{3}{2} \frac{m'}{(\Delta+\sigma)^2} GH,$$

so ergeben sich die folgenden Bedingungsgleichungen zur Bestimmung von σ und den Coefficienten $\frac{x_1+x_1'}{2}$, $\frac{x_1-x_1'}{2}$ etc.:

$$(17)\quad \left\{\begin{array}{l}
(1-\sigma)^2-(1-A) = m'\alpha\left(\frac{x'x_1}{\sigma'-\sigma} + \frac{x''x_2}{\sigma''-\sigma} + \frac{x'''x_3}{\sigma'''-\sigma}\right)\\
\frac{x_1+x_1'}{2}\left\{(1-\sigma')^2-(1-A)\right\} = m'Cx' + \frac{m'\alpha}{\sigma'-\sigma}x^2x' + \frac{m'\alpha\beta_4}{\sigma''-\sigma'}\cdot\frac{x_2+x_2'}{2} + \frac{m'\alpha\beta_5}{\sigma'''-\sigma'}\cdot\frac{x_3+x_3'}{2}\\
\frac{x_2+x_2'}{2}\left\{(1-\sigma'')^2-(1-A)\right\} = m'Cx'' + \frac{m'\alpha}{\sigma''-\sigma}x^2x'' + \frac{m'\alpha\beta_4}{\sigma''-\sigma'}\cdot\frac{x_1+x_1'}{2} + \frac{m'\alpha\beta_6}{\sigma'''-\sigma''}\cdot\frac{x_3+x_3'}{2}\\
\frac{x_3+x_3'}{2}\left\{(1-\sigma''')^2-(1-A)\right\} = m'Cx''' + \frac{m'\alpha}{\sigma'''-\sigma}x^2x''' + \frac{m'\alpha\beta_5}{\sigma'''-\sigma'}\cdot\frac{x_1+x_1'}{2} + \frac{m'\alpha\beta_6}{\sigma'''-\sigma''}\cdot\frac{x_2+x_2'}{2}\\
\frac{x_1-x_1'}{2}\left\{(1-2\sigma+\sigma')^2-(1-A)\right\} = \frac{m'\alpha}{\sigma'-\sigma}x^2x' + \frac{m'\alpha\beta_4}{\sigma''-\sigma'}\cdot\frac{x_2-x_2'}{2} + \frac{m'\alpha\beta_5}{\sigma'''-\sigma'}\cdot\frac{x_3-x_3'}{2}\\
\frac{x_2-x_2'}{2}\left\{(1-2\sigma+\sigma'')^2-(1-A)\right\} = \frac{m'\alpha}{\sigma''-\sigma}x^2x'' + \frac{m'\alpha\beta_4}{\sigma''-\sigma'}\cdot\frac{x_1-x_1'}{2} + \frac{m'\alpha\beta_6}{\sigma'''-\sigma''}\cdot\frac{x_3-x_3'}{2}\\
\frac{x_3-x_3'}{2}\left\{(1-2\sigma+\sigma''')^2-(1-A)\right\} = \frac{m'\alpha}{\sigma'''-\sigma}x^2x''' + \frac{m'\alpha\beta_5}{\sigma'''-\sigma'}\cdot\frac{x_1-x_1'}{2} + \frac{m'\alpha\beta_6}{\sigma'''-\sigma''}\cdot\frac{x^2-x^{2'}}{2}
\end{array}\right.$$

Diese Gleichungen müssen durch successive Annäherungen aufgelöst werden. Zunächst sehen wir, dass die Methode in dieser Abtheilung überhaupt nicht brauchbar ist, wenn ax^2 grösser als von der Ordnung m' ist. Die Bedingung der Brauchbarkeit wird nahezu angegeben durch:

$$\frac{9}{32}\frac{GH}{(\Delta+\sigma)^2} < \frac{1}{(x)^{\frac{3}{2}}}$$

wo (x) von der Ordnung x ist. Diese Bedingung zeigt zugleich, dass die vorliegende Methode der der ersten Abtheilung etwas überlegen ist; denn die Bedingung der Brauchbarkeit war dort:

$$\frac{9}{32}\frac{GH}{(\Delta+\sigma)^2} < \frac{1}{(x)}.$$

Die numerischen Rechnungen werden natürlich nach der zweiten Methode etwas weitläufiger, sie sind jedoch immerhin sehr einfach.

Sind nach (17) die $\varkappa_1$ $\varkappa_2$ etc. ermittelt, so ist die Lösung der Aufgabe in den folgenden Formeln enthalten:

$$\rho = -\eta \operatorname{Cos}(\sqrt{1-\sigma}\,\tau + \Lambda - \pi) - h \operatorname{Cos}(\sqrt{1+\Delta}\,\tau + \psi + \Lambda + B)$$

$$v = \tau + \Lambda + y$$

$$y = y_1 + y_2$$

$$y_1 = \eta \operatorname{Sin}(\sqrt{1-\sigma}\,\tau + \Lambda - \pi) + h \operatorname{Sin}(\sqrt{1+\Delta}\,\tau + \psi + \Lambda + B)$$

$$y_2 = \frac{3}{2}\frac{m'}{(\Delta+\sigma)^2} G\eta \operatorname{Sin}(\sqrt{\Delta+\sigma}\,\tau + \psi + B + \pi) - \frac{3}{2}\frac{m'}{(\Delta+\sigma)^2} H\eta' \operatorname{Sin}(\sqrt{\Delta+\sigma}\,\tau + \psi + B + \pi')$$

$$\psi = -m'\alpha\left\{\frac{\beta_1}{(\sigma'-\sigma)^2}\operatorname{Sin}(\sqrt{\sigma'-\sigma}\,\tau + I' - I) + \ldots + \frac{\beta_6}{\sigma'''-\sigma''}\operatorname{Sin}(\sqrt{\sigma'''-\sigma''}\,\tau + I''' - I'')\right\}$$

$$\tau = nt + \psi.$$

Für η und π gilt die Definition (14).

III

Die Function ψ soll in dieser Abtheilung nicht nur die langperiodischen elementären Glieder, sondern auch die langperiodischen charakteristischen umfassen, also überhaupt alle langperiodischen Glieder.

Betrachten wir zuerst nur das Glied in $2M$ der Differentialgleichung II (4), so wird

$$\frac{d^2\rho}{d\tau^2} + \rho = 2h\,(\Delta + \sigma)\,\operatorname{Cos}(\sqrt{1+\Delta}\,\tau + \psi + \Lambda + B),$$

wo wie früher

$$h = \frac{m'}{\Delta+\sigma} G.$$

Wie in der vorhergehenden Abtheilung, nehmen wir aber auch hier die Differentialgleichung vor:

$$\frac{d^2\rho}{d\tau^2} + (1-\sigma)^2\rho = 2h\,(\Delta+\sigma)\operatorname{Cos}(\sqrt{1+\Delta}\,\tau + \psi + \Lambda + B)$$

ψ zerlegen wir in

$$\psi = \psi_0 + \psi_1$$

so dass ψ_0 nur charakteristische langperiodische Glieder und ψ_1 nur elementäre langperiodische Glieder enthalten wird. Wir anticipiren nun aus dem Folgenden den Satz, dass ψ_1 von dem ersten Grade ist. Entwickeln wir daher das rechte Glied nach den Potenzen von ψ_1 und vernachlässigen die Glieder zweiten Grades, so wird unsere Differentialgleichung:

$$\frac{d^2\rho}{d\tau^2} + (1-\sigma)^2\rho = + 2h\ (\Delta + \sigma)\ \mathrm{Cos}\ (\overline{1 + \Delta}\,\tau + \psi_0 + \Lambda + B)$$
$$-2h\,\psi_1(\Delta + \sigma)\ \mathrm{Sin}\ (\overline{1 + \Delta}\,\tau + \psi_0 + \Lambda + B).$$

Das erste Glied ist schon in der vorhergehenden Abtheilung behandelt worden.

ψ_1 als langperiodische charakteristische Function können wir schreiben:

$$\psi_1 = q\ \mathrm{Sin}\ (\overline{\Delta + \sigma}\,\tau + \nu + B + \Gamma),$$

wo ν eine wesentlich langperiodische elementäre Function bedeutet.

Mit Hülfe dieses Ausdrucks wird dann mit Rücksicht nur auf das zweite Glied:

$$\frac{d^2\rho}{d\tau^2} + (1-\sigma)^2\rho = -h\,(\Delta + \sigma)q\ \mathrm{Cos}\ (\overline{1-\sigma}\,\tau + \psi_0 - \nu + \Lambda - \Gamma)$$
$$+ h\,(\Delta + \sigma)q\ \mathrm{Cos}\ (\overline{1 + 2\Delta + \sigma}\,\tau + \psi_0 + \nu + \Lambda + 2B + \Gamma).$$

Die erste Zeile enthält nur Glieder der Form B; die sollen also mit den übrigen dieser Art vereinigt werden. Die zweite Zeile wird nach der Integration vom zweiten Grade und kann daher vernachlässigt werden. Hieraus folgt, dass das Glied Cos $2M$ in ρ ein charakteristisches Glied der Form D und elementäre Glieder der Form B veranlässt. Wir können also für ρ denselben Ausdruck annehmen, wie in der zweiten Abtheilung, nur dass ψ_0 statt ψ zu schreiben ist, nämlich

$$(1)\quad \begin{cases} \rho = -\eta\ \mathrm{Cos}\ (\overline{1-\sigma}\,\tau + \Lambda - \pi) - h\ \mathrm{Cos}\ (\overline{1 + \Delta}\,\tau + \psi_0 + \Lambda + B) \\ \text{und} \\ y = \quad \eta\ \mathrm{Sin}\ (\overline{1-\sigma}\,\tau + \Lambda - \pi) + h\ \mathrm{Sin}\ (\overline{1 + \Delta}\,\tau + \psi_0 + \Lambda + B) \end{cases}$$

In Bezug auf die Anzahl der Glieder und der Coefficienten $\varkappa_1\ \varkappa_2,\ \varkappa_1'\ \varkappa_2'$ etc. soll fortwährend dieselbe Annahme gelten, so dass die Definition II(14) von η und π auch hier besteht.

Die Bestimmung von ψ nach der Gleichung

$$\frac{d^2\psi}{d\tau^2} = -\frac{3a}{n}\,d\Omega$$

wird hier die Hauptschwierigkeit sein.

Führen wir die Ausdrücke (1) in die Entwickelung von $d\Omega$ ein, so ergiebt sich

$$(2)\quad \frac{d^2\psi}{d\tau^2} = -\frac{3}{4}m'G\eta\,\mathrm{Sin}\,(\overline{\Delta+\sigma}\,\tau+\psi+B+\pi)+\frac{3}{4}m'H\eta'\,\mathrm{Sin}\,(\overline{\Delta+\sigma'}\,\tau+B+\pi')+2X$$

wo wir mit X sämmtliche langperiodische Glieder zweiten Grades der Form A bezeichnen. Die angeführten Glieder ersten Grades sind die einzigen dieser Art; wegen der Function ψ im Argumente sind sie langperiodisch sowohl von der Form A wie von der Form C. Glieder zweiten Grades von der Form C werden wir in (2) nicht behalten, weil sie in ψ characteristische Glieder zweiten Grades werden. Die nähere Untersuchung über die Zusammensetzung der Function X soll später ausgeführt werden.

Die Gleichung (2) kann offenbar folgenderweise geschrieben werden;

$$(3)\quad \frac{d^2\psi}{d\tau^2} = -\frac{3}{4}m'G\eta\,\mathrm{Sin}\,(\overline{\Delta+\sigma}\,\tau+\psi+D+\pi-\Gamma)+$$
$$+\frac{3}{4}m'H\eta'\,\mathrm{Sin}\,(\overline{\Delta+\sigma}\,\tau+\psi+D+\pi'-\Gamma-\overline{\sigma-\sigma'}\,\tau)+2X,$$

wo

$$D = B+\Gamma.$$

Setzen wir nun

$$2V = \overline{\Delta+\sigma}\,\tau+\psi+D,$$

dann geht (3) über in

$$\frac{d^2V}{d\tau^2}+\frac{3}{8}m'G\eta\,\mathrm{Sin}\,(2V+\pi-\Gamma)-\frac{3}{8}m'H\eta'\,\mathrm{Sin}\,(2V+\pi'-\Gamma-\overline{\sigma-\sigma'}\,\tau)=X,$$

Um noch weiter zu vereinfachen wird gesetzt:

$$(4)\quad \begin{cases} \beta\,\mathrm{Cos}\,2\theta = \frac{3}{8}m'G\eta\,\mathrm{Cos}\,(\pi-\Gamma)-\frac{3}{8}m'H\eta'\,\mathrm{Cos}\,(\pi'-\Gamma-\overline{\sigma-\sigma'}\,\tau) \\ \beta\,\mathrm{Sin}\,2\theta = \frac{3}{8}m'G\eta\,\mathrm{Sin}\,(\pi-\Gamma)-\frac{3}{8}m'H\eta'\,\mathrm{Sin}\,(\pi'-\Gamma-\overline{\sigma-\sigma'}\,\tau). \end{cases}$$

β und θ sind demnach langperiodische Functionen der Form A.

Hiermit ergiebt sich

$$(5)\quad \frac{d^2V}{d\tau^2}+\beta\,\mathrm{Sin}\,2\,(V+\theta) = X.$$

Diese Gleichung kann nach Gyldén's Methoden integrirt werden. Die eine findet man in der Abhandlung: «Untersuchungen über die Convergenz der Reihen, welche zur Darstellung der Coordinaten der Planeten angewendet werden». (Acta mathematica. 9). Die andere ist von Harzer in seiner Abhandlung: «Ueber einen speciellen Fall des Dreikörperproblems»

ausführlich und für die Anwendung auf den hier vorliegenden Fall sehr zweckmässig auseinandergesetzt.

Diese wird daher zur Anwendung kommen. Um keine Lücke zu lassen, sollen die Hauptzüge derselben dargelegt werden.

Wenn sowohl β wie θ Constanten wären, so würde das Integral von (5) sein:

$$\left(\frac{dV}{d\tau}\right)^2 = \gamma + \beta \operatorname{Cos} 2(V + \theta), \tag{6}$$

wo γ die Integrations-Constante bezeichnet. Nun sind weder β noch θ, wie aus (4) zu ersehen ist, Constanten. Damit (6) auch in diesem Fall als Integral von (5) betrachtet werden kann, darf auch γ nicht constant sein, vielmehr muss diese Grösse der Bedingung

$$\frac{d\gamma}{d\tau} = 2\frac{dV}{d\tau} X - \operatorname{Cos} 2V \frac{d\beta \operatorname{Cos} 2\theta}{d\tau} + \operatorname{Sin} 2V \frac{d\beta \operatorname{Sin} 2\theta}{d\tau} \tag{6'}$$

genügen.

Das Integral von (6) soll angenommen werden:

$$V + \theta = am\left[\frac{2K}{\pi}\left(\frac{\Delta + \sigma}{2}\tau + \theta\right) + P\right] = am\zeta. \tag{7}$$

K ist die bekannte Bezeichnung für das volle elliptische Integral erster Gattung. Für den Modul k wird man den Ausdruck

$$k^2 = \frac{2\beta}{\gamma + \beta}$$

haben. Dass $\frac{2K}{\pi}\frac{\delta + \varsigma}{2}$ als Coefficient von τ gewählt wird, folgt aus einer einfachen Betrachtung des Falles, wo β und θ constant sind. Für variable β und γ sind offenbar auch k und K variabel. P soll so bestimmt werden, dass (7) wirklich das Integral von (6) darstellt. Zu dem Zwecke differentiiren wir (7) und eliminiren $\frac{dV}{d\tau}$ mit Hülfe von (6) oder, was dasselbe ist,

$$\frac{1}{dn\zeta}\frac{dV}{d\tau} = \sqrt{\gamma + \beta}. \tag{7'}$$

Mit Rücksicht auf die bekannte Formel

$$\frac{dam\zeta}{dt} = dn\zeta \frac{d\zeta}{dt} + \frac{\partial am\zeta}{\partial k}\frac{dk}{d\tau}$$

so wie der Hermite'schen Formel

$$\frac{dam\zeta}{dk} = -dn\zeta \frac{\partial \log \frac{2K}{\pi}}{\partial k}\zeta - \frac{dn\zeta}{kk'^2}\frac{\partial \log \theta_3(\zeta)}{d\zeta}$$

$(k^2 = 1 - k'^2)$

erhält man die folgende Differentialgleichung zur Bestimmung von P:

$$\frac{d\frac{\pi}{2K}P}{d\tau} = \frac{\pi}{2K}\sqrt{\gamma+\beta} - \frac{\Delta+\sigma}{2} + \left(\frac{\pi}{2K}\frac{1}{dn\zeta} - 1\right)\frac{d\theta}{d\tau} + \frac{\pi}{2K}\frac{1}{kk'^2}\frac{\partial \log\theta_3(\zeta)}{\partial\zeta}\frac{dk}{d\tau}$$

und dann

$$(8)\quad \frac{\pi}{2K}P = \frac{1}{2}D + \int\left\{\frac{\pi}{2K}\sqrt{\gamma+\beta} - \frac{\Delta+\sigma}{2} + \left(\frac{\pi}{2K}\frac{1}{dn\zeta} - 1\right)\frac{d\theta}{d\tau} + \frac{\pi}{2K}\frac{1}{kk'^2}\frac{\partial\log\theta_3(\zeta)}{\partial\zeta}\frac{dk}{d\tau}\right\}d\tau.$$

Dass die Integrationsconstante $=\frac{1}{2}D$ gesetzt ist, beruht auf folgenden Betrachtungen. Auf Grund der bekannten Entwickelungen vom $am\zeta$ kann (7) geschrieben werden:

$$(a)\qquad V = \frac{\Delta+\sigma}{2}\tau + \frac{\pi}{2K}P + \frac{2q}{1+q^2}\operatorname{Sin}\left(\sqrt{\Delta+\sigma}\,\tau + 2\theta + 2\frac{\pi}{2K}P\right) + \ldots$$

Andererseits ist

$$(b)\qquad V = \frac{\Delta+\sigma}{2}\tau + \frac{\psi}{2} + \frac{D}{2}.$$

Da nun ψ keine Constante enthalten darf, so ergiebt die Vergleichung dieser beiden Ausdrücke für V, dass $\frac{D}{2}$ der in $\frac{\pi}{2K}P$ enthaltenen Constanten gleich sein muss.

(8) kann für unseren Zweck bequemer gestaltet werden. Es ist:

$$\frac{\pi}{2K}\frac{1}{dn\zeta} = \frac{1}{1-k^2}\left(\frac{\pi}{2K_1}\right)^2\left(1 - \frac{4q}{1+q^2}\operatorname{Cos}\frac{\pi}{2K}\zeta + \frac{4q^2}{1+q^4}\operatorname{Cos}4\frac{\pi}{2K}\zeta + \ldots\right)$$

$$\frac{\partial\log\theta_3(\zeta)}{\partial\zeta} = -\frac{\pi}{2K}\left(\frac{4q}{1-q^2}\operatorname{Sin}2\frac{\pi}{2K}\zeta - \frac{4q^2}{1-q^4}\operatorname{Sin}4\frac{\pi}{2K}\zeta + \ldots\right),$$

k_1 ist der transformirte Modul und also durch die Formel

$$k^2 = \frac{4k_1}{(1+k_1)^2}$$

mit k verbunden. In Uebereinstimmung damit ist

$$K = (1+k_1)K_1,$$

wonach

$$\frac{\pi}{2K}\sqrt{\gamma+\beta} = \sqrt{\gamma}\,\frac{\pi}{2K_1}\frac{1}{\sqrt{1+k_1^2}}$$

leicht hervorgeht. Die Argumente $2i\frac{\pi}{2K}\zeta$ sind von der Form C, wenn man Glieder höheren Grades und höherer Ordnung vernachlässigt. Abgesehen davon, dass sie mit Grössen

mindestens von der Ordnung der Excentricität multiplicirt sind, werden sie nach der Integration im Ausdrucke für $\frac{\pi}{2K}P$ mindestens um einen Grad kleiner als die Glieder der Form A. Wir werden sie also in der ersten Annäherung vernachlässigen können. Demgemäss wird man also (8) schreiben können:

$$(9) \qquad \frac{\pi}{2K}P = \frac{1}{2}D + \int\left\{\sqrt{\gamma}\,\frac{\pi}{2K_1}\,\frac{1}{\sqrt{1+k_1^2}} - \frac{\Delta+\sigma}{2} + \left(\frac{1}{1-k_1^2}\left(\frac{\pi}{2K_1}\right)^2-1\right)\cdot\frac{d\theta}{d\tau}\right\}d\tau.$$

Der Ausdruck unter dem Integralzeichen darf laut II(1) keine Constante enthalten. Bezeichnen wir die constanten Theile von

$$\frac{\pi}{2K_1} \quad \text{und} \quad \left(\frac{1}{1-k^2}\left(\frac{\pi}{2K}\right)^2-1\right)\frac{d\theta}{d\tau}$$

mit

$$a_0 \qquad \text{bez.} \qquad b_0,$$

so muss offenbar

$$(9') \qquad a_0\sqrt{\gamma_0} - \frac{\Delta+\sigma}{2} + b_0 = 0$$

wodurch der constante Theil γ_0 von γ bestimmt wird.

Aus der Vergleichung von (a) und (b) finden wir

$$(10) \qquad \psi = 2\,\frac{\pi}{2K}\,P - D + \frac{4q}{1+q^2}\,\mathrm{Sin}\left(\sqrt{\Delta+\sigma}\,\tau + 2\theta + 2\,\frac{\pi}{2K}\,P\right) + \ldots$$

Unsere Hauptaufgabe besteht also darin die Bestimmung von $2\,\frac{\pi}{2K}\,P$ durchzuführen. Dazu müssen vor allen Dingen γ und k vorher bestimmt werden. Diese beiden Functionen können nicht unabhängig von einander ermittelt werden; und da sie beide von vornherein unbekannt sind, so muss ihre Bestimmung durch successive Annäherungen ausgeführt werden.

Setzen wir zunächst k_1 als bekannt voraus. Laut der Gleichung (7) können wir schreiben

$$\mathrm{Cos}\ 2\,(V+\theta) = \mathrm{Cos}\ 2am\zeta$$

$$\mathrm{Sin}\ 2\,(V+\theta) = \mathrm{Sin}\ 2am\zeta.$$

Benutzen wir nun die bekannten Entwickelungen

$$\mathrm{Cos}\ 2am\zeta = \frac{\frac{2E}{K}-1-k'^2}{k^2} + 16\left(\frac{\pi}{kK}\right)^2\left\{\frac{q}{1-q^2}\,\mathrm{Cos}\ 2\,\frac{\pi}{2K}\,\zeta + \ldots\right\}$$

$$\mathrm{Sin}\ 2am\zeta = \qquad\qquad + 16\left(\frac{\pi}{kK}\right)^2\left\{\frac{q}{1+q^2}\,\mathrm{Sin}\ 2\,\frac{\pi}{2K}\,\zeta + \ldots\right\},$$

so findet sich mit Vernachlässigung der mit den Potenzen von q multiplicirten Glieder — denn ihre Argumente sind von der Form C:

$$(11) \qquad \begin{cases} \text{Cos } 2\,V = -\,\chi\,\text{Cos } 2\,\theta \\ \text{Sin } 2\,V = +\,\chi\,\text{Sin } 2\,\theta. \end{cases}$$

Hier ist

$$\chi = -\,\frac{\frac{2E}{K} - 1 - k'^2}{k^2}$$

und E das vollständige Integral zweiter Gattung.

Mit Hülfe bekannter Formeln lässt sich χ als Potenzreihe von k_1 darstellen, nämlich:

$$(11') \qquad \chi = \tfrac{1}{2}\,k_1 + \tfrac{1}{16}\,k_1^3 + \tfrac{1}{32}\,k_1^5 + \ldots$$

Es ist nun leicht die Gleichung (6′) einfacher zu schreiben. Mit Rücksicht auf (11) und die Relation

$$(12) \qquad 2\,\frac{dV}{d\tau} = \Delta + \sigma + \frac{d\psi}{d\tau}$$

findet sich nämlich

$$\frac{d\gamma}{d\tau} = \chi\,\frac{d\beta}{d\tau} + (\delta + \varsigma)\,X + 2\,\frac{d\psi}{d\tau}\,X.$$

Hier angelangt, müssen wir die Function X näher untersuchen, weil davon die Bestimmung von γ abhängt.

Die Function X soll nur langperiodische Glieder der Form A enthalten, und es ist klar, dass dieselben nur aus den Zeilen V—X der Entwickelung $\frac{4a}{n}\,d\Omega$ erhalten werden können, indem die Ausdrücke (1) für ρ und y sowie I(2) für ρ' und y' eingeführt werden. Das Laplacesche Theorem giebt aber für die erwähnten Glieder zweiten Grades

$$d\Omega = 0.$$

Von der Richtigkeit dieses Theorems kann man im vorliegenden Falle sich leicht dadurch überzeugen, dass man jede Zeile für sich getrennt untersucht. Etwas wird diese Untersuchung vereinfacht, wenn man die Ausdrücke (1) unter der Form

$$\rho = -\,\varphi\,\text{Cos}\,(\sqrt{1-\sigma}\,\tau + \Lambda - \Phi)$$

$$y = +\,\varphi\,\text{Sin}\,(\sqrt{1-\sigma}\,\tau + \Lambda - \Phi)$$

schreibt. Nur für $i = 4$ könnte es scheinen, dass einige Schwierigkeit vorhanden wäre, und zwar nur bei den Gliedern, die mit ρ^2, y^2 und ρy multiplicirt sind. Es soll daher dieser Fall ausführlicher behandelt werden. Nehmen wir den ersten Theilsatz der Zeile V und bemerken, dass gesetzt werden kann:

$$\rho \frac{d\rho}{dt} = \rho y.$$

Nach (1) wird aber

$$(c) \qquad \rho y = -\frac{1}{2}\eta^2 \operatorname{Sin} 2(\overline{1-\sigma}\,\tau + \Lambda - \pi) - \frac{1}{2}h^2 \operatorname{Sin} 2(\overline{1+\Delta}\,\tau + \psi_0 + \Lambda + B)$$

$$- h\eta \operatorname{Sin}(\overline{2+\Delta-\sigma}\,\tau + \psi_0 - \pi + 2\Lambda + B) - h\eta \operatorname{Sin}(\overline{\Delta+\sigma}\tau + \psi_0 + B + \pi).$$

Dieser Ausdruck soll mit

$$\operatorname{Cos} 4M = \operatorname{Cos} 2(\overline{1+\Delta}\,\tau + \psi + \Lambda + B)$$

multiplicirt werden. Führen wir hier

$$(c') \qquad \psi = \psi_0 + \psi_1$$

ein und vernachlässigen ψ_1^2, ψ_1^3 etc., so wird

$$\operatorname{Cos} 4M = \operatorname{Cos} 2(\overline{1+\Delta}\,\tau + \psi_0 + \Lambda + B) - 2\psi_1 \operatorname{Sin} 2(\overline{1+\Delta}\,\tau + \psi_0 + \Lambda + B).$$

Das Glied $\operatorname{Cos} 2(\overline{1+\Delta}\,\tau + \psi_0 + \Lambda + B)$ multiplicirt mit (c) kann kein langperiodisches Glied der Form A geben; wir können also von diesem Gliede absehen und setzen

$$\operatorname{Cos} 4M = -2\psi_1 \operatorname{Sin} 2(\overline{1+\Delta}\,\tau + \psi_0 + \Lambda + B).$$

(c') mit (10) verglichen giebt

$$\psi_0 = 2\tfrac{\pi}{2K} P - D = 2\tfrac{\pi}{2K} P - B - \Gamma$$

$$\psi_1 = \tfrac{4q}{1+q^2} \operatorname{Sin}(\overline{\Delta+\sigma}\,\tau + 2\theta + \psi_0 + B + \Gamma) + \ldots$$

und folglich mit Vernachlässigung von q^3 etc.

$$\operatorname{Cos} 4M = 4q \operatorname{Cos}(\overline{2+3\Delta+\sigma}\,\tau + 3\psi_0 + 2\theta + 2\Lambda + \Gamma + 3B)$$

$$- 4q \operatorname{Cos}(\overline{2+\Delta-\sigma}\,\tau + \psi_0 - 2\theta + 2\Lambda + B - \Gamma).$$

Von diesen kann nur das letzte Glied, combinirt mit (*c*), langperiodische Glieder der Form A geben. Wenn wir

$$\text{Cos } 4M = -4q \text{ Cos } (\overline{2 + \Delta - \sigma}\,\tau + \psi_0 - 2\theta + 2\Lambda + B - \Gamma)$$

mit (*c*) multipliciren, so sieht man aber sofort, dass nur das dritte Glied von (*c*) in Betracht kommen kann. Daher wird schliesslich

$$\rho y \text{ Cos } 4M = -2hq\eta \text{ Sin } (2\theta - \overline{\pi - \Gamma})$$

das einzige langperiodische Glied sein. Sofort sieht man, dass dasselbe mindestens vom dritten Grade ist. Wir werden aber zeigen, dass es im Allgemeinen vom vierten Grade ist. Aus (4) leitet man ohne Schwierigkeit ab:

$$\text{Sin } (2\theta - \overline{\pi - \Gamma}) = +\frac{3}{8} m' \frac{H}{\beta} \eta' \text{ Sin } (\pi - \pi' + \overline{\sigma - \sigma'}\,\tau).$$

Bei der Entwickelung von $\frac{1}{\beta}$ werden wir sehen, dass die periodischen Glieder mindestens um einen Grad kleiner sind als das constante Glied. Das constante Glied ist aber $\frac{1}{\frac{3}{8} m' G\varkappa}$.

Mit Rücksicht nur auf dieses erhalten wir

$$\text{Sin } (2\theta - \overline{\pi - \Gamma}) = \frac{H}{G} \cdot \frac{\eta'}{\varkappa} \text{ Sin } (\pi - \pi' + \overline{\sigma - \sigma'}\,\tau).$$

Demnach wird

$$\rho y \text{ Cos } 4M = -2 \frac{H}{G\varkappa} hq\eta\eta' \text{ Sin } (\pi - \pi' + \overline{\sigma - \sigma'}\,\tau).$$

Nun ist $\frac{H}{G}$ bei den meisten kleinen Planeten $< \varkappa$, so dass dieser Ausdruck thatsächlich im Allgemeinen vom vierten Grade ist. Behandeln wir die übrigen Glieder der Zeilen V—X in derselben Weise, so ergiebt sich ein Resultat für X von der Form

(*d*) $$X = m' B \frac{H}{G\varkappa} hq\eta\eta' \text{ Sin } (\pi - \pi' + \overline{\sigma - \sigma'}\,\tau),$$

wo B eine Constante bedeutet, die sich wenig von der Einheit unterscheidet. Hieraus ist ersichtlich, dass X so klein ist, dass es mit einer Grösse zweiter Ordnung und zweiten Grades vergleichbar und also überhaupt bei der Annäherung, die wir hier im Auge haben, zu vernachlässigen ist.

Der Vortheil, der dadurch entsteht, ist klar, und ich betrachte es als einen bestimmten Vorzug der in dieser Abhandlung angewandten Methode, dass dieser Umstand sich ohne Schwierigkeit erkennen lässt.

Zur Bestimmung von γ haben wir also die Gleichung:

$$\frac{d\gamma}{d\tau} = \chi \frac{d\beta}{d\tau}$$

und folglich

$$\gamma = \gamma_0 + \int \chi \frac{d\beta}{d\tau} d\tau = \gamma_0 + \frac{1}{2} \int \frac{\chi}{\beta} \frac{d\beta^2}{d\tau} d\tau, \tag{13}$$

wo γ_0 die Integrationsconstante bedeutet. $\frac{d\beta}{d\tau}$ ist leicht zu ermitteln, denn mit Rücksicht auf die Ausdrücke für W, pag. 29, lässt sich (4) schreiben:

$$\beta \operatorname{Cos} 2\theta = \beta_0 + \beta_1 \operatorname{Cos} W_1 + \beta_2 \operatorname{Cos} W_2 + \beta_3 \operatorname{Cos} W_3 = p$$

$$\beta \operatorname{Sin} 2\theta = \beta_1' \operatorname{Sin} W_1 + \beta_2' \operatorname{Sin} W_2 + \beta_3' \operatorname{Sin} W_3 = q,$$

wo die Coefficienten die folgende Bedeutung haben:

$$\beta_0 = \tfrac{3}{8} m' G\varkappa$$

$$\beta_1 = \tfrac{3}{8} m' (G\varkappa_1 - H\varkappa'); \qquad \beta_1' = \tfrac{3}{8} m' (G\varkappa_1' - H\varkappa')$$

$$\beta_2 = \tfrac{3}{8} m' (G\varkappa_2 - H\varkappa''); \qquad \beta_2' = \tfrac{3}{8} m' (G\varkappa_2' - H\varkappa'')$$

$$\beta_3 = \tfrac{3}{8} m' (G\varkappa_3 - H\varkappa'''); \qquad \beta_3' = \tfrac{3}{8} m' (G\varkappa_3' - H\varkappa''').$$

Dann findet man leicht die folgende Entwickelung, wo nur die Argumente $W_1 \ldots W_6$ beibehalten sind:

$$\beta^2 = p^2 + q^2 = \mu_0 + \mu_1 \operatorname{Cos} W_1 + \mu_2 \operatorname{Cos} W_2 + \ldots + \mu_6 \operatorname{Cos} W_6$$

$$\beta = \sqrt{p^2 + q^2} = \mu_0' + \mu_1' \operatorname{Cos} W_1 + \mu_2' \operatorname{Cos} W_2 + \ldots + \mu_6' \operatorname{Cos} W_6.$$

Im Zusammenhang hiermit berechnet man auch $\frac{d\nu}{d\tau}$, das in (9) vorkommt. Man findet nämlich

$$\frac{d\theta}{d\tau} = \frac{p\frac{dq}{d\tau} - q\frac{dp}{d\tau}}{2\beta^2} = \nu_0 + \nu_1 \operatorname{Cos} W_1 + \ldots + \nu_6 \operatorname{Cos} W_6.$$

Es wäre leicht die analytischen Ausdrücke für die μ- und ν-Coefficienten aufzuschreiben, aber ihre numerische Berechnung durch mechanische Multiplication geschieht einfacher.

Es erübrigt noch χ zu ermitteln. Dazu ist aber, wie aus (11′) zu ersehen ist, k_1 nöthig. Aus der Relation

$$k^2 = \frac{2\beta}{\gamma + \beta}$$

leitet man leicht ab

$$k_1 = \frac{\beta}{\gamma + \sqrt{\gamma^2 - \beta^2}}.$$

Entwickeln wir nach den Potenzen von $\frac{\beta}{\gamma}$, so ergiebt sich

$$k_1 = \frac{\beta}{2\gamma} + \frac{1}{8}\frac{\beta^3}{\gamma^3} + \frac{1}{16}\frac{\beta^5}{\gamma^5} + \frac{1}{128}\frac{\beta^7}{\gamma^7} + \ldots \tag{14}$$

β ist hier als bekannt anzunehmen, während γ noch völlig unbekannt ist. Nun ist aber im Allgemeinen der constante Theil von γ d. h. γ_0 gross im Verhältniss zum variabelen, so dass γ_0 schon eine Annäherung bedeutet. Für γ_0 findet man einen sehr angenäherten Werth aus der Bedingungsgleichung (9), nämlich

$$\gamma_0 = \frac{(\Delta + \sigma)^2}{4}.$$

Diesen Werth haben wir dann in (14) statt γ einzusetzen und gewinnen derart eine erste Annäherung für k_1, worauf χ nach (11′) zu berechnen ist; mit diesem Ausdruck berechnet man $\chi\frac{d\beta}{d\tau}$ oder $\frac{\chi}{\beta}\frac{d\beta^2}{d\tau}$, (13) giebt dann einen periodischen Ausdruck für γ, mit dem k_1 von Neuem zu ermitteln ist. In dieser Weise fährt man fort, bis die erwünschte Genauigkeit erlangt ist. Im Laufe der Annäherung hat man auch einen verbesserten Werth von γ_0 nach (9) zu ermitteln. Indem man sich mit den in II angegebenen Argumenten W begnügt, wird also der Ausdruck für γ sein

$$\gamma = \gamma_0 + \gamma_1 \operatorname{Cos} W_1 + \gamma_2 \operatorname{Cos} W_2 + \ldots + \gamma_6 \operatorname{Cos} W_6. \tag{15}$$

Für die Berechnung von $\frac{\pi}{2K_1}\frac{1}{\sqrt{1+k_1^2}}$ und $\frac{1}{1+k_1^2}\left(\frac{\pi}{2K_1}\right)^2 - 1$ mögen noch die Formeln angeführt werden:

$$\frac{\pi}{2K_1}\frac{1}{\sqrt{1+k^2}} = 1 - \frac{3}{4}k_1^2 + \frac{27}{64}k_1^4 - \frac{105}{256}k_1^6 + \ldots$$

$$\frac{1}{1-k_1^2}\left(\frac{\pi}{2K_1}\right)^2 - 1 = \frac{1}{2}k_1^2 + \frac{B}{32}k_1^4 + \frac{23}{64}k_1^6 + \ldots$$

Somit ist alles gegeben um $\frac{\pi}{2K}P - \frac{1}{2}D$ mittelst (9) zu berechnen; das Resultat ist dann in (10) einzuführen, wonach wir erhalten:

$$\psi = -\frac{g_1}{\sigma'-\sigma}\operatorname{Sin} W_1 - \frac{g_2}{\sigma''-\sigma}\operatorname{Sin} W_2 - \ldots - \frac{g_6}{\sigma'''-\sigma''}\operatorname{Sin} W_6$$

$$+ \frac{4q}{1+q^2}\operatorname{Sin}\left(\sqrt{\Delta+\sigma}\,\tau + 2\theta + 2\frac{\pi}{2K}P\right) + \ldots$$

Jetzt können wir zur Bestimmung der Coefficienten $\varkappa_1$, $\varkappa'_1$, $\varkappa_2$, $\varkappa'_2$ etc. schreiten. Zuerst soll aber die Differentialgleichung II(4) etwas umgeformt werden. Führen wir die Ausdrücke I(13) für ρ' und y' ein, behalten das Glied in $2M$ und bestimmen die Constanten wie in der ersten Abtheilung, so ergiebt sich

$$(16)\qquad \frac{d^2\rho}{d\tau^2} + (1 - m'E)\rho = 2\frac{d\psi}{d\tau}\rho + m'F\eta'\operatorname{Cos}(\sqrt{1-\sigma'}\,\tau + \Lambda - \pi') + 2m'G\operatorname{Cos}2M.$$

Es bedeutet hier wie aus dem Vorhergehenden einleuchtet

$$\eta'\operatorname{Cos}(\sqrt{1-\sigma'}\,\tau + \Lambda - \pi') = \varkappa'\operatorname{Cos}(\sqrt{1-\sigma'}\,\tau + \Lambda - \Gamma') + \varkappa''\operatorname{Cos}(\sqrt{1-\sigma''}\,\tau + \Lambda - \Gamma'') + \varkappa'''\operatorname{Cos}(\sqrt{1-\sigma'''}\,\tau + \Lambda - \Gamma''').$$

Die Zerlegung von $Cos\,2M$ werden wir jetzt vollständiger als im Anfang dieser Abtheilung durchführen können.

Es ist

$$\operatorname{Cos}2M = \operatorname{Cos}(\sqrt{1+\Delta}\,\tau + \psi + \Lambda + B).$$

Führen wir hier ψ statt V ein durch die Relation

$$\psi = 2V - (\Delta + \sigma) - D,$$

so wird

$$\mathrm{Cos}\,(\overline{1+\Delta}\,\tau+\psi+\Lambda+B)=\mathrm{Cos}\,(\overline{1-\sigma}\,\tau+\Lambda-\Gamma+2\,V)$$

oder

$$\mathrm{Cos}\,(\overline{1+\Delta}\,\tau+\psi+\Lambda+B)=\mathrm{Cos}\,(\overline{1-\sigma}\,\tau+\Lambda-\Gamma)\,\mathrm{Cos}\,2\,V-\mathrm{Sin}\,(\overline{1-\sigma}\,\tau+\Lambda-\Gamma)\,\mathrm{Sin}\,2\,V.$$

Nun ist nach dem Vorhergehenden (Vgl. auch Harzer, l. c., pag. 72)

$$\mathrm{Cos}\,2\,V=-\frac{\chi}{\beta}\,\beta\,\mathrm{Cos}\,2\,\theta+16\left(\frac{\pi}{2k\,K}\right)^2 q\,\mathrm{Cos}\left(\overline{\Delta+\sigma}\,\tau+2\,\frac{\pi}{2K}\,P\right)+\ldots$$

$$\mathrm{Sin}\,2\,V=+\frac{\chi}{\beta}\,\beta\,\mathrm{Sin}\,2\,\theta+16\left(\frac{\pi}{2k\,K}\right)^2 q\,\mathrm{Sin}\left(\overline{\Delta+\sigma}\,\tau+2\,\frac{\pi}{2K}\,P\right)+\ldots$$

Die höheren Glieder können wir ohne Schaden vernachlässigen.
Wenn hier (4) berücksichtigt wird, so ergiebt sich

$$\mathrm{Cos}\,2V=-\frac{3}{8}\,m'\,G\frac{\chi}{\beta}\eta\,\mathrm{Cos}\,(\pi-\Gamma)+\frac{3}{8}\,m'\,H\frac{\chi}{\beta}\eta'\,\mathrm{Cos}\,(\pi'-\Gamma-\overline{\sigma-\sigma'}\,\tau)$$

$$+16\left(\frac{\pi}{2k\,K}\right)^2 q\,\mathrm{Cos}\left(\overline{\Delta+\sigma}\,\tau+2\,\frac{\pi}{2K}\,P\right)$$

$$\mathrm{Sin}\,2V=-\frac{3}{8}\,m'\,G\frac{\chi}{\beta}\eta\,\mathrm{Sin}\,(\pi-\Gamma)+\frac{3}{8}\,m'\,H\frac{\chi}{\beta}\eta'\,\mathrm{Sin}\,(\pi'-\Gamma-\overline{\sigma-\sigma'}\,\tau)$$

$$+16\left(\frac{\pi}{2k\,K}\right)^2 q\,\mathrm{Sin}\left(\overline{\Delta+\sigma}\,\tau+2\,\frac{\pi}{2K}\,P\right)$$

und also

$$\mathrm{Cos}\,(\overline{1+\Delta}\,\tau+\psi+\Lambda+B)=-\frac{3}{8}\,m'\,G\,\frac{\chi}{\beta}\,\eta\,\mathrm{Cos}\,(\overline{1-\sigma}\,\tau+\Lambda-\pi)+\frac{3}{8}\,m'\,H\,\frac{\chi}{\beta}\,\eta'\,\mathrm{Cos}\,(\overline{1-\sigma}\,\tau+\Lambda-\pi')$$

$$+16\left(\frac{\pi}{2k\,K}\right)^2 q\,\mathrm{Cos}\left(\overline{1+\Delta}\,\tau+\Lambda+2\,\frac{\pi}{2K}\,P-\Gamma\right)$$

$16\left(\frac{\pi}{2\,k\,K}\right)^2 q$ unterscheidet sich wenig von der Einheit, denn es ist

$$q=\frac{1}{4}\,k_1+\frac{1}{16}\,k_1^3+\frac{17}{512}\,k_1^5+\ldots$$

und

$$16\left(\frac{\pi}{2k\,K}\right)^2 q=1-\frac{1}{4}\,k_1^2-\frac{11}{128}\,k_1^4-\frac{25}{512}\,k_1^6+\ldots$$

$\frac{1}{4}k_1^2$ kann im Allgemeinen als eine Grösse von der Ordnung η^2 betrachtet werden; wir

können also für die erste Annäherung in der obigen Gleichung $16\left(\frac{\pi}{2kK}\right)^2 q = 1$ setzen. Nach Multiplication mit $2m'G$ ergiebt sich demnach

$$2m'G\cos 2M = -\frac{3}{4}m'^2G^2\frac{\chi}{\beta}\eta\cos(\sqrt{1-\sigma}\,\tau+\Lambda-\pi)+\frac{3}{4}m'^2GH\frac{\chi}{\beta}\eta'\cos(\sqrt{1-\sigma}\,\tau+\Lambda-\pi')$$
$$+2h(\Delta+\sigma)\cos\left(\sqrt{1+\Delta}\,\tau+\Lambda+2\frac{\pi}{2K}P-\Gamma\right).$$

Das letzte Glied giebt im Ausdrucke für ρ, wie schon im Vorhergehenden auseinandergesetzt ist, das Glied

$$-h\cos\left(\sqrt{1+\Delta}\,\tau+\Lambda+2\frac{\pi}{2K}P-\Gamma\right).$$

Unser Ausdruck für ρ wird also sein

$$(e)\qquad \rho = -\eta\cos(\sqrt{1-\sigma}\,\tau+\Lambda-\pi)-h\cos\left(\sqrt{1+\Delta}\,\tau+\Lambda+2\frac{\pi}{2K}P-\Gamma\right)$$

und folglich

$$\eta\cos(\sqrt{1-\sigma}\,\tau+\Lambda-\pi) = -\rho-h\cos\left(\sqrt{1+\Delta}\,\tau+\Lambda+2\frac{\pi}{2K}P-\Gamma\right).$$

Mit Rücksicht hierauf kann man schreiben

$$2m'G\cos 2M = +\frac{3}{4}m'^2G^2\frac{\chi}{\beta}\rho+\frac{3}{4}m'^2GH\frac{\chi}{\beta}\eta'\cos(\sqrt{1-\sigma'}\,\tau+\Lambda-\pi')$$
$$+2h(\Delta+\sigma)\left(1+\frac{3}{8}\frac{m'^2G^2}{\Delta+\sigma}\frac{\chi}{\beta}\right)\cos\left(\sqrt{1+\Delta}\,\tau+\Lambda+2\frac{\pi}{2K}P-\Gamma\right).$$

Die Gleichung (16) wird demgemäss:

$$(17)\qquad \frac{d^2\rho}{d\tau^2}+\left(1-m'E-\frac{3}{4}m'^2G^2\left(\frac{\chi}{\beta_0}\right)\right)\rho-\left(2\frac{d\psi}{d\tau}+\frac{3}{4}m'^2G^2\left(\frac{\chi}{\beta}\right)\right)\rho$$
$$+m'\left(F+\frac{3}{4}m'GH\frac{\chi}{\beta}\right)\eta'\cos(\sqrt{1-\sigma'}\,\tau+\Lambda-\pi')$$
$$+2h(\Delta+\sigma)\cos\left(\sqrt{1+\sigma}\,\tau+\Lambda+2\frac{\pi}{2K}P-\Gamma\right).$$

Hier bezeichnet $\left(\frac{\chi}{\beta}\right)_0$ den constanten und $\left(\frac{\chi}{\beta}\right)$ den variablen Theil von $\frac{\chi}{\beta}$. $\frac{3}{8}\frac{m'^2 G^2}{\Delta + \sigma}\frac{\chi}{\beta}$ ist jedenfalls von der Ordnung der Grösse h und kann demnach in der ersten Näherung vernachlässigt werden.

Weil ψ langperiodisch sowohl von der Form A wie von der Form C ist, so wird es nothwendig das Glied $2\frac{d\psi}{d\tau}\rho$ näher zu betrachten.

Setzen wir wiederum

$$\psi = \psi_0 + \psi_1$$

so bedeutet

$$\psi_0 = -\frac{g_6}{\sigma' - \sigma}\operatorname{Sin} W_1 - \ldots - \frac{g_6}{\sigma''' - \sigma''} W_6$$

$$\psi_1 = 4q \operatorname{Sin}\left(\sqrt{\Delta + \sigma}\,\tau + 2\theta + 2\frac{\pi}{2K}P\right).$$

Für ψ_1 genügt dieser Ausdruck in der ersten Annäherung weil $4q$ von derselben Grössenordnung wie $\varkappa$ ist. Demgemäss wird

$$\frac{d\psi_1}{d\tau} = 4q(\Delta + \sigma)\operatorname{Cos}\left(\sqrt{\Delta + \sigma}\,\tau + 2\theta + 2\frac{\pi}{2K}P\right).$$

Mit Rücksicht auf (*e*) wird daher:

$$2\frac{d\psi_1}{d\tau}\rho = -8q\eta(\Delta + \sigma)\operatorname{Cos}\left(\sqrt{\Delta + \sigma}\,\tau + 2\theta + 2\frac{\pi}{2K}P\right)\operatorname{Cos}\left(\sqrt{1 - \sigma}\,\tau + \Lambda - \pi\right)$$

$$-8qh(\Delta + \sigma)\operatorname{Cos}\left(\sqrt{\Delta + \sigma}\,\tau + 2\theta + 2\frac{\pi}{2K}P\right)\operatorname{Cos}\left(\sqrt{1 + \Delta}\,\tau + \Lambda + 2\frac{\pi}{2K}P - \Gamma\right).$$

Das erste Glied wird allerdings im Ausdrucke für ρ vom zweiten Grade sein, aber $4q\eta$ ist völlig vergleichbar mit der Grösse h; trotzdem können wir dies Glied in der ersten Annäherung vernachlässigen und zwar weil es im Ausdrucke für ρ unter der Form

$$-4q\eta \operatorname{Sin}\left(\sqrt{\Delta + \sigma}\,\tau + 2\theta + 2\frac{\pi}{2K}P\right)\operatorname{Sin}\left(\sqrt{1 - \sigma}\,\tau + \Lambda - \pi\right)$$

erscheint.

Von dem zweiten Gliede werden wir den Theil

$$-4qh(\Delta + \sigma)\operatorname{Cos}\left(\sqrt{1 + 2\Delta + \sigma}\,\tau + 2\theta + 4\frac{\pi}{2K}P - \Gamma\right)$$

ohne Weiteres vernachlässigen können, so dass der zu berücksichtigende Theil von $2\frac{d\psi_1}{d\tau}\rho$ sein wird

$$2\frac{d\psi_1}{d\tau}\rho = -4qh(\Delta+\sigma)\operatorname{Cos}(\overline{1-\sigma}\,\tau+\Lambda-2\theta-I').$$

Nun findet man mit Rücksicht auf (4) ohne Schwierigkeit, dass

$$\operatorname{Cos}(\overline{1-\sigma}\,\tau+\Lambda-2\theta-I') = \frac{3}{8}m'\frac{G}{\beta}\eta\operatorname{Cos}(\overline{1-\sigma}\,\tau+\Lambda-\pi) - \frac{3}{8}m'\frac{H}{\beta}\eta'\operatorname{Cos}(\overline{1-\sigma'}\,\tau+\Lambda-\pi')$$

ist, und folglich

$$2\frac{d\psi_1}{d\tau}\rho = -\frac{3}{2}m'(\Delta+\sigma)Gh\frac{q}{\beta}\eta\operatorname{Cos}(\overline{1-\sigma}\,\tau+\Lambda-\pi) + \frac{3}{2}m'(\Delta+\sigma)Hh\frac{q}{\beta}\eta'\operatorname{Cos}(\overline{1-\sigma'}\,\tau+\Lambda-\pi').$$

Im ersten Gliede rechts kann nun

$$\eta\operatorname{Cos}(\overline{1-\sigma}\,\tau+\Lambda-\pi) = -\rho$$

gesetzt werden, und dann ergiebt sich

$$2\frac{d\psi_1}{d\tau}\rho = \frac{3}{2}m'(\Delta+\sigma)Gh\frac{q}{\beta}\rho + \frac{3}{2}m'(\Delta+\sigma)Hh\frac{q}{\beta}\eta'\operatorname{Cos}(\overline{1-\sigma'}\,\tau+\Lambda+\pi').$$

Bezeichen wir den constanten Theil von $\frac{q}{\beta}$ mit $\left(\frac{q}{\beta}\right)_0$ und den variablen mit $\left(\frac{q}{\beta}\right)$, so wird

$$\frac{q}{\beta} = \left(\frac{q}{\beta}\right)_0 + \left(\frac{q}{\beta}\right).$$

Die Gleichung (19) geht somit über in

$$(20)\quad \frac{d^2\rho}{d\tau^2} + \left[1 - m'E - \frac{3}{4}m'^2G^2\left(\frac{\chi}{\beta}\right)_0 - \frac{3}{2}m'(\Delta+\sigma)Gh\left(\frac{q}{\beta}\right)_0\right]\rho =$$

$$= \left[2\frac{d\psi_0}{d\tau} + \frac{3}{4}m'^2G^2\left(\frac{\chi}{\beta}\right) + \frac{3}{2}m'(\Delta+\sigma)Gh\left(\frac{q}{\beta}\right)\right]\rho$$

$$+ m'\left[F + \frac{3}{4}m'GH\frac{\chi}{\beta} + \frac{3}{2}(\Delta+\sigma)Hh\frac{q}{\beta}\right]\eta'\operatorname{Cos}(\overline{1-\sigma'}\,\tau+\Lambda-\pi')$$

$$+ 2h(\Delta+\sigma)\operatorname{Cos}\left(\overline{1+\Delta}\,\tau + 2\frac{\pi}{2K}P - I'\right).$$

Die Coefficienten in den Entwickelungen

$$\frac{\chi}{\beta} = p_0 + p_1 \operatorname{Cos} W_1 + \ldots + p_6 W_6$$

$$\frac{q}{\beta} = p_0' + p_1' \operatorname{Cos} W_1 + \ldots + p_6 W_6$$

lassen sich nach dem Vorhergehenden leicht ermitteln. Dann findet sich

$$\frac{3}{4} m'^2 G^2 \left(\frac{\chi}{\beta}\right) + \frac{3}{2} m' (\Delta + \sigma) G h \left(\frac{q}{\beta}\right) = 2 m_1 \operatorname{Cos} W_1 + \ldots + 2 m_6 \operatorname{Cos} W_6$$

$$(\alpha) \qquad F + \frac{3}{4} m' GH \frac{\chi}{\beta} + \frac{3}{2} (\Delta + \sigma) Hh \frac{q}{\beta} = n_0 + 2 n_1 \operatorname{Cos} W_1 + \ldots + 2 n_6 \operatorname{Cos} W_6.$$

Setzt man:

$$l_1 = g_1 - m_1$$

$$l_2 = g_2 - m_2$$

$$\ldots\ldots\ldots$$

$$l_6 = g_6 = m_6$$

so wird

$$(\beta) \qquad 2 \frac{d\psi_0}{d\tau} + \frac{3}{4} m'^2 G^2 \left(\frac{\chi}{\beta}\right) + \frac{3}{2} m' (\Delta + \sigma) G \left(\frac{q}{\beta}\right) = -2 l_1 \operatorname{Cos} W_1 - \ldots - 2 l_6 \operatorname{Cos} W_6.$$

Mit Rücksicht auf die Definition II (14) der Function η und π werden wir für ρ wiederum annehmen:

$$\begin{aligned}
\rho = & - \varkappa \operatorname{Cos} (\sqrt{1-\sigma}\ \tau + \Lambda - \Gamma) - \tfrac{\varkappa_1 + \varkappa_1'}{2} \operatorname{Cos} (\sqrt{1-\sigma'}\ \tau + \Lambda - \Gamma') \\
& - \tfrac{\varkappa_2 + \varkappa_2'}{2} \operatorname{Cos} (\sqrt{1-\sigma''}\ \tau + \Lambda - \Gamma'') - \tfrac{\varkappa_3 + \varkappa_3'}{2} \operatorname{Cos} (\sqrt{1-\sigma'''}\ \tau + \Lambda - \Gamma''') \\
& - \tfrac{\varkappa_1 - \varkappa_1'}{2} \operatorname{Cos} (\sqrt{1-2\sigma+\sigma'}\ \tau + \Lambda - 2\Gamma + \Gamma') \\
& - \tfrac{\varkappa_2 + \varkappa_2'}{2} \operatorname{Cos} (\sqrt{1-2\sigma+\sigma''}\ \tau + \Lambda - 2\Gamma + \Gamma'') \\
& - \tfrac{\varkappa_3 + \varkappa_3'}{2} \operatorname{Cos} (\sqrt{1-2\sigma+\sigma'''}\ \tau + \Lambda - 2\Gamma + \Gamma''').
\end{aligned}$$

Dieser Ausdruck nebst (α) und (β) sollen in (19) eingeführt werden, und dadurch

erhalten wir die folgenden Bedingungsgleichungen zur Bestimmung von σ, $\frac{\varkappa_1 + \varkappa'_1}{2}$, $\frac{\varkappa_2 + \varkappa'_2}{2}$ etc. . . .

$$(1-\sigma)^2 - (1-A) = \varepsilon_0$$

$$\frac{\varkappa_1+\varkappa_1'}{2}\left\{(1-\sigma')^2 - (1-A)\right\} = m' n_0 \varkappa' + l_1 \varkappa + \varepsilon_1$$

$$\frac{\varkappa_2+\varkappa_2'}{2}\left\{(1-\sigma'')^2 - (1-A)\right\} = m' n_0 \varkappa'' + l_2 \varkappa + \varepsilon_2$$

$$\frac{\varkappa_3+\varkappa_3'}{2}\left\{(1-\sigma''')^2 - (1-A)\right\} = m' n_0 \varkappa''' + l_3 \varkappa + \varepsilon_3$$

$$\frac{\varkappa_1-\varkappa_1'}{2}\left\{(1-2\sigma+\sigma')^2 - (1-A)\right\} = + l_1 \varkappa + \varepsilon_4$$

$$\frac{\varkappa_2-\varkappa_2'}{2}\left\{(1-2\sigma+\sigma'')^2 - (1-A)\right\} = + l_2 \varkappa + \varepsilon_5$$

$$\frac{\varkappa_3-\varkappa_3'}{2}\left\{(1-2\sigma+\sigma''')^2 - (1-A)\right\} = + l_3 \varkappa + \varepsilon_6.$$

Zur Abkürzung ist hier gesetzt:

$$A = m' E + \frac{3}{4} m'^2 G^2 \left(\frac{\chi}{\beta}\right)_0 + \frac{3}{2} m' (\Delta + \sigma) Gh \left(\frac{q}{\beta}\right)_0.$$

Die ε sind kleine Grössen, die bei der ersten Annäherung vernachlässigt werden können.

Die Berechnung von A, l_i und n_i kann, wie aus dem Vorhergehenden erhellt, nur durch successive Annäherungen geschehen. Was speciell A betrifft, so ist leicht zu zeigen, dass

$$(\gamma) \qquad m' E + \frac{3}{2} \frac{m'^2}{(\Delta+\sigma)^2} G^2$$

schon ein sehr genäherter Ausdruck ist. Bezeichnen wir nämlich mit $(k_1)_0$ den constanten Theil von k_1, so wird man mit Vernachlässigung von Grössen dritten Grades haben

$$(q)_0 = \frac{1}{4} (k_1)_0$$

$$(k_1)_0 = \frac{2\beta_0}{(\Delta+\sigma)^2}$$

oder

$$\left(\frac{q}{\beta}\right)_0 = \frac{1}{2(\Delta+\sigma)^2}$$

und

$$\left(\frac{\chi}{\beta}\right)_0 = \frac{1}{(\Delta+\sigma)^2}.$$

Erinnert man sich ausserdem, dass

$$h = \frac{m' G}{\Delta + \sigma}$$

ist, so ergiebt sich nach dem Einsetzen dieser Werthe in den Ausdruck für A der angeführte Näherungswerth (γ).

Der Ausdruck (γ) ist also ein angenäherter Werth des doppelten Coefficienten der Perihelbewegung und stimmt mit dem Werthe dieser Grösse, den wir in den beiden ersten Abtheilungen erhalten haben. Dadurch haben wir das interessante Resultat gewonnen, dass die Methode der ersten Abtheilung schon einen genäherten Werth der Perihelbewegung giebt.

Vernachlässigt man die kleinen Grössen ε_1, ε_2 etc., so zeigen die Formeln der vorhergehenden Seite, dass

$$2\varkappa_i = \frac{m' n_0 \varkappa^{(i}}{\sigma - \sigma^{i}}$$

ist

Für n_0 findet man ebenso, wie die Formel (γ) abgeleitet wurde, den Näherungsausdruck

$$(\delta) \qquad n_0 = \Gamma + \frac{3}{2} m' \frac{GH}{(\Delta+\sigma)^2}.$$

Die Formeln der ersten Abtheilung geben also auch für die $\varkappa_{(i)}$ genäherte Werthe.

Hiermit sind nun die wesentlichsten Formeln gegeben um die elementären und die ihnen aequivalenten charakteristischen Glieder bis zum ersten Grade incl. abzuleiten. Aus der Auseinandersetzung selbst ist allerdings leicht zu ersehen, wie die weiteren Entwickelungen geschehen sollen um Resultate zu erlangen, welche die Bewegung eines Asteroiden der hier behandelten Gruppe genau angeben können. Es ist jedoch meine Absicht in einer folgenden Abhandlung die Formeln der elementären und charakteristischen Glieder höheren Grades zu geben und zwar in Zusammenhang mit der ausführlichen Anwendung der hier in ihren Grundzügen auseinandergesetzten Theorie auf den Fall, wo $n - 2n'$ möglichst klein ist. Denn Untersuchungen dieser Art können ja sachgemäss nicht als abgeschlossen betrachtet werden, bevor ihre Richtigkeit in concreten Fällen dargethan wird. Indessen wird es nicht ohne Interesse sein schon jetzt ein paar numerische Beispiele zu liefern um eine Vorstellung

über die Grösse der wichtigeren Coefficienten zu gewinnen. Dazu nehme ich die beiden Planeten Atala (152) und Sibylla (168) und zwar habe ich absichtlich solche Fälle gewählt, für welche $n - 2n'$ nicht sehr klein ist, um leichter die Ueberlegenheit der Methode dieser Abtheilung über die Methoden der ersten und zweiten Abtheilung überblicken zu können.

Nach dem Berliner Jahrbuch für 1892 hat man

	Atala	Sibylla
n	636″,992	572″,681
φ	4°33′,9 *)	4°20′,7
log a	0,49725	0,52806

Diese Werthe osculiren für

M. B. Z.	1890 Juli 15,0	1889 Nov. 17,0

Für Jupiter wird angenommen

$$n' = 299″,128$$

$$\log a' = 0,71624$$

Damit ergiebt sich

log α	9,78101	9,81182
» E	9,89190	0,06033
» F	9,74684	9,94178
» G	0,10814	0,22359
» H	9,64004	9,79643

In der ersten Annäherung müssen für die Integrationsconstanten n und $\varkappa$ die osculirenden Werthe von n und 2Sin φ genommen werden; es ergiebt sich dann

$n - 2n' = \delta =$	+38″,736	−25″,575
log $\Delta =$	8,78399	$8,64991_n$
» $\varkappa =$	9,20205	9,18048

Mit Hülfe der Formel (γ) pag. 48 findet man

log σ	6,82439	7,19677

*) Die Rechnungen sind mit $\varphi = 4°34′.0$ ausgeführt worden.

Von Harzer's Abhandlung entlehne ich

log $\varkappa'$	8,93120	log $(\sigma''-\sigma')$	5,92177
» $\varkappa''$	8,49161	» $(\sigma'''-\sigma')$	$4{,}62172_n$
» $\varkappa'''$	7,78633	» $(\sigma'''-\sigma'')$	$5{,}94300_n$

Weiter haben wir in der ersten Annäherung zu setzen

$$\varkappa_i = \varkappa'_i.$$

Alsdann wird nach (δ)

log $\varkappa_1$	8,68215	8,64229
» $\varkappa_2$	8,30223	8,22666
» $\varkappa_3$	7,53449	7,49625

Wegen der Annahme

$$\varkappa_i = \varkappa'_i$$

wird auch

$$\beta_i = \beta'_i$$

und folglich

log β_0	5,86303	5,95691
» β_1	4,94096	4,85431
» β_2	4,63866	4,49680
» β_3	3,78901	3,70513

und dann

$$\beta =$$

5,86689	5,95852
4,93710 Cos W_1	4,85269 Cos W_1
4,63480 Cos W_2	4,49518 Cos W_2
3,78515 Cos W_3	3,70351 Cos W_3
3,71273 Cos W_4	3,39258 Cos W_4
2,86308 Cos W_5	2,60091 Cos W_5
2,56078 Cos W_6	2,24340 Cos W_6

Wir berechnen nun k_1, χ und γ der Reihe nach nach den Formeln

$$k_1 = \frac{\beta}{2\gamma_0} = \frac{2\beta}{(\Delta+\sigma)^2}; \quad \chi = \frac{k_1}{2}; \quad \gamma = \gamma_0 + \int \chi \frac{d\beta}{d\tau}\, d\tau.$$

Es wurde

$k_1 =$

8,59046	8,99087
7,66067 Cos W_1	7,88504 Cos W_1
7,35837 Cos W_2	7,52753 Cos W_2
6,50872 Cos W_3	6,73586 Cos W_3
6,43630 Cos W_4	6,42493 Cos W_4
5,58665 Cos W_5	5,63326 Cos W_5
5,28435 Cos W_6	5,27575 Cos W_6

$\gamma =$

6,97540	6,66662
3,22731 Cos W_1	3,54279 Cos W_1
2,92729 Cos W_2	3,18636 Cos W_2
2,07837 Cos W_3	2,39494 Cos W_3
2,17549 Cos W_4	2,25749 Cos W_4
1,33252 Cos W_5	1,45746 Cos W_5
1,02548 Cos W_6	1,10622 Cos W_6

Zur Berechnung von ψ_0 wird hier die Formel

$$\frac{d\psi_0}{d\tau} = \sqrt{\gamma}\left(1 - \frac{3}{4}k_1^2\right) - \frac{\Delta+\sigma}{2}$$

genügen, denn das mit $\frac{d\theta}{d\tau}$ multiplicirte Glied wird in den vorliegenden Fällen sehr klein sein. Es ergab sich

$\psi_0 =$

7,92633 Sin W_1	8,01896 Sin W_1
7,68604 Sin W_2	7,68651 Sin W_2
6,77483 Sin W_3	6,86829 Sin W_3
$7{,}76634_n$ Sin W_4	$8{,}00237_n$ Sin W_4
8,21276 Sin W_5	8,51511 Sin W_5
6,59927 Sin W_6	6,83655 Sin W_6
$\log\frac{\Delta+\sigma}{2} = 8{,}48770$	$8{,}33331_n$

Diese Werthe von $\frac{\Delta+\sigma}{2}$ geben eine Neubestimmung von Δ oder σ, je nachdem jene oder diese Grösse anderweitig bekannt ist.

Es erübrigt noch l_1, l_2, l_3 zu ermitteln. Dieselben können wir gleich g_1, g_2, g_3 setzen, weil m_1, m_2, m_3 hier ohne Einfluss sein werden. Aus dem angeführten Ausdruck für ψ_0 folgt sofort

log l_1	4,73960	5,21105
» l_2	4,43964	4,85464
» l_3	3,59089	4,06155

Nach der angeführten Formel für n_0 findet sich

log $m'n_0$	6,86525	7,20421

und also

log $\frac{\varkappa_1+\varkappa_1'}{2}$	8,68817	8,65005
» $\frac{\varkappa_2+\varkappa_2'}{2}$	8,31052	8,23605
» $\frac{\varkappa_3+\varkappa_3'}{2}$	7,54046	7,50393
» $\frac{\varkappa_1-\varkappa_1'}{2}$	$6{,}82735_n$	$6{,}89841_n$
» $\frac{\varkappa_2+\varkappa_2'}{2}$	$6{,}58706_n$	$6{,}56596_n$
» $\frac{\varkappa_3-\varkappa_3'}{2}$	$5{,}67585_n$	$5{,}74774_n$

Hieraus findet sich darauf:

log $\varkappa_1$	8,68214	8,64229
» $\varkappa_2$	8,30222	8,22666
» $\varkappa_3$	7,53448	7,49625
» $\varkappa_1'$	8,69411	8,65768
» $\varkappa_2'$	8,31865	8,24524
» $\varkappa_3'$	7,54635	7,51148

Mit diesen Werthen von $\varkappa_i$ und $\varkappa_i'$ sowie mit dem angeführten Ausdruck für γ wäre nun die Rechnung zu wiederholen. Die neuen Resultate werden sich in Folge dessen, dass die Hypothese $\varkappa_i = \varkappa_i'$ sich nahezu richtig erwiesen hat, wenig von den erhaltenen unterscheiden. Die grössten Unterschiede werden natürlicherweise in den Gliedern mit den Argumenten W_4, W_5, W_6 vorkommen; die Grössenordnung wird sich aber nicht ändern. Ausserdem sind die Glieder im Ausdrucke für γ nicht vollständig unter anderem auch wegen

der Vernachlässigung der langperiodischen Glieder, die in $\frac{\partial\Omega}{\partial\gamma}$ enthalten sind. Da es aber hier nur die Absicht war eine Vorstellung über die Grössen der Coefficienten zu erhalten, so mag das Angeführte genügen.

Endlich haben wir für h

$$\log h \qquad 8{,}29822 \qquad\qquad 8{,}56806_n.$$

ψ_1 wird mit der Genauigkeit, welche hier inne gehalten ist, durch den Ausdruck

$$\psi_1 = k_1 \operatorname{Sin}(\overline{\Delta + \sigma}\tau + 2\theta + 2\tfrac{\pi}{2K}P)$$

erhalten, wo für k_1 der angeführte Ausdruck su setzen ist.

Für diese beiden Planeten, Atala und Sibylla, sind die Methoden der ersten und zweiten Abtheilung nicht brauchbar, denn die dort erwähnten Bedingungen sind nicht erfüllt.

Zum Schluss mag noch bemerkt werden, obgleich es zum Ueberfluss aus der Auseinandersetzung hervorgeht, dass keine der hier vorgetragenen Methoden brauchbar ist, wenn die Integrationsconstante $\varkappa$ gewisse Grenzen überschreitet. Weiter ist die Brauchbarkeit an die Bedingung gebunden, dass

$$h \gtrless (\varkappa).$$

Diese Bedingung ist sehr wahrscheinlich bei allen bis jetzt bekannten kleinen Planeten erfüllt.

MÉMOIRES
DE
L'ACADÉMIE IMPÉRIALE DES SCIENCES DE ST.-PÉTERSBOURG, VII[E] SÉRIE
TOME XXXVIII, N° 12.

EIN BEITRAG

ZUR

KENNTNISS DER EXCRETIONSORGANE DER PANTOPODEN.

VON

A. Kowalevsky.

Mit 1 Tafel.

Lu le 18 mars 1892.

ST.-PÉTERSBOURG, 1892.

Commissionnaires de l'Académie Impériale des sciences:

à St.-Pétersbourg:	à Riga.	à Leipzig:
M. Eggers & C° et J. Glasounof.	M. N. Kymmel.	Voss' Sortiment (Haessel.)

Prix: 40 Cop. = 1 Mark.

MÉMOIRES
DE
L'ACADÉMIE IMPÉRIALE DES SCIENCES DE ST.-PÉTERSBOURG, VII^E SÉRIE
TOME XXXVIII, N° 12.

EIN BEITRAG

ZUR

KENNTNISS DER EXCRETIONSORGANE DER PANTOPODEN.

VON

A. Kowalevsky.

Mit 1 Tafel.

Lu le 18 mars 1892.

ST.-PÉTERSBOURG, 1892.

Commissionnaires de l'Académie Impériale des sciences:

à St.-Pétersbourg: M. Eggers & C° et J. Glasounof.
à Riga: M. N. Kymmel.
à Leipzig: Voss' Sortiment (Haessel.)

Prix: 40 Cop. = 1 Mark.

Imprimé par ordre de l'Académie Impériale des sciences.

Juin 1892. A. Strauch, Secrétaire perpétuel.

Imprimerie de l'Académie Impériale des sciences.
Vass.-Ostr., 9 ligne, № 12.

Die Pantopoden stellen eine höchst interessante Gruppe der wirbellosen Thiere dar, deren Stellung im Systeme noch sehr unbestimmt ist. In den allerneuesten Handbüchern, wie z. B. in dem Lehrbuche der Vergleichenden Entwicklungsgeschichte der wirbellosen Thiere von Korschelt und Heider[1]), werden die Pantopoden zwischen die Arachnoiden und Tardigraden gestellt und so, gewissermaassen, weit von den Crustaceen gerückt. Dohrn[2]) leitet die Pantopoden von den Anneliden her, ohne sie mit den Crustaceen und Arachnoiden in Beziehung zu setzen. Die neueren Forscher Morgan[3]) und Schimkewitsch[4]) stellen dieselben in die Nähe der Arachnoiden. Prof. Schimkewitsch schreibt den Pantopoden die gleiche Stammform zu, welche auch den Arachnoiden zukommt, meint aber, dass sie sich bereits zu einer frühen Zeit nach einer anderen Richtung abgezweigt und in differenter Weise entwickelt haben. Der neueste Bearbeiter der Pantopoden, G. O. Sars stellt sie weder zu den Crustaceen, noch zu den Arachniden, sondern will eine eigene Classe für sie gegründet wissen. Das Resultat von alledem ist, dass man auch heute noch die Stellung der Pantopoden nicht sicher zu präcisiren vermag, und desshalb jede Erweiterung unserer Kenntnisse über die Organisation dieser Thiere sehr wünschenswerth ist.

In den letzten Decennien, wo man die Excretionsorgane, resp. die Segmentarorgane der Würmer genau studirt hat, suchte man die entsprechenden Organe der verschiedensten Repräsentanten des Thierreichs auf diesen Typus zurückzuführen. So sind die Excretionsorgane der Wirbelthiere, Mollusken, Crustaceen und vieler Arachnoiden (Arthrogastra) wirklich ziemlich übereinstimmend gebaut und deren Organisation spielt eine grosse Rolle in verschiedenen Speculationen, welche man über die Abstammungs- und Verwandtschaftsverhältnisse der Organismen ausspricht.

Die Pantopoden gehören zu den anatomisch am besten erforschten Formen; unlängst wurde denselben eine ausgezeichnete Monographie gewidmet; ich meine die grosse Arbeit von A. Dohrn, Die Pantopoden des Golfes von Neapel, in welcher mit Anwendung

der neuesten Untersuchungsmethoden die ganze Classe durchgearbeitet worden ist. Dohrn kam zu einem ziemlich unerwarteten Schlusse, dass die Pantopoden näher zu den Anneliden als zu den Crustaceen, resp. Arthropoden stehen, und es war für ihn von grossem Interesse die Excretionsorgane dieser Thiere zu kennen, da deren grössere oder geringere Aehnlichkeit mit den Segmentalorganen der Anneliden von grösster Wichtigkeit für seine Hypothese war. Die Segmental-, resp. Excretionsorgane der Anneliden sind so typisch gebaut und so beständig bei allen Repräsentanten dieses heterogenen Thierstammes, dass, wäre etwas Aehnliches bei den Pantopoden gefunden worden, die Hypothese von Dohrn viel mehr begründet sein würde; nun ist es aber Herrn A. Dohrn nicht gelungen bestimmtere Angaben darüber zu geben. Auf Seite (2) 63 und 64 beschreibt Dohrn ein problematisches Organ, welches er als Excretionsorgan bezeichnet, obgleich er dabei bemerkt (S. 64): «wie gesagt, habe ich keinerlei ausschlaggebenden Grund, diese Blasen für Excretionsorgane zu halten; bedenkt man aber, dass sie in einer gewissen Parallele zu den Geschlechtsdrüsen stehen, wie diese ihre Mündungen in den Extremitäten, und zwar in jenen haben, die keine Geschlechtsdrüsen führen, wie diese letzteren von der Septalmembran suspendirt getragen werden, so kann man wohl an jene Beziehungen denken, die z. B. bei Anneliden zwischen Excretionsorganen und Geschlechtsorganen bestehen». Diese ziemlich unbestimmten Angaben sind fast alles, was uns über die Excretionsorgane der Pantopoden vorliegt.

Die neueren Forscher haben dieses Gebiet nicht erweitert und in der allerneusten Untersuchung, die gerade ähnlichen Organen gewidmet ist, nämlich in der Arbeit von L. Cuénot[3]) sind keine entsprechenden Organe in der Leibeshöhle gefunden worden und Cuénot sagt einfach über die Pantopoden (S. 407): «je n'ai pu trouver la glande lymphatique». Ich führe seine eigenen Worte desshalb an, weil Herr Cuénot entsprechende Drüsen der Crustaceen als «glande lymphatique» bezeichnet.

Als ich die Pantopoden zu untersuchen begann, hoffte ich bei den grösseren Formen, unmittelbar in den Leib, Farbstoffe einführen zu können, was auch wirklich möglich wäre; aber während meines Aufenthaltes in Neapel konnte ich keine solche Formen erhalten. Selbst die etwas grösseren Phoxichilus waren sehr schwer zu erhalten, nur die Ammothea stand in grösserer Zahl zur Verfügung. Da einige Versuche der Einführung von Farbstoff vermittelst fein ausgezogener Glasröhren scheiterten, habe ich versucht dem Wasser, in welchem die Pantopoden lebten, verschiedene Farbstoffe beizumischen, und wirklich gab diese einfache Methode ziemlich gute Resultate. Anfangs mischte ich dem Wasser, in welchem Ammothea lebten, Carmin und Indogocarmin bei, und erhielt dabei keine Färbung; meistens starben die Versuchsthiere. Weiter machte ich mehrere misslungene Versuche mit anderen Farbstoffen, bis ich auf das Säurefuchsin kam; die Ammothea, welche zwei oder drei Tage in durch Säurefuchsin geröthetem Wasser lebten, zeigten mir auf den ersten Blick Gruppen von Drüsenzellen, welche tief roth gefärbt waren, wie dieselben in der Fig. 17 angegeben sind.

Als ich so in Säurefuchsin einen Farbstoff fand, der spezifische und sonst fast unsicht-

bare Drüsen im Körper von Ammothea färbte, wandte ich denselben auch für die anderen mir in Neapel zugänglichen Pantopoden an, und bei allen fand ich entsprechende Gebilde. Später ist es mir gelungen auch mit anderen Farbstoffen diese Drüsen zu färben, selbst mit Carmin, und endlich auch mit blauem Lakmus, wobei die Drüsen aber rosa gefärbt erschienen, also eine saure Reaction zeigten. Alle diese Farbstoffe, ausser Säurefuchsin, erforderten nur einen viel längeren, öfters wochenlangen Aufenthalt in gefärbtem Wasser.

Nach dieser Einleitung können wir zur Beschreibung der einzelnen von mir untersuchten Arten übergehen. Die Untersuchungen wurden im Winter 1890 in Neapel angestellt und erstreckten sich auf drei Genera, nämlich Ammothea, Pallene und Phoxichilus; es kommen von Ammothea und Pallene verschiedene Arten vor, ich habe dieselben nicht genauer bestimmt; bei den verschiedenen Repräsentanten dieser Genera war die Lagerung der Drüsen ziemlich übereinstimmend.

Ich werde die Beschreibung mit dem Phoxichilus beginnen, da bei demselben die uns interessirenden Drüsen am stärksten entwickelt sind und diese Form mehr zu Untersuchungen geeignet ist.

Phoxichilus vulgaris. Setzt man einen Phoxichilus in ein durch Säurefuchsin geröthetes Wasser, so treten schon nach circa 48 Stunden Anhäufungen von rothen Körnchen an den Grenzen der drei vorderen Körpersegmente (Fig. 1, *kd*) und an den Grenzen der ersten Beinsegmente aller vier Extremitäten (Fig. 1, *bd*) auf.

Die Drüsen, welche in den Körpersegmenten liegen, stellen ziemlich compacte Drüsen dar, welche die hinteren äusseren Ecken der Körpersegmente einnehmen und an die Hypodermis gedrängt sind. In der Fig. 1 sehen wir, dass diese Drüsen an der Grenze des ersten und zweiten Segmentes (*kd*) am stärksten entwickelt sind und dass selbst die rothen Körnchen in das zweite Segment hineinragen; an der Grenze des zweiten und dritten Segmentes (*kd'*) ist diese Anhäufung geringer und ragt nicht in das folgende Segment hinein; im dritten (III) Segmente sind die Körnchen nur einerseits gefärbt (*kd''*), andererseits ist garnichts von denselben zu sehen; es muss eben eine zufällige Erscheinung sein, da bei anderen Exemplaren, die in gleicher Weise behandelt wurden, die Drüsen auch hier gefärbt erschienen.

An den Grenzen aller vier «seitlichen Fortsätze» der Rumpfsegmente und der ersten Segmente der Gangbeine, oder nach der Classification von Dohrn der 4. bis 7. Extremität, finden sich wieder Anhäufungen von rothen Körnern, deren Grösse und Zahl etwas wechselnd ist.

In der Fig. 1, *bd*, sind diese Anhäufungen abgebildet, nur an der ersten linken Extremität waren dieselben nicht zu sehen, so wie auch die Drüsen des dritten Körpersegmentes auf der rechten Seite.

Es kann diese Abwesenheit der Färbung wohl von verschiedenen zufälligen Gründen abhängen, vielleicht von der Beschädigung des Thieres selbst, beim Herausholen desselben aus den Algen, zwischen denen es gefischt wurde, oder es liegen andere physiologische Momente vor. Jedenfalls muss, was den Phoxichilus betrifft, bemerkt werden, dass zwischen den

Exemplaren, die ich besass, mehrere mit verstümmelten und abgerissenen Extremitäten waren.

Was die Lagerung der Drüsen in den Extremitäten betrifft, so liegen dieselben auf der Rückseite des Darmkanals, zwischen demselben und der Rückwand des Körpers, und in ihrer Lagerung und Zahl treten bedeutende individuelle Abweichungen auf.

In den Fig. 2, 3 und 4 habe ich die Lagerung dieser Zellen in den Gangbeinen von einem Phoxichilus bei stärkerer Vergrösserung dargestellt, um deren Gruppirung genauer darzulegen.

Die Fig. 2 stellt uns das erste rechte Gangbein, resp. 4. Extremität nach Dohrn, dar und die Linie *ab* deutet die Grenze des ersten Gliedes vom Körpersegmente an. Wir sehen hier acht runde Körper, von welchen drei noch ganz im Körpersegmente liegen; drei andere liegen gewissermaassen an der Grenze des Segmentes mit dem ersten Gliede der vierten Extremität und zwei ganz im Bereiche des ersten Gliedes der Extremität.

Ausser diesen vollständig ausgebildeten Drüsen sieht man daneben auch kleinere Körperchen, welche vielleicht als sich ausbildende Drüsen anzusehen sind.

In dem zweiten Bein desselben Phoxichilus (Fig. 3) fand ich nur vier solcher Körper, die alle noch im Körpersegment lagen und dicht mit rothem Inhalte gefüllt waren; neben diesen vier grossen Drüsen sah man eine Anzahl kleinerer.

Das dritte rechte Gangbein ist in der Fig. 8 dargestellt; hier sehen wir sechs mit Farbstoff gefüllte Drüsen, von denen drei unmittelbar unter der Grenzlinie liegen, eine im Körpersegmente und zwei im ersten Gliede der 6. Extremität.

Von der Lagerung dieser Drüsen in der 7. Extremität habe ich keine Detailzeichnungen.

Ausser diesen Drüsencomplexen sieht man eine Anhäufung von sehr feinen rothen Körnchen in der Umgebung der Darmblindsäcke, welche in den Rüssel sich fortsetzen, hier aber scheinen diese Körnchen eine andere Structur zu haben, erscheinen sehr klein, als ob sie zwischen das den Blindsack umgebende Gewebe gewissermaassen eingestreut sind.

Ausserdem werden wir auf den Schnitten noch entsprechende Drüsen vor den vorderen Rumpfganglien finden.

Die Drüsen, welche in der Fig. 1 bei *kd*, *kd'* und *kd''* angegeben sind, liegen wie auf der Rücken-, so auch auf der Bauchseite des Segmentes, nur war es sehr schwer das auf der Abbildung darzustellen; eine Gruppe von diesen Drüsen liegt also über dem Darme, eine andere unter dem Darme, mehr oder weniger dicht an die Körperwandungen gedrängt.

Ausser diesen Hauptgruppen findet man noch eine Ansammlung dieser Drüsen, die von Aussen nicht zu sehen ist, unter dem Kopffortsatz, zwischen den beiden Blinddarmfortsätzen, welche sich zum Rüssel begeben; die entsprechenden Drüsen liegen neben den inneren Wandungen der Darmfortsätze (Fig. 5, *d*), was auf dem Längsschnitt aus dieser Gegend zu sehen ist.

Auf dem angeführten Längsschnitt sieht man das Gehirnganglion *gg*, und daneben, nach vorn gerichtet, die beiden Blindsäcke, die von beiden Seiten von Muskelgruppen umgeben sind. An den inneren Wandungen der Blindsäcke, im Leibraume, sieht man jederseits eine Reihe von rothen Körnern, *d d*, die diese Drüsen darstellen.

Um genauer die respective Lagerung dieser Drüsen, so wie deren Structur zu ermitteln, ging ich an die Anfertigung von Quer- und Längsschnitten, wobei man aber auf viele Schwierigkeiten stösst. Erstens ist schon die Bereitung der Schnitte sehr schwierig, da die dicke und feste Oberhaut zerspringt und dabei die unten liegenden Gewebe zerreist; zweitens sind die ungefärbten Drüsen nicht sichtbar; drittens entfärbt sich Säurefuchsin, das am besten die Drüsen färbt, bei der Conservirung. Nur die Phoxichilus, bei denen diese Drüsen durch Carmin gefärbt waren, bewahrten die Färbung auch während der Conservirung und man konnte dann diese Drüsen auch auf den Schnitten leicht finden und etwas eingehender studiren.

Die Thiere wurden meistens mit der Frenzells-Flüssigkeit oder in halbconcentrirter Lösung von Sublimat in 70% Akohol fixirt, dann in Alkohol mit Zusatz von etwas Jod gewaschen, im Alkohol conservirt und dann in üblicher Weise in Parafin übergeführt und geschnitten.

Von den am besten gelungenen Schnitten wurden Photographien gemacht, auf welchen ich später die mit Carmin gefärbten Stellen vermittelst rother Tinte angab.

Die Fig. 6 zeigt einen Querschnitt des Phoxichilus aus dem vordersten Rumpfsegmente, an der Grenze der zwei Segmente, wo die Drüsen am stärksten entwickelt sind. In der Mitte sehen wir den Querschnitt des Darmrohres, *dr*, dessen Epithelzellen deutlich zu sehen sind; nach oben liegt das Herz, *h*, und nach unten die beiden Nervenstränge, *n*; vom Darmrohre ziehen sich nach beiden Seiten Stränge von feinem Gewebe, welche gewissermaassen eine horizontale Mesenteriallamelle, *m*, bilden, welche das Darmrohr in seiner respectiven Lage hält. Zu beiden Seiten des Darmrohres, den äusseren Wandungen des Körpers näher gerückt, finden sich die beiden drüsigen Anhäufungen, *kd*, welche auf der Rücken- und Bauchseite liegen. Diese Anhäufungen haben eine unregelmässige Form und sind nicht ganz egal auf beiden Seiten des Körpers; die meisten sind auf der Rückenseite und um die Mesenteriallamelle, *m*, gruppirt und bestehen aus zwei Arten von Drüsen, von denen diejenigen, die nach aussen liegen, aus kleineren Zellen bestehen und keine Ablagerungen von Farbstoff enthalten. In der Fig. 7 ist die rechte Seite desselben Präparates bei stärkerer Vergrösserung photographirt und die eben erwähnten Verhältnisse sind deutlicher zu übersehen; in den 13 nach innen gelegenen Zellen sieht man das Carmin abgelagert, welches meistens den Centralraum des Körpers oder der Zelle einnimmt und von welchem rothe Stränge zur Peripherie der Zelle gehen; die äussere Seite der Drüsenkörper ist von kleineren Zellen eingenommen, *kz*, in denen man ziemlich deutliche Kerne sieht, welche keine Farbstoffablagerungen enthalten. Ich rechne auch diese kleineren Zellen als zum Drüsenkörper gehörend und es sind vielleicht noch junge Zellen, in denen die Secretion noch nicht

vorgeht. In derselben Zeichnung sieht man sehr deutlich, dass die horizontale Mesenterial-lamelle *m* in die äussere, resp. Muskelschicht der Darmwandung übergeht.

In den Fig. 8 und 10 habe ich auch zwei Querschnitte des Phoxichilus gegeben, welche das Rumpfsegment an der Stelle treffen, wo die Beine beginnen, und also durch die drüsigen Anhäufungen gehen, welche an der Grenze des seitlichen Rumpfes und der Beine liegen.

Die Fig. 8 *k* stellt nur eine Seite des Körpers dar; hier sehen wir dieselbe Lagerung der Organe wie in der Fig. 6, nur mit dem Unterschiede, dass der sich in das Bein begebende Darmschlauch rechts zu suchen ist; über dem letzteren, in der Gegend, welche der Grenze des Rumpfsegmentes und des ersten Segmentes des Beines entspricht, sieht man bei *bd* eine Gruppe von rothen Körpern auf dem Präparate, welche wir schon in der Fig. 1, bei *bd*, nur in anderer Lage gesehen haben. Schon bei dieser Vergrösserung sieht man, dass das Innere dieser Körper mit einer dichten Substanz gefüllt ist, welches von der äusseren Wandung durch einen hellen Spalt getrennt ist.

Im Inneren des centralen dunklen Theiles sieht man einen helleren Fleck; dabei ist zu bemerken, dass auf dem Präparate die ganze innere Masse aus rothem Pigment, resp. Carmin besteht, dessen centraler hellerer Fleck sehr schwach gefärbt ist. Diese Körper sind in der Fig. 9 bei sehr starker Vergrösserung photographirt, resp. abgebildet, wobei sich erweist, dass die ganze Gruppe aus fünf deutlichen Körpern besteht, in dreien von denen Carmin abgelagert ist; in den zwei kleineren, *d*, beobachtet man keine Färbung, sieht aber sehr deutlich, dass es zwei kleine Zellen sind, welche mit entsprechend sehr grossen Kernen und einer kleinen Schicht Plasma versehen sind; die zwei Körper *d'd'* sind viel grösser, zeigen die Anhäufung von Carmin im Inneren und im Centrum einen hellen Fleck, welcher sehr an einen Zellenkern erinnert, ob es aber auch wirklich ein Zellenkern ist, kann ich nicht behaupten, und werde diese Verhältnisse noch etwas später besprechen.

Der Körper *d''* liegt unmittelbar auf der Darmwandung, ist wahrscheinlich etwas seitlich getroffen, und zwischen dessen Carminablagerung sieht man keinen helleren Fleck.

In der Fig. 10 ist ein nächstfolgender Querschnitt desselben Phoxichilus bei schwächerer Vergrösserung photographirt, um die beiden Seiten zu zeigen; bei *bd* sind die Drüsen der linken Seite des Körpers dargestellt; dieselben sind ziemlich zerstreut, einige liegen dicht an die Darm-, die anderen an die Körperwandung gedrängt, und haben ganz dieselbe Structur wie die schon bei der Beschreibung der Fig. 9 erwähnten Körper; die Gruppe der entsprechenden Drüsen der rechten Seite *bd'* hat ein etwas anderes Ansehen, nur in dem einen, links liegenden, findet man Ablagerung von Carmin, die anderen sind von demselben frei. Diese Gruppe ist in der Fig. 11, bei stärkerer Vergrösserung dargestellt; man sieht drei kleine unzweifelhafte Zellen, *z*, mit grossen Kernen und einer feinen Schicht von Protoplasma.

Der Körper *z'* hat eine etwas ausgezogene und zugespitzte Form und enthält einen deutlichen Zellenkern, so dass, wenn keine weitere Bedenken vorhanden wären, man denselben als eine einfache Zelle ansehen könnte; der andere Körper *z''* enthält aber zwei Kerne

und ist also als eine zweikernige Zelle oder als eine Drüsenmembran, in welcher zwei Kerne sich befinden, anzusehen.

Solche Zellenkerne waren schon in der Fig. 7, *k*, zu sehen, aber ob dieselben Kerne einfacher Zellen sind, kann ich nicht bestimmt sagen.

Ueberhaupt der Bau dieser pigmentansammelnden Drüsen ist mir nicht ganz klar geworden, es können einzellige Drüsen sein, wofür besonders solche Figuren wie Fig. 8 und 9 sprechen, bei denen sich um den Kern die ausgeschiedene Substanz ablagert und sich bei der Conservirung von der äusseren Wandung der Zelle abhebt; es können auch mehrzellige Drüsen sein, in deren Lumen das Secret sich ansammelt und in diesem Sinne sprechen die Structur der Zelle *z''* Fig. 11 und besonders die in der Zeichnung 13 von einem lebenden Thiere gezeichnete Drüse, deren äussere Wandung aus gewissen Territorien besteht, in deren Innerem das Pigment abgelagert ist; in diesem Sinne sprechen auch die Figuren 2, 3 und 4.

Sei es wie es wolle, jedenfalls sind die von uns beschriebenen Körper Anhäufungen von Drüsen, ein- oder mehrzelligen, welche verschiedene, in den Körper eingeführte fremdartige Substanzen abzusondern im Stande sind, und da dieselben bei Fütterung mit blauem Lackmus sich roth färben, so haben sie eine saure Reaction.

Um mit Phoxichilus zu endigen, will ich noch einen Längsschnitt aus dem zweiten Rumpfsegmente anführen, welcher etwas schief geführt ist. Bei *h* sehen wir den Längsschnitt des Herzens, welcher uns beweist, dass wir es hier mit der Rückenseite des Körpers zu thun haben. Zu beiden Seiten trifft man die mit Carmin gefärbten Drüsen *kd*; sie liegen hier ziemlich dicht an die Körperwandung gedrängt, doch sind es dieselben Drüsen, nicht aber die von Dohrn beschriebenen Hautdrüsen, da dieselben über den ganzen Körper zerstreut sind, und Carmin nicht absondern. Die Mündungen der Hautdrüsen sind in der Fig. 5 und 12, *hd*, auch angeführt, haben aber mit den uns interessirenden Excretionsorganen nichts zu schaffen.

Damit schliesse ich meine Beschreibung des Phoxichilus und werde kurz noch die zwei anderen, von mir beobachteten Genera der Pantopoden besprechen.

Von den anderen Genera habe ich Pallene und Ammothea etwas näher untersucht. Die Methode der Untersuchung war die gleiche. Die Färbung geht schneller und leichter, aber die Bereitung der Schnitte ist mit viel grösseren Schwierigkeiten verbunden, besonders bei Ammothea.

In der Fig. 14 ist eine Pallene abgebildet, in der die rothen Punkte auf die Anhäufung von Carmin hinweisen. Es lohnt sich nicht dieselben im Einzelnen zu beschreiben, da die Figur 14 uns die Lagerung der Drüsen darstellt. Es ist nur zu bemerken, dass wir bei Pallene, so wie Ammothea, keine Drüsen an der Grenze der Rumpfsegmente beobachteten, sondern nur die, welche in seitlichen Fortsätzen der Rumpfsegmente und in den ersten Segmenten der Beine liegen. Die Fig. 15 stellt uns einen Querschnitt des Rumpfsegmentes dar, wo das Nervenganglion getroffen ist; über den beiden vom Darme abgehenden Aesten des Darmes sieht man die Drüsen *d*, von demselben Typus wie die in der Fig. 9 abgebildeten,

d. h. die ausgeschiedene Substanz ist im Centrum der Drüse angesammelt, dann folgt ein heller Hof und eine äussere Membran.

In der Fig. 16 sieht man einen Schnitt derselben Pallene, wo ausser dem Rumpfe auch die entsprechenden Beine getroffen sind. Im Rumpfsegment bemerkt man keine Drüsen, dagegen sieht man in beiden, von dem Schnitte getroffenen ersten Segmenten der Beine, auf der Rückenseite einerseits zwei, andererseits drei Drüsen.

Bei Ammothea erscheint, ungeachtet der sehr gedrungenen Körperform, die Lagerung der Drüsen sehr dem ähnlich, was wir bei Pallene gesehen haben. Die Drüsen liegen zum Theil in den seitlichen Fortsätzen der Rumpfsegmente, theils an der Grenze derselben mit den ersten Segmenten der Beine. Die Drüsen sind bei Ammothea bedeutend grösser, resp. voluminöser und deren Lagerung ist in der Fig. 17 deutlich zu sehen. Bei Pallene und Ammothea habe ich die Lagerung der Drüsen nicht so genau auf Schnitten untersucht, wie bei Phoxichilus und begnüge mich zunächst mit dieser allgemeinen Hinweisung; bald hoffe ich frisches Material zur Untersuchung zu bekommen und werde alsdann diese Drüsen noch genauer untersuchen.

Litteratur.

1) Korschelt und Heider. Lehrbuch der Vergleichenden Entwickelungsgeschichte der wirbellosen Thiere. Zweiter Theil, 1892, p. 654.

2) Dohrn, A. Die Pantopoden des Golfes von Neapel. Fauna und Flora des Golfes von Neapel. 3. Monographie. Leipzig, 1881.

3) Morgan, T. K. The relationships of the Seaspiders. A Contribution to the Embryology and Phylogeny of the Pycnogonids. Studies from the Biological Laboratory of the John Hopkins University. Baltimore. Vol. V, 1891.

4) Schimkewitsch, W. Les Arachnides et leurs affinités. Archives Slaves de Biologie. T. I, Paris, 1886.

5) Cuénot, L. Etudes sur le sang et les glandes lymphatiques dans la série animale (2-e partie: Invertébrés). Archives de Zoologie Expérimentale et Générale publiées sous la direction de H. de Lacase-Duthiers. 2-e Série, Vol. IX, p. 406, Pantopode.

Erklärung der Tafel *).

Fig. 1. *Phoxichilus vulgaris.* I, II, III und IV Rumpfsegmente; *kd*, *kd'* und *kd''* Drüsen an den Grenzen der Segmente; *bd* Drüsen an der Grenze der seitlichen Fortsätze der Rumpfsegmente und dem ersten Gliede der Beine; *bs* Drüsen im Schnabel; *zd* Drüsen an der Rückenseite des Darmes. Vergröss. $^{55}/_{1}$.

Fig. 2, 3 und 4, erstes, zweites und drittes Beinpaar des Phoxichilus, bei stärkerer Vergrösserung dargestellt, um die Gruppirung der Drüsen zu zeigen.

Fig. 5. Horizontalschnitt des Vordertheils des Phoxichilus; *gg* Gehirnganglion; *bd* Blindsäcke des Darmes, die in den Schnabel gehen und die dazwischen liegenden Drüsen *d*; *ph* Poren der Hautdrüsen. Vergröss. $^{200}/_{1}$.

Fig. 6. Querschnitt durch den mittleren Theil des Rumpfes; *dr* Darmkanal; *h* Herz; *m* Mesenteriallamelle, welche vom Darme zur Körperwandung geht; *n* die beiden Nervenstämme; *kd* Drüsen, in denen Carmin abgelagert ist und welche in der Rücken- und Bauchseite der Leibeshöhle liegen. Vergröss. $^{160}/_{1}$.

Fig. 7. Die rechte Seite desselben Schnittes stärker vergrössert; *dr* Darmwandung; *m* Mesenteriallamelle; *kd* Drüsen, die mehr nach Innen liegen und Carmin enthalten; *kz* ähnliche Drüsen aber ohne Carmin; *k* vermuthlicher Kern. Vergröss. $^{680}/_{1}$.

Fig. 8. Querschnitt desselben Phoxichilus, in der Gegend, wo sich die Beine ansetzen; *h* Herz; *dr* Darm; *n* Nervenstämme; *m* Mesenteriallamelle; *bd* Drüsen, in denen man das abgelagerte Pigment sieht, in welchem ein centraler, hellerer Fleck durchschimmert. Vergröss. $^{160}/_{1}$.

Fig. 9. Die Drüsen *bd* der Fig. 8 stark vergrössert; *dr'* Seitenast des Darmes; *d'd'* einzelne Drüsen mit abgelagertem Carmin, im Inneren schimmert ein heller Fleck durch; *dd''* seitlicher Schnitt einer ähnlichen Drüse; *d* zwei Zellen, mit grossen Kernen und einer spärlichen Schicht von Protoplasma. Vergröss. $^{680}{}_{1}$.

Fig. 10. Querschnitt desselben Phoxichilus; *h* Herz; *dr* Darm; *n* Nervenstämme; *m* Mesenteriallamelle; *bs* und *bd* Drüsen der linken Seite; *bd'* eine Gruppe von Drüsenzellen, nur in einer ist die Carminanhäufung zu sehen. Vergröss. $^{100}/_{1}$.

Fig. 11. Die Gruppe der Drüsen *bd'* der vorgehenden Figur stärker vergrössert; *z'* die obere Zelle der Gruppe; *k* Kern; *z''* die zweite Zelle mit zwei Körnern, die ganz an Kerne erinnern; *zz* drei Zellen, mit deutlichen Kernen, die dem Darme näher liegen; *z'''* dicht am Darme liegende Zelle mit Carmin. Vergröss. $^{420}/_{1}$.

Fig. 12. Ein horizontaler Schnitt durch die vordere Hälfte des Körpers von Phoxichilus; der Schnitt ist etwas schief geführt; *h* Herz; *ph* Hautdrüsenporen; *kd* Rumpfdrüsen der oberen Hälfte des Körpers. Vergröss. $^{200}/_{1}$.

Fig. 13. Eine Drüse vom lebenden Phoxichilus bei sehr starker Vergrösserung ($^{1}/_{3}$): *as* äussere Schicht aus hellen Bläschen bestehend; *c* in Form von Blasen angehäufter Carmin.

Fig. 14. *Pallene emaciata* von Dh.; *bd* Drüsen; *dr* Darm. Vergröss. $^{80}/_{1}$.

Fig. 15. Querschnitt durch den Rumpftheil einer Pallene; *ng* Nervenganglien; *d* Drüsen.

Fig. 16. Querschnitt durch dieselbe Pallene; *r* Rumpftheil; *b* Beine; *ng* Nervenganglien; *d* Drüsen.

Fig. 17. *Ammothea*, species nicht bestimmt; *bd* Drüsen. Vergröss. $^{40}/_{1}$.

*) Die Figuren 1, 2, 3, 4, 14, 16 und 17 wurden von Herrn E. Golowin gezeichnet, die übrigen stellen Photographien von 7 Präparaten dar, nach denen die Zeichnungen ausgeführt sind.

MÉMOIRES
DE
L'ACADÉMIE IMPÉRIALE DES SCIENCES DE ST.-PÉTERSBOURG, VII^E SÉRIE
TOME XXXVIII, N° 13.

DIE OBERSILURISCHEN FISCHE VON OESEL.

VON

Dr. J. Victor Rohon.

I. THEIL. *THYESTIDAE* UND *TREMATASPIDAE.*

Mit 2 Tafeln.

(*Lu le 29 janvier 1892.*)

ST.-PÉTERSBOURG, 1892.

Commissionnaires de l'Académie Impériale des sciences:

à S.-Pétersbourg:	à Riga:	à Leipzig:
M. Eggers & C° et J. Glasounof.	M. N. Kymmel.	Voss' Sortiment (Haessel).

Prix: 1 R. 90 Cop. = 4 Mark 75 Pf.

MÉMOIRES
DE
L'ACADÉMIE IMPÉRIALE DES SCIENCES DE ST.-PÉTERSBOURG, VII^E SÉRIE.
TOME XXXVIII, N° 13.

DIE OBERSILURISCHEN FISCHE VON OESEL.

VON

Dr. J. Victor Rohon.

I. THEIL. *THYESTIDAE* UND *TREMATASPIDAE.*

Mit 2 Tafeln.

(*Lu le 29 janvier 1892.*)

ST.-PÉTERSBOURG, 1892.

Commissionnaires de l'Académie Impériale des sciences:

à S.-Pétersbourg:	à Riga:	à Leipzig:
M. Eggers & C° et J. Glasounof.	M. N. Kymmel.	Voss' Sortiment (Haessel).

Prix: 1 R. 90 Cop. = 4 Mark 75 Pf.

Imprimé par ordre de l'Académie Impériale des sciences.

Juin 1892. A. Strauch, Secrétaire perpétuel.

Imprimerie de l'Académie Impériale des sciences.
Vass.-Ostr., 9 ligne, № 12.

Inhalt.

	Seite.
Einleitung	1
Litteratur	4
Untersuchungsmaterial	5
Geologische Beziehungen	7
Beschreibung der Arten	12
Genus *Thyestes*	12
Thyestes verrucosus Eichw.	15
Genus *Trematuspis*	37
Trematuspis Schmidti nov. sp.	39
Trematuspis Mickwitzi nov. sp.	56
Trematuspis Schrencki Pander	61
Trematuspis Simonsoni nov. sp.	63
Allgemeine Beziehungen	64
Mikroskopischer Bau	70
Palaeoteuthis marginalis Eichw.	77
Phyletische Beziehungen	80
Stellung des *Thyestes* und *Trematuspis* im zoologischen System	82
Resultate der Untersuchungen	86

Erklärung der Abbildungen.

EINLEITUNG.

Schon während der fünfziger Jahre haben die Fischreste aus den obersilurischen Ablagerungen der Insel Oesel bei den Forschern ein lebhaftes Interesse hervorgerufen. In morphologischer Beziehung galten dieselben ihres fremdartigen Ansehens halber als eine beachtenswerthe Erscheinung. Auch war das geologische Niveau der sie führenden Schichten nicht minder bedeutungsvoll. Nach beiden Richtungen hin, d. h. in geologischer und paläontologischer Beziehung liessen eingehende Untersuchungen werthvolle Aufschlüsse erwarten. Knüpft sich doch ausserdem das Erscheinen dieser merkwürdigen Fischreste an diejenige Erdperiode, welche im Allgemeinen zu dem jüngeren Abschnitt der paläozoischen Zeit gerechnet wird. Indessen existirt noch ein weiterer Umstand, der diesen organischen Ueberresten einen besonderen Werth verleiht, nämlich, dass unter ihnen Vertreter einiger Gattungen (*Thyestes* Eichwald und *Trematapsis* Schmidt) vorkommen, die eine ausschliessliche Eigenthümlichkeit des Russischen Silur-Gebietes darstellen, und demzufolge unzweifelhaft ein wichtiges Vergleichsmaterial zu den ähnlichen ichthyologischen Faunen anderer Länder darbieten.

Es war nicht zu verwundern, wenn die Fischreste unmittelbar nach ihrer Entdeckung die volle Aufmerksamkeit mehrerer Forscher in Anspruch nahmen und sofortige Untersuchungen veranlassten. Ich nenne folgende Schriften, welche auf die letzteren Bezug haben. Im Jahre 1854 erschien die Abhandlung von E. v. Eichwald[1]); in derselben finden wir eine kurze Beschreibung des von ihm dem Genus und der Species nach aufgestellten *Thyestes verrucosus*.

Zwei Jahre darauf veröffentlichte Chr. H. Pander[2]) seine berühmt gewordene Monographie der silurischen Fische, deren grösserer Abschnitt den Fischresten der Insel Oesel

1) Eichwald, l. c., 5.

2) Pander, l. c., 10.

gewidmet war. Pander's Verdienst besteht der Hauptsache nach in der genauen und vollständigen Bearbeitung des gesammten, dazumal vorhandenen Fischmaterials von der Insel Oesel. Mit Hilfe der eingehendsten mikroskopischen Untersuchungen vermochte Pander nicht weniger als 28 Gattungen mit 42 Arten aufzustellen. Dieses Werk ist durch die Fülle des dargebotenen Materials, welches bis dahin völlig unbekannt geblieben war, bis zu einem gewissen Grade epochemachend.

Im Jahre 1866 schrieb Akademiker F. Schmidt[1]) seine diesbezügliche Abhandlung; dieselbe enthält ausser der Beschreibung der durch ihn entdeckten und aufgestellten Gattung *Tremataspis* und des *Thyestes verrucosus* Eichw. noch wichtige Angaben über das Vorkommen der Fische und die geologischen Beziehungen auf der Insel Oesel.

Ich werde, sofern sich der Inhalt der genannten Schriften auf meine in Nachfolgendem gegebenen Untersuchungen bezieht, mehrfache Gelegenheit haben, auf dieselben zurückzukommen, um sie in gebührender Weise zu würdigen.

Jahrzehnte hindurch ruhten nunmehr die auf die Oesel'schen Fischreste bezüglichen Untersuchungen. Unterdessen hatte Akademiker Schmidt ebenso rastlos als ehedem weiteres Material gesammelt; und so kam denn nach Verlauf vieler Jahre eine bedeutende Sammlung der in Rede stehenden Fischreste zu Stande, deren Bearbeitung im Interesse der Paläozoologie und Geologie wünschenswerth erschien.

Wie ich bereits bei einer früheren Gelegenheit erwähnte[2]), begann ich schon vor drei Jahren das eben bezeichnete Material zu untersuchen. Da indessen die Bewältigung eines so umfangreichen und ohnehin nicht besonders leicht zu bearbeitenden Materials eine geraume Zeit in Anspruch nahm, entschloss ich mich zunächst den ersten Theil meiner Untersuchungen, welcher die Arten der Gattungen *Thyestes* Eichwald und *Tremataspis* Schmidt behandelt, in der vorliegenden Arbeit zu veröffentlichen. Der zweite Theil meiner Untersuchungen (betreffs der Elasmobranchii, Dipnoi) dürfte, wie ich hoffen will, in nicht allzulanger Zeit dem Drucke übergegeben werden.

Was nunmehr das den vorliegenden Untersuchungen zu Grunde gelegte Material anbelangt, so ist dasselbe, wie aus dem nachfolgenden Verzeichniss ersichtlich, als ein ziemlich reichhaltiges zu bezeichnen.

Seit dem Beginn meiner Untersuchungen hatte der Herr Akademiker F. Schmidt nicht nur die besondere Freundlichkeit, mir die Reste des *Thyestes* und *Tremataspis*, welche dem mineralogischen Museum der Kaiserlichen Akademie der Wissenschaften zu St. Petersburg und der Kaiserlichen Universität zu Dorpat angehören, ferner die in dem Museum des Vereins für die Naturkunde Liv-, Est- und Kurlands zu Dorpat und im Mu-

---

1) Schmidt, l. c., 15.

2) Rohon, J. V.: Ueber unter-silurische Fische. Mélanges géologiques et paléontologiques tirés du Bulletin de l'Académie Impériale des sciences de St. Pétersbourg. Tome I, livr. I, St. Pétersbourg 1889, pag. 7.

seum der Stadt Reval befindlichen Exemplare herbeizuschaffen, sondern auch das hübsche, zum Theil gänzlich neue Material, welches durch ihn und Herrn Ingenieur A. Mickwitz im vorigen Sommer gesammelt wurde, zur Benutzung freizustellen.

In neuester Zeit erhielt weiterhin mein Untersuchungsmaterial eine werthvolle Bereicherung durch die Sammlung des Herrn A. Simonson. Herr Professor Dr. v. Inostranzew, der diese Sammlung für das seiner Direktion untergeordnete geologische Kabinet der Kaiserlichen Universität zu St.-Petersburg käuflich erworben, erlaubte mir alsbald in freundlichster Weise die Benutzung derselben bei meinen Untersuchungen.

Auch verdanke ich dem freundlichen Entgegenkommen des Herrn Professor J. Lahusen, dass ich das interessante *Thyestes*-Exemplar der paläontologischen Lehrsammlung des Berg-Instituts zu St.-Petersburg in den Bereich meiner Untersuchungen einbeziehen konnte.

Mit besonderer Freude ergreife ich diese Gelegenheit, um allen den genannten Herren für die gütigst mir gewährte Unterstützung mit Material meinen innigsten Dank auszusprechen.

Im Jahre 1890 erschloss mir eine Verfügung der Kaiserlichen Akademie der Wissenschaften zu St. Petersburg die Möglichkeit, die Insel Oesel persönlich zu bereisen. Obwohl sich mein Aufenthalt auf der Insel Oesel auf vier volle Wochen erstreckte, vermochte ich wegen der beständig ungünstigen Witterung verhältnissmässig nur geringes Material zusammenzubringen. Immerhin erwarb ich bei dieser Gelegenheit werthvolle Exemplare, welche zur Aufklärung mancher interessanten Thatsache geführt haben.

Bei einem so umfangreichen Material könnte man wohl mit vollem Recht eine sehr genaue Darstellung des Gegenstandes von mir erwarten. In wiefern jedoch die vorliegende Arbeit einer solchen Erwartung entspricht, darüber möge der geehrte Leser selbst urtheilen. Ich meinerseits muss offen gestehen, dass meine Arbeit, ungeachtet des zahlreichen und in mancher Hinsicht vorzüglichen Materials, einige Lücken aufweist. Freilich tragen meine Beobachtungen in keiner Weise die Schuld an der Lückenhaftigkeit, sondern einzig und allein das immer noch unvollständige Material, von dessen Vollständigkeit wir erst in der Zukunft die Beseitigung der Lücken zu erwarten haben werden.

Der Schwerpunkt meiner Untersuchungen aber liegt nicht, wie ich das schon hier mit Nachdruck hervorheben möchte, in der lückenlosen Darstellung des Gegenstandes, auch nicht in der Ergänzung bereits bekannter Thatsachen, sondern vielmehr in der Deutung anatomischer Verhältnisse, ferner in der Gewinnung allgemeiner Gesichtspunkte, mit Hilfe derer wir im Stande wären, sowohl die Stellung im zoologischen System, als auch die phylogenetischen Beziehungen der Fischreste von Oesel genauer zu präcisiren.

In diesem Sinne mögen denn auch die gegenwärtig unterbreiteten Untersuchungen aufgenommen werden.

Litteratur [1]).

1) Agassiz, L.: Recherches sur les poissons fossiles. Vol. II, Neufchâtel 1835.

2) Derselbe: Monographie des poissons fossiles du vieux grès rouge. Neufchâtel 1846.

3) Alth, A. v.: Ueber die paläozoischen Gebilde Podoliens und deren Versteinerungen. Abhandlungen der K. K. geologischen Reichsanstalt. Bd. VII, Heft 1, Wien 1874.

4) Derselbe: Ueber die Zusammengehörigkeit der den Fischgattungen *Pteraspis*, *Cyathaspis*, und *Scaphaspis* zugeschriebenen Schilder. Beiträge zur Paläontologie von Mojsisovitsch und Neumayr. Bd. II, Wien 1886.

5) Eichwald, E. v.: Die Grauwackenschichten von Liv- und Ehstland. Bulletin de la Société Impériale des Naturalistes de Moscou. T. XXVII, № I, Moscou 1854.

6) Grey-Egerton, Sir P. de M.: Palaeoichthyologic Notes. Quarterly Journal of the Geological Society. Vol. XIII, London 1857.

7) Huxley, Th. H.: On *Cephalaspis* and *Pteraspis*. Quart. Journ. Geol. Soc. Vol. XIV, London 1858.

8) Kner, J.: Ueber die beiden Arten *Cephalaspis Lloydii* und *Lewisii* Ag. und einige diesen zunächst stehende Schalenreste. Haidinger's Naturwissenschaftliche Abhandlungen. Bd. I, Wien 1847.

9) Kunth, A.: Ueber *Pteraspis*. Zeitschrift der Deutschen geologischen Gesellschaft. Bd. XXIV, Berlin 1872.

10) Pander, Chr. H.: Monographie der fossilen Fische des silurischen Systems der Russisch-baltischen Gouvernements. St. Petersburg 1856.

11) Ray Lankester, E.: A Monograph of the Fishes of the Old Red Sandstone of Britain. Part. I. The *Cephalaspidae*. Palaeontographical Society. Issued for 1867, London 1868.

12) Derselbe: Ibidem. Part. II (concluded). The *Cephalaspidae*. Issued for 1869, London 1870.

13) Selenka, E.: Das Stirnorgan der Wirbeltiere. Biologisches Centralblatt. Bd. X, № 11, 15. Juli 1891, pag. 324.

---

1) Das Verzeichniss enthält nur die im Texte häufiger citirten Werke.

14) Schmidt, F.: Untersuchung über die silurische Formation von Ehstland, Nord-Livland und Oesel. Archiv für die Naturkunde Liv-, Ehst- und Kurlands. Erste Serie, Bd. II, Dorpat 1858.

15) Derselbe: Ueber *Thyestes verrucosus* Eichw. und *Cephalaspis Schrencki* Pander, nebst einer Einleitung über das Vorkommen silurischer Fischreste auf der Insel Oesel. Verhandlungen der Kaiserlich-Russischen Mineralogischen Gesellschaft zu St. Petersburg. Zweite Serie, Bd. I, St. Petersburg 1866.

16) Derselbe: Ueber die Pteraspiden überhaupt und über *Pteraspis Kneri* aus den obersilurischen Schichten Galiziens insbesondere. Verhandlungen der Kaiserlich-Russischen Mineralogischen Gesellschaft zu St. Petersburg. Zweite Serie, Bd. VIII, St. Petersburg 1873.

17) Derselbe: Revision der ostbaltischen silurischen Trilobiten, nebst geognostischer Uebersicht des ostbaltischen Silurgebietes. Mémoires de l'Académie Impériale des sciences de St. Pétersbourg. VII. Série, Tome XXX, № 1, St. Pétersbourg 1881.

18) Derselbe: Einige Bemerkungen über das baltische Obersilur. Mélanges géologiques et paleontologiques tirés du Bulletin de l'Académie Impériale des sciences de St. Pétersbourg. Tome I, Livr. 1, St. Pétersbourg 1891.

19) Smith Woodward, A.: Catalogue of the fossil Fishes in the British Museum, part II. London 1891.

20) Zittel, K. A. v.: Handbuch der Paläontologie. Bd. III, Lief. 1, München und Leipzig 1887.

Untersuchungsmaterial.

Die in Nachfolgendem gegebene Zusammenstellung des von mir benutzten Untersuchungsmaterials bezieht sich fast auf die sämmtlichen, bislang auf der Insel Oesel gesammelten Reste der *Thyestes*- und *Tremataspis*-Arten; ausgeschlossen hievon sind die vier in Verlust gerathenen Originalien Pander's, ferner die zwei im Münchener Staatsmuseum befindlichen *Thyestes*-Exemplare und einige in den Besitz des Hr. C. D. Walcott in Amerika übergegangene Bruchstücke der bezeichneten Thierreste. Den einzelnen Exemplaren der verschiedenen Museen, welche als Originale gedient haben, wurden die Abbildungen beigefügt. In der Tafel-Erklärung sind die Museen bezeichnet, in denen die abgebildeten Exemplare aufbewahrt werden.

1. Mineralogisches Museum der Kaiserlichen Akademie der Wissenschaften zu St. Petersburg.

Ueber zwanzig Gesteinstücke mit verschiedenen Resten des *Thyestes* und *Trematapsis*, von denen folgende aufgezählt werden sollen:

1) Platte mit innerer oder unterer Fläche des oberen Kopfschildes vom *Thyestes*. Original zu dieser Abhandlung. Taf. I, Fig. 5.

2) Oberes Kopfschild des *Trematapsis*. Original zu der Abhandlung von Herrn Akademiker F. Schmidt, l. c., 15. Taf. V, Figuren 1 und 2.

3) Vorderer Abschnitt des isolirten Kopfes vom *Trematapsis*. Original zu der Abhandlung von Herrn Akademiker F. Schmidt, l. c., 15. Taf. V, Figuren 4, 5, 6 und 7.

4) Oberes Kopfschild vom *Trematapsis*. Original zu der vorliegenden Abhandlung. Taf. I, Fig. 11.

5) Platte und Gegenplatte vom unteren Kopfschilde des *Trematapsis*. Original zu dieser Abhandlung. Taf. I, Fig. 18 und 19.

2. Geologisches Kabinet der Kaiserlichen Universität zu St. Petersburg.

Verschiedene *Thyestes*-Reste und zwei Exemplare vom *Trematapsis* auf 38 Gesteinstücken. Nennenswerth sind folgende Exemplare:

1) Platte mit dem Steinkern des Kopfes und Rumpfes vom *Thyestes*. Original zu der Abhandlung von E. v. Eichwald, l. c., 5. Taf. II, Fig. 1, ferner zu der Monographie von Chr. H. Pander, l. c., 10. Taf. IV, Fig. 1a und zu dieser Abhandlung. Taf. II, Fig. 1.

2) Platte mit einem oberen Kopfschild vom *Thyestes*. Original zu der vorliegenden Abhandlung. Taf. I, Figuren 2 und 7.

3) Platte mit mehreren Kopfschildern vom *Thyestes*. Original zu dieser Abhandlung. Taf. I, Fig. 3.

4) Oberes Kopschild vom *Trematapsis*. Das vollständigste Exemplar, welches bislang gefunden worden ist. Original zu dieser Abhandlung. Taf. II, Fig. 7.

3. Mineralogisches Museum der Kaiserlichen Universität zu Dorpat.

Ein Gesteinstück mit dem oberen Kopfschild und zwei Abdrücken des *Thyestes*. Zum Theil das Original zu der Abhandlung von Herrn Akademiker F. Schmidt, l. c., 15. Taf. V, Figuren 1 und 3, № 229 des Museums.

4. Paläontologische Lehrsammlung des Berg-Instituts zu St. Petersburg.

Platte mit dem oberen Kopfschild und einigen theils in Abdrücken vorhandenen Bruchstücken des oberen und unteren Kopfschildes vom *Thyestes*. Original zu der Monographie von Chr. H. Pander, l. c., 10. Taf. IV, Fig. 1b.

5. Museum des Vereins für die Naturkunde Liv-, Est- und Kurlands zu Dorpat.

Fünf Gesteinstücke mit *Thyestes*-Resten; darunter die ersten durch Dr. A. v. Schrenck entdeckten Exemplare.

1) Kleines Gesteinstück mit dem unteren Kopfschild des *Thyestes*. Original zu dieser Abhandlung. Taf. I, Fig. 8.

2) Platte mit dem Abdruck des oberen Kopfschildes und einem Bruchstück des unteren Kopfschildes vom *Thyestes*. Gegenplatte zu dem Exemplar des Berg-Instituts zu St. Petersburg und das Original zu der vorliegenden Abhandlung. Taf. I, Fig. 9.

6. Museum der Stadt Reval.

Die wichtigsten der daselbst aufbewahrten Exemplare vom *Tremataspis* sind in sechs Gesteinstücken enthalten. Sämmtliche Exemplare wurden von Herrn Akademiker F. Schmidt aufgefunden. Bemerkenswerth sind folgende:

1) Platte mit dem ganzen unteren Kopfschild des *Tremataspis*. Original zu dieser Abhandlung. Taf. I, Figuren 13 und 15.

2) Platte mit dem Abdruck des oberen Kopfschildes vom *Tremataspis*. Original zu der vorliegenden Abhandlung. Taf. I, Fig. 17.

3) Platte mit dem oberen Kopfschild des *Tremataspis*. Original zu dieser Abhandlung. Taf. I, Fig. 12.

Geologische Beziehungen.

Die genaue Kenntniss der geologischen Verhältnisse auf der Insel Oesel verdanken wir den eingehenden und vielfachen Untersuchungen des Herrn Akademikers F. Schmidt. Nach dieser Richtung hin ist die Erforschung der Insel als völlig abgeschlossen zu betrachten. Hingegen erweisen sich in Betreff einer genaueren Bearbeitung des paläontologischen Materials mehrfache Lücken, welche namentlich die immer zahlreicher werdenden Fisch-

reste und die in den Zwischenlagen von Kalk- und Thonmergel grösstentheils noch unbekannt gebliebene Fauna betreffen. Letztere dürfte nach meinen bisherigen, mit Hilfe des Schlämmens gemachten Erfahrungen, mindestens stellenweise, keine unbedeutende sein.

Im Hinblick auf die Geologie könnte ich demzufolge auf die bezeichneten Untersuchungen verweisen, und zwar umsomehr, als meine Untersuchungen rein paläontologischen Charakter besitzen. Andererseits erscheint es mir aber nicht unzweckmässig, wenn ich der Beschreibung meiner Untersuchungsergebnisse die auf das Vorkommen und die Verbreitung der Fischreste bezüglichen geologischen Verhältnisse in Kürze voraussende, um daraufhin die entsprechenden, von mir auf der Insel Oesel gemachten Erfahrungen, welche ich hier verwerthen möchte, in Form von Bemerkungen mitzutheilen.

Dass ich mich bei der Darstellung der geologischen Beziehungen in strikter Form an die vorerwähnten Untersuchungen von Herrn Akad. Schmidt zu halten haben werde, ist wohl selbstverständlich.

Bekanntlich theilt Herr Akademiker Schmidt[1]) die Ablagerungen auf der Insel Oesel in zwei Schichten oder Zonen ein: 1) in die untere Oesel'sche Zone *I* (= Wenlock) und 2) in die obere Oesel'sche Zone *K* (= Ludlow). Die Zone *I*, welche erwiesenermaassen keine Fischreste führt, befindet sich ausserhalb unserer Betrachtung und wir brauchen dieselbe in keine weiteren Erwägungen zu ziehen. Dagegen wird unser ganzes Interesse von der Zone *K* in Anspruch genommen, denn sie ist es, welche die sämmtlichen Fischreste einschliesst. In ihrer Ausdehnung nimmt die Zone *K* den ganzen Süden und Süd-Westen der Insel ein. Petrographisch und paläontologisch zerfällt dieselbe weiterhin in zwei Unterzonen, die von N nach S auf einanderfolgen, für deren unmittelbare Auflagerung jedoch gar keine stratigraphischen Anhaltspunkte existiren.

Die nördliche der beiden Unterzonen besteht aus gelblichen Kalken, welche theils Korallen-Bänke bilden, theils plattenförmig abgelagert sind. An verschiedenen Stellen der Insel kann man obere feste, an Versteinerungen reiche Kalke (*Ilionia*- oder *Didyma*-Gestein, F. Schmidt) von unteren dünnschichtigen Plattenkalken oder Dolomiten unterscheiden. Letztere führen stellenweise keine Thierreste, stellenweise sind dieselben von verschiedenen Fossilien erfüllt, ganz besonders bei Rotziküll, unweit von Kielkond, in dem rühmlichst bekannten Wita-Steinbruch. Der Steinbruch wurde im Jahre 1852 von Dr. A. v. Schrenck[2]) aufgefunden. Das Gestein daselbst «ist ein sehr gleichmässig geschichteter, feinkörniger, gelblich weisser Dolomit, der begierig Wasser aufsaugt und sich in frischem Zustande bequem behauen lässt, ohne zu springen»[3]). Im getrockneten Zustande hingegen ist das Gestein sehr hart und zerspringt unter den Hammerschlägen nach verschiedenen Richtungen in unregelmässige Stücke von verschiedener Grösse und Form.

---

1) Schmidt, F., l. c., 14, pag. 61 bis 66 (Sep.-Abdr.); l. c., 15, pag. 220 bis 225; l. c., 17, pag. 46 bis 54; l. c., 18, pag. 132 bis 136 (Sep.-Abdr.).

2) Vergl. Schrenck, A. v.: Uebersicht des oberen silurischen Schichensystems Liv- und Estlands, vornehmlich ihrer Inselgruppe, Dorpat, 1852 und Schmidt, F., l. c., 15, p. 218.

3) Schmidt, F., l. c., 15, pag. 217.

Die wesentlichen Vertreter der merkwürdigen Fauna des Wita'schen Steinbruches bei Rotziküll sind: *Eurypterus Fischeri* Eichw., *Pterygotus osiliensis* F. Schmidt, *Ceratiocaris Nötlingi* Schmidt[1]), *Bunodus lunula* Eichw. und *rugosus* Nieszk. und die Fischreste, welche den Gegenstand der vorliegenden Untersuchungen bilden, nämlich die *Thyestes*- und *Trematapis*-Arten.

Reste des *Thyestes* sind bisjetzt ausschliesslich nur in dem Wita'schen Steinbruch bei Rotziküll gefunden worden, während ein Stück des *Trematapis* auch aus den weissen, harten Kalkplatten von Hoheneichen und ausserdem kleinere Bruchstücke der Kopfschilder von derselben Form vom Bache bei Wesiko, beiläufig vier Werst westlich von Rotziküll, bekannt geworden sind. An letzterem Orte kommen die *Trematapis*-Reste in einer sehr dünnen Schicht über den *Eurypterus*-Platten mit zahlreichen Exemplaren von *Platychisma helicites* Sow., *Leperditia Angelini* Schmidt und verschiedenen Fischresten (*Coelolepis*-Arten und anderen) vor.

Die südliche Unterzone besteht ferner aus einem grauen, bald in's Röthliche, bald in's Bläuliche spielenden, häufig krystallisirten Kalkstein mit Zwischenlagen von Thonmergel; dieselbe nimmt die ganze Halbinsel Sworbe (süd-westliche Spitze der Insel Oesel) ein. Hier auf Sworbe befindet sich nun der durch Akad. Schmidt[2]) und A. Harder im Jahre 1853 zuerst untersuchte Ohhesaare-Pank,—ein reicher und vortrefflicher Fundort für Oesel'sche Fischreste, von denen im zweiten Theil dieser Untersuchungen gehandelt wird. Zu den Vertretern der hier begrabenen Fauna gehören[3]): *Beyrichia tuberculata*, *B. Wilkensiana*, *Tentaculites curvatus* Boll., *T. inaequalis* Eichw., *Spirifer elevatus*, *Retzia Salteri*, *Chonetes striatella*, *Gramysia cingulata* und zahlreiche andere Formen. Die daselbst vorkommenden Fischreste sind am häufigsten vertreten durch *Pachylepis* und *Onchus*[4]). Vom Ohhesaare-Pank werden irrthümlicher Weise auch Reste des *Pterichthys* beschrieben[5]).

Während meines oben erwähnten Aufenthaltes auf der Insel Oesel fand ich in dem nördlich von Ohhesaare gelegenen Kaugatoma-Pank *Pachylepis* und *Onchus*. Von demselben Fundort stammen auch die von Pander beschriebenen *Strosipherus*-Arten[6]), welche ich, nebenbei bemerkt, für Theile des im Ohhesaare-Pank ziemlich häufig vorkommenden *Oniscolepis* Pand. halte.

Aus dem Vorstehenden geht nun mit aller Bestimmtheit hervor, dass die beiden besprochenen Unterzonen der oberen Oesel'schen Zone *K* zwei Facies darbieten, welche

---

1) Schmidt, F., l. c., 18, pag. 134 und 135 (Sep.-Abdr.).

2) Schmidt, F., l. c., 14, pag. 14 und 15 (Sep.-Abdr.).

3) Vergl. Schmidt, F., l. c., 18, pag. 136 (Sep.-Abdr.).

4) Schmidt, l. c., 18, p. 136 (Sep.-Abdr).

5) Vergl. Pander, l. c., 10, pag. 62 und 63 und Rohon, J. V.: Ueber *Pterichthys*. Verhandlungen der Kaiserlich-Russischen Mineralogischen Gesellschaft zu St.-Petersburg. Zweite Serie, Bd. XXVIII, St.-Petersburg, 1891, pag. 21 (Sep.-Abdr.).

6) Pander, l. c., 10, pag. 73—75. Taf. IV, Fig. 8, a—g, Fig. 9a, Fig. 9, b, c, d; Taf. VI, Fig. 21 a—e.

sich sowohl petrographisch, als auch paläontologisch wesentlich von einander unterscheiden. Allerdings gilt dies in höherem Grade von den Resten der Wirbellosen, als von den in diesen Schichten vorhandenen Fischen. Bei meinen Untersuchungen habe ich diesen Umstand stets im Auge behalten. Ich erlaube mir daher einige meiner diesbezüglichen Erfahrungen mitzutheilen. *Thyestes* findet sich, wie bereits bemerkt, nur im Wita'schen und ausserdem in einem diesem benachbarten Steinbruch von derselben petrographischen und paläontologischen Beschaffenheit. *Tremataspis* besitzt dagegen eine grössere räumliche Ausdehnung, da er ausser in dem soeben bezeichneten Wita'schen Steinbruch noch in Wesiko und Hohencichen vorkommt. Beide Genera sind aber ebensowenig auf Sworbe (Ohhesaare- und Kaugatoma-Pank) als in den Silur-Gebieten Gross-Britanniens, Scandinaviens und Nord-Amerika's bislang gesehen worden. Die Halbinsel Sworbe (süd-westliche Unterzone) zeichnet sich bekanntlich durch die Fischreste: *Onchus*, *Pachylepis*, *Oniscolepis*, *Lophosteus*, *Monopleurodus* und Placodermen aus. Letztere sind seltenere Erscheinungen und werden in sehr unbedeutenden Bruchstücken gefunden. Die Oberflächen-Verzierungen und der mikroskopische Bau der Letzteren weisen nicht unbedeutende Unterschiede im Vergleich zu den devonischen Placodermen auf. Die angeführten Fischreste fehlen dem Wita'schen Steinbruch bei Rotziküll fast vollständig. Eine Ausnahme hievon bildet einerseits *Coelolepis* von Wesiko und andererseits *Pachylepis* vom Ohhesaare- und Kaugatoma-Pank, wie ich mich durch genaue Beobachtungen überzeugen konnte. Ich fand nämlich Stücke vom Wita'schen Steinbruch, an denen Exemplare von *Pachylepis* vorhanden waren. Ich muss aber bemerken, dass derartige Vorkommnisse seltener zur Beobachtung gelangen und dass der *Pachylepis* hier in womöglich noch winzigeren Formen als auf Sworbe erscheint. Ferner sah ich Kalkstücke vom Ohhesaare-Pank mit *Coelolepis laevis* Pander[1]), eine Form die bisjetzt bloss in Wesiko gesehen worden ist. Obgleich diese Vorkommnisse vereinzelte Erscheinungen darbieten, so glaube ich dennoch nicht zu irren, wenn ich in denselben gewissermaassen die gegenseitige Verbindung zwischen den ichthyologischen Faunen der besprochenen Unterzonen erblicke, zumal auch Akademiker Schmidt bereits vor vielen Jahren unter den von ihm in Hohencichen gefundenen Fischresten ein Exemplar von *Pachylepis* beobachtet hat[2]).

Indessen wurde *Pachylepis* auch in den Passage beds zwischen Silur und Devon in Gross-Britannien gefunden. Pander äussert sich diesbezüglich bei Gelegenheit seiner Beschreibung des Genus *Pachylepis* folgendermaassen[3]): «Zu dieser Gattung gehören höchst wahrscheinlich die in Murchison's *Sil. Syst.*, pag. 606, Tab. 4, Fig. 31—36 von Agassiz beschriebenen und abgebildeten Zähne von *Thelodus parvidens;* es ist vielleicht Unrecht, dass wir diesen Ueberresten einen neuen Namen beilegen, da aber Murchison selbst in *Siluria* 1854, Tab. 35, Fig. 18 die eben citirten Abbildungen als «shagreen scales, probably of *Onchus tenuistriatus*» wiedergibt, und wir doch nicht die sichere Ueberzeugung

1) Pander, l. c., 10, pag. 66. Taf. IV, Fig. 11 a—n; Taf. VI, Fig. 10.

2) Schmidt, l. c., 15, pag. 223.

3) Pander, l. c., 10, pag. 67.

haben, dass die unsrigen mit denen aus Grossbritannien identisch sind, so haben wir einen neuen Namen vorgezogen. Sollte sich später, bei genauerer Untersuchung die Identität beider ausweisen, so muss diesem Genus die frühere Benennung, die wir aber lieber in *Thelolepis* umändern möchten, zurückgegeben werden».

In der That erwies sich die Identität zwischen *Pachylepis* Pander und *Thelodus* Agassiz, wie mich meine eigenen Untersuchungen überzeugt haben. Zu den Letzteren ist mir die Gelegenheit geboten worden, durch ein Handstück aus den Passage beds von England, das ich der Güte des Herrn Akademikers Schmidt verdanke. Dasselbe wurde von ihm in den genannten Schichten gefunden und enthält glücklicherweise eine verhältnissmässig grosse Anzahl von verschiedenen Fischresten, unter denen auch einige Dutzend von *Thelodus* vorkommen. Die Letzteren habe ich nun auf ihre Gestalt und mikroskopische Struktur genauer untersucht, und es stellte sich, wie dies im zweiten Theile meiner Untersuchungen ausführlicher dargethan wird, zwischen *Pachylepis* und *Thelodus*, wie gesagt, eine vollkommene Uebereinstimmung heraus. Demzufolge muss *Pachylepis*, als die spätere generische Bezeichnung beseitigt und *Thelodus*, wie bereits Pander vorgeschlagen, in *Thelolepis* umgewandelt werden. Ausserdem müssen die Namen *Pachylepis glaber* Pander[1]) und *Thelodus parvidens* Ag. gegen *Thelolepis parvidens* und *Thelolepis glaber* vertauscht werden.

Weiterhin werden die Grenzschichten zwischen dem Englischen Ober-Silur und dem Devon (Passage beds) nicht allein durch *Thelolepis parvidens* und *Onchus Murchisoni* Ag. mit der ichthyologischen Fauna der Halbinsel Sworbe, sondern auch mit jener von Wesiko verbunden, da auch aus England *Coelolepis* bekannt geworden ist. Zu Letzterem gehört ohne Zweifel das Bruchstück, welches Murchison zeichnen liess[2]). Meiner Meinung nach dürfte dieses Bruchstück dem *Coelolepis laevis* Pander[3]) oder einer anderen, der Pander'schen Form sehr nahe stehenden Species angehört haben.

Unter den obwaltenden Umständen ist nun eine Erscheinung sehr auffallend, der wir auf der Insel Oesel begegnen, d. h. das Fehlen der *Pteraspiden* und *Cephalaspiden*. Diese Erscheinung ist um so auffallender, als die Reste der genannten Fische in Grossbritannien und Galizien unter ähnlichen stratigraphischen Verhältnissen ziemlich zahlreich vorkommen. Auf diese eigenthümliche Erscheinung wies bereits vor vielen Jahren der Akad. Schmidt hin[4]). Bei einer späteren Gelegenheit war indessen Akad. Schmidt[5]) geneigt, in dem Bruchstück vom Ohhesaare-Pank, das Pander[6]) unter dem Namen *Tolypelepis undulatus* beschrieben, einen Bruchtheil des *Pteraspis*-Schildes anzunehmen; doch ist Akad. Schmidt in neuester Zeit[7]) von dieser Ansicht zurückgekommen, indem er das vollstän-

1) Pander, l. c. 10, pag. 67. Taf. IV, Fig. 10 a, b, c; Taf. VI, Fig. 1—6 und Fig. 8.
2) Murchison, Siluria. London 1859. Taf. 35, Fig. 19.
3) Pander, l. c., 10, pag. 66. Taf. IV, Fig. 11 a—n.
4) Schmidt, l. c., 15, pag. 225.
5) Schmidt, l. c., 16, pag. 137.
6) Pander, l. c., 10, pag. 61. Taf. VI, Fig. 24 a—d.
7) Schmidt, l. c., 18, pag. 138 (Sep.-Abdr.).

dige Fehlen der Reste von *Pteraspis* abermals constatirt. Der letzteren Ansicht kann ich auf Grund eingehender Untersuchung der Oesel'schen Fischreste rückhaltslos beistimmen. Anders verhält sich die Sache, wenn wir im Allgemeinen das Fehlen der *Pteraspiden-* und *Cephalaspiden*-Reste auf der Insel Oesel in Erwägung ziehen.

In dieser Beziehung huldige ich einer gegentheiligen Ansicht, indem ich glaube, dass der supponirte Ausfall der *Pteraspiden-* und *Cephalaspiden*-Reste auf das mangelhafte Material zurückgeführt werden muss. Zu dieser Meinung gelangte ich durch einige Beobachtungen, welche ich an mehreren Exemplaren vom Wita'schen Steinbruch bei Rotziküll und vom Ohhesaare-Pank auf Sworbe gemacht habe. Dieselben betreffen Bruchstücke von Schildern, deren grosse Aehnlichkeit mit solchen von Gross-Britannien und Galizien in überraschender Weise in die Augen fällt. So liegt mir z. B. ein Gestein vom Ohhesaare-Pank mit Schildfragment vor, das dem durch v. Alth[1]) beschriebenen und abgebildeten, jedoch unbenannten *Cephalaspis*-Schilde auffallend ähnlich ist; ferner ein zweites Schildstück, von Wesiko bei Rotziküll, das wiederum in mehrfacher Hinsicht mit dem von Prof. Ray Lankester[2]) beschriebenen und abgebildeten *Cyathaspis Banksii* Huxley et Salter übereinstimmt. Meine Oesel'schen Exemplare sind aber derart mangelhaft erhalten, und ausserdem bloss in einzelnen Exemplaren vorhanden, dass ich es vorziehe, dieselben vorläufig zu erwähnen, deren Beschreibung jedoch bis zu jener Zeit aufzuschieben, wo von denselben ein weiteres Material aufgefunden sein wird.

Schliesslich möchte ich bei dieser Gelegenheit auf Grund mehrjähriger Untersuchungen meine Ueberzeugung dahin aussprechen, dass die ichthyologische Fauna dieser in mehrfacher Beziehung interessanten Insel mit der Zeit einen Formenreichthum ergeben dürfte, von dem uns das gegenwärtige Fischmaterial nur den geringeren Theil darbietet. Allerdings nur in dem Falle, wenn die Nachforschungen durch anhaltendes und systematisches Sammeln des Materials und durch eingehende Untersuchungen des Letzteren unterstützt werden.

Beschreibung der Arten.

GENUS. **THYESTES.** Eichwald, 1854.

Die ersten Reste dieser merkwürdigen Gattung sind, wie Akademiker Schmidt[3]) berichtet, durch Dr. A. v. Schrenck in der *Eurypterus*-Schicht des Wita'schen Steinbruches bei Rotziküll entdeckt worden. Zu denselben gehört jedenfalls auch das Pander'-

1) Alth, v., l. c., 3, pag. 40, Taf. IV, Fig. 8.
2) Ray-Lankester, l. c., 11, pag. 26, Taf. II, Fig. 11.
3) Schmidt, l. c., 15, pag. 218.

sche[1]) Original, welches sich gegenwärtig im Berg-Institut zu St. Petersburg befindet. Seitdem wurden ähnliche Reste in ziemlich grosser Menge von E. v. Eichwald, F. Schmidt, A. Mickwitz und A. Simonson gesammelt.

Die sämmtlichen Reste beziehen sich, mit einer einzigen Ausnahme, auf das Hautskelet des Kopfes. Die Ausnahme wird durch das Eichwald'sche Exemplar der St. Petersburger Universität dargeboten. Dasselbe besteht, wie später gezeigt wird, aus einem Steinkern, an dem ausser Bestandtheilen des Kopfes die Hautplatten des Rumpfes zu sehen sind. In dieser Beziehung verdient dieses Exemplar besondere Beachtung.

Eine merkwürdige Erscheinung bieten die Reste des *Thyestes* bezüglich ihres Vorkommens, welche darin besteht, dass beinahe in allen Fällen mehrere derselben dicht neben einander auf den Platten gefunden werden. So zählte ich z. B. an einer 11 Centimeter langen und 10 Centimeter breiten Platte des Akademie-Museums sechs Steinkerne vom Kopfe und ebenso viele Abdrücke von der Occipitalregion des Kopfes. Darin verhalten sich also die *Thyestes*-Reste in ähnlicher Weise wie die *Eurypteriden*, mit denen sie zusammen vorkommen. Dies dürfte von den Angehörigen der zweiten, an derselben Stelle vorkommenden Gattung *Tremataspis* kaum behauptet werden. Mehrmals wurden grosse Platten durch Spaltungen erhalten, auf denen stets nur ein einziger Kopf zum Vorschein kam.

Einer zweiten auffallenden Erscheinung begegnen wir bei den *Thyestes*-Resten in Bezug auf deren Dimensionsverhältnisse. Bedeutend mehr als in der Durchschnittszahl der Fälle bleiben dieselben von ganz gleicher Grösse, sowohl in der Länge, als auch in der Breitedimension. Untersuchungen des künftighin aufzufindenden Materials dürften erweisen, ob dieser Umstand nicht etwa mit der Species-Armuth in näherer Verbindung steht. Allenfalls verdient eine solche Thatsache, wie ich glaube, eine gewisse Berücksichtigung.

Den Erhaltungszustand der Reste müssen wir unter allen Umständen, als einen mangelhaften bezeichnen, sobald nämlich die sämmtlichen Körpertheile in Frage kommen. Dagegen sind die einzelnen Theile an und für sich, zuweilen auch im Zusammenhange mit anderen, ziemlich häufig vorzüglich erhalten, die dann selbst bei Betrachtung mit einer guten Loupe nicht die geringste Spur von einer Zerstörung aufweisen. Namentlich gilt dies von den Lateralhörnern des Kopfschildes, von der Occipitalregion desselben und von den in gutem Zustande erhaltenen und isolirten Rumpfschildern.

Die Mangelhaftigkeit der Erhaltung muss wohl zum grossen Theil auf die durchaus dünnen und vermöge ihrer Bauart sehr brüchigen Bestandtheile des Hautskelettes zurückgeführt werden. Der mangelhaften Erhaltung müssen wir auch die abweichenden Beobachtungen und Schilderungen der Forscher zuschreiben. Die in den meisten Fällen auf solche Weise hervorgegangenen Verschiedenheiten im Baue des thierischen Hautskelettes, zumal wenn letzteres neben seiner zarten Beschaffenheit auch noch mannigfache Erhabenheiten, wie *Thyestes*, an der Oberfläche zeigt, pflegen bekanntermaassen verschiedene Ansichten und

1) Pander, l. c. 10, Taf. IV, Fig. 1b.

Deutungen der Erscheinungen bei den Forschern hervorzurufen. Ist es doch eine allgemeine Erfahrungssache, namentlich in der Paläontologie, dass häufig der Erhaltungszustand des jeweiligen Materials trotz der Menge des Letzteren nicht hinreichend wird, ohne dem subjectiven Ermessen einen sehr grossen Spielraum zu lassen.

Letzteres zeigte sich bereits bei der Darstellung der für das Genus *Thyestes* charakteristischen Merkmale, von denen ich einige kurz erwähnen möchte. So leugnete v. Eichwald das Vorhandensein der Augenhöhlen bei *Thyestes*, während Pander und F. Schmidt die Existenz der Augen angenommen haben. Ferner deutete Pander die ganze obere Kopfbedeckung als Kopfschild, wogegen F. Schmidt bloss in dem Vorderabschnitt des genannten Gebildes das eigentliche Kopfschild erblickt, und den hinteren Abschnitt, welchen Pander als *Regio occipitalis* bezeichnet, als das Rückenschild betrachtet. Ich muss aber mit Nachdruck hervorheben, dass die genannten Forscher über ein geringes und noch dazu mangelhaft erhaltenes Material verfügten.

Was nun die Charakteristik des Genus *Thyestes*, wie sich dieselbe aus den Untersuchungen der vorhin genannten Forscher ergab, anbetrifft, so will ich eine solche von F. Schmidt[1]) wörtlich anführen: «Der vordere Theil des Körpers ist von einem vereinten Kopf- und Rückenschild oder Cephalothorax bedeckt. Das Rückenschild besteht aus vier verwachsenen Querlamellen, die in der Mitte durch eine *Crista* zusammengehalten werden und jederseits drei grosse Tuberkeln neben vielen kleineren tragen. Das halbmondförmige Kopfschild ist von einem nach unten sich umschlagenden Randflügel umgeben, der am Randumschlage selbst in eine Reihe scharfer, viereckiger Zähne ausgeht. Hinter den sehr genäherten, nahe dem Vorderrande stehenden Augen liegt eine dreieckige Oeffnung, die bis an den Hinterrand des eigentlichen Kopfschildes reicht und jederseits von einem aus grossen Tuberkeln gebildeten Kamme begrenzt ist. Die Schale ist sehr dünn und erhebt sich zu zahlreichen Tuberkeln, die die ganze Oberfläche bedecken. Ihrer Struktur nach besteht sie ganz aus Isopedin, das von feinen punktirten Gefässkanälen durchzogen wird, die von den Tuberkeln nach allen Seiten ausstrahlen. Hinter dem Rückenschilde folgen tuberkulirte Querlamellen, die über die ganze Breite des Körpers gehen und den zum Rückenschilde verwachsenen vollkommen ähneln. Nach dem Schwanz zu erscheinen rhomboidale Tafelschuppen. Die Flossen sowie die Unterseite des Kopfes (bis auf den Randumschlag) und Leibes sind noch unbekannt».

Eine nicht minder wesentliche Frage entsteht ferner in Bezug auf die Species dieses Geschlechtes. Wie viel Arten kommen von *Thyestes* vor? Nach den bisherigen Erfahrungen existirt nur eine einzige Art von Eichwald, die wir sofort einer Beschreibung unterziehen werden. Wohl hat Pander[2]) unter dem Namen *Cephalaspis Schrenckii* eine zweite Art beschrieben, die er dem *Thyestes* zutheilte. Später aber erwies sich diese Art als nicht dem *Thyestes*, sondern einem andern Genus, nämlich dem *Tremataspis* gehörig. Ich habe das ganze

1) Schmidt, l. c., 15, p. 233.

2) Pander, l. c., 10, pag. 47, Taf. IV, Fig. 2a, b, c, d.

Material, das mir vorlag, nach dieser Richtung einer möglichst genauen Untersuchung unterzogen, doch vermochte auch ich zu keiner anderen Ansicht gelangen, als zu der, dass das bisherige Material vom *Thyestes* nur einer einzigen Art gehören könne. Zuweilen kommen zwar sehr unbedeutende Unterschiede bezüglich der Wölbung des oberen Kopfschildes und dessen Baues vor; allein die Unterschiede sind der Art, dass sie bei Aufstellung von Arten durchaus unzureichend erscheinen.

Wir wenden uns nun der Beschreibung der einzigen Art zu.

Thyestes verrucosus Eichw.

Taf. I, Figuren 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 und 10; Taf. II, Figuren 1, 2, 3, 4, 5 und 6.

1854. *Thyestes verrucosus*, E. v. Eichw. l. c., 5, pag. 108—110. Taf. II, Fig. 1.
1856. *Cephalaspis verrucosus*, Ch. H. Pander. l. c., 10, pag. 44—47. Taf. IV, Figuren 1, 3, 4, 5, 6 und 7.
1858. *Cephalaspis verrucosus*, Th. H. Huxley, l. c., 7, pag. 289.
1860. *Thyestes verrucosus*, E. v. Eichwald. Lethaea Rossica. Vol. I, pt. 2, pag. 1532.
1866. *Thyestes verrucosus*, F. Schmidt, l. c., 15, pag. 225—233; Taf. IV, Figuren 1—11.
1891. *Auchenaspis verrucosa*, A. Smith Woodward, l. c., 19, pag. 198.

Stratigraphische Stellung. *Eurypterus*-Schicht der oberen Oesel'schen Zone K (F. Schmidt).

Fundort: Wita'scher Steinbruch und noch ein anderer ihm benachbarter Steinbruch bei Rotziküll auf der Insel Oesel.

Anzahl der untersuchten Exemplare: 58.

Die erste Beschreibung rührt, wie bereits erwähnt, von Eichwald her. Da diese Beschreibung eine der Grundlagen zu den nachfolgenden Erläuterungen bietet, so will ich dieselbe auch wegen ihres kurzgefassten Inhaltes wörtlich wiedergeben.

E. v. Eichwald[1]) schreibt: «Diese (*Thyestes*), so wie die oben beschriebenen Gattungen gehören ohne Zweifel zu den interessantesten Thierresten der Urwelt Russlands; ihrer allgemeinen Gestalt nach gehört die Fischgattung zu den Cephalaspiden, einer Familie von Fischen, die bisher in Russland noch nicht aufgefunden war; auch kennt man die Zähne von *Cephalaspis* nicht, und um so interessanter ist es, dass die von mir hier beschriebene Gattung jederseits an 15—26 kleiner Zähnchen zeigt, die dicht nebeneinander den Rand des Oberkiefers einnehmen.

«Der Kopf des *Thyestes*, den ich hier in natürlicher Grösse abgebildet habe, ist verlängert, zugerundet, mithin länger als breit und ganz mit Warzen bedeckt, die Warzen

1) Eichwald, l. c., 5, p. 108—110.

stehen jederseits in 3 Längsreihen, zwischen ihnen werden viel kleinere Wärzchen bemerkt, die dicht gedrängt, den ganzen Kopf bedecken. Nach dem Vorderrande hin zeigt sich eine Querfurche, die die Breite des Kopfes hält und ihn abschnürt. Die Augen sind nicht zu erkennen, auch nicht am Rande des Kopfschildes, am wenigsten können sie so gross gewesen sein, als im *Cephalaspis*, wo sie von breiten Augenhöhlen umschlossen wurden.

«Der vordere Rand des Kopfschildes ist halb kreisförmig und der Oberkiefer erweitert sich beiderseits in eine seitliche Ausbreitung, wie im *Cephalaspis*, die ganz deutliche Zähnchen aufnimmt, wie sie auch im ganzen Oberkiefer bemerkt werden.

«Die Krone der Zähnchen ist glatt, länglich viereckig, und fast von gleicher Grösse, wie die Wurzel, in der eine Menge kleiner Kalkröhrchen bemerkt werden, die sie von allen Seiten durchsetzen; da, wo die Krone auf der Wurzel sitzt, sind die Zähne wie längsgefaltet, so dass der Bau der Zähne überhaupt die Gattung den *Squaliden* nähert.

«Hinter dem warzigen Kopfe fängt der gepanzerte Körper an; die ersten Schilder sind vollständig, gross und ganz wie im *Cephalaspis*; es sind etwa 6 gut erhaltene und mit feinen Wärzchen bedeckte Schilder vorhanden; hinter ihnen folgen ebenso viele Abdrücke etwas kleinerer Schilder, die als solche die Schilder von der inneren Seite zeigen und auch weiter nach hinten werden noch einige undeutliche Spuren von Schildern bemerkt, so dass der Körper bedeckt war.

«Der ganze Körper konnte nicht über 3 Zoll lang gewesen sein».

So weit v. Eichwald, der seine Beobachtungen an dem oben angeführten Steinkern und einem gleichfalls mangelhaften Exemplar[1]) angestellt hat. Die der Beschreibung beigegebene Abbildung, welche der natürlichen Grösse des Originals entspricht, gibt eine ziemlich gute Vorstellung von dem Steinkern. Eine mikroskopische Darstellung der *Thyestes*-Reste enthält die Beschreibung von Eichwald nicht.

Die bald darauf im Drucke erschienenen Untersuchungen Pander's[2]) stimmen in mehrfacher Beziehung mit den vorherigen überein; so namentlich in Betreff der allgemeinen Verhältnisse des Kopfes, in der Annahme eines Oberkiefers und der mit diesem verwachsenen Zähne. Andererseits beschreibt Pander auch die Unterkiefer mit ihren Zähnen, die Augen und die hintere Region des Kopfes, in deren Mittellinie die von «aneinander gereihten Tuberkeln» gebildete *Crista occipitalis* sich erstreckt. Ferner lässt Pander die *Regio occipitalis* aus vier Querlamellen hervorgehen. Die betreffende Stelle seines Werkes lautet folgendermaassen[3]): «Die Uebereinstimmung, welche in der Vertheilung der Erhabenheiten auf der Oberfläche des Kopfschildes und der Rückenlamellen stattfindet, scheint dafür zu sprechen, dass die hintere Hälfte des ersteren, die eigentliche Schädelhülle, aus mehreren, hinter einander liegenden, zusammengewachsenen Lamellen gebildet ist. Diese Ansicht

1) Vergl. das Material der St.-Petersburger Universität.

2) Pander, l. c., 10, pag. 44—47.

3) Pander, l. c., 10, pag. 45.

wird durch das auf Taf. IV, Fig. 16 abgebildete Kopfschild, das Herr Dr. Schrenck uns zu übersenden die Güte hatte[1]), noch mehr bestätigt, indem sich bei demselben von der *Crista occipitalis* aus, seitwärts und fast parallel mit dem hinteren Rande des Kopfes, eine Furche bis *c* hinzieht und hiedurch vom übrigen Theil des Kopfschildes einen breiten Streifen absondert, der vollkommen an Gestalt und Schmuck der Oberfläche einer Rückenlamelle gleicht.

«Dieselbe Steinplatte», sagt weiterhin Pander, «klärt aber noch mehreres auf; in ihr liegen bei *f* und *f* zwei einander an Form und Zeichnung sehr ähnliche Stücke, beide mit umgekehrten Oberflächen, nur von der inneren anzusehen; ihre in die Länge gezogenen, zuweilen sich verbindenden Furchen, so ganz verschieden von den Höckern der äusseren Kopf- und Rückenbedeckung, die uns bekannt ist, deuten darauf hin, dass sie unmöglich von diesen herstammen können, sondern dass die Oberfläche mit erhabenen, länglichen, dichotomirenden Rippchen besetzt war; die Aehnlichkeit ihrer Gestalt und ein gewisses strahlenartiges Aussehen an ihren Rändern, das übrigens viel zu stark in der Zeichnung angegeben ist, lassen vermuthen, dass sie den Flossen zugeschrieben werden müssen und vielleicht die verschobenen Brutflossen darstellen. Bei *e* sieht man noch ein dünnes, mit kleinen Höckern und gezahntem Rande abgebildetes Stück, vielleicht ein Stachel; endlich bei *d* einen Theil der Hautbedeckung von der unteren Fläche».

Ueber seine mikroskopischen Untersuchungen des Kopfschildes, der Rückenschilder und der Randzähnchen vom Kopfschilde schreibt Pander Folgendes[2]): «Die mikroskopische Structur des Kopfschildes und der Rückenlamellen war, wegen ihrer Dünne, sehr schwierig zu untersuchen; alle Bemühungen ein zusammenhängendes Stückchen zu diesem Zwecke zu erhalten, waren vergeblich und nur ein Versuch kleine Splitter zugleich mit dem sie einhüllenden Kalkstein zu schleifen, glückte ziemlich gut, und namentlich von den Kiefern, welche aus der festesten und härtesten Substanz bestehen. Hier zeigte sich eine homogene Grundsubstanz, in der helle und dunkle Zellen von der verschiedensten Form, abgerundete, längliche, eckige mit feiner ausstrahlender Verästelung, zerstreut herumlagen und häufig in concentrischen Kreisen an den Stellen gelagert waren, wo ein Höcker sich über die ebene Oberfläche erhob. Wenngleich ihre Gestalt nicht die Regelmässigkeit besitzt, wie die gewöhnlichen Knochenzellen, wie sie schon bei *Pterichthys* und *Coccosteus* vorkommen, so kann man ihnen doch kaum einen andern Namen beilegen.

«Die sehr dünnen, schmalen Zähne, fest und eng mit dem Rande der Kiefern verbunden und ihnen angewachsen, haben eine poröse Basis und glänzende, breite, zugeschärfte, obere und Seitenkanten (Taf. IV, Figuren 3 und 4); sie sind sehr dünn. Schleift man beide Seitenflächen vorsichtig ab, so besteht die Basis grösstentheils aus einer homogenen durchscheinenden Masse voll kleiner dunkler Zellen, von denen aus die sehr feinen *Tubuli* nach allen Seiten ausstrahlen, sich verästeln, mit denen der benachbarten verbinden und durch viele

1) Vergl. das Material des St.-Petersburger Berg-Instituts.

2) Pander, l. c., 10, pag. 46.

Anastomosen ein sehr verwickeltes Netz bilden. Gegen die glänzende Oberfläche, so wie gegen die vordere und die hintere Seite, wenigstens gegen eine bestimmt, hören die Zellen auf, die sich in der Basis in die Kreuz und Quere schlängelnden *Tubuli* nehmen einen geraden Verlauf an und steigen, dem Ansehen nach mit vergrössertem Lumen, wenig gewunden, selten sich verästelnd gegen die äusseren, scharfen Kanten hinauf».

Endlich sagt Pander[1]): «Der hinterste Theil, welcher wahrscheinlich dem Schwanze entspricht, wird von regelmässigen rhomboidalen, neben und hinter einander liegenden Schuppen bedeckt».

Die Abbildungen, durch welche Pander seine Untersuchungen illustrirte, werden später kritisch erläutert. Die Abbildungen sind vier Exemplaren entlehnt worden.

Auf ein neues, von ihm selbst aufgefundenes Material stützte F. Schmidt seine Untersuchungen, bei deren Besprechung wir jetzt angelangt sind.

Die wesentliche Förderung, welche unsere Kenntnisse durch dieselben Untersuchungen erfuhren, bestehen einerseits in der kritischen Darlegung und Berichtigung der Pander'schen Beschreibung, andererseits in der eingehenden Schilderung der Augen, in der Deutung des Kopfschildes, ferner in der Entdeckung einer in der Medianebene des Kopfschildes befindlichen Oeffnung, gleichwie in der Oberflächenbeschaffenheit des Kopfschildes und namentlich in der Darstellung des mikroskopischen Baues.

Ich erlaube mir, der besseren Orientirung halber, ebenfalls einige Stellen aus diesen Untersuchungen wörtlich zu citiren.

«Die Augen», sagt F. Schmidt[2]), «stehen vorn am Kopfschilde, gleich hinter dem hier abschüssig abfallenden Randflügel, der hier eine Andeutung einer vertieften Mittellinie zeigt. Es sind im Durchschnitt halbkreisförmige Augenhöhlen da, durch eine dünne Lamelle von einander geschieden, die auch im Grunde vollkommen durch eine dünne Schaale geschlossen erscheinen.

«Das Rückenschild ist in den beiden erwähnten Figuren (Pander's) 1 *b* und 1 *c* ganz richtig gezeichnet; es springt nach hinten in eine Spitze vor, die das Ende einer centralen aus grossen Tuberkeln gebildeten *Crista* ausmacht. Beiderseits von der *Crista* befinden sich drei Verticalreihen von grossen Tuberkeln, deren jede aus vier Tuberkeln besteht, nach der Zahl der Rückenlamellen, die zu diesem Schilde verwachsen sind. Die Verwachsung dieser vier Rückenglieder ist mehr oder weniger innig, die hinteren sind gewöhnlich schärfer gesondert als die vorderen. Pander hat nur in Fig. 1 *b* diese Sonderung angedeutet; ich habe alle vier Lamellen durch nach vorn immer schwächer werdende Querfurchen getrennt gefunden. Dass in den citirten Pander'schen Figuren 1 *b* und 1 *c* die Hinterecken des Randflügels so weit hinter dem Beginn der *Crista dorsalis* zu stehen kommen, hat wohl grösstentheils in der Zeichnung seinen Grund, da der *Cephalothorax* stark gewölbt ist. Bei unserer

1) Pander, l. c., 10, pag. 44.

2) Schmidt, l. c., 15, pag. 228 und 229.

Abbildung ist er etwas plattgedrückt und daher das Verhältniss der Hinterecken zur Grenzdepression leichter aufzufassen.

«Die Oberflächenbeschaffenheit kann nach unseren Materialien genauer dargestellt werden als früher. Es sind Tuberkel von drei verschiedenen Grössen zu unterscheiden. Einmal ganz grosse, die die oben erwähnten Tuberkelreihen auf dem Rückenschilde, die *crista dorsalis* und die beiden convergirenden Kämme auf dem Kopfschilde bilden; die Tuberkel, die in einer dichten Reihe das Kopfschild am Grunde des flügelartigen Randsaums umgeben, sind nicht viel kleiner. Die Tuberkel mittlerer Grösse, die auch auf der Zeichnung in Fig. 1 angegeben werden konnten, erscheinen ziemlich unregelmässig auf der ganzen Oberfläche zerstreut. Am Randflügel bilden sie 2 bis 3 Reihen zwischen der oben genannten, stark markirten Tuberkelreihe und dem glatten wulstigen Randumschlage, von dem aus die Zähne entspringen. Die kleinsten Tuberkel sind nur unter der Lupe zu erkennen und vertheilen sich entweder ebenfalls unregelmässig oder umgeben die grossen in geschlossenen Kreisen, zuweilen in mehreren Terrassen über einander aufsteigend (s. die Fig. 3 und 4). Die Form der Tuberkel ist meist regelmässig stumpf conisch, bei den grossen des Rückenschildes zuweilen fast vierseitig-pyramidal (wie in Fig. 4), die mittleren und kleineren sind oft seitlich zusammengedrückt. Alle erscheinen am Grunde (zuweilen bei den grossen auch von der Spitze an) zierlich strahlig gerippt. Die Rippen anastomosiren in den Zwischenräumen zwischen den Tuberkeln und lassen vielfach verästelte Rinnen zwischen sich, die durch feine Querrippen unterbrochen werden».

Von der mikroskopischen Structur des Kopfschildes handelnd, sagt ferner F. Schmidt Folgendes[1]): «Die sehr dünne (höchstens $^1/_{20}$ Linie dicke) Schaale unterscheidet sich schon darin von der Schaale anderer Cephalaspiden, dass sie nicht etwa eine untere glatte und obere tuberkulirte Oberfläche hat, sondern sie bleibt fast überall gleich dick und steigt zu allen Tuberkeln hinan, so dass der schaalenlose Steinkern ganz dasselbe tuberkulirte Ansehen darbietet, wie die schaalenbedeckte Oberfläche.

«Im Unterschiede von den übrigen Cephalaspiden lässt sich morphologisch nur eine Schaalenschicht feststellen, das Isopedin, das aus sehr feinen Kreuz- und Querfasern besteht, die kaum um mehr als um $^1/_{1000}$ Linie von einander abstehen. Von einer mit strahligen Zellen erfüllten Knochenschicht und Kosminschicht (wie beim Englischen *Cephalaspis* und *Pteraspis*) ist keine Spur vorhanden». Hierauf folgt eine ausführliche Beschreibung der Havers'schen Canäle (Gefässkanäle) und des Baues derselben. Schmidt sagt[2]): «dass die Gefässe nicht einen constanten Horizont in der Schaale einnehmen, sondern sie in jeder Höhe durchziehen.

«Die Gefässe gehen[3]) weit in die Randzähne hinein (Fig. 9) und man sieht, wie von

1) Schmidt, l. c., 15, pag. 230.
2) Schmidt, l. c., 15, pag. 231.
3) Schmidt, l. c., 15, pag. 232.

ihnen aus die feinen Röhrchen und dichotomischen Strahlen nach dem Rande zu sich vertheilen».

Nach diesen ausführlichen Mittheilungen von den in der Litteratur erschienenen Untersuchungen will ich die Beschreibung der Ergebnisse meiner eigenen Untersuchungen vornehmen.

Kopf.

Aus den in nächstem Abschnitte zu erörternden Gründen und in Uebereinstimmung mit der für diesen Theil gegenwärtig allgemein acceptirten Bezeichnung dürfte es sich empfehlen, die gebräuchliche Benennung «Kopf» beizubehalten.

Es scheint mir ferner ein zweckmässiges Verfahren, wenn wir am Kopfe folgende Abschnitte unterscheiden, die in derselben Reihenfolge betrachtet werden sollen: Das obere Kopfschild. Dasselbe zerfällt wiederum in mehrere Abtheilungen oder Regionen: *a*) in die Frontal-, *b*) Parietal-, *c*) Occipitalregion und in zwei Lateralregionen oder Lateralhörner (*cornua*); endlich die mikroskopische Structur.

1. Das obere Kopfschild, dessen Abbildung bei doppelter Vergrösserung die Figur 1 der beifolgenden Tafel I darstellt und von der ich bei den Erläuterungen ausgehen will, ist an seiner Aussenfläche convex. Die Convexität desselben ist aber keineswegs eine gleichmässige, sondern sie ändert sich nicht nur unter der Einwirkung der bereits erwähnten Fossilisationsverhältnisse, sondern auch je nach der Verschiedenheit des Schildabschnittes, innerhalb dessen Grenzen sie sich erstreckt. Die Convexität beginnt im Vorderabschnitte des Schildes und zwar sofort hinter der leistenförmigen Kante (*lt*), die den verdickten Rand des Schildes darstellt und an welche die zahnartigen Randtuberkel sich äusserlich fest anschliessen, steigt alsdann allmählich nach hinten an und erreicht ihr Maximum am Anfange der Occipitalregion; in dieser Region bildet sie allenthalben eine stark ausgeprägte und gleichmässige Wölbung, um endlich gegen das spitzig vorragende Hinterende (*osp*) der *Crista occipitalis* einen unbedeutenden Abfall zu bilden. Unterbrochen wird die Convexität des Schildes zunächst durch die in der Frontal- (*FR*) und Parietalregion (*PR*) befindlichen anatomischen Gebilde, verliert sich schliesslich beiderseits des Kopfschildes, wo letzteres sich flügelartig zu den Lateralhörnern (*Cr*) ausbreitet. Die Lateralhörner stellen in ihrer natürlichen Lage horizontale Flächen dar. Mithin kann man rücksichtlich der beschriebenen Convexität des oberen Kopfschildes im Wesentlichen zwei Hauptabschnitte unterscheiden, und zwar einen vorderen Abschnitt, der die Frontal- und Parietalregion einschliesst, und einen hinteren, der wiederum die ganze Occipitalregion umfasst; in ersterem Abschnitte findet bei der Convexität eine allmähliche Zunahme, folglich keine sehr starke Wölbung, in letzterem dagegen die stärkste Entwickelung und Wölbung statt.

Die Grössenverhältnisse des in Rede befindlichen Kopfschildes, welche ich an einer Reihe gut erhaltener Köpfe untersuchte, haben im Durchschnitt folgende Zahlen ergeben.

Der Längsdurchmesser des oberen Kopfschildes, gemessen in der Mittellinie vom Vorderrande desselben bis zu der nach hinten vorspringenden Spitze von der *Crista occipitalis*, beträgt	1	Centimeter	und $8^1/_2$	Millimeter.
Der grösste Querdurchmesser, gemessen von der äussersten Spitze des einen Lateralhorns bis zu jener des zweiten, beträgt	2	»	und 4	»
Der Querdurchmesser der vorderen Schildabtheilung, gemessen in der Entfernung des Vorderrandes nach hinten von 5 Millimeter, beträgt	1	»	und 1	»
Der Durchmesser der *Regio occipitalis*, gemessen zwischen den beiden Rändern dieser Region, beträgt . .	1	»	und 5	»

Bei den wohl erhaltenen Schildern verhält sich der Längsdurchmesser stets gleichmässig, während die angeführten Querdurchmesser sich je nach dem Grad des Druckes, den die Schilder bei der Fossilisation erlitten, beständig ändern. Von diesem letzteren Umstande ist auch die mehr oder weniger starke Wölbung des Kopfschildes in seinen verschiedenen Abtheilungen abhängig gemacht.

Die Oberfläche desselben Kopfschildes führt eine grosse Menge von stachelartigen Tuberkeln, die ihrer Grösse nach in drei Kategorien eingetheilt werden können, wie dies bereits F. Schmidt gethan hat. Auch sind die Abbildungen, welche derselbe Forscher seinen Untersuchungen beigegeben, gleichwie die an den Tuberkeln beobachteten Erscheinungen in jeder Beziehung, namentlich im Hinblick auf das damalige Material, vortrefflich dargestellt. Dessenungeachtet bin ich in der Lage einige Zusätze zu diesen Beobachtungen zu bringen, die sich namentlich auf den oberen Abschnitt der Tuberkeln beziehen. Die mit guter Loupe ausgeführten genauen Untersuchungen der grössten Tuberkeln, deren Vorkommen auf die Occipitalregion beschränkt ist, zeigten in den meisten Fällen, dass die Tuberkel in ihrem äussersten Abschnitte beschädigt sind, mit anderen Worten, dass bei denselben etwas abgebrochen worden ist. In anderen Fällen bemerkt man wiederum, dass an solchen Stellen die Substanz des Schildes unnachweisbar bleibt. In Folge dessen entstehen ähnliche, lichtgraue oder weissliche Stellen in oberem Abschnitt der Tuberkeln, wie sie auch an der Abbildung von Schmidt (l. c., 15, Taf. IV, Fig. 3 und 4) naturgetreu gezeichnet sind. Unter ähnlichen Umständen kann man nicht nur bei den grössten Tuberkeln, sondern auch an den mittelgrossen eine mittelständige Lücke erkennen (Vergl. Taf. II, Fig. 1 *t*). Sobald ich dieser Erscheinung gewahr wurde, verfolgte ich dieselbe weiter und war schliesslich im Stande, die Form der abgebrochenen oder fehlenden Tuberkelstücke in ihrer natürlichen Lage zu eruiren.

Gelegentlich meines Aufenthaltes auf der Insel Oesel fand der mir beim Sammeln der Versteinerungen behülflich gewesene Gymnasialschüler einer höheren Classe, Herr A. Masing,

eine grössere Platte an dem bereits erwähnten und unweit vom Wita'schen Steinbruch befindlichen Fundorte, die von zahlreichen, mehr oder weniger grossen Bruchstücken vom *Thyestes* erfüllt war. Nach der Zersprengung der Platte gelang es mir an den kleinen Bruchstücken in Betreff der Gestalt von den Tuberkeln verschiedener Grösse interessante Beobachtungen zu machen. Dabei stellten sich folgende Verhältnisse heraus, die in zwanzigfacher Vergrösserung in den Figuren 4 und 5 der Taf. II dargestellt sind. Die letztere von den beiden Figuren zeigt uns zwei von der Seite gesehene Tuberkel, die zu den Tuberkeln mit conischer Gestalt (F. Schmidt) gehören. Bei denselben bemerken wir eine breitere, gerippte oder gefurchte Basis, welche bei der Flächenansicht, wie dies Schmidt beobachtete, den Tuberkeln das strahlige Ansehen verleiht, ferner einen glatten, in eine scharfe Spitze auslaufenden oberen Abschnitt; letzterer ist nicht selten nach vorne oder hinten ein wenig gebogen. Die erste von den bezeichneten Figuren bietet ebenfalls zwei stachelartige Tuberkel, deren Form aber richtiger mit einem Helm zu vergleichen wäre. Auch diesmal haben wir es mit der Seitenansicht zweier Tuberkeln zu thun, welche jedoch in die Kategorie der die *Crista occipitalis* und die Randverzierungen des Kopfschildes bildenden Tuberkeln gehören. In ähnlicher Weise wie bei den vorigen Tuberkeln können wir auch bei diesen eine breitere, radiäre Basis von einem oberen, von beiden Seiten zusammengedrückten und mit einem scharfkantigen, nach hinten mit einer in derselben Weise scharfen Spitze endigenden Kamm unterscheiden. Ueberdies bemerken wir an derselben Abbildung die basalwärts erfolgte Verschmelzung beider Tuberkeln. Zu demselben Typus gehören auch fast alle als Oberkieferzähne (Eichwald, Pander) oder als Randzähne (F. Schmidt) und Randverzierungen (Huxley) bezeichneten Tuberkel, welche jedoch in Folge der beschriebenen Verhältnisse und in Bezug auf ihren weiter unten zu beschreibenden histiologischen Bau richtiger Randtuberkel genannt werden dürften.

Aehnliche Erscheinungen, wie die eben geschilderten, habe ich mehrmals auch an verschiedenen Steinkernen beobachtet. Es ist mir sogar nach wiederholten Erfahrungen sehr wahrscheinlich, dass die grössten Tuberkel in der Gesammtheit, ebenso die meisten von mittlerer Grösse, derartige Stacheln darstellen. Hievon kann man sich zuweilen auch an guten Abdrücken der Schildoberfläche überzeugen. Wir sehen in solchen Fällen, dass die Höhlen in den Abdrücken, welche in Folge des Ausfalls oder Zerstörung der Tuberkeln entstanden sind, tiefe und schmäler werdende Gruben darstellen, deren Form mit jener der stachelförmigen Tuberkeln übereinstimmt.

Die Art und Weise der Tuberkelbildung am oberen Kopfschilde des *Thyestes* hat jedoch, wie ich glaube, auch in phylogenetischer Beziehung einige Bedeutung, von der später die Rede sein wird.

Bei dieser Gelegenheit komme ich überdies zu den früher erwähnten Abbildungen Eichwald's und Pander's zurück. Die Eichwald'sche Figur kommt allerdings nicht näher in Betracht, weil sie in natürlicher Grösse den Steinkern vorstellt, und da bieten sich uns die Detailverhältnisse so undeutlich dar, dass jedwede Beurtheilung von vorne herein unmöglich

gemacht wird. Hingegen verdient umsomehr die Pander'sche Abbildung eine spezielle Berücksichtigung. Die von Pander[1]) auf seiner Tafel IV gezeichnete Figur 1 *a* ist dem Eichwald'schen Exemplar entnommen worden. Das Original ist, wie bereits Schmidt[2]) hervorhob, ein schlecht erhaltener Steinkern, der allerdings wegen der Ueberreste der Rumpf- und Candalregion ein besonderes Interesse beansprucht. Mit Rücksicht darauf liess ich dasselbe Exemplar auf Tafel II in der Figur 1 bei zweifacher Vergrösserung abbilden. Vergleicht man nunmehr diese meine Figur mit denen von Pander und Eichwald, so wird man sich kaum des Gedankens erwehren können, dass es sich hier um die Abbildungen von drei untereinander ähnlichen Objecten handelt. Hiefür liegt zweifacher Grund vor. Einmal ist die charakteristische Wiedergabe eines solchen Steinkerns für den Zeichner eine durchaus schwierige Aufgabe; andererseits eignet sich die Abbildung eines Steinkerns, zumal eines solchen wie in gegebenem Falle, bei beschreibenden Untersuchungen gar nicht, wenn dieselbe nicht in schematischer Weise ausgeführt ist, d. h. wenn in dieselbe nicht auch Dinge eingezeichnet werden, welche der Auffassung des Beobachters oder des Zeichners entsprechen, von denen zuweilen an dem gezeichneten Objecte aber auch nicht die mindeste Spur existirt. Aehnliche Schematisirung erfuhr aller Wahrscheinlichkeit nach auch die Pander'sche Abbildung. Dies muss namentlich von den in derselben Abbildung durch die grössten Tuberkel gebildeten sechs Reihen hervorgehoben werden. Letztere dringen niemals soweit in den Vorderabschnitt des Schildes, wie es hier geschieht, sondern sie bleiben innerhalb des Hinterhauptes, wie es ja Pander selbst in correcter Weise in seiner Figur 1*b* darstellt. Die besprochene Darstellung wird erst dann einigermaassen begreiflich, wenn wir die Figur 1*d* zum Vergleich heranziehen. Wir sehen bei der Letzteren, von der Pander[3]) bemerkt, dass sie einem Bruchstück entnommen sei, «dessen Oberfläche ganz unversehrt ist», wie die erwähnten Tuberkelreihen in der vorhin bezeichneten Weise bis zu dem Vorderabschnitt des Schildes reichen. Möglicherweise sind diese Verhältnisse auf die Figur 1*a* in derselben Weise übertragen worden, oder aber liegt in beiden Fällen schematische Darstellung vor.

Auch stimmen meine eigenen Erfahrungen mit dem durch F. Schmidt[4]) gemachten Einwand vollkommen überein, wonach die *Crista occipitalis* sich niemals soweit nach vorne erstreckt, wie dies Pander nach dem durch A. Goebel im Jahre 1854 aufgefundenen Exemplar darstellen liess. Es ist nur sehr zu bedauern, dass dieses Exemplar in Verlust gerieth, auch schon desshalb, weil Pander an der Abbildung mit seitlicher Ansicht des Exemplars (Taf. IV, Fig. 1 *c*) eine Anzahl von zugespitzten, mittelgrossen Tuberkeln zeichnen liess. Der Verlust dieses Exemplars ist ausserdem noch in einer andern Hinsicht zu beklagen, die sich uns später darbieten wird.

Den nächstfolgenden Gegenstand unserer Betrachtung bildet die Frontalregion des

1) Pander, l. c., 10.
2) Schmidt, l. c., 15, pag. 227.
3) Pander, l. c., 10, pag. 45.
4) Schmidt, l. c., 15, pag. 228.

oberen Kopfschildes. Dieselbe befindet sich selbstverständlich in unserem Falle im Vorderabschnitte des Schildes (Taf. I, Fig. 1 *FR*). Aeusserlich macht sich an dem wohl erhaltenen Kopfschilde in Bezug auf die Convexität der Stirnregion nirgends irgend welcher Unterschied bemerkbar; untersucht man hingegen auf diesen Umstand die scharf ausgeprägten Abdrücke von der Oberfläche des Kopfschildes, so kommt man sehr bald zu der Ueberzeugung, dass in der mittleren Partie dieser Region eine hügelförmige Ausbuchtung besteht, in deren Mitte der Abdruck eines anderen Gebildes liegt. Mithin muss das Gebilde, welches ich als Frontalorgan benennen will (Tafel I, Figuren 1, 2, 3 und 4 *fro*), innerhalb der stärksten Wölbung von der Stirngegend gelegen haben. Das Frontalorgan selbst ist in der Weise gelagert, dass es durch die Medianlinie des Kopfschildes in zwei symmetrische Hälften getheilt wird; dasselbe befindet sich unmittelbar vor den Augenhöhlen. Die Figur 4 der Tafel I stellt das Frontalorgan (*fro*) bei sechsfacher Vergrösserung und isolirt dar; die Abbildung ist dem in Fig. 3 gezeichneten Exemplar entnommen. Wir sehen in klarer Weise an der Figur 4, wie das Frontalorgan von einem ringförmigen Wall, dessen äusserer Rand zuweilen ziemlich scharf und ein wenig nach vorne und hinten ausgebuchtet erscheint, gebildet wird; dabei ist der Wall an beiden Seiten stets durch zwei mittelgrosse Tuberkel (*t*) begrenzt. Der Wall umgibt ferner eine halbkreisförmige Grube, am Grunde derselben bemerken wir eine Spalte (*sp*), welche gewöhnlich von der Steinmasse erfüllt ist und genau in der Medianlinie des Schildes zu liegen kommt. Die Form dieser Spalte ist länglich und nach vorne und hinten gleichmässig abgerundet. Zu beiden Seiten der Spalte existiren zwei ovale Grübchen, die durch die Substanz des Schildes an ihrer Basis vollkommen abgeschlossen werden. Die mittleren Wandungen der beiden Grübchen endigen in einem nach oben oder aussen gebogenen Rand, der etwas verdeckt ist und die Spalte einschliesst.

Nicht ohne Interesse sind weiterhin die Erscheinungen, welche durch die Abgüsse der ganzen Grube vom Frontalorgan hervorgerufen werden; dieselben sind mannigfach, namentlich bei den scharf ausgeprägten Abdrücken oder Abgüssen der Schildoberfläche. Es bieten sich uns hierbei zweierlei charakteristische Merkmale dar: entweder bildet ein solcher Abguss oder Abdruck eine Halbkugel, in welcher eine Vertiefung von der Form der Spalte entsteht, oder es wird die Halbkugel an derselben Stelle mit einem Wulst versehen; die Gestalt des Wulstes entspricht in den meisten Fällen jener der Spalte, nicht aber der Grösse der letzteren, indem der Wulst bald stärker, bald schwächer entwickelt ist. Der Fall von stärkerer Entwickelung tritt dann ein, wie ich aus den vergleichenden Beobachtungen schliessen zu können glaube, wenn die Ausfüllung der Grube des Frontalorgans durch die Sedimentsmasse in gleichmässiger Weise erfolgte, während die schwächere Entwickelung des Wulstes in umgekehrtem Falle zum Ausdruck gelangt. Ausser dieser Alternative existirt noch eine dritte Möglichkeit, wo nämlich in der Mitte der Halbkugel statt eines Wulstes die Vertiefung von der Spaltform zum Vorschein kommt. Dieser Fall lässt sich nur durch die Annahme einer Ablagerung von Sedimentsmasse in der Spalte des Frontalorgans, auf welche die Sedimentsbildung eingeschränkt war, erklären.

Ich habe absichtlich die eben geschilderten Vorgänge in ausführlicher Weise besprochen, weil ich der Ansicht bin, dass dieselben mit den von Pander und Schmidt beschriebenen und abgebildeten Augen in unmittelbarem Zusammenhange stehen. Pander zeichnet auf seiner Tafel IV in der Figur 1 *d* zwei Oeffnungen von ovaler Gestalt, welche durch eine dünne Scheidewand von einander getrennt sind.

Bei genauer Besichtigung derselben Figur bemerken wir eine ringförmige Erhabenheit, die jene angeblichen Augenhöhlen umgibt; dass die Erhabenheit, gleichwie die vorerwähnte Scheidewand zwischen den beiden Oeffnungen, mit winzigen Tuberkeln bedeckt sein sollten, das beruht wohl aller Wahrscheinlichkeit nach auf einer schematischen Darstellung der Versteinerung, wie wir sofort erfahren werden.

Die Abbildung von Schmidt, Taf. IV, Fig. 1, zeigt in ähnlicher Weise die beiden ovalen Oeffnungen mit der sie trennenden Scheidewand; doch bemerkt man hier von der ringförmigen Erhabenheit der Pander'schen Abbildung nicht die geringste Spur. Meiner Ueberzeugung nach haben wir es in beiden Fällen mit dem von mir vorhin beschriebenen Frontalorgan zu thun. Als unverkennbare Unterstützung für diese meine Behauptung dient nicht nur die Lage, sondern auch die Form der von Pander und Schmidt beschriebenen Augenhöhlen. Vergleicht man nämlich die in meiner Abbildung (Taf. I, Fig. 4) zu beiden Seiten der Spalte (*sp*) befindlichen Grübchen mit den Augenhöhlen von Pander und Schmidt, so stellt sich offenbar, zumal bei der sogleich näher zu bezeichnenden Voraussetzung, eine grosse Aehnlichkeit zwischen den drei genannten Gebilden heraus. Hiermit stimmt denn auch die sehr richtige Angabe von F. Schmidt, dass die von ihm geschilderten Augenhöhlen nach unten «vollkommen durch eine dünne, platte Schaale geschlossen erscheinen»[1]).

Man wird mir ohne Zweifel einwenden, wie ich denn dazu komme, eine Spalte mit der genannten Scheidewand zu identificiren?

Die Berechtigung des Einwandes ist jedoch nur eine scheinbare, denn wenn wir die zwei folgenden, durch den Verlauf des Fossilisationsprocesses und die zerstörenden Einwirkungen auf die Versteinerung bedingten Eventualitäten näher in Betracht ziehen, so dürfte es gar nicht schwierig werden, diese Erscheinung in befriedigender Weise zu erklären. Die eine von den beiden Eventualitäten betrifft die sehr häufige Abreibung der Oberfläche, welche wir an den meisten Kopfschildern beobachten, während die zweite Eventualität das supponirte Ausfüllen der Spalte durch die Sedimentsmasse in der bereits erläuterten Weise anbelangt. Denken wir uns nunmehr die synchronische Wirkung beider Eventualitäten, d. h. den durch Abreibung verursachten Verlust des ringförmigen Walles bei dem Frontalorgan, ferner das intensive Ausfüllen mit Gesteinsmasse der Spalte, ein Vorgang, der sich ja bekanntlich in verschiedener Weise zu äussern pflegt, so ergibt sich die Erklärung der vermeintlichen Erscheinungen von selbst. War die Abreibung eine intensive

1) Schmidt, l. c., 15, pag. 228.

und die Ausfüllung der Spalte eine schwächere, so dass nur die ovalen Grübchen am Grunde der Grube vom Frontalorgan übrig blieben, dann entsteht das Bild, wie in der angeführten Figur von F. Schmidt. War hingegen der Abreibungsprocess in geringerem Grade wirksam, so dass die Basis des ringförmigen Walles erhalten wurde, dann entsteht das Bild, wie es Pander in seiner Figur 1 d darstellt.

Mit den vorstehenden Ausführungen stimmt denn auch das Vorhandensein der eigentlichen Augenhöhlen überein, zu deren Beschreibung wir nunmehr übergehen wollen. Die Augenhöhlen (*Orbitae*) finden wir unmittelbar hinter dem Frontalorgan (Taf. I, Figuren 1, 2, 3 und 4 *O*) und da sich die Mittellinie derselben mit der Medianebene des Kopfes deckt, so ist ihre Lagerung als eine bilateral-symmetrische zu bezeichnen; somit können wir zwischen einer rechten und linken Augenhöhle unterscheiden. Der Vorderrand von den Augenhöhlen wird in seiner mittleren Partie durch den Hinterrand des Frontalorgans gebildet (Vergl. Fig. 4). Das wesentliche und sehr bezeichnende Merkmal für die Augenhöhlen ist der Umstand, dass sie äusserlich an der Schildoberfläche eine gemeinschaftliche Oeffnung von biscuitförmiger Gestalt darbieten. Dagegen erfolgt ihre Trennung erst innerlich durch zwei sehr dünne Lamellen, die von einander ziemlich weit entfernt sind. Obwohl sich die Letzteren scheinbar mit dem äusserlich gelegenen Schilde vereinigen, so müssen wir sie dennoch dem inneren Orbitalknochen der Fische vergleichen. Dafür, ob diese Lamellen sich auch nach unten behufs eines völligen Abschlusses des Augengrundes fortsetzen, können keine directen Beweise erbracht werden. Immerhin konnten die Augenhöhlen aller Wahrscheinlichkeit nach am Grunde vollkommen abgeschlossen sein, da sonst an den Oberflächen-Abdrücken des Kopfschildes schwerlich kugelförmige Steinkerne in der Gegend der Augenhöhlen wahrnehmbar wären, ein Umstand, der in ähnlichen Fällen ziemlich häufig vorkommt.

Bezüglich der Augenhöhlen muss noch die Figur 1 *c* der Tafel IV von Pander berücksichtigt werden, bei welcher man, und zwar im Vorderabschnitte des Kopfschildes, vier helle Partien beobachten kann, zwei bilateral-symmetrische, zwei unpaarige und in der Mitte der Schildoberfläche hintereinander gelegene. Im Texte werden diese Partien nicht besprochen. Es unterliegt jedoch keinem Zweifel, dass diese Gebilde Spuren der beiden Augenhöhlen, des Frontal- und des zu beschreibenden Parietalorgans darstellen. Die Pander'sche Abbildung stammt von einem Exemplar, das von Dr. v. Schrenck aufgefunden wurde; bedauerlicher Weise ging auch dieses Exemplar verloren.

Parietalregion des oberen Kopfschildes (Taf. I, Fig. 1 *PR*). Dieselbe zeichnet sich durch die in ihrer Mitte befindliche Oeffnung aus. Wie wir bereits früher gesehen haben, wurde die Letztere durch F. Schmidt entdeckt und beschrieben; ich benenne diese Oeffnung als Parietalorgan (*po*). Es ist thatsächlich ein wirkliches Loch in der Schädeldecke, welches bald einem ziemlich regelmässigen Dreieck, wie auf Tafel IV in der Figur 1 von Schmidt, bald einem solchen von sehr unregelmässiger Form (Fig. 1 *po*) ähnelt. An der Stelle, wo das Parietalorgan gelagert ist, senkt sich das Schild thalförmig ein. Gewöhnlich rückt das

Parietalorgan mit seiner Spitze in die nächste Nähe des Hinterrandes von den Augenhöhlen, während dessen Basis an der Grenze zwischen der Parietal- und Occipitalregion zu liegen kommt. Freilich kann aber auch der umgekehrte Fall eintreten, wo der breite Abschnitt des Parietalorgans dem Hinterrande der Augenhöhlen und die Spitze der Occipitalregion zugewendet ist. Ein solcher Fall ist in der Figur 3 auf der Taf. I (*po*) dargestellt.

Ausser dem Parietalorgan zeigt die Parietalregion sonst nichts Nennenswerthes.

Occipitalregion des oberen Kopfschildes (Taf. I, Fig. 1 *OR*). Neben der stärksten, oben beschriebenen Convexität kommen in dieser Region des Kopfes in morphologischer Beziehung sehr interessante Verhältnisse vor. Letztere sind bereits durch Pander und Schmidt beschrieben worden; ich meine die Zusammensetzung desselben Schildabschnittes aus vier vollkommen mit einander verschmolzenen Segmenten (Fig. 1, I, II, III, IV). Jedes Segment besitzt an seiner Oberfläche drei grosse, stachelförmige, in regelmässiger Entfernung von einander stehende Tuberkel, deren Bau wir bereits kennen gelernt haben. Zwischen den grossen Tuberkeln liegen mittelgrosse und kleine Tuberkel durch einander zerstreut, die Anzahl derselben ist sehr verschieden. Entsprechend der Beobachtung von Schmidt[1]) werden die Segmente (Lamellen, Pander) durch furchenähnliche Vertiefungen von einander abgegrenzt. Die Vertiefungen sind in dreifacher Zahl vorhanden; die letzte oder die dritte von ihnen ist stets vorhanden und scharf ausgeprägt, während die zweite oder mittlere und die erste in vielen Fällen nicht besonders deutlich zum Vorschein kommen, namentlich gilt dies von der ersten Querfurche, welche nicht selten auch gänzlich fehlen kann. In der Figur 1*b* der Taf. IV von Pander ist nur die dritte Querfurche und viel zu scharf gezeichnet. Natürlicher ist dagegen die Darstellung von Schmidt auf seiner Taf. IV in Figur 1. Bezüglich ihrer Verlaufsrichtung lassen die Querfurchen einen zweifachen Modus erkennen; entweder beschreiben dieselben eine mehr horizontale oder gerade Linie, die aber jedesmal an ihrem proximalen Ende, d. h. an dem der *Crista occipitalis* zugewandten, eine bogenförmige Biegung nach hinten macht (Vergl. Taf. I, Fig. 3 bei IV), oder aber beschreiben dieselben im Ganzen bogenförmige Linien, deren proximale Abschnitte unmittelbar in die Nähe der *Crista occipitalis* vorrücken und mit den gegenseitigen Querfurchen convergiren (Taf. I, Fig. 1). Die von den Querfurchen gebildeten Linien sind niemals von gleichmässiger Länge. Letztere variirt in gleicher Weise, wie das Auftreten der Querfurchen; die dritte oder hinterste derselben bleibt immer die längste, die zweite oder mittlere wird um ein gutes Stück kürzer, noch kürzer wird die erste, wenn sie überhaupt vorhanden ist. Der Beschaffenheit nach stellen die Querfurchen eigentlich sehr feine leistenförmige Erhabenheiten am Grunde der Vertiefungen vor, denen winzige Tuberkel aufsitzen. Hievon kann man sich sehr oft an Abdrücken von Kopfschildern überzeugen; wir sehen da, dass namentlich die zwei hinteren Querfurchen in der Gestalt von schienen-

1) Schmidt, l. c., 15, pag. 229.

artigen Suturen erscheinen. Endlich erstrecken sich die letzteren niemals bis in die *Crista occipitalis*, weil diese, wie wir bereits aus der Beschreibung der Tuberkeln wissen, aus einer Anzahl von 5—7 der grössten, unter einander basalwärts innigst verbundenen Tuberkeln gebildet wird. In allen denjenigen Fällen, wo der hintere Abschnitt der Hinterhauptsregion sich in gutem Zustande erhalten hat, stellt dieselbe in der Mittellinie einen spitzigen Vorsprung dar (Taf. I, Fig. 1 *osp*).

Lateralhörner oder seitliche Ausbreitung des oberen Kopfschildes (*Cornua*). Es sind flügelartige, seitliche Ausbreitungen des mehr oder weniger in seinem Vorderabschnitte halbkreisförmigen Schildes (Taf. I, Fig. 1 und 2 *Cr*). An wohlerhaltenen Exemplaren führen dieselben äusserlich an ihren Rändern ziemlich regelmässig geordnete, dichtgedrängte Randtuberkel (*rs*) von jener Form, die oben als der Typus der helmförmigen Tuberkeln beschrieben worden ist. Bei Beobachtungen, welche an den *in situ* befindlichen Kopfschildern in der Flächenansicht ausgeführt werden, haben diese Randtuberkel eine mehr oder weniger rechteckige oder viereckige Form, wie sie auch an der Abbildung von Schmidt auf Tafel IV, Figur 1 und an den Abbildungen von Pander auf Tafel IV in den Figuren 1 *a*, *b*, *c* und *d* gezeichnet sind. Untersucht man jedoch die Randtuberkel in verschiedenen Lagen und an einer grösseren Anzahl von Exemplaren, so ergibt sich, dass die eben bezeichnete Form keinesfalls eine Regel bildet. Die Figur 6 auf der Tafel I zeigt uns ein bei sechsfacher Vergrösserung dargestelltes Bruchstück des Lateralhorns, wo die Randtuberkel bald unregelmässig quadratische, bald konisch zugespitzte Form aufweisen. Ganz verschieden davon sind die Randtuberkel, welche wir in Figur 7 auf Tafel I an einem andern Bruchstück des Lateralhorns in fünffacher Vergrösserung bemerken. Die hier abgebildete Reihe von solchen Randtuberkeln (*rs*) besteht aus gleichmässig gestalteten, hackenförmig zugespitzten Kegeln. Letztere Form habe ich mehrmals namentlich an Bruchstücken der Lateralhörner beobachten können. Aehnliche Fälle zeigen uns in klarer Weise, dass unter den Randtuberkeln nicht nur Typen der stachel- und helmförmigen Tuberkeln, sondern auch verschiedene andere Zwischenformen vorkommen. Dies ist ein Grund mehr, die Randtuberkel in die Kategorie der übrigen Oberflächenzierrathen zu stellen, wie es bereits Th. H. Huxley[1]) gethan, indem er dieselben, gegenüber der Deutung von Pander, als Randverzierungen bezeichnete. Offenbar ist Pander zu seiner Deutung durch den Umstand verleitet worden, dass viele von den rechteckigen oder helmförmigen und unregelmässig quadratischen Randtuberkeln einen etwas verdickten Rand von glänzendem Ansehen besitzen; in dem glänzenden Rande sollte eben ein Schmelzüberzug vorliegen. In der That ist dieser Umstand wohl geeignet, um in ihm den Schmelz zu suchen. Ich muss ausserdem betonen, dass ein ähnlicher glänzender Rand an keiner anderen Stelle des Kopfschildes bei den Tuberkeln vorkommt. Ob aber der glänzende Rand in der Wirklichkeit eine Schmelz-

1) Huxley, l. c., 7, pag. 269.

decke darbietet, darüber wird bei den unten folgenden Betrachtungen bezüglich der mikroskopischen Structur verhandelt.

Was nun die weiteren Erscheinungen bei den Lateralhörnern anbelangt, so werden dieselben an beiden Seiten, d. h. an der obern und untern Fläche von mittelgrossen und winzigen Tuberkeln bedeckt, indem das Kopfschild sich nach abwärts umbiegt, um einen ebenso breiten Umschlag an der unteren Fläche des Kopfes zu bilden, wie das Lateralhorn selbst ist. Die Grenze zwischen den Lateralhörnern einerseits und der übrigen Schildsubstanz andererseits kann nur ideal gedacht werden; dieselbe wäre an jener Stelle zu suchen, wo die Convexität des Schildes ihr Ende erreicht hat.

Während aber der äussere oder seitliche Rand bei den Lateralhörnern stets verdickt erscheint, besitzt der hintere Rand derselben ganz gleiche Dicke wie die beiden Flächen, welche aus zwei unter einander innigst verbundenen Lagen der Schildsubstanz bestehen. Der verdickte Seitenrand der Lateralhörner setzt sich fort in den bereits früher erwähnten und gleichfalls in derselben Weise verdickten Vorderrand des Kopfschildes; derselbe bildet nach aussen und oben eine scharfe, continuirliche Kante und ist in seinem ganzen Umfange der Träger sämmtlicher Randtuberkeln (Taf. I, Fig. 1 *lt*, *rs*). Der Hinterrand der Lateralhörner ist glatt, enthält also keine Tuberkelverzierung und bildet einen mehr oder weniger scharf ausgeprägten Bogen, der etwas schräg gestellt ist. Endlich verbindet sich der Hinterrand einerseits mit dem Occipitalabschnitt des Kopfschildes, und zwar gewöhnlich lateralwärts zwischen den zwei ersten Segmenten des Hinterhauptschildes, während sein distales Ende mit dem Seitenrande zu einer scharfen Spitze zusammentrifft, welche wiederum in der Mehrheit der Fälle in einer Ebene endigt, die beiläufig in die Querfurche zwischen dem zweiten und dritten Segment der *Regio occipitalis* fällt, wie dies bereits durch Schmidt in Figur 1 der Tafel IV ganz richtig dargestellt worden ist.

Nachdem wir die Oberflächenverhältnisse des oberen Kopfschildes kennen gelernt haben, müssen wir uns noch in Betreff des Letzteren mit einer Frage beschäftigen, die unmittelbar mit der histiologischen Structur des Schildes zusammenhängt; desshalb sende ich die Beantwortung der Frage den mikroskopischen Erläuterungen voraus. Die Frage aber betrifft die Beschaffenheit der Innenfläche des oberen Kopfschildes und lautet: wie ist die Innenfläche des Letzteren beschaffen? Bekanntermaassen besteht die Innenfläche der Cephalaspiden, in vollkommen gleicher Weise wie bei allen Ganoiden des devonischen Systems, aus einer oberflächlich glatten Substanz, welche Pander wegen ihres abweichenden mikroskopischen Baues als Isopedin bezeichnete. Nach den Untersuchungen von F. Schmidt sollte diese Innenfläche (*Isopedin*) dem *Thyestes* fehlen; ein Umstand, der sich in vollem Widerspruche zu unseren Kenntnissen über Bau und Entstehung der Verknöcherungsvorgänge im Exoscelet sämmtlicher Lepido-Vertebraten und Placo-Vertebraten befindet. Zu Gunsten der bezeichneten Beobachtung sprach ausser den Schildabdrücken und Steinkernen noch der Umstand, dass stets nur die Oberflächenverhältnisse des Kopfschildes gesehen worden sind. Um nun den vorhin erwähnten Widerspruch lösen

zu können, untersuchte ich das mir zu Gebote stehende Material in der sorgfältigsten Weise, bis ein glücklicher Zufall selbst die Aufklärung brachte. Es ist dies ein Bruchstück des früher erwähnten Masing'schen Exemplars, an welchem die Innenfläche des oberen Kopfschildes aus der Occipitalregion zum grossen Theil zur Ansicht gelangt. Die Figur 5 der Tafel I ist demselben Exemplar entlehnt worden; dieselbe zeigt uns eine glatte, bedeutend gewölbte Fläche, die zu beiden Seiten und nach vorne von Tuberkelabdrücken (*t*) umgeben ist. Bei Untersuchungen mit stark vergrössernder Loupe zeigt äusserlich diese Fläche eine gerade Streifung von verschiedener Verlaufsweise. Diese in die Kreuz und Quere verlaufenden Streifen entsprechen den ursprünglichen Faserbündeln, aus denen sich die Schicht zusammensetzt. Zwischen den Bündeln bemerkt man in verschiedenen Abständen winzige Lücken oder Poren, welche die äusseren Mündungen von den Havers'schen Kanälen darstellen. Dass die Schicht, welche die Innenfläche bildet, sehr dünn sei, davon zeugen die viereckigen Einsenkungen (*x*), welche der Basis von den grössten, hohlen Tuberkeln innerhalb der Occipitalregion entsprechen. Auch besteht am Hinterrande derselben Fläche (*Hr*) eine markirte Stelle, die möglicherweise zur Einlenkung des ersten Rumpfschildes dient. Auffallender Weise bemerkt man, selbst bei Untersuchungen mit einer stark vergrössernden Loupe, keine Furchen oder leistenförmige Erhabenheiten, die den an der Oberfläche des Hinterhauptsabschnittes befindlichen, die Trennung der Segmente markirenden Querfurchen oder Suturen entsprechen würden. Dies ist eine Thatsache von morphologischer Bedeutung, denn sie zeigt uns, dass die Segmentirung sich nicht auf die untere oder innere Schicht des Kopfschildes erstreckte, sondern auf die obere oder äussere Schicht desselben beschränkt war. Demzufolge erscheint aber auch das Isopedin als secundäre Bildung.

Mikroskopischer Bau des oberen Kopfschildes. Durch den Nachweis der inneren oder unteren Schicht gestaltet sich auch die mikroskopische Untersuchung des Kopfschildes wesentlich anders. Dem einzigen, vorhin vorgeführten Exemplar, an dem die Innenfläche sichtbar ist, entnahm ich einige kleine Stückchen, um mit Hilfe derselben die mikroskopischen Beziehungen zu untersuchen. Zu diesem Behufe habe ich alsdann mehrere verticale und horizontale Dünnschliffe angefertigt. Schon ein oberflächlicher Blick auf die vorhin beschriebene Figur 5 der Tafel I zeigt uns an mehreren Stellen, wo wir die der Quere nach erfolgten verticalen Bruchflächen des Kopfschildes bemerken, dass die Dicke des Kopfschildes eine sehr minimale ist. Hieraus erklären sich leicht die Schwierigkeiten, welche bei der Anfertigung brauchbarer Praeparate entstehen können.

Die mikroskopische Prüfung der in senkrechter und horizontaler Richtung angefertigten Quer- und Längsschliffe führte zu folgenden Resultaten. Die Schildmasse erwies sich als aus einer einzigen Grundsubstanz bestehend; letztere kann allerdings in ihren unteren, der inneren oder unteren Schicht der Cephalaspiden entsprechenden Lagen, dem Isopedin Pander's im Allgemeinen verglichen werden, denn sie besteht aus Fasern, die in ganz gerader Richtung verlaufen und sich unter einem rechten Winkel

kreuzen, wie dies naturgemäss an den Figuren 5 und 6 der Tafel IV von F. Schmidt dargestellt ist. Der Längsrichtung von den Fasern oder Streifen folgend, sind die meist mit brauner oder schwarzer bituminöser Masse erfüllten, zellenartigen Räume von sehr verschiedener Breite und Länge gelagert. Von allen Seiten der grösseren Räume entspringen bald sehr kurze und dünne, bald sehr lange und dicke Fortsätze. Es ist nicht zu leugnen, dass diese letzteren Erscheinungen in hohem Grade an die Bilder erinnern, welche man besonders deutlich an horizontalen Längsschliffen vom Isopedin zu sehen bekommt. In dem ursprünglichen Sinne von Pander bildet das Isopedin die Basis der knöchernen Platten und Schuppen bei den meisten Dipnoern und Ganoiden aus den palaeozoischen Ablagerungen und besteht aus parallel geordneten Längslamellen mit sehr deutlichen, spindelförmigen Knochenzellen, welche entsprechend der Lage der Lamellen parallel geordnet sind. In der Regel entsenden die Knochenzellen nach allen Richtungen hin meist kurze und sich verästelnde Fortsätze, die schliesslich mit den benachbarten Fortsätzen verschmelzen und zierliche Netze darstellen. Diese Erscheinungen sind so charakteristisch für die Isopedinschicht, dass auch ein horizontaler Dünnschliff von einem Bruchstück derselben hinreicht, um eine solche nachzuweisen. Ein anderes histiologisches Merkmal bietet die geringe Anzahl der fast ohne Ausnahme in verticaler Richtung die Isopedenschicht durchbrechenden Havers'schen Canäle. Dabei bilden die Letzteren einfache Stämme ohne jedwede Verzweigung und münden äusserlich auf der Innenfläche des Schildes oder der Schuppe in Form von Poren, die man in den meisten Fällen bloss mit Hilfe einer guten Loupe erkennen kann. Uebertragen wir nun das Gesagte auf die verticalen und horizontalen Längsschliffe vom Kopfschilde des *Thyestes*, die freilich sehr dünn sein müssen, so erhalten wir im Allgemeinen, wie vorhin erwähnt, den optischen Eindruck der Isopedinstructur; doch die mit starken Vergrösserungen angestellten Beobachtungen überzeugen uns sofort von der Existenz wesentlicher Unterschiede zwischen den beiden Substanzen. Der erste Unterschied äussert sich darin, dass an senkrechten Dünnschliffen keine deutliche Parallelschichtung, sondern nur eine ziemlich unregelmässige Streifung oder Längsfaserung sichtbar wird. Der zweite Unterschied offenbart sich ferner darin, dass die zellenartigen Räume unter allen Umständen in der Längsaxe der Streifen oder Fasern zu liegen kommen. Endlich besteht der dritte und wesentlichste Unterschied in der Bildungsweise der Fortsätze von den zellenartigen Räumen; es sind das keineswegs Fortsätze von der Bedeutung der Primitivröhrchen, wie wir sie bei den sämmtlichen Knochenzellen jeglicher Form der verschiedenen Wirbelthierclassen beobachten, sondern vielmehr unregelmässige Fortsetzungen der zellenartigen Räume, die stets in der Längsaxe der Fasern gelegen, Netze untereinander bilden. Letztere bieten jedoch gegenüber solchen der Primitivröhrchen besonders charakteristische Unterschiede dar, indem ihre Maschenräume rechteckige, quadratische oder polygonale Form besitzen. Auch lässt sich hier keine regelmässige Verästelung nachweisen, wie sie bei den Primitivröhrchen von Knochenzellen und den Zahnröhrchen vorkommt. In Bezug auf den letzteren Umstand befinde ich mich in einem vollkommenen Widerspruche mit den Beobachtungen von Pander, der auf seiner Tafel IV

in den Figuren 5 und 6 typische Verzweigungen der aus den Zellen entspringenden Fortsätze zeichnet, von denen er aber im Texte bemerkt, dass sie sich selten verästeln[1]). Der hierin liegende Widerspruch lässt sich meiner Meinung nach sehr leicht erklären; da nämlich die Räume und deren Fortsätze stets die Fasern der Grundsubstanz begleiten und bei schräger Schnittrichtung die Spitzen von den Fortsätzen in der entsprechenden Faser ihren Lauf nehmen, so kann man sich sehr leicht vorstellen, wie die hin und her ziehenden, namentlich an ungünstigen Praeparaten sich in der mannigfachsten Weise kreuzenden Fasern der zellenartigen Räume und ihrer Zellen zu unrichtigen optischen Vorstellungen führen, so dass es durchaus begreiflich erscheint, wenn unentwirrbare und in hohem Grad verwickelte Netze und Verästelungen der verschiedensten Art gesehen werden, wie sie auch in naturgetreuer Weise in den vorhin angeführten Figuren von Pander gezeichnet sind. Freilich beziehen sich die letztgenannten Figuren auf den Bau der Randtuberkeln, welche, wie bereits erwähnt, Pander als Oberkieferzähne beschrieb. Da aber die Structur der Letzteren mit jener aller übrigen Tuberkeln und überhaupt des ganzen Kopfschildes vollkommen übereinstimmt, so können wir auch nicht die Existenz der Zähne, wenigstens nicht im Sinne der Vertebratenzähne zugeben. Schon F. Schmidt sagt vollkommen treffend bei der Charakterisirung des mikroskopischen Baues des Kopfschildes vom *Thyestes:* «Von einer mit strahligen Zellen erfüllten Knochenschicht und einer Kosminschicht (wie bei dem Englischen *Cephalaspis* und *Pteraspis*) ist keine Spur vorhanden»[2]). In der That enthalten die eben citirten Worte die wesentliche Charakteristik des mikroskopischen Baues vom Kopfschilde des *Thyestes*, mit der Einschränkung, dass bei *Thyestes* ebenfalls eine allerdings sehr zarte Schicht mit echten Knochenzellen vorhanden ist.

Aus der mikroskopischen Untersuchung der verticalen und horizontalen Dünnschliffe ergaben sich für das Kopfschild des *Thyestes* drei histiologisch verschiedene Schichten, welche in den Figuren 2 und 3 auf Tafel II dargestellt sind. Die erstere von den beiden Abbildungen zeigt einen schräg geführten, bis an die Basis eines grossen stachelförmigen Tuberkels reichenden Horizontalschliff, die letztere hingegen einen verticalen Querschliff durch einen Randtuberkel.

Wir sehen daselbst: 1) die untere oder innere Schicht (3), welche die glatte Innenfläche des Schildes darstellt; dieselbe wird durch die wenigen, unverästelten und in verticaler Richtung von unten nach oben aufsteigenden Havers'schen Canäle (H) und die zellenartigen Räume (*zr*) charakterisirt; 2) die mittlere oder zweite Schicht (2), die sich durch die meist horizontal verlaufenden, stark verzweigten und zu dichten Netzen vereinigten Havers'schen Canäle (H), gleichwie durch zahlreiche Knochenzellen (*kz*) auszeichnet. Letztere haben dieselbe Gestalt wie jene der Cephalaspiden und ihre ziemlich stark verästelten Primitivröhrchen bilden unter einander zierliche Netze; 3) die obere oder Tuberkelschicht, welche wiederum minderzählige Havers'sche Canäle führt und grösstentheils aus

1) Vergl. diese Untersuchungen, pag. 18. | 2) Schmidt, l. c., 15, pag. 230.

Tuberkeln ohne Knochenzellen besteht. Verticale Dünnschliffe zeigen, dass in der letzteren Schicht die mittelgrossen, gleichwie die grössten Tuberkel, grosse Höhlen in ihrem Innern führen, die von verhältnissmässig dünnen Wänden eingeschlossen sind; letztere erscheinen zusammen mit den von ihnen eingeschlossenen Höhlen nach Abreibungen oder beim Abbrechen der Tuberkelspitzen oberflächlich des Schildes in der Gestalt von Kratern (Vgl. Fig. 2 bei *t*). Auffallender Weise konnte ich trotz aller Bemühungen keine Schmelzdecke äusserlich an der oberen oder äusseren Schicht nachweisen; nur der glänzende Rand von den Randtuberkeln besitzt eine zarte Schmelzdecke (Fig. 3 *e*).

Die Darstellung der mikroskopischen Verhältnisse zeigt, dass meine Untersuchungen im Wesentlichen mit denen von F. Schmidt und Pander übereinstimmen. Neu an meiner Darstellung ist einerseits die Beobachtung dreier Schichten und der Nachweis wirklicher Knochenzellen.

Das untere Kopfschild. Wie wir oben sahen, bildet das obere Kopfschild einen continuirlichen Umschlag, der die untere Fläche der ganzen Breite nach bei den Lateralhörnern darbietet. Der Umschlag ist in ganz gleicher Weise wie die Aussenfläche der Lateralhörner beschaffen, sowohl in Betreff der Verzierung, als auch in Bezug auf die Lagerungsweise, da und dort bilden die Lateralhörner ebene Flächen, denen zahlreiche, mittelgrosse und winzige Tuberkeln aufsitzen. Von der Richtigkeit dieser zweifachen Behauptung kann man sich sehr leicht überzeugen, wenn man Exemplare besichtigt, an denen die Oberfläche des Lateralhornes zum Theil und die untere Fläche desselben in gutem Abdrucke erhalten sind. Unter solchen Umständen wird es begreiflich, wenn man an isolirten Lateralhörnern oder deren Bruchstücken nicht zu entscheiden vermag, ob die obere oder untere Fläche des Seitenhornes gesehen wird, zumal auch die Randtuberkel des Lateralhornes beim Anblick der unteren Fläche dasselbe Ansehen darbieten, wie in entgegengesetztem Falle, d. h. wenn dieselben im Zusammenhange mit der Oberfläche des Lateralhornes gesehen werden. Weiterhin dürfte es nicht der natürlichen Sachlage widersprechen, wenn wir annehmen, dass auch dieser Umschlag in ähnlicher Weise wie die Oberfläche der Lateralhörner eine Verbindung mit einem Schilde eingehen müsse. In allen Fällen, wo an isolirten Lateralhörnern oder an Bruchstücken von solchen eine Fläche zu Tage tritt, bemerkt man stets an dem proximalen Rande des Schildes eine Bruchfläche. Dass die letztere jedesmal bei ihrem Erscheinen nur der Oberfläche des Lateralhornes angehören sollte, das ist auch schon desshalb unwahrscheinlich, weil Exemplare vorkommen, an denen man einen Theil der Oberfläche von den Lateralhörnern in gutem Erhaltungszustande und gleichzeitig die untere Fläche theilweise in gutem Abdrucke beobachten kann. Warum sollte, frägt es sich, an isolirten Lateralhörnern oder deren Bruchstücken nicht zuweilen der umgekehrte Fall eintreten, wo die eigentliche Oberfläche, oder vielleicht diesmal richtiger die Aussenfläche im Abdrucke und die untere Fläche in natürlichem Zustande zu Tage treten? Wird die letztere Eventualität zugegeben, so dürfte es weiterhin gestattet sein, aus der erwähnten Bruchfläche des Randumschlages auf eine frühere Verbindung des Randumschlages mit einem zweiten, unteren

Kopfschilde zu schliessen. Würde sich dagegen der Schildumschlag an etwaige Weichtheile des unteren Kopfabschnittes angelehnt haben, so müsste derselbe nach anatomischen Erfahrungen entweder mit einem glatten, dünnen oder verdickten, niemals aber mit einer rauhen oder zickzackförmigen Bruchfläche, wie in diesem Falle, endigen. Aehnliche Gründe boten mir die Veranlassung nach dem unteren Kopfschilde unter den *Thyestes*-Resten zu fahnden.

Schon Pander liess auf seiner Tafel IV in der Figur 1 *b* bei *d* das Bruchstück eines Schildes zeichnen, das er als dem unteren Kopfschilde gehörig beschrieb. Ich habe das Original zu dieser Abbildung studirt und bin zu dem Schlusse gelangt, dass das Bruchstück aller Wahrscheinlichkeit nach dem Vorderabschnitte eines zerstörten oberen Kopfschildes angehört haben müsse.

Nach meinen eigenen Untersuchungen besass aber *Thyestes* mit grosser Wahrscheinlichkeit ein unteres Kopfschild, wenn es mir auch bisjetzt nicht gelang, den thatsächlichen Zusammenhang desselben mit dem oberen Kopfschilde nachzuweisen. Zuerst fiel mir ein kleines Stück vom Gestein unter dem Dorpater Material[1]) auf; dasselbe enthält ein 5 Millimeter breites und etwas über 5 mm. langes Schildstück, dessen ganzer Habitus auf ein *Thyestes*-Schild hinweist. Aehnliche Exemplare fand ich später auch unter dem Material des Akademie- und Universitäts-Museums in St. Petersburg. Die Figur 8 der Tafel I zeigt uns das Schild bei fünffacher Vergrösserung; wir bemerken an derselben vor Allem eine Reihe von den in ziemlich gleichmässigen Abständen hinter einander folgenden Tuberkeln, deren Grösse und Form (*tm*) an die grössten Tuberkel des oberen Kopfschildes erinnern. Der Form nach sind dieselben den innerhalb der Segmente des Hinterhauptes befindlichen nahe verwandt; doch haben sie bei dem vorliegenden Schildstück eine wesentlich verschiedene Lage; hier liegen sie in der Mitte des Schildes und nehmen das höchst gelegene Gebiet desselben ein. Die Tuberkel dürften gleichfalls zu den stachelartigen Formen gehören, bei denen aber die Spitzen abgebrochen worden waren; auch ist ihre Basis radiär gestreift, während ihr oberer Abschnitt glatt bleibt. Zu beiden Seiten der Tuberkeln beschreibt das Schild einen allmählich abfallenden Bogen, der aber lateralwärts und nach aussen in eine gerade Linie übergeht. An unserer Abbildung bemerkt man, dass die eine Seite des Schildes viel breiter ist als die andere; das rührt daher, weil ein grosser Theil der gegenüber liegenden Hälfte im Gestein steckt. Der Eindruck, welchen das Schildstück hervorruft, lässt die bilateral-symmetrische Bauart bei demselben vermuthen, was durch weiteres Material erwiesen werden dürfte. Bezeichnend ist ferner die Art und Weise der lateralen Verzierungen des Schildes, welche durch das Auftreten wulstförmiger Tuberkeln charakterisirt wird; die Wülste werden um so mehr länger und dünner, je mehr sie sich von der mittleren Partie des Schildes nach aussen entfernen, so dass sie schliesslich Rippen bilden, die mit einander anastomosiren. Zwischen den Rippen liegen vereinzelte, mittelgrosse Tuberkel zerstreut; stellenweise sieht es so aus, als seien die Rippchen durch Ver-

1) Vergl. das Material-Verzeichniss, pag. 7, № 1.

schmelzung ähnlicher Tuberkeln entstanden. Als zu dem eben beschriebenen Schild gehörig, möchte ich auch das in Figur 9 der Tafel I gezeichnete Stück betrachten.

Wir sehen an dieser Figur, dass die Seitenrippen des vorigen Schildes eine bedeutend intensivere Ausbildung erfahren haben (*rp*); die Rippen sind ausserdem äusserlich mit einer ziemlich scharfen Kante und an ihrer Basis mit radiärer Streifung ausgestattet, zwischen den Rippchen machen sich etliche runde Tuberkel bemerkbar. Ich stelle mir den Zusammenhang zwischen diesen Schildstücken in der Weise vor, dass das letztere Stück den äussersten Seitentheil des unteren Kopfschildes darstellt.

In der Voraussetzung, dass die eben beschriebenen Schildstücke thatsächlich dem unteren Kopfschilde angehört haben, erlaube ich mir einen zum Theil hypothetischen Durchschnitt des Kopfes vom *Thyestes* in der Figur 10 auf Tafel I zu geben. Der Durchschnitt fällt beiläufig in den zwischen dem Parietalorgan und dem Beginn der *Crista occipitalis* gelegenen Abschnitt. An demselben sind die wichtigsten Theile mit Buchstaben bezeichnet; so entspricht dem Buchstaben *s* das obere Kopfschild, den Buchstaben *Co* die *Crista occipitalis*, *Cr* dem Lateralhorn, *i* dem unteren Kopfschild und *tm* den in der Mittellinie desselben gelegenen Tuberkeln.

Rumpf- und Caudalabschnitt.

Bei der Beschreibung dieser beiden Körperabschnitte des *Thyestes* darf ich mich wohl ganz kurz fassen, weil ich zu den Beobachtungen der drei oftmals genannten Forscher sehr wenig hinzuzufügen habe. Meine Beobachtungen beschränken sich auf das Eichwald'sche, in Figur 1 der Tafel II abgebildete Exemplar und auf isolirte Einzeltheile des Rumpfes. Hinter dem vierten Segment der *Regio occipitalis* des Kopfes (Taf. IV, Figur 1 *IV*) beginnt sofort der Rumpf des Körpers (*R*). Derselbe setzt sich zusammen aus einer Anzahl von Hautplatten, die, wie wir bereits oben sahen, von Eichwald als Schilder, von Pander und Schmidt als Lamellen bezeichnet worden sind. Der Oberflächenbeschaffenheit und der Form nach stimmen diese Hautplatten mit den oben beschriebenen Segmenten der Occipitalregion des Kopfes fast vollkommen überein; ausserdem scheint zwischen den beiderseitigen Hautplatten in der Mittellinie des Körpers eine ähnliche Verbindung wie in der Occipitalregion durch eine *Crista dorsalis* stattgefunden zu haben, wenigstens lässt sich hievon eine Andeutung an dem bezeichneten Exemplar bemerken. Aus diesen Gründen, und weil auch die Rumpfplatten sich wesentlich von den Schuppen der Cephalaspiden unterscheiden, möchte ich für dieselben die Bezeichnung der Segmente des Rumpfes, in Uebereinstimmung mit denen der Occipitalregion, in Vorschlag bringen. Nun sind die Rumpfsegmente bilateral — symmetrisch geordnet; linkerseits an unserer Figur 1 zählt man ihrer 12, von denen die vorderen (*a*) an ihrer Oberfläche drei mittelgrosse Tuberkel und zwischen diesen mehrere kleine besitzen, während an den hinteren (*b*) die Oberflächen-

beschaffenheit minder deutlich zum Vorschein kommt, weil die Segmente an dieser Stelle des Rumpfes zusammengedrückt und etwas verschoben sind. Rechterseits zeigt unsere Figur sehr bald hinter dem letzten Kopfsegment die proximalen Bruchstücke von drei Rumpfsegmenten und etwas weiter von diesen noch acht Abdrücke bedeutend schmälerer Segmente, darunter sind 6 sehr deutlich sichtbar. Bei näherer Vergleichung der Rumpfsegmente ergibt sich, dass sie streckenweise in ihren Länge- und Breitedimensionen allmählich abnehmen.

Zuweilen gelingt es ein isolirtes Rumpfsegment auf den Steinplatten zu finden. Wir haben in einem solchen Falle die Aussenfläche eines ganzen Rumpfsegmentes vor uns; wir sehen rechterseits ein schmäleres und linkerseits ein breiteres Endstück. Oben besitzt das Segment einen schmalen und glatten Rand, der den Vorderrand darstellt und zur Einlenkung mit dem vorhergehenden Segment dient; der entgegengesetzte Hinterrand zeigt nichts Aehnliches. Sehr stark dem Hinterrande genähert sind mehrere grosse Tuberkel, unter denen die grössten ziemlich stark abgerieben erscheinen, während die kleinen Tuberkel sich ganz gut erhalten haben. Die untere oder Innenfläche der Rumpfsegmente konnte ich niemals beobachten. Wie aus dem Gesagten hervorgeht, stimmen die Rumpfsegmente sowohl in ihrer Oberflächenstructur, als auch in ihrer Gestalt und Grösse mit denen der Hinterhauptsregion überein. Ueber die mikroskopische Structur der Rumpfsegmente vermag ich keine bestimmten Angaben zu machen, da es mir nicht gelang, brauchbare Dünnschliffe von denselben anzufertigen; es scheint eben die Substanz der Rumpfsegmente unter der zerstörenden Wirkung des Versteinerungsprocesses sehr stark gelitten zu haben.

Zum Schlusse der descriptiven Erläuterungen erübrigt uns noch die Verhältnisse in der Caudalregion (Taf. II, Fig. 1 *C*) einer kurzen Besprechung zu unterziehen. Nach Eichwald besteht diese Region, wie wir bereits wissen, aus einer Anzahl von kleinen Schildern, die an der durch Eichwald gelieferten Abbildung nicht dargestellt wurden. Hingegen bemerken wir an der Figur 1 *a* auf Taf. IV von Pander bei *d* eine bedeutende Anzahl kleiner Täfelchen von regelmässig rhombischer Gestalt, welche Pander als Schuppen gedeutet hat. Es muss aber bemerkt werden, dass die Täfelchen keineswegs so regelmässig gestaltet sind; vielmehr sind dieselben, gleichwie die ganze Figur, schematisch gezeichnet worden. Ein flüchtiger Blick auf meine vorhin citirte Figur 1 *C* zeigt, dass wir es hier mit Abdrücken zu thun haben, bei welchen kleine Grübchen von verschiedener Form und Tiefe erscheinen. Das Bedenken, welches sich gegen die Schuppennatur dieser Abdrücke wendet, besteht auch in der verschiedenen Grösse der Grübchen, unter denen mehrere auch der Form nach an die grossen Tuberkel der Rumpfsegmente sehr lebhaft erinnern, so dass man also die Abdrücke als von winzigen Schildern herrührend ansprechen könnte.

Bei dieser Gelegenheit möge es mir gestattet sein noch eine Frage in Betreff der bisjetzt unbekannt gebliebenen Bedeckung der Ventralseite des Rumpfes zu berühren. Man kommt sehr häufig in die Lage, isolirten, gewöhnlich hellgelb gefärbten und sehr kleinen Hautplättchen in der nächsten Umgebung des Kopfschildes vom *Thyestes* zu begegnen;

ähnliche Hautplatte zeigt uns die Figur 6 auf Tafel II bei fünffacher Vergrösserung. Wir bemerken an derselben den vorderen, glatten Rand (*vr*) zur Einlenkung mit der vorangehenden Platte und den mit winzigen, meist runden Tuberkeln bedeckten Hinterrand (*hr*, *t*). Die Form und Grösse der Tuberkeln, welche mit denjenigen am Kopfschilde und an den Rumpfsegmenten übereinstimmen, erweckt bei dem Beobachter die Vermuthung, dass dieselben möglicherweise die Ventralseite des Rumpfes vom *Thyestes* bedeckt haben. Ueber den mikroskopischen Bau dieser winzigen Platten kann ich keine bestimmten Angaben machen, weil mir die Anfertigung brauchbarer Dünnschliffe nicht gelingen wollte.

Nachdem ich im Vorstehenden meine Untersuchungsergebnisse beschrieben, will ich die wesentlichen Resultate derselben mit wenigen Worten wiederholen. Neu an meiner Darstellung ist der Nachweis der Augenhöhlen, eines unpaaren Frontalorgans, der stachel- und helmförmigen Bauart der Tuberkeln am oberen Kopfschilde und des sehr wahrscheinlichen Vorhandenseins eines unteren Kopfschildes. Ferner in histiologischer Beziehung, der Nachweis dreier Schichten und der echten Knochenzellen.

GENUS. **TREMATASPIS.** F. Schmidt, 1866.

Reste dieser Gattung sind zwar seltener, als jene des bereits beschriebenen *Thyestes*; nichtsdestoweniger gewähren dieselben einen vollständigeren Einblick in die anatomischen Verhältnisse des Kopfes als die sämmtlichen Gattungen der Pteraspiden und Cephalaspiden. Durch die Entdeckung des *Trematapis* wurde der paläontologischen Wissenschaft ein grosser Dienst erwiesen, zumal im Hinblick auf die Kenntniss der bezeichneten Fische. Würde es sich in unserem Falle um die einfache Beschreibung fossiler, bereits ziemlich wohl bekannter Fischreste handeln, dann könnten wir unsere Beschreibung auf die Ergänzung bekannter Thatsachen beschränken, dann möchte auch das Genus *Trematapis* nicht die Grenzen der alltäglichen paläontologischen Vorkommnisse überschreiten. Indessen ist namentlich die vergleichend-anatomische Kenntniss dieser Gattung von grosser Tragweite, und zwar vermöge der phylogenetischen Beziehungen, in denen sie nicht nur zu den genannten Familien, sondern auch zu mehreren anderen Fischgruppen steht. Es ist meine volle Ueberzeugung, dass diese Gattung berufen sei, bei den künftighin mit Hilfe eines zahlreicheren Materials zu unternehmenden stammesgeschichtlichen Studien über niedere Fische eine sehr bedeutende Rolle zu spielen.

Im Nachstehenden haben wir uns mit mehreren Arten dieser Gattung bekannt zu machen; daher empfiehlt es sich, die generische Diagnose des *Trematapis*, von dem wir bloss den Kopf mit voller Sicherheit kennen, grösstentheils auf Grund der diesfalls bahnbrechenden Untersuchungen von F. Schmidt aufzustellen und der Arten-Beschreibung vorauszusenden.

Trematapis zeichnet sich in erster Linie durch eine einheitliche, futteralartige Kopfbedeckung aus; letztere besteht aus zwei knöchernen, an ihren beiden Seiten zu einem Ganzen innigst verschmolzenen Schildern. Man unterscheidet ein oberes und ein unteres Kopfschild. Ersteres zeigt an seiner ovalen Oberfläche zunächst eine in der Mittellinie und dem Vorderrande stark genäherte, unpaare und spaltförmige Oeffnung, hinter welcher sofort die äusserlich eine biscuitförmige Oeffnung darbietenden, innerlich aber durch dünne Lamellen getrennten Augenhöhlen folgen; an diese schliessen sich sehr bald eine unpaare, mehr oder weniger biconvexe Lücke, und an diese wiederum zwei winzige, kreisrunde Lücken an. Daraufhin bemerkt man noch weiter nach hinten mehrere grosse Tuberkel, welche ihrer topographischen Lage nach mit der zuletzt erwähnten Oeffnung ein Kreuz darbieten; in der Fortsetzung dieses Kreuzes, gleichsam seine Basis bildend, erstreckt sich die *Crista occipitalis*, welche aus einer Reihe von dicht an einander gedrängten Tuberkeln zusammengesetzt ist und mit einem spitzigen Vorsprung am Hinterrande des Kopfschildes vorragt. Ausserdem besitzt das obere Kopfschild zwei Paare ovaler, bilateral-symmetrisch gelagerter Oeffnungen, von denen eine im Vorderabschnitte, andere in mittlerem Abschnitte des Schildes zu liegen kommt. Das untere Kopfschild erstreckt sich nach vorn beiläufig bis zu dem vorderen Drittel des oberen Kopfschildes und bildet in der Mitte seines vorderen Randes einen sattelförmigen Vorsprung und zu beiden Seiten desselben mehrere kleinere, zackenförmige Vorsprünge, zwischen denen wiederum kleine, rundliche Oeffnungen sichtbar werden. Der Hinterrand des unteren Kopfschildes bietet einen verhältnissmässig kleinen Ausschnitt oder eine Concavität. Der Raum, welcher sich zwischen dem Vorderrande des oberen Kopfschildes und jenem des unteren Kopfschildes befindet, dürfte zum Theil der Mundregion entsprechen.

Nunmehr will ich zu der Beschreibung der Arten dieser Gattung übergehen. Meiner Meinung nach können wir auf Grund des vorhandenen Materials vier Arten unterscheiden. Dieselben sind ausschliesslich auf Reste der knöchernen Kopfbedeckung begründet. Da jedoch die letztere in verschiedenem Erhaltungszustande vorliegt, so wird es begreiflich, dass unsere Kenntniss von den einzelnen Arten ebenfalls verschieden sein muss. Dem entsprechend wird sich auch die Beschreibung der Arten gestalten; je nach der Erhaltung ihrer Reste können wir die einzelnen Species mehr oder weniger genau bestimmen. Es scheint mir geboten, die Beschreibung der Arten in derselben Reihe, welche durch den Grad des Erhaltungszustandes der Reste gebildet wird, folgen zu lassen.

Synopsis der Arten.

1. *Trematapis Schmidti* sp. nov. Oberes Kopfschild flach gewölbt und glatt. Vordertheil des flach gewölbten unteren Kopfschildes zackig.
2. *T. Mickwitzi* sp. nov. Oberes Kopfschild flach gewölbt und fein granulirt. Vordertheil des flach gewölbten unteren Kopfschildes nicht zackig.
3. *T. Schrencki* Pander. Oberes Kopfschild flach gewölbt mit breitem Vorderrande.

Oberfläche fein granulirt und in unregelmässige Felder getheilt. Unteres Kopfschild unbekannt.

4. *T. Simonsoni* sp. nov. Oberes Kopfschild hoch gewölbt. Oberfläche fein granulirt und mit schwach gewölbten Hügeln bedeckt. Unteres Kopfschild unbekannt.

Trematapis Schmidti sp. nov.

Taf. I, Figuren 11, 12, 13, 14, 15 und 16; Taf. II, Figuren 7, 8, 9, 10, 11 und 12.

1856. *Melittomalepis elegans* Pander, l. c., 10, p. 60. Taf. V, Fig. 8 *a*, *b*, *c*.

1856. *Odontotodus Rootsiküllensis* Pander, l. c., 10, pag. 75. Taf. VI, Fig. 31 *a*.

1856.? *Stigmolepis Owenii* Pander, l. c., 10, pag. 53. Taf. V, Fig. 7 *a—f*.

1866. *Trematapis Schrenckii* Schmidt, l. c., 15, pag. 233. Taf. V, Figuren 1—8; Taf. VI, Figuren 1—9.

1891. *Trematapis Schrenckii* A. Smith Woodward, l. c., 19, pag. 202.

Name: Zu Ehren des Entdeckers und Begründers der Gattung, Herrn Akademikers Friedrich Schmidt in St. Petersburg.

Stratigraphische Stellung: Obere Oesel'sche Zone *K* (F. Schmidt).

Fundort: Wita-Steinbruch bei Rotziküll, Wesiko und Hoheneichen auf der Insel Oesel.

Anzahl der untersuchten Exemplare: 12.

Wie wir später ausführlicher erfahren werden, beschrieb Pander einige Bruchstücke des Vorderabschnittes vom oberen Kopfschilde, die er *Cephalaspis Schrenckii* nannte; dieselben hatte F. Schmidt seinem auf gutes Material gegründeten Genus *Trematapis* zugetheilt. Die Zutheilung geschah aber nur auf Grund der von Pander gegebenen Darstellung, da die Original-Exemplare bedauerlicher Weise nicht mehr aufzufinden waren. Nachdem wir jetzt über neues, mit den Pander'schen Exemplaren übereinstimmendes Material verfügen, das bei Vergleichung mit den in Rede stehenden Resten in der That eine zweite Species darbietet, so glaube ich den hier beschriebenen Resten mit vollem Recht eine neue Speciesbenennung geben zu können.

Bei der Besprechung unserer Species ist es wohl zweckmässig, dass wir denselben Modus, den wir bei der Beschreibung des *Thyestes* befolgten, einhalten. Demzufolge unterscheiden wir: 1) das obere Kopfschild mit folgenden Abtheilungen: *a*) Frontal-, *b*) Parietal- und *c*) Occipitalregion. 2) Das untere Kopfschild.

Das obere Kopfschild. Dasselbe sehen wir in der natürlichen Grösse in Figur 11 auf Tafel I und in anderthalbmaliger Vergrösserung in Figur 7 auf Tafel II dargestellt. Die Dimensionenverhältnisse des Kopfschildes sind folgende:

Längsdurchmesser, gemessen in der Mittellinie vom Vorderrande des Schildes bis zu dem spitzigen Vorsprung der *Crista occipitalis*	3	Centimeter	und	6	Millimeter.
Querdurchmesser der Frontalregion, gemessen in der Richtung der mittleren Queraxe des vorderen Lückenpaares und der vorderen unpaaren Oeffnung.	2	»			
Grösster Querdurchmesser der Parietalregion, gemessen in der Richtung der Queraxe zwischen den zwei grössten Tuberkeln.	2	»	»	8	»
Querdurchmesser der Occipitalregion, gemessen in der Nähe des hinteren Hinterhauptrandes	2	»	»	3	»

Bezüglich der Beschreibung möchte ich bemerken, dass ich mich bei derselben in stricter Form an die Untersuchungsergebnisse von F. Schmidt halten werde, um alsdann an den entsprechenden Stellen meine eigenen Beobachtungen anzureihen.

«Das Kopfschild ist» — sagt F. Schmidt[1]) — «oval, länger als breit, vorn und an den Seiten gerundet. Der Hinterrand bildet einen schwach bogenförmigen Ausschnitt mit einem spitzen Vorsprung in der Mitte, in den die nach hinten zu stärkere *Crista occipitalis* ausgeht, die das ganze Kopfschild in eine rechte und linke Hälfte theilt.

«Die Oberfläche[2]) des Schildes erscheint mit blossem Auge gesehen, fast ganz spiegelglatt. Wird sie angefeuchtet und mit einer starken Loupe betrachtet, so treten weitere Details hervor. An dem unter Fig. 1 auf Tab. V abgebildeten Stück sieht man vorzüglich an den Seitentheilen flach gewölbte polygonale Tuberkeln von der Form wie beim echten *Cephalaspis Schrenckii* Pand., nur von weit geringerer Grösse, höchstens $^1/_8$—$^1/_6$ Linie im Durchmesser. In Fig. 2 ist die Oberfläche des nämlichen Stückes vergrössert dargestellt. Bei noch stärkerer Vergrösserung erkennt man, dass die Rinnen zwischen den polygonalen Tuberkeln mit dichter stehenden Poren bedeckt sind und dass der Gipfel jedes der genannten flachen Tuberkel ebenfalls von einer grösseren Pore eingenommen ist, in ganz ähnlicher Weise wie beim Englischen *Cephalaspis Lyellii*. Ausserdem finden sich noch andere Poren, meist von einem erhabenen Rande umgeben, auf der Oberfläche der Tuberkel zerstreut, die diesen unter gewisser Beleuchtung das Ansehen der tuberkulirten Oberfläche von *Cephalaspis Schrenckii* Pand., l. c. (Fig. 20) geben. In der Nähe des Ringwulstes und der *Crista occipitalis* sieht man auf der spiegelglatten Fläche nur ziemlich dicht gestellte Poren ohne regelmässige Anordnung, ähnlich wie beim Pander'schen *Stigmolepis*. Die Schale der anderen mir vorliegenden Exemplare ist durchaus spiegelglatt und zeigt keinerlei tuberkulirte Erhabenheiten, wohl aber an vielen Stellen der Oberfläche die ent-

1) Schmidt, l. c., 15, pag. 235.

2) Schmidt, l. c., 15, pag. 237 u. 238.

sprechende Anordnung der Poren in polygonale Felder, die häufig ausserdem auch Centralporen zeigen, wie in Fig. 1, auf Tab. VI. Stellenweise sieht man deutlich die Felder von dunkeln Linien begrenzt, wie am Original von Tab. V, Fig. 8, die von durchschimmernden pigmentführenden Gefässen herrühren.

«Der Rand des Kopfschildes[1]) erscheint von oben gesehen glatt. Gelingt es aber den Umschlag der Oberschale auf die Unterseite zu sehen, wie in Fig. 3 oder an dem von beiden Seiten freipräparirten Kopfschilde, das in Fig. 4—6 dargestellt ist, so sieht man, dass der Rand nach unten zu in dichte, mehr oder weniger stumpfe Kerben ausgeht, die aus ihrem Zusammenhange mit dem Kopfschilde gelöst, wie wir später nachweisen werden, Veranlassung zur Aufstellung der Pander'schen Gattung *Odontotodus* gegeben haben. Der Hinterrand des Schildes, der sich nicht nach unten umschlägt, erscheint glatt.

«Vor der Augenhöhle liegt ein merkwürdiger glatter Kreiswulst[2]) mit runder Grube in der Mitte, in deren Grunde und zwar etwas nach vorn eine oblonge Längsspalte liegt, jederseits von einem dunkeln, fein tuberkulirten Streifen begrenzt. Diese Spalte erscheint in Fig. 4 einfach, während in Fig. 1 noch seitlich zwei undeutliche Ausbuchtungen (Fig. 2) wahrzunehmen sind, die dafür sprechen, dass wir es hier mit einer Nasengrube zu thun haben, wie eine solche in ähnlicher Lage ja auch bei *Cephalaspis Lyellii* vorkommt.

«Bei genauerer Betrachtung sieht man, dass der Ringwulst nach hinten und nach den Seiten, wie nach innen steil abfällt, nach vorn aber sich allmählich abdacht. Rechts und links am gebogenen Hinterrande liegt jederseits ein (oder auch zwei) kleiner Tuberkel auf dem Kamme des Wulstes und dieser erhält dadurch im Durchschnitt die Form eines gleichseitigen Dreiecks mit bogenförmigen Seiten.

«Die Augen liegen weit nach vorn, etwa um $^1/_5$ der ganzen Kopflänge vom Vorderrande entfernt; sie befinden sich in einer gemeinsamen Höhle (wie beim *Pterichthys*) von unregelmässiger Biscuitform. Einen inneren Schluss der Höhle, wie bei *Thyestes*, habe ich nicht gesehen.

«Hinter der biscuitförmigen Augenhöhle stehen nahe ihrem Hinterrande zwei grössere Tuberkel und auf diese folgt eine oval-lancettliche Oeffnung, in der Mittellinie des Schildes gelegen, wie sie auch anderen Cephalaspiden zukommt. Beiderseits von der Augenhöhle liegt etwa in der Mitte zwischen ihr und den Seitenrändern jederseits eine schräge, unregelmässig ovale Oeffnung, für die wir, da sie unserer Gattung allein zukommt, noch keine Deutung gefunden haben. Da diese Oeffnungen an zwei Exemplaren immer mit wohl erhaltenem Rande sich fanden, so habe ich sie nicht für zufällige halten können. Hinter der Mittelöffnung, den Tuberkeln hinter der Augenhöhle entsprechend, liegen zwei kleine kreisrunde Poren, die schon mit blossem Auge wahrnehmbar sind, und hinter diesen folgt etwa in der Mitte des ganzen Schildes ein Vier-

1) Schmidt, l. c., 15, pag. 236.

2) Schmidt, l. c., 15, pag. 235.

eck von vier grösseren rundlichen Tuberkeln (denen hinter den Augen ähnlich), die an manchen Exemplaren einen Rhombus bilden, gewöhnlich aber nur ein Rhomboid, so zwar, dass zwei dieser Tuberkel in der Mittellinie liegen und die beiden anderen gleichweit von dieser abstehen. Der vordere von ihnen gebildete Winkel pflegt stumpfer zu sein als der hintere, der gewöhnlich einem rechten nahe kommt. Vorn an die beiden seitlichen pflegen sich an den meisten Stücken noch eine kleine Anzahl kleinerer anzuschliessen, die in unbestimmter Zahl und Richtung auftreten. Nach dem beschriebenen Tuberkelviereck und den vor ihm liegenden paarigen Poren ist es leicht jedes Bruchstück vom Kopfschilde, wenn es nur die mittlere Partie erhalten zeigt, in seiner Lage zu orientiren. Hinter dem Tuberkelviereck erhebt sich im letzten Fünftel der Kopflänge die *Crista occipitalis* deutlich als scharfer Kamm und trägt auf ihrem Rücken zwei bis drei den vorhin genannten ähnliche Tuberkel.

«Die Unterseite der Schale[1]), wie man sie durch Absprengen von Schalenstücken und im Abdruck auf dem Gestein sehen kann, erscheint sehr fein gestreift, entsprechend der Isopedinstruktur der unteren Schalenschicht. Viereckige Poren, zum Eintritt der Gefässe in die Schale bestimmt, seitlich von erhabenen Rippen begleitet, erscheinen unregelmässig zerstreut auf der Fläche (Tab. V, Fig. 2). Vor den Oeffnungen sieht man Hohlkehlen, die auf schrägen Eintritt der Gefässe in die Schale deuten. Bei Messungen des Abstandes zweier Oeffnungen fand ich 0,15‴. Doch ist die Entfernung derselben sehr ungleich. Betrachtet man die ihrer Schale beraubten Stellen des Originals von Tab. V, Fig. 8 unter einer scharfen Loupe, so wird eine ähnliche strahlige Zeichnung auf dem Abdruck sichtbar, wie sie dem Englischen *Cephalaspis* und *Auchenaspis* zukommt und nach Huxley von den Gefässen des Kopfes herrührt, während Agassiz in ihr früher einen faserigen Bau des Kopfschildes erkennen wollte».

Auf diese ausführlichen Citate sollen nunmehr meine eigenen Beobachtungen folgen. Letztere weichen nur in sehr geringem Maasse von den vorherigen ab. Das Wenige, was ich hier vorzubringen habe, bezieht sich zunächst auf einige neue Thatsachen und ausserdem auf abweichende Deutung mehrerer vollkommen richtiger Beobachtungen von F. Schmidt. Ich kehre zu dem oben erwähnten Gange meiner Beschreibung zurück.

Frontalregion. Dieselbe nimmt den vorderen Abschnitt des oberen Kopfschildes ein (Vergl. Taf. I, Fig. 11; Taf. II, Fig. 7) und bildet in der Mitte eine mehr oder weniger regelmässige, gewölbförmige Erhabenheit (Taf. II, Fig. 7 *FR*; Taf. I, Fig. 15 bei *fro* und *O* im Abdrucke gesehen); es ist das ein Abschnitt dieser Region, der die ohnehin unbedeutende Convexität des Kopfschildes überragt und zum Träger zweier Organe wird.

Das eine von diesen Organen wird durch den bereits bekannten Ringwulst, welchen ich in gleicher Weise wie beim *Thyestes* als Frontalorgan benenne, vorgestellt (*fro*). In

1) Schmidt, l. c., 15, pag. 239.

Figur 12 auf Tafel I ist das Organ in fünffacher Vergrösserung von einem vorzüglich erhaltenen Exemplar abgebildet worden. Die Abbildung zeigt uns bei demselben (*fro*) einen ringförmigen Wall, der an seinem ziemlich scharfen Hinterrande jederseits je zwei Tuberkel trägt, nach vorn aber zwei kleine, zapfenartige Vorsprünge in der Grube bildet, um zwischen diesen Vorsprüngen eine kleine Bucht zu bilden. Diese Bucht nimmt nun die oblonge, in der Mittellinie der Grube befindliche und an ihren beiden Enden abgerundete Spalte (*sp*) auf. Jederseits von der Spalte bemerkt man ein mehr oder weniger tiefes und breites Grübchen, das jedoch stets von der Spalte getrennt bleibt. Nicht immer kann man aber dieselben Erscheinungen bei dem Frontalorgan beobachten. Es kommen nämlich zuweilen Exemplare oder Abdrücke vor, an denen der Ringwulst oder der Wall viel niedriger und abgeflacht (Taf. II, Fig. 7 *fro*) und die Spalte (*sp*) nach hinten sehr erweitert erscheinen (Taf. I, Fig. 11 bei *fro*), so zwar, dass die Spalte eine birnförmige Gestalt annimmt. Möglicherweise stehen diese Erscheinungen mit den verschiedenen Erhaltungszuständen der Exemplare im Zusammenhange.

Das zweite Organ wird durch die Augen vorgestellt. Diese befinden sich in einer äusserlich gemeinschaftlichen Oeffnung von Biscuitform, was man auch an Abdrücken vom Kopfschilde sehr deutlich sehen kann (Taf. I, Fig. 13 und 15 *O*). Bei Betrachtung der in dem entsprechenden Theil des Kopfschildes unversehrt gebliebenen Exemplare ist diese biscuitförmige Oeffnung immer von der Gesteinmasse erfüllt. Präparirt man aber das Exemplar an solcher Stelle mit der Nadel vorsichtig, indem man zeitweilig die Ausfüllungsmasse mit Wasser reichlich befeuchtet, wodurch das Präpariren erleichtert wird, so überzeugt man sich sehr bald, dass die beiden Augenhöhlen im Innern jener äusseren Oeffnung durch dünne Lamellen oder Septen von einander getrennt sind. Das Resultat eines ähnlichen Präparirens zeigt uns die Figur 12 *O* auf Tafel I. An dieser Stelle wird es wohl angezeigt sein, die Beschaffenheit des Vorderrandes vom Kopfschilde zur Sprache zu bringen. Es bot sich mir die Gelegenheit, den diesbezüglichen Sachverhalt an einem Exemplar zu eruiren. Das Exemplar stellte ein Stück des Kopfschildes dar, dessen Bruchfläche die Endigungsweise des vorderen Schildrandes erkennen liess. Dabei stellte es sich heraus, dass derselbe Rand einen bogenförmigen Umschlag nach der Unterseite des Kopfes bildet. Der Umschlag reicht allerdings nicht weit an der Unterseite des Kopfes und endigt hier in einem glatten, scharfen Rande, während das Schild im Gipfelpunkte des durch seinen Umschlag beschriebenen Bogens von einer so bedeutenden Dicke auftritt, wie sonst an keiner anderen Stelle. Die auf diese Verhältnisse bezügliche Darstellung versinnlicht uns die Fig. 15 auf Tafel I. Wir sehen daselbst den Vorderabschnitt des oberen Kopfschildes im Abdrucke, an welchen sich der beschriebene Umschlag mit dem scharfen und glatten Rande (*s*) unmittelbar anschliesst. Die Figur ist eine schematische Darstellung, die ich wegen Raumersparniss in solcher Weise ausführen liess.

Beiderseits von der Frontalregion befindet sich eine ovale Oeffnung (Taf. I, Fig. 11 *nf*), die in wohl erhaltenem Zustande eine regelmässig ovale Form besitzt und von einem

glatten Rande begrenzt wird (Taf. I, Fig. 14 *O*). Beide Oeffnungen bieten demnach echte organische Gebilde dar.

Parietalregion: Ueber dieselbe ist zu sagen, dass sie sich durch die unpaare, hinter den Augenhöhlen gelegene Oeffnung von mehr oder weniger regelmässig ovaler oder einer biconvexen Linse ähnelnden Form, das Parietalorgan, und durch die hinter dem letzteren stets vorhandenen paarigen Mündungen von kreisrunder Form auszeichnet (Taf. I, Fig. 11, 20; Taf. II, Fig. 7 *po*, *del*).

Desgleichen muss hier einer völlig neuen und interessanten Thatsache Erwähnung geschehen. Die Figur 11 auf Taf. I enthält bei *spl* ein zweites Paar ovaler Oeffnungen, die jedoch je nach der Erhaltung der verschiedenen Exemplare verschiedene topographische Lage erhalten; bei Schildern, welche zerdrückt oder in anderer Weise stark beschädigt sind, wird auch die Lage der bezeichneten Oeffnungen eine verschiedene. Auch ihre Form verändert sich, wie dies aus der Vergleichung der Fig. 7 auf Taf. II hervorgeht. An zwei Exemplaren sah ich, dass der stets glatte Rand bei diesen Oeffnungen mehrfache Ausschnitte besass, die durch spitzig auslaufende Vorsprünge von einander getrennt waren. Aehnliche Beobachtungen kann man besonders deutlich bei Betrachtung mit einer stark vergrössernden Loupe anstellen. Die morphologische Deutung dieser paarigen Oeffnungen enthält der nachfolgende Abschnitt dieser Untersuchungen.

Occipitalregion. Bei derselben habe ich einige Bemerkungen bezüglich des Hinterrandes und der *Crista occipitalis* vorzubringen. Der Hinterrand des Kopfschildes ist glatt und stellt zwei regelmässig bogenförmige Ausschnitte dar, deren Abgrenzung durch den spitzig auslaufenden Vorsprung der *Crista occipitalis* bedingt wird (Taf. I, Fig. 11; Taf. II, Fig. 7 *Hr*, *osp*).

In Bezug auf die Gestalt der *Crista occipitalis* ist Folgendes anzuführen. Dieselbe stellt eine kammförmige Erhabenheit des Schildes vor. Auf dieser kammförmigen Leiste sitzen Tuberkel von wechselnder Form und Anzahl; bald sind sie rundlich und niedrig (Taf. II, Fig. 7*Co*), bald aber länglich, hackenförmig und nach hinten gekrümmt. In letzterem Falle rücken die Tuberkel näher an einander, so dass sie an ihrer Basis mit einander verwachsen (Vergl. Taf. II, Fig. 8 *Co*). Am deutlichsten erscheinen die Tuberkel den beobachtenden Augen, wenn man die *Crista occipitalis* an Bruchstücken vom Kopfschilde und bei seitlicher Ansicht zu sehen bekommt; eine ähnliche Ansicht bietet uns die Figur 8 auf Tafel II. Zuweilen sind mir Exemplare vorgekommen, an denen die Randtuberkel, welche den beiden Seitenrändern des Kopfes aufsitzen, eine sehr grosse Aehnlichkeit mit den eben beschriebenen von der *Crista occipitalis* gezeigt haben. Nach den von mir gemachten Erfahrungen treten die Randtuberkel nur soweit auf, als die innige Verschmelzung beider Kopfschilder reicht; desshalb kommen die Tuberkel niemals an dem frei endigenden Vorder- und Hinterrande des Kopfschildes vor. In Betreff der Anzahl verhalten sich die in der *Crista occipitalis* befindlichen Tuberkel verschieden; gewöhnlich kann man 5—7 Tuberkel, nicht weniger und nicht mehr zählen.

Wesentlich verschieden ist die Gestalt der grossen Tuberkeln, welche wir hinter den Augenhöhlen und hinter dem Parietalorgan beobachten: denn sie haben nicht nur gar keine Aehnlichkeit mit den vorhin besprochenen Tuberkeln, sondern dieselben bilden eigentlich ziemlich spitzige Erhabenheiten des Schildes mit einer sehr breiten Basis, die ohne jedwede Abgrenzung in die Schildsubstanz übergeht. Die sämmtlichen, vorhin beschriebenen Tuberkel sind solide Gebilde und führen innerlich niemals wie immer geartete Höhlen ausser den Havers'schen Kanälen.

Das untere Kopfschild konnte ich an einem sehr hübschen und wohlerhaltenen Exemplar des Revaler Museums[1]) im vollen Umfange untersuchen. Das Schild zeigt eine bedeutende Convexität (Taf. I, Fig. 13, 15 *i*), die sich jedoch an beiden Seitenrändern des Schildes abflacht. Die an letzteren Stellen erfolgte Verschmelzung mit dem oberen Kopfschilde ist eine derart innige, dass man von einer Trennung oder Sutur nicht die mindeste Spur zu sehen bekommt. Das Originalstück hat einigermaassen Schaden gelitten, indem das Schild an mehreren Stellen zerbrochen wurde; in der Folge machen sich furchenähnliche Spalten bemerkbar, welche jedoch die allgemeine Schildform durchaus nicht beeinträchtigen. Aus dem Grunde unterliess ich deren bildliche Darstellung, um das Ansehen und die Oberflächenbeschaffenheit des Schildes auf der Zeichnung nicht zu stören.

Die Dimensionsverhältnisse des unteren Kopfschildes ergaben folgende Zahlen:

Längsdurchmesser, gemessen in der Mittellinie von dem am Vorderrande des Schildes befindlichen spitzigen Vorsprung bis zu dem Hinterrande.	2	Centimeter	und	5	Millimeter.
Querdurchmesser des Vorderrandes, gemessen in der grössten Breite desselben.	2	»	»	8	»
Grösster Querdurchmesser	3	»	»	3	»
Querdurchmesser des Hinterrandes.	1	»	»	6	»

Die Oberfläche ist allenthalben glatt und zeigt nirgends Tuberkel. Bei Betrachtung mit guter Loupe bemerkt man besonders bei seitlicher oder veränderter Beleuchtung eine mehr oder weniger deutlich ausgeprägte Körnelung der Oberfläche und zahlreiche porenartige Lücken, die stellenweise polygonale Felder darstellen. Beide Erscheinungen können wir zweckmässiger bei der Erläuterung des mikroskopischen Baues der Schildsubstanz betrachten.

«Der Vorderrand des Unterschildes» — sagt F. Schmidt[2]) — «ist (Tab. V, Fig. 5) ganz eigenthümlich gebildet. Er bildet eine Zickzacklinie mit einem mittleren vorspringenden und zwei seitlichen einspringenden Winkeln. In der Mitte ragt eine stumpfwinklige Spitze vor mit ganzrandigen, wenig gebogenen Schenkeln, die vorn etwas concav,

1) Vergl. das Verzeichniss des Untersuchungsmaterials aus Reval, pag. 7, № 1.

2) Schmidt, l. c., 15, pag. 237.

hinten etwas convex ausgebogen sind. Vom hinteren Ende dieser Schenkel springt der Rand wiederum nach vorn in stumpfen Winkeln vor und trägt hier jederseits bis zum Randumschlage fünf ziemlich spitze vorspringende Zähne. In den Buchten zwischen den Zähnen fällt die Schale schräg nach der Innenseite des Kopfes ab. Die Zähne und Buchten bilden Winkel von etwa 60 , nur die Bucht zwischen dem ersten Zahn und dem mittleren Vorprung erscheint oval und vorn bis auf einen schmalen Durchgang fast geschlossen. Da auch der ganzrandige Vorsprung des Unterschildes stellenweise einen schräg nach innen abfallenden Rand zeigt, so scheint es mir wahrscheinlich, dass der ganze oben beschriebene Vorderrand zur Einfügung von einer oder mehreren Platten dient, die uns zur Zeit noch unbekannt sind, und die weite vordere Oeffnung der Unterseite bedecken. Am Vorderrande des Kopfschildes schlägt sich die Schale allerdings auch steil nach unten um, lässt die Kerben deutlich sehen, setzt sich aber nicht in die Ebene der Unterseite fort. Der Hinterrand des Unterschildes ist nicht bekannt».

Ich meinerseits habe den in vorhergehendem Citat enthaltenen und vollkommen richtigen Beobachtungen nur einige ergänzende Thatsachen hinzuzufügen. Dieselben beziehen sich auf die Zickzacklinie des Vorderrandes und auf mancherlei Erscheinungen, die im mittleren, vorspringenden Mittelstück des Schildes zur Beobachtung gelangen. An letzterer Stelle sieht man nämlich mit guter Loupe an beiden Seiten des mittleren, stärksten Vorsprunges je sechs winzige Tuberkel (Taf. I, Fig. 15 *zk*) von conischer oder rundlicher Form; manche von ihnen lassen noch eine glänzende Oberfläche erkennen. Die Tuberkel finden sich aber nicht an dem äusseren, einer Kante ähnlichen Rande des Schildes, denn dieser ist vollständig glatt und glänzend, sondern sie sitzen nach innen und vorn auf dem durch die vorspringende, untere oder innere Schicht des Schildes gebildeten Rand, und zwar derart, dass sie in ähnlicher Weise, wie zuweilen die Randtuberkel am Vorderrande des Schildes vom *Thyestes* schräg nach abwärts gestellt sind.

Wie wir gesehen haben, kommen beiderseits vom mittleren Vorsprung des Schildes Zacken (Fig. 15 *sz*) vor, ich zähle am Original-Exemplar je vier auf einer Seite. Verfolgt man an unserer Figur 15 die Zickzacklinie über die vier Zacken lateralwärts, so überzeugt man sich, dass dieselbe noch zwei weitere Vorsprünge des Unterschildes äusserlich begrenzt, von denen der eine bogenförmig und der andere spitzig erscheint. Der letztere Theil verbindet sich unmittelbar mit dem oberen Kopfschilde zu einem Rande, der das vordere Ende von den beiden Lateralrändern der futteralartigen Kopfbedeckung bildet und die letzten, deutlich sichtbaren Randtuberkel trägt.

Rechterseits an der Figur 15 sehen wir eine rundliche Oeffnung (*br*), welche nach vorn und aussen mittelst einer Spalte mündet; linkerseits bildet die Spalte bloss eine Furche, so dass die Oeffnung scheinbar völlig geschlossen ist. An den betreffenden Akademie- und Revaler-Exemplaren präparirte ich mit einer Nadel das Gestein vor und zwischen den vier Zacken und stiess dabei unterhalb des unteren Kopfschildes, d. h. innerlich zwischen den beiden Kopfschildern, auf eine dunkelbraune Masse organischen Ursprungs, welche theils

chwammartig, theils in Form von Lamellen bogenförmige Linien beschreibt (Fig. 15 *x*) und in letzterem Falle lückenförmige Oeffnungen zwischen den Zacken (*sz*) und unterhalb derselben einzuschliessen scheint. Bei einer späteren Gelegenheit werden wir auf diese Oeffnungen nochmals zurückkommen.

Der Hinterrand des Unterschildes (Taf. I, Fig. 13 *Hr*) bildet einen schwach bogenförmigen Ausschnitt, der äusserlich keinerlei Hervorragungen trägt, sondern vollständig glatt und glänzend erscheint.

Im Anschluss an das Gesagte möchte ich noch auf die Figur 16 auf Tafel I hinweisen; dieselbe bietet einen idealen Verticaldurchschnitt des Kopfes in natürlicher Grösse dar und ist der Occipitalregion, beiläufig im Beginne der *Crista occipitalis* entlehnt worden. Die Abbildung zeigt uns bei *Co* die letztere, bei *s* das obere und bei *i* das untere Kopfschild.

Mikroskopischer Bau der beiden Kopfschilder. In Anbetracht der fast vollständigen Kenntniss, zu der wir über das Exoskelet des Kopfes von *Tremataspis* gelangten, gewinnt auch der histiologische Bau desselben grosse Bedeutung in morphologischer Beziehung. Der genaue Einblick in die feineren Structurverhältnisse, welchen uns die mikroskopische Untersuchung gewährt, wird in vorzüglicher Weise durch die vortreffliche Erhaltung der Schilder von *Tremataspis* unterstützt. Meines Wissens existirt unter den sämmtlichen Pteraspiden und Cephalaspiden nicht eine einzige Form, die man in dieser Beziehung an die Seite des *Tremataspis* stellen könnte. Schon allein diese Thatsache ist hinreichend, um den histiologischen Verhältnissen grössere Wichtigkeit beizulegen. Eben desshalb verdient auch die mikroskopische Darstellung von F. Schmidt unsere volle Aufmerksamkeit. Auch ich habe in Folge günstiger Verhältnisse der Mikrostructur meine volle Aufmerksamkeit gewidmet. Die Resultate meiner Untersuchungen führten im Ganzen zur Bestätigung sämmtlicher Beobachtungen von F. Schmidt. Wenn meine Untersuchungen trotzdem zur Erweiterung unserer Kenntnisse in dieser Beziehung mehrfache Beiträge liefern, so verdanke ich dies der seit jener Zeit vollkommener gewordenen Untersuchungsmethode und dem gewaltigen Aufschwung der histiologischen Wissenschaft, welche sich namentlich seit den sechziger Jahren in steter Zunahme befindet. Meine Untersuchungsergebnisse beziehen sich auf Ergänzungen und Deutungen der durch F. Schmidt vor vielen Jahren gemachten Angaben.

Um jeglichen Missverständnissen vorzubeugen und die grundlegenden Beobachtungen des genannten Forschers in geziemender Weise zu würdigen, werde ich den bereits mehrfach gewählten Weg auch bei dieser Gelegenheit betreten, indem ich die Darstellung von F. Schmidt wörtlich citire, um daraufhin meine eigenen Untersuchungsergebnisse folgen zu lassen.

«Die Dicke der Schale ist» — schreibt F. Schmidt[1]) — «sehr verschieden nach der Grösse der Exemplare und der Entfernung der untersuchten Bruchstücke von der *Crista occipitalis*, in deren nächster Umgebung sie in unserem stärksten Exemplar bis auf $^1/_3$ Linie

1) Schmidt, l. c., 15, pag. 240.

steigt, während nahe am Rande an einem anderen Exemplar die Dicke der Ober-Unterschale zusammen mit der von ihnen eingeschlossenen Steinmasse noch nicht $^1/_4$ Linie betrug und jede Schale für sich kaum $^1/_{10}$ Linie.

«Die verschiedenen Schichten, aus denen die Schale zusammengesetzt ist, sind an jedem Punkt der Schale, sowohl auf der Ober- als der Unterseite in gleicher Reihenfolge vorhanden, und zwar sind es genau dieselben, wie bei der Pander'schen Gattung *Stigmolepis*, die nach Bruchstücken von *Trematuspis* aufgestellt scheint, wie man sich durch Vergleichung der Abbildungen und Beschreibungen bald überzeugen kann.

«Die unterste Schalenschicht besteht aus dicht auf einander gelagerten Platten von *Isopedin*, die mittlere aus lockerem Knochengewebe, das regelmässige prismatische Lacunen umhüllt, die nach Abschleifen der oberen Schicht das Ansehen von Honigscherben gewähren, ganz wie bei der Pander'schen Gattung *Melittomalepis* (l. c., T. V, Fig. 8) und bei *Pteraspis* (Huxley, l. c., T. XV, F. 2). Entsprechend den Wänden dieser Lacunen und ihrem oberen Rande aufliegend verzweigen sich an der Grenze zwischen der oberen und mittleren Schicht meist stark mit Pigmentkörnern gefüllte Gefässe (Fig. 6) in regelmässigen horizontalen Anastomosen, von denen aus zahlreiche verticale Zweige durch die obere emailartige Knochenschicht zu den Poren der Oberfläche hinaufsteigen. Ein Horizontaldurchschnitt durch diese obere Emailschicht, die etwa $^1/_4$ der Dicke der ganzen Schale beträgt, zeigt die verticalen Gefässe von concentrischen Lagen von Knochensubstanz umgeben, die von zahlreichen strahligen Knochenlacunen erfüllt sind. Dasselbe sieht man in der Gefässschicht in den polygonalen Oeffnungen zwischen den Gefässanastomosen, in denen gewöhnlich ebenfalls concentrische Knochenschichten um Durchschnitte vertical aufsteigender Gefässe, die ebenfalls auf die Oberfläche ausmünden (Tab. VI, Fig. 1), gelagert erscheinen (Fig. 6). Den Zusammenhang dieser verticalen Gefässe, sowie den Zusammenhang beider mit den in die untere Seite der Schale mündenden Gefässen habe ich nicht verfolgen können, da es mir bei den ohnehin am schwierigsten darzustellenden Verticaldurchschnitten nicht gelungen ist, ein Gefäss durch alle Schichten der Schale bloss zu legen. Nur so viel kann ich sagen, dass die von der Basis eintretenden Gefässe wohl in den Wänden der polygonalen Lacunen aufsteigen müssen, da von oben her nach Abschleifung der Emailschicht zwar das Isopedin am Grunde der Lacunen sichtbar wird (Tab. VI, Fig. 3), nicht aber Oeffnungen in demselben. Doch könnte das Lumen der Gefässe auch durch ihr schräges Aufsteigen durch die Isopedinschicht unsichtbar werden.

«Die an den Gefässen genommenen Maasse sind: Dicke der Gefässe: 0,02‴. Weite der Maschen, die der Weite der prismatischen Lacunen entspricht, 0,12‴—0,18‴. Die Gefässwand besteht aus ähnlichen Zellen wie bei *Thyestes*, die meist nur durch kleine punktförmige längliche Lacunen (0,007‴ im Durchschnitt) angedeutet sind, die Entfernung dieser Lacunen von einander beträgt etwa 0,02‴—0,05‴ (S. Fig. 6).

«Am schönsten ausgebildet sind die strahligen Knochenlacunen in der

Umgebung der vertical aufsteigenden Gefässäste, also nahe der Oberfläche; ihr Durchschnitt beträgt etwa 0,002‴. Tiefer, in der Nähe der Lacunen, werden die Strahlen undeutlicher, die Knochenzellen selbst grösser bis zum Durchschnitt von 0,005‴.

«Werden alle tieferen Schichten abgeschliffen, so wird die ganoinartige Epidermis frei, in der man die grossen Poren (0,007‴ im Durchschnitt und 0,04‴—0,05‴ von einander entfernt) von concentrischen Kreisen winziger, nicht strahliger Lacunen umgeben sieht, die zuweilen deutlich als Kerne von 6-eckigen Epithelialzellen (Fig. 5) erscheinen. Die Oberfläche stimmt übrigens vollkommen mit der von *Stigmolepis* (Pander, l. c., T. V, F. 7 *f*) überein. Die Isopedinschicht (Pander, l. c., T. V, F. 7 *d*) erscheint, nur von oben her abgeschliffen, ganz wie an der Pander'schen Zeichnung als ein Maschengewebe von Kreuz- und Querstrichen, die etwa 0,007‴ von einander abstehen. Der grösste Durchmesser der durch die Kreuzung gebildeten Rhomben beträgt 0,014‴. Die Zeichnung entsteht dadurch, dass die verschiedenen dünnen Lagen des Isopedins in verschiedener Richtung gestreift sind.

«Werden die gewonnenen Isopedinpräparate mit Creosot behandelt, so sieht man, dass die parallelen und sich kreuzenden Streifen aus Reihen von langgestreckten Zellen bestehen wie bei Huxley, l. c., T. 14, Fig. 5, die jede für sich mit kurzen zahnartigen Ausläufern versehen sind, die nach allen Richtungen ausstrahlen, wie in unseren Figuren 8 und 9 der Tafel VI angedeutet ist. Häufig erscheinen die Zellen kreuzförmig, durch die entgegengesetzte Anordnung der Zellen in aufeinander folgenden Lamellen des Isopedins.

«Die Schichten des Isopedins liegen am Grunde der Schale dichter, in der Umgebung der grossen Lacunen werden sie dicker und lockerer mit feineren Zellen. Sie scheinen zuweilen nur die grossen prismatischen Lacunen seitlich zu umgeben, zuweilen auch über sie hinweg zu gehen, wie bei *Pteraspis*. Ueber die morphologische und physiologische Bedeutung dieser Lacunen bin ich nicht in's Klare gekommen. Einen Horizontalschliff aus der reinen Lacunenschicht zu machen, ist mir nicht gelungen, da die Knochenmasse es nicht aushielt; er müsste etwa so aussehen wie das Pander'sche Präparat, l. c., T. V, F. 8 *c* von *Melittomalepis*, welche Gattung bis auf das vielleicht nur zufällig fehlende Isopedin ebenfalls vollkommen mit unserem *Tremataspis* ihrer Struktur nach übereinstimmt.

«Noch haben wir die auf unserer Tab. VI, Fig. 7 dargestellten Randzähne und Kerben zu besprechen, die ihrer Struktur nach vollkommen mit *Odontotodus* Pand. (l. c., T. VI, F. 21) übereinstimmen, nur sind unsere Zähne meist etwas stumpfer. Unsere Figur stellt einen Horizontalschliff aus dem Randumschlage vor. Man sieht Theile von Gefässen, die Poren der Oberfläche, zahlreiche strahlige Knochenlacunen und nach dem Rande zu die helldurchscheinende Kosminmasse der Zähne, die von feinen Zahnröhrchen durchzogen wird, welche von Ausläufern der Gefässe ausgehen. Eine grosse Aehn-

lichkeit in der Struktur dieser Zähne mit denen von *Thyestes* ist nicht zu verkennen, wie schon Pander (l. c., pag. 75) hervorhebt. Einen ganz ähnlichen Bau wie die Randzähne haben auch die verschiedenen Tuberkel der Oberfläche. Beide deuten schon durch ihr milchweisses Ansehen, gegenüber der braunen Schale auf eigenthümliche Strukturverhältnisse».

Nunmehr gehe ich zur Schilderung der Verhältnisse über, wie sie sich aus meinen eigenen Untersuchungen ergeben haben. Nach meinem Dafürhalten müssen in den Schildern des *Trematapis* vier verschiedene Schichten unterschieden werden. In Figur 10 der Tafel II sind dieselben von einem senkrechten Querschliff dargestellt. Wir bemerken schon bei flüchtiger Betrachtung die vier Schichten; es sind sehr deutliche Lagen der Schildsubstanz. Die oberflächlich oder äusserlich sichtbare erste Schicht (1) erscheint als ein glashell durchsichtiger Saum aus homogener Substanz, der mit der darauffolgenden Schicht vollkommen verschmolzen ist und nicht die mindeste Spur von einer Trennung oder Abgrenzung aufweist. Untersucht man diese Schicht an horizontalen Dünnschliffen, so bemerkt man sowohl bei einer gewöhnlichen mikroskopischen, als auch in polarisirtem Lichte durchgeführten Beobachtung, dass dieselbe aus einer grossen Anzahl polygonaler, den Epithelzellen ähnlicher Gebilde (Taf. II, Fig. 12*c*) zusammengesetzt ist; in der Mitte derselben und sehr häufig auch innerhalb der sie begrenzenden und von einander trennenden Linien treten winzige, kreisrunde Lücken auf (*H'*), die bei Betrachtung mit stärkeren Vergrösserungen den Eindruck von winzigen Zellkernen darbieten. Diese Erscheinungen sind treffend von F. Schmidt in Figur 1 auf Tafel VI dargestellt worden. Ein ähnliches Bild bekam aller Wahrscheinlichkeit nach auch Pander zu sehen, das er bei der Beschreibung seiner Gattung *Melittomalepis* folgendermaassen schildert[1]): «Der Hauptunterschied aber, wodurch diese Schuppe nicht nur von allen gleichzeitigen Ueberresten der Fische, sondern auch von allen bis jetzt bekannten getrennt werden muss, besteht in einem zelligen Gefüge in der Substanz der Schuppe selbst, unmittelbar unter der Oberfläche derselben; denn, wird diese nur ein wenig abgeschliffen, so sieht man ein Netz von sechseckigen Zellen, das ganz allein für sich bestehend in feinem Zusammenhange mit den Medullargefässen steht und von dichten homogenen Wänden, leere durchsichtige Räume einschliessend, gebildet wird». An verticalen Dünnschliffen zeigen sich diese zellenartigen Gebilde bei einer Besichtigung im polarisirten Lichte als helle und dunkle, mit einander abwechselnde und senkrecht geordnete Striche, ganz in derselben Weise, wie wir es an den senkrechten Querschliffen vom Email der Wirbelthierzähne und dem Ganoin (Williamson) von Schuppen der Ganoidfische im polarisirten Lichte beobachten. Offenbar haben wir es in allen den bezeichneten Fällen mit der echten, aus sechsseitigen Prismen zusammengesetzten Structur des Schmelzes zu thun. Die innerhalb und zwischen den Prismen wahrnehmbaren winzigen Lücken von kreisrunder Form aber sind die oberflächlichen Mündungen von den ver-

1) Pander, l. c., 10, pag. 60.

tical aufsteigenden Havers'schen Kanälen. Mithin erweisen sich die vorhin citirten Beobachtungen von Pander und Schmidt als vollkommen richtig; selbst die Deutung der beiden Forscher verstösst durchaus nicht gegen den damaligen Stand der histiologischen Wissenschaft, als sie ihre Untersuchungen ausgeführt hatten.

Die zweite Schicht (2) wird von einer Knochensubstanz gebildet, die aus einer homogenen Grundsubstanz, Havers'schen Kanälen *(II)* und Knochenzellen gebildet wird. Dem Baue nach ist diese Schicht dem spongiösen Knochengewebe der Vertebraten vergleichbar. Die Grundsubstanz zerfällt in eine Menge von Havers'schen Lamellen, die an Längsschliffen als Längsstreifen und an Querschliffen in der Umgebung von den in ersterem Falle quer und in letzterem Falle längs durchschnittenen Havers'schen Kanälen als concentrische[1]) und Längsstreifen erscheinen. Letztere bilden den optischen Ausdruck der Grenzen von den bald längs, bald quer getroffenen Havers'schen Lamellen. Innerhalb der Grenzlinien von den letzteren lagern auch die Knochenzellen, desshalb erscheinen diese entweder regellos oder regelmässig längs und concentrisch angeordnet. In ganz eigenthümlicher Weise gestalten sich die Verhältnisse in Bezug auf den Bau der Knochenzellen. Während nämlich die Knochenzellen der Vertebraten innerhalb eines bestimmten Knochengewebes oder Abschnittes in der Durchschnittszahl bei einer und derselben Schnittrichtung oder bei Isolirungen dieselbe Form und Grösse behalten, verhalten sich die Knochenzellen des *Trematuspis* (Taf. II, Fig. 12 *kz*) nach beiden Richtungen hin anders, denn sie sind verschieden gross und zuweilen von einer so eigenthümlichen Gestalt, dass man namentlich bei Beobachtungen mit starken Vergrösserungen an ihrer Identität mit den Knochenzellen der Wirbelthiere zweifeln könnte. Und dennoch kann man sie dem gegenwärtigen Stande unserer diesbezüglichen Kenntnisse gemäss nicht anders bezeichnen. Dafür spricht besonders der Umstand, dass dieselben Fortsätze (Primitivröhrchen) entsenden, die sich verästeln und zahllose Anastomosen mit einander eingehen, deren Schlusseffect sich durch ein zierliches Netzwerk offenbart. Freilich ist auch dieses Netzwerk von eigenthümlicher Art.

Weder die Knochenzellen noch ihre Fortsätze erstrecken sich in den dünnen Schmelzbelag, da sie stets der ausschliessliche Bestandtheil der zweiten oder knöchernen Schicht bleiben.

Die dritte Schicht. Dieselbe (3) zeichnet sich durch das Erscheinen verhältnissmässig grosser Räume aus, deren Form bald regelmässigen, bald unregelmässigen Polygonen entspricht (Taf. II, Fig. 10 und 11 *Mr*), welche ich als Mark- oder Medullarräume bezeichne (polygonale Lacunen, F. Schmidt). Der Gestalt und Lage nach sind es dieselben Gebilde, wie solche bei *Pteraspis* und *Pterichtys* vorkommen[2]). Die Wandungen dieser Räume werden von derselben Substanz wie die vierte Schicht gebildet. Echte Knochenzellen konnte ich bloss in den oberen, mit der zweiten Schicht vereinigten Partien der Wandungen sehen (Taf. II, Fig. 10 *kz*).

1) Vergl. Schmidt, l. c., 15, Tab. VI, Fig. 6.
2) Vergl. Rohon: Ueber *Pterichtys*, l. c., pag. 14 u. 15. Taf. VII, Figuren 4 und 7 *c*.

Die vierte oder innere Schicht (4) wird von dicht geschlossenen Lagen der Kreuz- und Querfasern aufgebaut; in den Längsaxen derselben bemerkt man zellenartige, meist von bituminöser Substanz, oder anderen Infiltraten erfüllte und ungewöhnlich langgestreckte Räume. Einen klaren und sehr genauen Einblick in den feineren Bau dieser Schicht gewähren besonders die in horizontaler Richtung von ihr angefertigten Dünnschliffe (Taf. II, Fig. 11 *zr*). Eine ganz vorzügliche Abbildung eines ähnlichen Dünnschliffes liess F. Schmidt in Fig. 8 der Tafel VI zeichnen. Im Uebrigen muss ich bemerken, dass ich das über die Grundsubstanz des *Thyestes*-Schildes Gesagte[1]), auch in Bezug auf die vierte oder innere Schicht des *Tremataspis*-Schildes in vollem Umfange aufrecht halte.

In meiner bisherigen Darstellung der mikroskopischen Verhältnisse habe ich die Havers'schen Kanäle, welche die Blutgefässe einstens enthielten, nur nebenbei erwähnt. Dies geschah mit der Absicht, damit ich, nach Vorführung sämmtlicher Schichten, in zusammenhängender und übersichtlicher Weise die Verhältnisse der Havers'schen Kanäle besprechen könnte. Die zarte Beschaffenheit und der vorzügliche Erhaltungszustand der Schilder vom *Tremataspis* boten mir Gelegenheit, die Lücken von der naturgetreuen, durch F. Schmidt gegebenen Darstellung auszufüllen. Vorerst erlaube ich mir die Bemerkung, dass es mir noch niemals während meiner vieljährigen Untersuchungen über das Hautskelet der Vertebraten gelang, einen so klaren Einblick in die Anordnung und Verästelung der Havers'schen Kanäle zu erzielen, als jetzt bei meinen Untersuchungen über *Tremataspis*. Wir wollen nun die genannten Kanäle von jener Stelle an verfolgen, wo sie in die vierte oder untere Schicht des Schildes eingetreten sind. Wie wir bereits wissen, sind an der Innenfläche des Schildes solche Stellen durch winzige Lücken, den Mündungen der Kanäle markirt. Aus der Combinirung mehrerer senkrechter Dünnschliffe erfahren wir, dass die Havers'schen Kanäle die ganze vierte oder untere Schicht in verticaler Richtung durchbrechen, und zwar in unregelmässigen Abständen und ohne sich zu verästeln. Beim Verlassen dieser Schicht dringt ein Theil der Kanäle in die polygonalen Lacunen oder in die Medullarräume der dritten Schicht ein, während der andere Theil derselben zwischen den Räumen in die zweite oder knöcherne Schicht übergeht. Hier beginnt nun die reiche Verzweigung der unter einander vielfache Anastomosen bildenden Havers'schen Kanäle, welche zierliche Netze innerhalb der knöchernen Schicht darstellen (Taf. II, Fig. 10 *H*). Es sind eigentlich zweierlei Netze, die mit einander verbunden sind, ohne ihre bis zu einem gewissen Grade gegenseitig aufrecht erhaltene Selbstständigkeit aufzugeben. Das eine Netzwerk wird durch die stärkeren Kanäle und deren stärkere Verzweigungen gebildet. Dasselbe Netzwerk verdankt seine Entstehung fast ausschliesslich jenen Havers'schen Kanälen, welche durch die Wandungen der Räume der dritten Schicht in die zweite gelangen. Das zweite Netzwerk kommt hingegen durch bedeutend dünnere Zweige oder Anastomosen der Kanäle zu Stande; dabei ist es complicirter gebaut. Es betheiligen sich nämlich zweierlei Kanäle

1) Vergl. pag. 30 und 31.

an deren Entstehung: einmal sind es dünnere, horizontale Zweige, welche höher über dem ersten, stärkeren Netz aus vertical verlaufenden Kanälen entspringen und mehrere solcher Kanäle mit einander verbinden, wodurch polygonale Maschenräume entstehen. Daraufhin verzweigen sich die aus Medullarräumen hervorbrechenden Kanäle in der Weise, dass mehrere Aeste von einem vertical ansteigenden Kanal, wie von einem Centrum aus, radiär entspringen und bogenförmig verlaufend, sich in den Winkeln der von den vorher bezeichneten Zweigen der Kanäle begrenzten polygonalen Maschenräume mit den ersteren verbinden. Letztere Art der Netzbildung ergibt sich aus den combinirten Beobachtungen, zu denen wir einerseits an senkrechten und horizontalen Dünnschliffen andererseits bei Flächenansichten namentlich dunkelbrauner Schilder von sehr gutem Erhaltungszustande gelangen. Eine sehr gute Darstellung ähnlicher Flächenansicht zeigt die Figur 14 bei *H* auf Tafel I. Es wird unter diesen Umständen leicht begreiflich, dass die in verschiedenen Höhen und Richtungen der knöchernen Schicht ausgeführten Dünnschliffe die mannigfachsten optischen Erscheinungen darbieten. Die Mannigfaltigkeit der letzteren, welche namentlich bei Untersuchungen mit Objectiven von verschiedener Stärke entsteht, wird noch dadurch beträchtlich gesteigert, dass von sämmtlichen Maschen zahllose Zweigchen entspringen, die in verticaler Richtung nach oben und aussen verlaufen, um endlich trichterförmig an der Oberfläche der Schildsubstanz zu münden, wo sie dann, wie bereits oben dargethan, die zahlreiche Poren bilden.

Die trichterförmige Mündung wird dadurch hervorgerufen, dass die ansteigenden Kanäle unweit der Oberfläche eine Verengerung ihres Lumens erfahren, wie dies auch F. Schmidt in der Figur 9 der Tafel VI an zwei verticalen Kanälen in natürlicher Weise darstellt, um alsdann an ihren Enden mit dem Emailbelag eine innige Verbindung einzugehen. Letztere geht in der Weise vor sich, dass die Emailsubstanz einen Wall rings um die Mündungen der endigenden Havers'schen Kanäle darstellt; dabei senkt sich die Schmelzsubstanz in bogenförmiger Verlaufsweise herab, wodurch die Trichterform der Mündungen (Poren) entsteht (Vergl. Fig. 10), um sich den Ausläufern der Wandungen von den Kanälen unmittelbar anzuschliessen. Eine andere Art der Verbindung zwischen der Emailsubstanz und den endigenden Kanalwandungen wird durch den zugeschärften Schmelzrand, von welchem der ausmündende Kanal umgeben wird, bedingt; dieser Umstand bewirkt auch die sehr feinen, ringförmigen und die Kanälemündungen einschliessenden Erhabenheiten, deren wir sehr häufig bei Flächenansichen mit stark vergrössernden Loupen gewahr werden.

Die oben beschriebenen Primitivröhrchen der Knochenzellen verbinden sich vielfach mit den Havers'schen Kanälen, so dass es bei der Besichtigung von horizontalen Längsschliffen den Anschein hat, als würden die Havers'schen Kanäle den Dentinröhrchen ähnelnde *Tubuli* entsenden, die sich dann gleich wie die ersteren gabelförmig verzweigen sollten (Vergl. Taf. II, Fig. 12). Dies beruht jedoch darauf, dass namentlich in den sehr dünnen Schliffen von horizontaler Richtung die Verbindungen zwischen den Havers'schen Kanälen und den Primitiv-

röhrchen (Fortsätzen) der Knochenzellen vielfach unterbrochen werden. Diesem Umstande ist es auch zuzuschreiben, wenn stellenweise eine vasodentinartige Structur in der knöchernen Schicht zum Vorschein kommt. In ähnlicher Weise lässt sich auch die Angabe von F. Schmidt erklären, wonach, wie wir aus den oben angeführten Citaten wissen, die Wandungen der Havers'schen Kanäle aus Zellen bestehen. Diese Angabe beruht auf optischen Täuschungen. An schräg geführten Horizontalschliffen oder beim Anschleifen in ähnlicher Richtung erscheinen häufig mehrere, längs verlaufende Kanäle sehr stark abgeschliffen, so dass von ihren Wandungen nur noch eine minimale Spur übrig bleibt; wenn dann die Schmelzprismen, welche in einer tieferen optischen Ebene, unterhalb der abgeschliffenen Kanäle und innerhalb der letzteren liegen, durchscheinen, so entstehen in der That ähnliche Bilder, wie an der Figur 6 auf Taf. VI von F. Schmidt. Allein dieser Forscher zeichnet dieselben Verhältnisse auch bei der bildlichen Darstellung der Mikrostructur des Schildes vom *Thyestes* (Taf. IV, Figuren 6, 7, 8, 9, 10, 11 und 12); sie mussten hier in anderer Weise entstanden sein, da ich behaupte, den Ausfall der Schmelzschicht bei *Thyestes* beobachtet zu haben.

Endlich werden die Havers'schen Kanäle in den meisten Fällen von mehr oder weniger schwarzer, bituminöser Masse erfüllt. Durch den Grad derartiger Infiltration wird indessen auch die bald hellbraune oder hellgraue, bald dunkelbraune oder schwärzlichbraune Färbung der Schilder hervorgerufen. Im Zusammenhange mit der bituminösen Infiltration befindet sich ferner eine optische Erscheinung, die wir bereits flüchtig berührt haben. Mit unbewaffneten Augen oder bei Betrachtung mit der Loupe zeigt die sonst ganz glatte Schildoberfläche körnige Structur, d. h. es erscheinen an der Aussenfläche der Schilder mehr oder weniger regelmässige und körnerartige Erhabenheiten, die sehr häufig von polygonal geordneten, zuweilen ziemlich tiefen Furchen begrenzt sind. Diese nur scheinbaren Structurverhältnisse sind das Resultat eines Kunstproduktes, dessen Entstehung ich mir folgendermaassen erkläre: Wenn das obere Netzwerk und die verticalen, nach aussen mündenden Zweige der Havers'schen Kanäle, von Infiltrationsmassen strotzend erfüllt sind, hingegen das aus stärkeren Aesten hervorgegangene untere Netzwerk der Havers'schen Kanäle sehr wenig von den Infiltrationsmassen enthält, so wird die Körnelung oder überhaupt eine Rauhigkeit an der Oberfläche der Schilder sichtbar. Ist dagegen die Ausfüllung der Kanäle und Knochenzellen eine allgemeine und gleichmässige, dann bleibt die Schildoberfläche glatt und zeigt gar keine Erhabenheiten. Diese Schlussfolgerung basirt auf combinirten Erscheinungen, die wir an verschiedenen Dünnschliffen von verticaler und horizontaler Richtung, gleichwie bei Flächenansichten der Schilder, mit guter Loupe beobachten.

Vollkommen irrelevant sind die geschilderten Verhältnisse für die Beziehungen der früher beschriebenen, an der Oberfläche und an den Lateralrändern des oberen Kopfschildes constant auftretenden Tuberkel, von deren mikroskopischer Structur ich einige Bemerkungen vorbringen möchte. Sämmtliche Tuberkel des *Trematapsis* erscheinen als directe Fortsetzungen der knöchernen (2) Schicht und werden auch in gleicher Weise von einer

sehr feinen Schmelzlage bedeckt. Demzufolge werden die Tuberkel von Havers'schen Kanälen, Knochenzellen und Schmelz aufgebaut; von einem Dentin oder Vasodentin ist nichts zu sehen. Auch sind dieselben Tuberkel im Gegensatz zu vielen stachelförmigen Tuberkeln des *Thyestes* vollkommen solid oder compact und niemals wie die letzteren hohl. Aus dem Grunde kann denselben ebenso wenig, wie den Randtuberkeln des *Thyestes*, die Bedeutung von Zähnen zugeschrieben werden; sie sind ganz einfache Hervorragungen der Knochensubstanz, welche vom Schmelz bedeckt werden.

Noch erübrigt uns die Besprechung der Gründe, durch welche ich veranlasst worden bin, die oben erwähnten Gattungen von Pander dem *Tremataspis Schmidti* zuzutheilen. Die Zutheilung zweier von den letzteren Gattungen und der Hinweis auf die dritte wurde bereits von F. Schmidt ausgeführt. Dieser Forscher gründete seine Ansicht in Betreff der Gattung des *Stigmolepis* auf die Identität des histiologischen Baues von der Pander'schen Gattung und *Tremataspis*. Anderseits muss ich offen gestehen, dass mir der Zusammenhang der beiden letzteren Formen trotz der Uebereinstimmung im mikroskopischen Baue fraglich erscheint. Hat doch der mikroskopische Bau des von Pander[1]) aus Ohhesaar beschriebenen und abgebildeten *Tolypelepis undulatus* gleichfalls eine sehr grosse Aehnlichkeit mit *Tremataspis*, und dennoch könnte ich mich für eine Zuziehung dieser Form zum *Tremataspis* mit Rücksicht auf die makroskopischen Verhältnisse nicht entscheiden. Was mir bezüglich des *Stigmolepis* Bedenken einflösst, das ist die eigenthümliche makroskopische Beschaffenheit oder Form desselben Fossils; ich vermag eben das Stück an keiner Stelle der Schilder von *Tremataspis* unterzubringen.

Dagegen gehört *Mellitomalepis elegans* Pand. und *Odontotodus Rootsiküllensis* Pand. ohne Zweifel zu unserer *Tremataspis*-Art. Die erste der beiden Pander'schen Arten ist ein Bruchstück des *Tremataspis*-Schildes und stimmt sowohl in makroskopischer als mikroskopischer Beziehung vollkommen mit unserer Art überein, worauf schon F. Schmidt hinweist. Desgleichen ist *Odontotodus*, wie F. Schmidt zeigte, ein Bruchstück des *Tremataspis*, und zwar von der, bei seitlicher Ansicht gezeichneten *Crista occipitalis* und nicht, wie F. Schmidt annahm, vom Schildrande. Wir brauchen bloss die Abbildung von Pander (Taf. VI, Fig. 21 *b*) mit unserer Figur 8 der Tafel II zu vergleichen, um uns von der Richtigkeit dieser Behauptung zu überzeugen. Der scheinbare Unterschied, der sich aus der Betrachtung beider Figuren ergibt, lässt sich durch das bei der Beschreibung von *Crista occipitalis* Gesagte leicht erklären. Auch stimmt die Mikrostructur beider Formen vollständig überein. Es dürften mithin die zwei letzten Species von Pander mit vollem Recht zu unserer Art gestellt werden.

Des Weiteren möchte ich noch eine Frage streifen. Wie wir aus den oben gegebenen Erläuterungen ersehen, ist bis jetzt vom *Tremataspis* nur die futteralartige Kopfbedeckung bekannt geworden. Wohl erwähnt F. Schmidt[2]), dass er eine viereckige Schuppe einmal

1) Pander, l. c., 10, pag. 60 und 61. Taf. VI, Fig. 24 *a—d*.

2) Schmidt, l. c., 15, pag. 243.

gefunden, die der Structur und dem Ansehen nach mit den Schildern des *Tremataspis* übereinstimmte. Zu Gunsten dieser Beobachtung spricht auch die von mir neuerdings an einem kleinen Hautplättchen, das ich dem Herrn A. Simonson verdanke, gemachte Erfahrung. In Figur 9 meiner Tafel II liess ich die Flächenansicht dieses Plättchens zeichnen. Dasselbe besitzt eine unregelmässig sechseckige Form, ist ein wenig gewölbt und an allen Rändern, gleichwie an seiner Oberfläche glatt und glänzend. Die Oberfläche zeigt ausserdem zahlreiche, porenartige Oeffnungen, die solchen von Kopfschildern des *Tremataspis* entsprechen und jedenfalls die Mündungen der Havers'schen Kanäle darstellen. Ueber die Innenfläche und sonstige Beschaffenheit dieses Hautplättchens kann ich keinen näheren Aufschluss geben, weil ich das einzige Exemplar nicht zu mikroskopischen Zwecken verwenden wollte. Immerhin ist es wahrscheinlich, dass auch dieses Hautplättchen der Bedeckung des Rumpfes vom *Tremataspis* angehört haben mochte.

Zum Schluss der Beschreibung unserer Art sei es mir gestattet, diejenigen Umstände, welche neue Thatsachen in meiner Darstellung bringen, mit wenigen Worten hervorzuheben. In makroskopischer Beziehung, der Nachweis eines zweiten Paares von Lateralöffnungen, die Beobachtung über das Hinterende des unteren Kopfschildes und der Hinweis auf das Vorhandensein von Lateralöffnungen am Vorderrande des unteren Kopfschildes; in mikroskopischer Beziehung, die Unterscheidung von vier Schichten, von denen drei das Knochengewebe und eine, die obere oder äussere Schicht, das Email darstellen.

Trematapis Mickwitzi sp. nov.

Taf. I, Figuren 17, 18 und 19; Taf. II, Figur 13.

1856. *Dictyolepis Bronnii* Pander, l. c., 10, pag. 56. Taf. V, Fig. 5 *a*, *b*, *c*, *d* und *e*.
1856. *Dasylepis Keyserlingii* Pander, l. c., 10, pag. 54. Taf. V, Fig. 6 *i*, *k*, *l*, *m*.

Name. Zu Ehren des Entdeckers, Herrn Ingenieur A. Mickwitz in Reval.
Stratigraphische Stellung. Obere Oesel'sche Zone *K* (F. Schmidt).
Fundort. Wita-Steinbruch bei Rotziküll auf der Insel Oesel.
Anzahl der untersuchten Exemplare: 4.

Vor mehreren Jahren fand Herr Akademiker Schmidt in Rotziküll, in dem bereits vielfach erwähnten Wita'schen Steinbruche, ein Steinstück mit ziemlich gut erhaltenem Abdrucke eines Kopfschildes; dasselbe Exemplar erschien mir anfangs so verschieden vom *Thyestes* und *Trematapis*, dass ich darin eine dritte Gattung annehmen zu können glaubte. Ich habe von demselben mehrere Abdrücke angefertigt, um den Gegenabdruck zu erhalten, und liess den besten in Fig. 17 auf Taf. I zeichnen. Letztere zeigt uns zunächst in der Frontalregion (*FR*) die Furche von der Form eines doppelten Bogens, die sich auf der gewölbförmigen

Ausbuchtung des vorderen Schildabschnittes befindet. Hinter der Furche folgt das unpaarige Frontalorgan (*fro*) und gleich darauf die Augenhöhlen (*O*). In der Parietalregion (*PR*) bemerken wir das unpaarige Parietalorgan (*po*). Endlich zeigt sich in der Occipitalregion die *Crista occipitalis*. Am Original sieht man aber noch mehr; es sind Stellen, wo man die Oberflächenbeschaffenheit, wohl erhaltene Bruchstücke des Schildes und Abdrücke von den Lateraltuberkeln deutlich erkennen kann. Die Oberfläche war von zahlreichen, winzigen und dicht an einander gedrängten Höckerchen bedeckt, während die wahrnehmbare Innenfläche an den Bruchstücken mit verhältnissmässig vielen kleinen, rundlichen Erhabenheiten versehen war, in deren Mitte beinahe jedesmal eine winzige, rundliche Lücke erschien. Diese beiden Thatsachen konnten die Vermuthung, dass dieses Schild einer dritten Oesel'schen Gattung angehörte, einigermaassen rechtfertigen. Letztere wurde ausserdem durch die in der Frontalregion vorhandene Furche, den Ausfall von paarigen Lateralöffnungen, von grossen stachelförmigen Tuberkeln, ferner durch das verhältnissmässig grosse Parietalorgan, an das sich sofort die *Crista occipitalis* anschliesst, und endlich durch die abweichende Gestalt der Randtuberkel unterstützt. Die aufgezählten Thatsachen genügten bei genauerer Erwägung, um die Zutheilung des besprochenen Exemplars zu *Thyestes* oder *Trematuspis* zu verhindern. Die Angelegenheit sollte jedoch bald eine andere Wendung erfahren. Im vorigen Sommer, wie oben bemerkt, fand A. Mickwitz an demselben Fundorte ein Exemplar (Platte und Gegenplatte), an dem die Oberfläche eines fast ganzen unteren Schildes erhalten ist. Bei näherer Betrachtung erwies sich dieses Exemplar in mehrfacher Hinsicht als eine interessante Versteinerung, die in Figur 18 der Tafel II bei anderthalbmaliger Vergrösserung abgebildet ist. Die Figur zeigt den Vorderrand (*vr*) und die Oberfläche des grösstentheils erhaltenen unteren Schildes. Letztere besteht aus einer grossen Menge von winzigen Tuberkeln, die dicht an einander gedrängt sind. Untersucht man die Tuberkel mit Hilfe einer stark vergrössernden Loupe, so geben uns dieselben ein Bild, wie es in Figur 19 unserer Tafel II dargestellt worden ist. Wir sehen in dieser Figur, dass die Tuberkel winzige Höckerchen von rundlicher Form bilden; ferner bemerken wir radiäre Streifung am Grunde derselben. Ziemlich häufig anastomosiren die radiären Streifen unter einander.

Der Vorderrand des Schildes erinnert uns trotz seiner abweichenden Form an jenen des *Trematuspis Schmidti*; derselbe ist enger, an den Seiten stärker und der mittlere Vorsprung ist weniger stark ausgeprägt. Die Spuren der zackenförmigen Fortsätze kann man wohl erkennen, nicht aber deren Anzahl bestimmen. Die interessanteste Erscheinung in morphologischer Hinsicht bilden indessen die bereits bei der vorigen Species beschriebenen Oeffnungen, die sich dort in rudimentärem Zustande befanden. Zwar lassen sich dieselben auch bei dem in Rede stehenden Schilde nicht vollzählig an beiden Seiten des Vorderrandes nachweisen, doch sind sie daselbst viel bestimmter ausgeprägt. Nimmt man eine gute Loupe zu Hilfe und untersucht den Vorderrand der Platte und Gegenplatte, so überzeugt man sich, dass in der einen Platte mehrere zapfenförmige Erhabenheiten bestehen, die in ihrer

Mitte eine rundliche, von der Gesteinsmasse erfüllte Lücke enthalten, während an der anderen Platte diese Gebilde als rundliche Gruben erscheinen. Es unterliegt wohl keinem Zweifel, dass wir es hier mit thatsächlich echten organischen Bestandtheilen des Vorderrandes vom unteren Kopfschilde des *Trematapsis* zu thun haben. Obwohl ich die Anzahl dieser höchst interessanten Oeffnungen nicht mit aller Sicherheit bestimmen konnte, so glaube ich sie dennoch mindestens auf sechs und vielleicht auch darüber schätzen zu können. Die Erörterung der morphologischen Bedeutung dieser merkwürdigen Gebilde ist im nächsten Kapitel dieser Untersuchungen enthalten.

Die Untersuchung der Randtuberkel, welche an dem einen, ziemlich gut erhaltenen Lateralrande des Schildes (Vergl. Figur 13 *rs*) zum Vorschein kommen, zeigte, dass dieselben theils hackenförmig gekrümmte, theils abgestutzte Kegel darstellen. Sämmtliche Tuberkel erscheinen an ihrer Oberfläche glatt und glänzend.

Der mikroskopische Bau des Schildes konnte nicht in erschöpfender Weise erkannt werden. Die verticalen Querschnitte zeigten, wahrscheinlich wegen ihres mangelhaften Erhaltungszustandes, nur die beiden oberen Schichten mit der erwünschten Genauigkeit, so dass ich oberflächlich einen sehr dünnen Schmelzbelag, wie bei *Trematapsis Schmidti* (obere oder erste Schicht, 1), und die mit dem letzteren innigst verbundene zweite oder knöcherne Schicht erkennen konnte; letztere stimmt bezüglich der histiologischen Elemente und deren Vertheilung und Lagerung mit jenen der eben genannten Species vollkommen überein. Auch weisen die in Bruchstücken sichtbaren unteren Schichten auf ähnlichen Bau hin. Die Tuberkel erscheinen an verticalen Dünnschliffen als directe Fortsetzungen von der zweiten oder knöchernen Schicht, besitzen also den gleichen Bau wie die letztere und befinden sich in dieser Beziehung in völliger Uebereinstimmung mit den Tuberkeln des *T. Schmidti*.

Wenn wir nunmehr die geschilderten Verhältnisse in entsprechender Weise auf diejenigen des Eingangs beschriebenen Schildabdruckes übertragen, so ergibt sich daraus, dass folgende Merkmale beiden Schildern gemeinschaftlich zukommen: Die winzigen, dicht an einander gedrängten Tuberkel der Schildoberfläche und die ihrer Form und Grösse nach sich vollständig gleichmässig verhaltenden Randtuberkel. Ziehen wir überdies in Betracht die sehr ähnliche Form des eben beschriebenen Schildes mit jenem des unteren Kopfschildes vom *Trematapsis Schmidti*, so geht daraus einerseits die Zugehörigkeit der beiden Versteinerungen zu dem Genus *Trematapsis* und andererseits zu einer zweiten neuen Art hervor, deren Namen ich zu Beginn dieser Beschreibung gestellt habe.

Zu dieser neuen Art rechne ich auch die von Pander beschriebenen Arten *Dictyolepis Bronnii* und *Dasylepis Keyserlingii*; erstere in ihrem ganzen Umfange, letztere nur theilweise, d. h. in Bezug auf die Figuren *i*, *k*, *l* und *m*. Ich erlaube mir die diesbezüglichen Beschreibungen von Pander zu citiren. Pander schreibt über sein Genus *Dictyolepis* Folgendes[1]): «Die Schuppen sind rhomboidal mit abgerundeten Ecken, ein wenig convex.

1) Pander, l. c., 10, pag. 55.

Die Oberfläche spiegelglatt, sehr fein punktirt, die Unterfläche rauh und mehr oder weniger granulirt, wird die Oberfläche nur ein wenig abgeschliffen (Tab. V, Fig. 5 *c*), so zeigen sich die Oeffnungen der Markkanäle, die von der Basis, Fig. *d* aus anfangs vertical in die Höhe steigen, sich dann in dem mittleren Theil der Schuppe mehr horizontal ausbreiten, vielfache Anastomosen und hierdurch ein die ganze Substanz einnehmendes Netz mit grossen Maschen bilden, wie in dem verticalen Querschnitt Fig. 5 *e* zu sehen ist. Gegen die Oberfläche nehmen die Gefässe wieder eine perpendiculäre Richtung an und öffnen sich auf derselben, wo sie dem unbewaffneten Auge als kleine Pünktchen erscheinen. Die zwischen den Markkanälen sich befindende homogene Grundsubstanz ist mit den schönsten strahligen Knochenzellen ausgefüllt, die, wie gewöhnlich in der Nachbarschaft der grösseren Gefässe, diese in concentrischen Kreisen umgeben. Wäre die Unterfläche dieser Schuppen nicht vollkommen gut erhalten, selbst noch glänzend, so könnte man auf die Vermuthung kommen, dass die unterste, nämlich die Isopedinschicht, welche bei *Osteolepis*, *Glyptolepis* und vielen anderen Schuppen unter ähnlichen oberen Schichten gelagert ist, zerstört worden; das ist aber hier nicht der Fall, und gerade der völlige Mangel derselben bildet den Hauptcharakter dieser Gattung und zugleich mit ein *Criterium* von der mikroskopischen Structur der Hautbedeckungen von *Melittomalepis*». Ich erlaube mir zu dieser Beschreibung einige Bemerkungen zu machen, die sich auch auf die der Beschreibung beigegebenen Abbildungen beziehen. Meiner Meinung nach ist die von Pander dargestellte Unterfläche die verkehrt gezeichnete Oberfläche; was Pander als Oberfläche bezeichnet, stellt den Rest von der zerstörten Innenfläche und zwar eines kleinen Bruchstückes des Kopfschildes von unserer Art vor. Dafür spricht einerseits die tuberkulirte Verzierung der Unterfläche, welche in ähnlicher Weise gekörnt ist, wie die Oberfläche des vorhin beschriebenen Schildes, daher auch einer Oberfläche entsprechen dürfte, andererseits der Umstand, dass die Unterfläche glänzend war, folglich der eigentlichen Oberfläche entsprechen dürfte. Ferner spricht dafür auch die Erläuterung des mikroskopischen Baues, von der ich bemerken muss, dass die Figur 5*c* einen ganz ähnlichen verticalen Durchschnitt des Schildes darbietet, wie diejenigen, welche ich von unserer zweiten Art anfertigen konnte. An der Pander'schen Figur ist demnach der Querschnitt in umgekehrter Lage gezeichnet worden, d. h. die Tuberkel nach unten und die grösstentheils zerstörte Isopedinschicht nach oben. Die umgekehrte Stellung aber wurde aller Wahrscheinlichkeit nach durch den Ausfall der Schmelz- und Isopedinschicht veranlasst.

Von ähnlicher Art sind weiterhin auch die Gründe, die mich veranlassen, den von Pander beschriebenen *Dasylepis Keyserlingii* hierher zu rechnen. Allerdings dürften sich auf unseren Fall bloss die Abbildungen der Fig. 6 *i*, *k*, *l* und *m* beziehen, denn die Abbildungen *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, *f*, *g*, *h* beziehen sich auf Exemplare, die zu einer anderen Form gehörten. Einige der von mir hierher gerechneten Abbildungen stellen den mikroskopischen Bau (*i*, *k*, *l*) und nur eine (*m*) die Ansicht der Oberfläche einer gleich zu erwähnenden Hautplatte vor. Die diesbezügliche Beschreibung dieser Reste lautet folgendermaassen[1]): «Kleine,

1) Pander, l. c., 10, pag. 53.

glänzende, mit dicht an einander stehenden feinen Höckerchen besetzte Schuppen von verschiedener Gestalt, deren rauhe Oberfläche mit kleinen Pünktchen, den Oeffnungen der Gefässkanäle besetzt ist.

«Werden die verschiedenen Schliffe, die zur Untersuchung der mikroskopischen Structur erforderlich sind, wie schon früher mehrere Mal angeführt ist, gehörig gemacht, so zeigt ein horizontaler Schliff von der oberen Fläche, die Mündungen der zierlich aufsteigenden Medullarkanäle der obersten Schicht (Tab. V, Fig. 6 *l*), das netzartige Gewebe dieser Kanäle in der mittleren Fig. *k*, und ihr Eindringen in die unterste von der Unterfläche aus bei *i*. Aus diesen Präparaten ersieht man zu gleicher Zeit, dass die beiden oberen Schichten aus einer homogenen Grundsubstanz mit den gewöhnlichen, strahlig sich ausbreitenden Knochenzellen, — die unterste aus *Isopedin* gebildet ist, etc.».

Aus diesem Citat geht ziemlich deutlich hervor, dass der mikroskopische Bau und die Oberflächenbeschaffenheit des *Dasylepis* mit den an unserer Art beobachteten Verhältnissen übereinstimmen. Noch deutlicher zeigt sich aber die Uebereinstimmung, wenn wir die Figur 35 auf Tafel II mit der von Pander in Fig. 6 *m* gegebenen Zeichnung vergleichen; zwischen beiden besteht sowohl der Form als auch der Oberflächenbeschaffenheit nach eine sehr grosse Aehnlichkeit, ein Unterschied macht sich in der Grösse beider Exemplare und ihrer Oberflächenzierraten bemerkbar. Letzterer Umstand lässt sich durch die stärkere Vergrösserung, bei welcher die Pander'sche Figur gezeichnet ist, erklären. Aus Anlass der gegenseitigen Beziehungen von den beschriebenen Hautplatten möchte ich beide als Theile der Rumpfbedeckung einer und derselben Art deuten.

Die Charakteristik unserer Species gestaltet sich auf Grund der in Vorstehendem gegebenen Beschreibung folgendermaassen: Die Kopfbedeckung besteht aus zwei mit einander futteralartig verbundenen Schildern. Das obere Kopfschild von ovaler Form besitzt an der Oberfläche der stark gewölbten Frontalregion eine Furche von der Form eines zweifachen Bogens, ferner das unpaarige Frontalorgan und die äusserlich einheitlichen, innerlich getrennten Augenhöhlen. In der Parietalregion befindet sich das Parietalorgan und in der Occipitalregion die stark entwickelte *Crista occipitalis*. Das untere Kopfschild zeichnet sich durch den stärkeren Ausschnitt am Vorderrande, durch die daselbst befindlichen sechs Oeffnungen und den schwächer entwickelten mittleren Vorsprung aus. Beide Schilder führen an ihrer Oberfläche zahlreiche, winzige Tuberkel, die wiederum an der Basis radiär gestreift und oberflächlich mit einer dünnen Schmelzschicht versehen sind. An den Seitenrändern erscheinen kleine, theils hackenförmige, theils kegelförmige Randtuberkel. Der Hinterrand beider Schilder ist unbekannt. Der histiologische Bau besteht aus Knochengewebe und überaus feiner Schmelzdecke. Der Rumpf war aller Wahrscheinlichkeit nach mit länglichen Hautplatten (Schildern, Schuppen) von unregelmässiger Form bedeckt, an deren Oberfläche winzige Tuberkel von derselben Form, Grösse und Anordnung wie bei den Kopfschildern vorkommen.

Trematapsis Schrencki Pander.

Tafel II, Figuren 28, 31 und 34.

1856. *Cephalaspis Schrenckii* Pander, l. c., 10, pag. 47. Taf. IV, Figuren 2 *a*, *b*, *c*, *d*.

Stratigraphische Stellung. Obere Oesel'sche Zone *K* (F. Schmidt).

Fundort. Wita-Steinbruch bei Rotziküll auf der Insel Oesel.

Anzahl der untersuchten Exemplare: 3.

Pander beschrieb, wie ich bereits oben bemerkte, Bruchstücke von Kopfschildern unter dem Namen des *Cephalaspis Schrenckii*; die von ihm gegebene Charakteristik lautet[1]): «Mit sechseckigen Schuppen auf dem Kopfe. Ein Paar Bruchstücke vom Kopfe sind leider die einzigen Ueberreste, die wir von dieser Species besitzen und nur nach der äusseren Gestalt hier anschliessen. Der Kopf ist nach vorn und an den Seiten abgerundet, Zähne waren nicht zu entdecken. Das Kopfschild ist gewöhnlich aus sechseckigen, an einander gewachsenen Schuppen zusammengesetzt, die mit kleinen Höckern besetzt sind. Hinter dem vorderen Rande Fig. 2 *c* zeigt sich über der gewölbten Fläche des Kopfschildes in der Mitte desselben, eine Convexität, in deren Centrum wahrscheinlich der Sitz der Augen war».

F. Schmidt hat nun, wie ich gleichfalls schon früher erwähnte, diese Reste zu seiner Gattung *Trematapsis* gestellt und die von ihm entdeckten Reste dieser Gattung in den Speciesnamen, welchen Pander aufgestellt, einbezogen. «Wer unsere Abbildung» — sagt F. Schmidt[2]) — mit der Pander'schen des *Cephalaspis Schrenckii* vergleicht, wird unsere Bestimmung zuerst wohl ziemlich auffallend finden. Auch sind wir nur auf Umwegen zu derselben gelangt. Die Pander'schen Stücke, die der Verfasser selbst als mangelhaft bezeichnet, ohne ihre Beschaffenheit gerade genauer anzugeben, müssen durchaus eine verdorbene Schale gehabt haben, sonst hätten wir von ihrer Structur etwas erfahren. In seinem Nachlasse war durchaus nichts von *Cephalaspis Schrenckii* zu finden, auch wüsste ich nicht wo die Stücke sonst liegen könnten. Wir führen ihn jetzt nach vier mehr oder weniger vollständig erhaltenen Kopfschildern gewissermaassen von Neuem in die Wissenschaft ein. Die Theilung des Kopfschildes in 6-eckige erhabene Felder, wie sie Pander darstellt, ist nur an einem unserer Exemplare und auch hier nicht in ähnlicher Weise vorhanden. Die Schale der übrigen Schilder ist glatt und zeigt nur befeuchtet die polygonale Zeichnung, die durch Durchschimmern der grossmaschigen Gefässanastomosen der mittleren Knochenschicht entsteht. Die erhabenen Tuberkeln der Pander'schen Fig. 2 *d* entstehen durch den erhabenen Rand der oberflächlichen Poren. Die in Fig. 2 *c* dargestellte Anschwellung

1) Pander, l. c., 10, pag. 47.

2) Schmidt, l. c., 15, pag. 234.

nahe dem Vorderrande des Kopfschildes entspricht unserem nachher näher zu besprechenden kreisförmigen Nasenwulst; endlich kennen wir aus dem Wita'schen Steinbruche ausser *Thyestes* an Fischresten nur unsere Stücke, und das ist für mich ein Grund mehr, sie mit *Cephalaspis Schrenckii* zu vereinigen».

Wie aus den beiden Citaten hervorgeht, gründete Pander seinen *Cephalaspis Schrenckii* auf sechseckige Schuppen, die mit kleinen, dicht an einander gedrängten Tuberkeln bedeckt waren, während F. Schmidt die Felderung oder die sechseckigen Schuppen mit dem Durchschimmern der Gefässmaschen oder dem Netzwerk der Havers'schen Kanäle und die Tuberkel mit den Rändern der an der Aussenfläche des Schildes vom *Tremataspis* vorhandenen Poren vergleicht.

Nachdem mir mehrere Exemplare mit Resten von ähnlicher Form, wie die durch Pander beschriebenen, vorliegen, so erlaube ich mir die Ergebnisse der von mir an denselben vorgenommenen Untersuchungen mitzutheilen. Freilich sind die von mir untersuchten Exemplare auch sehr mangelhaft und bestehen theils aus guten Oberflächen-Abdrücken von einigen Bruchstücken des oberen Kopfschildes, theils aus ebensolchen Steinkernen desselben. Die Figur 14 auf Tafel II führt uns den Abdruck der Oberfläche des Vorderabschnittes von dem oberen Kopfschilde vor; an dieser Figur sehen wir den sich umschlagenden Vorderrand (*Vr*) und die ziemlich regelmässige Felderung (*fl*), ferner in der Mitte die undeutlichen Abdrücke von dem Frontalorgan und den Augenhöhlen und endlich rechterseits ein Stück der Innenfläche (Isopedin) vom Schilde. In der Figur 15 derselben Tafel sehen wir den Bruchtheil eines derartigen Abdruckes bei fünffacher Vergrösserung abgebildet. Die Felderung (*fl*) wird von ziemlich regelmässigen, leistenförmigen Erhabenheiten hergestellt; die Erhabenheiten sind abgerundet und mit einander innigst verbunden, so dass dieselben ein gleichsam ununterbrochenes Schienennetz darbieten. Innerhalb der sämmtlichen Felder erscheinen zahlreiche, rundliche Lücken (*l*), welche den Oberflächenabdrücken winziger, dicht an einander gedrängter Tuberkeln entsprechen. Betrachtet man dieselben Verhältnisse an Steinkernen, so erscheinen die mehr oder weniger regelmässig sechseckigen Felder durch rinnenförmige Furchen von einander abgegrenzt, während an die Stelle der runden Lücken winzige, runde Tuberkel treten. Ein Vergleich unserer Figuren mit den Pander'schen dürfte in ziemlich klarer Weise ergeben, dass wir es, wie ich glaube, mit den Resten einer und derselben Art zu thun haben. Vergleichen wir dagegen die beschriebenen Abbildungen mit der Figur 14 *II* unserer Tafel I, welche die durch die Verzweigungen der Havers'schen Kanäle entstandenen Netze darstellt, dann fällt uns sofort der bedeutende Unterschied auf, den wir zwischen diesen und den eben beschriebenen Erscheinungen sicherlich zugeben müssen.

In der Umgebung des Kopfschildes fand ich zwei kleine, bogenförmig gekrümmte Hautplatten oder Schilder; an der vorderen Hautplatte zeigte sich ein glatter Vorderrand und der an seiner Oberfläche granulirte Hinterrand, während von der zweiten Hautplatte nur der freie, granulirte Hinterrand bemerkbar war, weil eben der Vorderrand bedeckt ist.

Die Abgrenzung der beiden Schilder wurde durch eine Furche markirt. Die Granulation des freien Hinterrandes bestand aus zahlreichen, fast durchgehends winzigen Tuberkeln, unter denen hie und da etwas grössere erscheinen. Indem die letzteren eine grosse Aehnlichkeit mit denjenigen Tuberkeln besitzen, welche an den vorhin beschriebenen Schildstücken vorkommen, so konnten sie möglicherweise der Rumpfbedeckung der eben beschriebenen Species angehört haben.

Trematapis Simonsoni sp. nov.

Tafel I, Figur 20; Taf. II, Fig. 16.

Name. Zu Ehren des Herrn A. Simonson, Lehrer in Wenden.

Stratigraphische Stellung. Obere Oesel'sche Zone *K* (F. Schmidt).

Fundort. Wita-Steinbruch bei Rotziküll auf der Insel Oesel. Einziges Exemplar.

Ein Abdruck von der Oberfläche des oberen Kopfschildes, an dem die anatomischen Verhältnisse nicht unbedeutende Unterschiede aufweisen, so dass es mir zweckmässig erscheint, dem Exemplar einen neuen Speciesnamen zu geben. Das Schild unterscheidet sich von den Schildern der bereits beschriebenen *Trematapis*-Arten zunächst durch eine sehr bedeutende Wölbung seiner Oberfläche und durch seinen im Verhältniss zu den übrigen Schildern sehr geringen Umfang. Die Figur 20 unserer Tafel I zeigt uns das Schild in zweifacher Vergrösserung. Wir sehen daselbst einen Theil des Vorderrandes (*Vr*), der einen Umschlag bildet, das Frontalorgan (*fro*), die Augenhöhlen, das Parietalorgan (*po*) und die zwei hinter dem letzteren befindlichen, kleinen und rundlichen Oeffnungen (*del*). Die wesentlichen Merkmale, durch die sich unsere Art von den vorherigen hauptsächlich unterscheidet, finde ich in der Oberflächenbeschaffenheit. Bei Betrachtung mit guter Loupe bemerkt man, dass die Oberfläche aus zahlreichen, stellenweise nur sehr undeutlich von einander abgegrenzten Gruben von rundlicher Form und aus noch zahlreicheren, winzigen und rundlichen Lücken gebildet wird. Die Gruben entsprechen grossen, an der Oberfläche vorkommenden Erhabenheiten (Taf. II, Fig. 16 *h*) und die Lücken hingegen winzigen, dicht an einander gedrängten Tuberkeln (*t*). Dieselbe Figur stellt ein Stückchen des bei zwölffacher Vergrösserung abgebildeten positiven Abdruckes vor. Derartige Oberflächenzierraten weist keines von den früher beschriebenen Schildern auf. Auch scheint der Hinterrand (Taf. I, Fig. 20 *Hr*) anders gestaltet zu sein.

Die soeben beschriebene Versteinerung wurde von Hr. A. Mickwitz im Sommer vorigen Jahres gefunden; dieselbe habe ich zu Ehren des um das Sammeln der Fischreste auf Oesel verdienten Hr. A. Simonson benannt.

Allgemeine Beziehungen.

Es ist ein unermessliches Gebiet, das sich unseren Blicken eröffnet, sobald wir den Versuch anstellen, in die Organisationsverhältnisse irgend einer Thiergruppe vom hohen geologischen Alter auf inductivem Wege tiefer einzudringen. Naturgemäss werden uns bei einem derartigen Unternehmen die grössten Schwierigkeiten der verschiedensten Art bereitet, deren Beseitigung oftmals gar nicht gelingt.

In ähnlicher Lage befinden wir uns, wenn wir eine genauere Kenntniss von den morphologischen Beziehungen der merkwürdigen Fischgruppe, zu welcher unsere Formen gehören, anstreben. Diese Gruppe weist nicht nur ein hohes geologisches Alter, sondern auch eine während grosser Zeiträume anhaltende individuelle Entwickelung auf. Die ältesten Vertreter derselben blieben uns bislang unbekannt und ihr Ursprung ist in Dunkel gehüllt. Zu den ältesten und daher auch zu den interessantesten Formen derselben Fischgruppe müssen unstreitig die vorhin beschriebenen Oesel'schen Fischarten gerechnet werden.

Wir wollen nunmehr die morphologische Bedeutung der uns bereits aus der descriptiven Darstellung bekannten Thatsachen einer gesonderten Betrachtung unterziehen. Dabei drängen sich an uns vielfache Fragen heran, welche ihrer Natur nach der vergleichenden Anatomie, der Entwickelungsgeschichte und der systematischen Zoologie angehören.

Nun ist bekanntermaassen die Paläontologie vor eine doppelte Aufgabe gestellt: Einerseits hat sie die aus den verschiedenen Erdschichten hervorgeholten Reste der Organismen zu beschreiben und systematisch zu ordnen, andererseits soll dieselbe den phylogenetischen Zusammenhang oder die stammesgeschichtliche Entwickelung der Organismen aufhellen oder erforschen. Um jedoch zu dem letzteren Ziele zu gelangen, müssen vor Allem die anatomischen Verhältnisse der organischen Reste genau erkannt und deren morphologische Bedeutung präcisirt werden. Würde sich die Palaeontologie bloss auf die Lösung der ersten ihrer beiden Aufgaben beschränken, dann möchte sie, wenn ich mich so ausdrücken darf, ein mit unverständlichen Schriftzeichen geschriebenes Buch bleiben. Erst dann, wenn die Palaeontologie ihre zweite Aufgabe erfüllt, erreicht dieselbe eine höhere Stufe in naturwissenschaftlicher Beziehung, wie dies in klarer Weise der leider frühzeitig durch den Tod der paläontologischen Wissenschaft entrissene Professor M. Neumayr[1]) dargethan hat.

Im Allgemeinen wird dem Palaeontologen der Vorwurf gemacht, dass das Material, auf welches er seine Forschungen gründet, durchaus mangelhaft, lückenhaft und einseitig sei. Der Vorwurf ist ganz gewiss vollkommen gerecht; doch kann in vielen Fällen der Paläontologe demselben wirksam begegnen, indem er die Lücken seines Materials durch die Errungenschaften der einschlägigen naturwissenschaftlichen Disciplinen zu beseitigen trachtet. In dieser Beziehung stehen der paläontologischen Forschung die vorhin bezeichneten

1) Neumayr, M. Die Stämme des Thierreiches. Bd. I. Wien 1889.

naturwissenschaftlichen Disciplinen hilfreich zur Seite. Ueberblickt man die zahlreichen und vortrefflichen Untersuchungen der Entwickelungsgeschichte, welche in neuerer Zeit in der Litteratur erschienen sind, so gelangt man alsbald zu der Erkenntniss des vielfachen Bestrebnisses, die phylogenetischen Beziehungen der verschiedenen Thierklassen zu erforschen — ein Bestreben, das in erster Linie durch die primären Entwickelungsvorgänge, durch die Anlagen und Ausbildung oder Rückbildung der Organsysteme und Gewebe unterstützt wird. Immerhin bleibt auch dieser Forschungsmethode der Vorwurf nicht erspart, dass das ihr zu Gebote stehende Material in gleicher Weise lückenhaft und einseitig sei, wenn das palaeontologische Material in den Bereich ihrer Untersuchungen nicht einbezogen wird. Hieraus ergibt sich für die genannten Naturwissenschaften die Nothwendigkeit, bei ihren Arbeiten auf dem bezeichneten Forschungsgebiete Hand in Hand zu wandeln.

Von diesen Gesichtspunkten geleitet, sollen nunmehr auch die kurzen, in Nachfolgendem enthaltenen Betrachtungen durchgeführt werden.

Im Vordergrunde stehen selbstverständlich die vergleichend-anatomischen und vergleichend-histiologischen Beziehungen der beiden Genera *Thyestes* und *Tremataspis*. In Betracht kommen zunächst die Verhältnisse, die sich an der Oberfläche des oberen Kopfschildes darbieten. Von besonderem Interesse ist das in der Nähe des Vorderrandes befindliche unpaare Frontalorgan; der Lage nach könnte man dasselbe als Nasenwulst (F. Schmidt) deuten. Unter Berücksichtigung der übrigen Verhältnisse und namentlich seiner sonderbaren Form möchte ich diesem Gebilde eine andere morphologische Deutung beilegen; der ringförmige Wall, welcher eine halbkreisförmige Grube umgibt, an deren Grunde eine deutliche, in der Medianlinie befindliche Spalte erscheint, weist darauf hin, dass ehemals in der Grube ein Organ lag, dessen Function aller Wahrscheinlichkeit nach von jener des Geruchorgans wesentlich verschieden war. Da ausserdem die Spalte nach innen zu stets offen ist, so können wir ferner annehmen, dass das Organ mittelst der Spalte mit dem Vorderabschnitt des Nervencentrums verbunden worden sei. Wenn aber dieses Organ keine Beziehungen zu der Nase haben soll, mit welchem der peripherischen Organe des Wirbelthierkopfes dürfte es homologisirt werden? Längere Zeit hindurch stand ich vor dieser Frage rathlos, bis ich endlich auf die in neuester Zeit gemachte Mittheilung von der Entdeckung eines Organs durch Prof. E. Selenka gekommen bin. Derselbe beobachtete nämlich bei den Embryonen von Haifischen, Reptilien und Beutelthieren ein bisher unbekannt gebliebenes unpaares Gebilde, das meiner Meinung nach für den vorliegenden Fall von der grössten Bedeutung sein dürfte. Ich erlaube mir daher die wichtigsten Punkte aus diesen Mittheilungen wörtlich anzuführen: «Ein bisher nicht beschriebenes Gebilde» — sagt Prof. Selenka[1]) — «vielleicht ein rudimentäres Sinnesorgan, findet sich als unpaarer dorsaler Anhang des Vorderhirns bei den Embryonen verschiedener Wirbelthiere.

1) Selenka, E., l. c., 13, pag. 324.

«In seiner Entwickelung erinnert dieses Organ an die *Epiphyse*, indem es sich aus der oberen Hirnwand in Gestalt eines Bläschens ausstülpt und zu einem hohlen Schlauche auswächst; aber während die *Epiphyse* aus dem Zwischenhirn hervorgeht, ist jenes Organ ein Erzeugniss des secundären Vorderhirns. Ich will für dasselbe den Namen Stirnorgan oder *Paraphysis* wählen».

Obwohl Selenka noch keine Gelegenheit finden konnte, der postembryonalen Umbildung des Stirnorgans nachzuforschen, und uns demnach das endliche Schicksal desselben unbekannt ist, glaube ich dennoch, dass das Frontalorgan des *Thyestes* und *Trematuspis* der *Paraphyse* Selenka's entsprechen dürfte. In einem solchen Falle hätten wir es bei den letzteren Gattungen mit dem ursprünglichen Zustande zu thun, d. h. wo das Organ peripherisch am Kopfe einen bestimmten Platz einnahm und während des Lebens der genannten Genera seiner ursprünglichen sensorischen Function oblag. Zu Gunsten dieser Auffassung spricht ausser der Beschaffenheit noch die Lage des Frontalorgans. Wie wir aus dem descriptiven Abschnitt wissen, befindet sich letzteres in der Mittellinie des Schildes und unmittelbar vor der äusserlich einfachen Augenhöhle—ein Umstand, der dafür spricht, dass das Frontalorgan, über dem Dorsalabschnitt des secundären Vorderhirns gelegen, sehr wahrscheinlich mit dem letzteren verbunden und vor dem vorderen *Neuroporus* gelagert war.

Das vollständig gleichmässige Verhalten in Lage und Form des Frontalorgans bei *Thyestes* und *Trematuspis* veranlasst die Frage, ob ein ähnliches Organ auch bei den Pteraspiden und Cephalaspiden vorhanden sei? Die zur Beantwortung dieser Frage angestellten Untersuchungen konnte ich bloss unter Berücksichtigung und Vergleichung der in der Litteratur vorhandenen Abbildungen durchführen, da directe Beobachtung wegen Mangel an dem entsprechenden Vergleichsmaterial ausfallen musste. Gleichwohl glaube ich das Vorhandensein des Frontalorgans bei mehreren Cephalaspiden mit einiger Wahrscheinlichkeit annehmen zu können.

So zeichnet Ray Lankester[1]) in Figur 5 das obere Kopfschild von *Auchenaspis*, bei dem wir unmittelbar vor den Augenhöhlen eine Grube von rhombischer Form bemerken, die ich dem Frontalorgan vergleichen möchte; ferner finden sich Höcker oder diesen entsprechende rundliche Lücken bei *Pteraspis Crouchii*, welche man ihrer Lage nach[2]) als die Reste des Frontalorgans ansprechen könnte. Desgleichen dürften die beiden Gruben[3]) des *Auchenaspis Egertoni* Lank., welche durch dünnes Septum von einander getrennt werden, — nach Ray Lankester Nasengruben — dem unvollständig erhaltenen Frontalorgan entsprechen. Ueberhaupt finde ich an mehreren Abbildungen des bezeichneten Werkes von Ray Lankester Spuren oder Rudimente des ringförmigen Walles vom Frontalorgan. In neuester Zeit brachte A. Smith Woodward[4]) neue Abbildungen über *Auchenaspis Egertoni* Lankester, welche mit unanfechtbarer Sicherheit das Vorhandensein des Frontal-

1) Ray Lankester, l. c., 11, pag. 15.

2) Vergl. Ray Lankester, l. c., 11; Taf. III, Fig. 4 und 8; Taf. IV, Fig. 1 u. 5.

3) Ray Lankester, l. c., 12, Taf. XIII, Fig. 4 *a*.

4) Smith Woodward, l. c. 19; Taf. X, Fig. 5 u. 6.

organs bei der bezeichneten Form dargethan haben. Auch v. Alth liess ähnliche Gebilde[1]) zeichnen; wenn aber dieser Autor das Gebilde als Nackenhöcker bezeichnete, so ist das eine Bezeichnung, die nicht nur der Lage, sondern auch der Beschaffenheit nach diesem Gebilde nicht entspricht, denn das Gebilde erscheint, wie ich von den Abbildungen Ray Lankester's vorhin bemerkte, bald als ein Höcker, bald als eine Lücke oder Oeffnung in der Mittellinie und im Vorderabschnitte des oberen *Pteraspis*-Schildes; keinesfalls kann aber die Stelle des Schildes, wo sich das Gebilde befindet, als Nacken bezeichnet werden.

Aus dem Gesagten geht, wie ich glaube, mit ziemlicher Sicherheit hervor, dass das Frontalorgan (Paraphyse?) in verschiedenen Formen auch bei den Pteraspiden und Cephalaspiden vorhanden war.

Noch ist eines an das Frontalorgan anknüpfenden Umstandes zu erwähnen. Wie wir oben sahen, beschrieb F. Schmidt im vorderen Abschnitte des oberen Kopfschildes vom *Trematuspis* zwei ovale Lateralöffnungen, die ich als paarige Nasenhöhlen deute; weder die Form noch die Lage der Oeffnungen kann man einer solchen Deutung entgegenstellen, da beide Umstände, wenn man sie mit ähnlichen Vorkommnissen anderer Fische vergleicht, zu Gunsten meiner Anschauungsweise sprechen. Wenn dem so ist, so scheint mir, dass die eben erläuterte Deutung des Frontalorgans eine weitere Unterstützung erhält. Allerdings muss ich hierbei bemerken, dass die von mir als Nasenhöhlen bezeichneten Oeffnungen sowohl dem *Thyestes*, als auch den *Cephalaspiden* fehlen. Vergleicht man indessen die Nasenhöhlen des *Trematuspis* mit denen gegenwärtig allgemein als Augen bezeichneten Erhabenheiten oder Gruben der *Pteraspis*-Formen, so dürften die letzteren Gruben meiner Meinung nach mit grösserer Wahrscheinlichkeit den Nasenhöhlen als den Augenhöhlen entsprechen. Sprach sich doch auch der berühmte Anatom und Palaeontologe, Prof. Th. H. Huxley, in einer seiner Abhandlungen über *Pteraspis* nicht ganz entschieden aus; Huxley[2]) bezeichnete die fraglichen Höhlen als: «Orbits or nasal apertures». Freilich gewinnen unsere morphologischen Kenntnisse von der Organisation des *Pteraspis* durch eine solche Deutung, wie ich sie den Höhlen geben möchte, durchaus nichts, weil wir dadurch wiederum in eine andere Verlegenheit gerathen, nämlich den Ausfall der Augenhöhlen bei *Pteraspis* constatiren zu müssen. Ich meinerseits muss offen gestehen, dass mir der Ausfall der Nasenhöhlen von gleicher Bedeutung erscheint, wie jener der Augenhöhlen. Vom morphologischen Standpunkte aus sind beide Sinnesorgane für jedes Wirbelthier gleichwerthig, da beide einerseits als Ausstülpungen des Vorderhirns und andererseits als Einstülpungen des Ectoderms entstehen. Es ist nun nicht recht begreiflich, wesshalb bei *Pteraspis* die Augenhöhlen, im Gegensatze zu den Cephalaspiden und zu den Oeselschen Formen, randständig und nicht central gelagert sein sollten? Wäre es nicht natürlicher, wenn man annehmen würde, dass wir die Augenhöhlen

1) Alth, v., l. c., 3, Taf. I, Figuren 1, 2 δ, 3, 9, 11; Taf. III, Figuren 3, 4; Taf. V, Fig. 33 β.

2) Huxley, Th. H.: On *Pteraspis Dunensis* (*Archaeoteuthis Dunensis* Roemer). Quart. Journ. Geol. Soc. Bd. XVII. London 1861, pag. 163.

noch nicht kennen, oder dass dieselben bei diesem Genus äusserlich am Schilde sogar nie vorhanden waren. Letztere Annahme widerspricht durchaus nicht gewissen Thatsachen, denn wir kennen ja sehr wohl einzelne Formen sogar aus den devonischen Ablagerungen, wie *Bothriolepis Panderi* Lahusen und auch andere, bei denen bislang die Augenhöhlen unbekannt geblieben sind; von der eben genannten Form gibt zwar H. Trautschold[1]) an, dass die Augen bei ihr verschleiert waren.

Was nun die Augen des *Thyestes* und *Trematuspis* anbetrifft, so wissen wir aus dem beschreibenden Abschnitte, dass sie äusserlich eine gemeinschaftliche Höhle von biscuitförmigem Ansehen besassen. Nicht ein einziges Exemplar, an dem man diese Höhle in unversehrtem Zustande beobachtet, zeigt oberflächlich eine wie immer geartete Trennung in zwei Abtheilungen. Der Rand bleibt überall gleichmässig glatt, regelmässig abgesetzt, so dass man an dessen Theilung nicht denken kann. Dies gilt namentlich vom *Trematuspis*, weil diese Stelle am Kopfschilde desselben gewöhnlich besser erhalten ist, wie bei *Thyestes*. Es fällt dies um so mehr auf, als bei allen Formen des *Pteraspis* und *Cephalaspis* die Augenhöhlen vollkommen von einander getrennt und in zweifacher Anzahl erscheinen. Möglicherweise liegt hier ein viel früheres Stadium von der Entwickelung der Augenhöhlen vor, wo nämlich zum Theil der ursprüngliche Zustand einer einfachen Augenhöhle und zugleich eines einfachen Augapfels zum Vorschein käme. Die von mir unterhalb und innerlich des Kopfschildes beobachtete Trennung durch sehr dünne Septen oder Lamellen in zwei bilateral-symmetrische Höhlen kann doch nicht in anderer Weise aufgefasst werden, als dass dieselbe bei *Thyestes* und *Trematuspis* secundär entstanden sei.

Der mittlere Abschnitt der äusserlich einfachen Augenhöhle oder der zwischen den bewussten inneren zwei Septen befindliche Raum entspricht jener Stelle, wo Ray-Lankester bei *Cephalaspis* (*Eucephalaspis*) *Agassizii* einen Höcker («interorbital prominence»)[2]) dargestellt hat. Von dieser Prominenz ist nun bei *Thyestes* und *Trematuspis* nichts zu sehen, — ein weiterer Beweis für die oberflächlich einfache Augenhöhle.

Weiterhin bietet in morphologischer Beziehung grosses Interesse, die hinter den Augen bestehende unpaare Oeffnung, welche ich als Parietalorgan (Mittelöffnung, F. Schmidt) bezeichnet habe. Es kann wohl keinem Zweifel unterliegen, dass wir es hier mit der Oeffnung, in welcher das bei den Fischen sehr frühzeitig auftretende Parietalauge lag, zu thun haben. Dieses von Prof. Leydig[3]) entdeckte und als Parietalorgan, von anderen Forschern als Scheitel- oder Parietalauge genannte Gebilde, bildet in neuester Zeit den Gegenstand vielfacher Untersuchungen und wird im Allgemeinen als rückgebildetes Sinnesorgan oder Parietalauge betrachtet[1]). Auf die interessanten Resultate, namentlich der ent-

---

1) Trautschold, H.: Ueber *Bothriolepis Panderi* Lahusen. Bulletin des Natur. de Moscou 1880.

2) Ray Lankester, l. c., 12, pag. 37, Fig. 11 i. p.

3) Leydig, Fr.: Die in Deutschland lebenden Arten der Saurier. Tübingen 1872. Derselbe. Das Parietalorgan der Amphibien und Reptilien. Seckenbergische naturf. Gesellschaft; 1890.

wickelungsgeschichtlichen Untersuchungen detaillirter einzugehen, liegt nicht im Bereiche der vorliegenden Untersuchungen; demzufolge beschränke ich mich darauf, das Parietalorgan bei den Fischen aus den obersilurischen Ablagerungen zu constatiren. Wenn ich nicht irre, so dürfte dasselbe Organ auch bei den Cephalaspiden vorkommen; wenigstens möchte ich das von Ray Lankester in Gestalt einer Grube bei *C. Agassizii* dargestellte Gebilde[2]), welches dieser Forscher «post-orbital valley» nennt, als das Homologon unseres Parietalorgans ansprechen.

Kein geringeres Interesse als die bisher betrachteten Organe beanspruchen in morphologischer Beziehung die zwei bilateral-symmetrisch hinter dem Parietalorgan des *Trematraspis* gelagerten kreisrunden und kleinen Oeffnungen, welche aller Wahrscheinlichkeit nach die beiderseitigen Mündungen des Gehörorgans oder die *Ductus endolymphatici* darbieten. Es ist dies ein ähnlicher Fall, wie er bei der recenten *Chimaera*, beziehungsweise bei den Holocephalen beobachtet wird; hier treten die *Ductus endolymphatici* gleichfalls an der Oberfläche des Kopfes auf. Als Gefässmündungen sind diese Oeffnungen viel zu gross; aus dem Grunde können sie auch in keiner Weise zu den letzteren verglichen werden. Im Uebrigen haben wir die Gefässmündungen in einer sehr grossen Anzahl und porenförmig an der Oberfläche der beiden Schilde des *Trematraspis* kennen gelernt. Womit sie sonst noch zu vergleichen wären, ist mir wenigstens unerfindlich. Sehr interessant ist auch der Umstand, dass die *Ductus endolymphatici* bei keiner Form der Pteraspiden und Cephalaspiden vorkommen.

Ein ähnliches Schicksal theilen mit den vorherigen Gebilden die paarigen und ovalen Lateralöffnungen im mittleren Abschnitte des Kopfschildes vom *Trematraspis*, da sie gleichfalls die ausschliessliche Eigenthümlichkeit des *Trematraspis* bilden. Meines Erachtens sind diese beiden Oeffnungen den Spritzlöchern gewisser Selachier vergleichbar. Darf man ihnen denn eine andere Bedeutung beilegen? Prof. Ray Lankester liess mehrmals an der Oberfläche beider Lateralhörner, so z. B. bei *Eukeraspis pustuliferus*[3]), unregelmässige, rundliche oder polygonale Oeffnungen zeichnen, die er «marginal cavities» nennt. Ueber die morphologische Bedeutung der letzteren kann ich mir gar keine Vorstellung bilden; dass dieselben zu den paarigen Lateralöffnungen des *Trematraspis* eine Beziehung haben könnten, das möchte ich bezweifeln, indem nicht allein die Form und Lage, sondern auch die Anzahl derselben dagegen sprechen; auf jeder Seite sind ihrer sechs und sie berühren sich fast in der Mitte des Vorderrandes vom Kopfschilde. Freilich möchte ich nicht in entschiedener Weise die eventuellen Beziehungen der letzteren zu den von mir als Spritzlöcher gedeuteten Oeffnungen in Abrede stellen.

---

1) Vergl. Owsjannikow, Ph.: Обзоръ изслѣдованій о темянномъ глазѣ у земноводныхъ, пресмыкающихся и рыбъ. Вѣстникъ Естествознанія (— Revue des Sciences Naturelles. St. Pétersbourg 1891, № 3, pag. 100—111 und Polejajew, N.: О темянномъ органѣ зрѣнія позвоночныхъ въ его отношеніи къ боковымъ глазамъ. Ibidem № 5, pag. 178—187.

2) Ray Lankester, l. c., 12, pag. 37, Fig. 11 p. o. v.

3) Ray Lankester, l. c., 12, pag. 58, Fig. 31 c. m.

Einem ernsten und eingehenden Studium empfehlen sich weiterhin die am Vorderrande des unteren Kopfschildes vom *Trematuspis* beschriebenen Oeffnungen in sechsfacher Anzahl und möglicherweise auch darüber. Es ist vielleicht nicht ohne Belang, dass diese Oeffnungen nur bei *Trematuspis* und sonst bei keinem Repraesentanten der Pteraspiden und Cephalaspiden vorkommen (Vergl. die anfolgende Abbildung). Allerdings darf nicht der Umstand ohne Beachtung bleiben, dass ja bei den Cephalaspiden das untere Kopfschild, beziehungsweise die Unterseite des Kopfes, vollständig unbekannt ist. Wie sollen nun diese Oeffnungen morphologisch gedeutet werden? Eine richtige Antwort auf diese Frage fällt wohl sehr schwer, da wir deren nähere Beziehung zu den ohne Zweifel als Weichtheile ehedem vorhandenen Geweben oder Organen nicht erfassen können, weil das Material ungenügend erscheint. Ausserdem ist die topographische Lage und das muthmaassliche Verhältniss derselben zu dem zackigen Vorderrand des unteren Schildes so fremdartig, dass man beinahe geneigt wäre, neue morphologische Gebilde in ihnen zu suchen.

Vorderrand der rechten Hälfte von dem unteren Kopfschilde des *T. Mikwitzi* (Gegenplatte). *br* = die Kiemenöffnungen? Zweimal vergrössert (pag. 58).

Dessen ungeachtet dürften die bezeichneten Oeffnungen den Kiemenöffnungen oder Kiemenspalten der Fische entsprechen. Nun existiren bei den Selachiern in der Regel fünf Kiemen, aber bei den einfachsten Formen unter ihnen, den Notidaniden, kommen noch sechs bis sieben Kiemen und das Spritzloch vor. Die Richtigkeit dieser Anschauungsweise vorausgesetzt, würden die Kiemen des *Trematuspis* ähnliche Verhältnisse wie die primitivsten Formen der Selachier, die Notidaniden aufweisen, — ein Merkmal, das von der grössten Tragweite für die phylogenetischen Beziehungen des *Trematuspis* sein dürfte.

Wie verhält sich aber der mikroskopische Bau der Schilder vom *Thyestes* und *Trematuspis*? Bevor wir zu der Vergleichung desselben mit jenem der Cephalaspiden und anderer Fische übergehen, sollen die hierauf bezüglichen, in der Litteratur vorhandenen Angaben über *Pteraspis* und *Cephalaspis* Berücksichtigung finden.

L. Agassiz[1]) unterscheidet bereits bei den Schildern des *Cephalaspis* drei verschiedene Schichten: 1) Die obere Emailschicht, 2) die mittlere körnige Schicht, welche den Knochen der Chondropterygier entspricht, und 3) die innere Schicht, die aus mehreren dünnen, über einander gelagerten Blättern zusammengesetzt ist. Dabei bemerkt Agassiz, dass diese Bauart an jene der Crustaceenschilder erinnere.

Kner, der zuerst die Schilder des *Pteraspis* untersuchte, fand den Bau des *Pteraspis* analog mit jenem der Sepienschulpe. In Betreff der Structur der Pteraspisschilder äussert sich R. Kner folgendermaassen[2]): «Bezüglich der Structur lassen sich dreierlei auffallend

1) Agassiz, L., l. c., 1, p. 152.

2) Kner, R. l. c. 8, pag. 161.

verschiedene Schichten an der Schale unterscheiden. 1) Emailschicht (continuirlicher Ueberzug), 2) Prismenschicht, 3) äusserste Epidermalschicht...

«Diese Schicht[1]) ist äusserst dünn und zart, und zeigt an ihrer Oberfläche eine den Rändern parallele jedoch so feine Streifung, dass sie dem freien Auge kaum wahrnehmbar und in der Zeichnung nur in vergrössertem Maassstabe (Fig. 1 *a*) darstellbar ist. Unter der Loupe erscheinen nun diese Streifen als feine wellenartig gebogene Linien, die sich bei stärkerer Vergrösserung als concentrisch an einander gelagerte kleine Körnchen zeigen und in der Seitenansicht (Fig. 1 *c*, *a*) äusserst dünne kurze Säulchen darstellen. Der ganze Bau dieser Epidermisschicht mahnt etwas an die mikroskopische Structur der cycloiden Schuppen, deren concentrische Zuwachsstreifen einen ähnlichen Anblick gewähren.

«Bei keinem Fische der Jetztzeit kommen Structurverhältnisse vor, die den beschriebenen nur einigermaassen ähnlich wären, und ebenso findet sich bei allen zweifellosen Fischresten der Vorzeit nichts Aehnliches vor.....

«Die hieraus resultirende Frage[2]), welcher Classe sie denn einzureihen seien, ist jedoch dermalen noch sehr schwer, vielleicht kaum völlig befriedigend zu beantworten. Ich bin daher weit entfernt nachfolgende Andeutungen etwa als unzweifelhaft richtige Lösung der Frage hinzustellen, ich beabsichtge vielmehr nichts als auf jene thierischen Gebilde hinzuweisen, die mir unter allen die meiste Aehnlichkeit mit den in Frage stehenden zu haben scheinen. Und als solche glaube ich die Schulpen der Sepien anerkennen zu müssen.

«Untersucht man die Structur einer Schulpe von *Sepia officinalis*, so wird man nicht umhin können zu gestehen, dass mindestens an dieser mehr Aehnlichkeiten als an irgend einem anderen Gebilde jetzt lebender Thiere wahrzunehmen seien....

«Das Gewebe der Sepienschulpe besteht aus einer ziemlichen Anzahl blätterweise übereinander liegender Schichten, die nach innen immer schmäler und kürzer werden. Jede Lamelle zeigt eine feine Längsstreifung, die jedoch nicht bis zum Rande sich erstreckt, und auch tiefer nach einwärts undeutlich wird....

«Die[3]) in Fig. 1 *a* und *c* dargestellte Epidermisschicht unseres Exemplars scheint mir denn nun mit einer solchen Lamellenschicht von Sepienschulpen eine auffallende Aehnlichkeit zu besitzen, sowohl in ihrer Zusammensetzung als in der Streifung. Nur ist die Streifung bei ersterer noch viel feiner als an der Sepienschulpe und parallel mit dem Rande verlaufend, während sie bei letzterer fast senkrecht auf demselben steht.

«Viel bedeutender aber als diese Differenzen sind noch andere Verschiedenheiten, die sich zwischen einer Sepienschulpe und unserem Exemplare herausstellen, und die ich nun hervorheben will, da es mir nicht um Geltendmachung einer individuellen Ansicht zu thun ist, sondern nur darum durch naturgetreue Darstellung zur Auffindung des richtigen Standpunktes behilflich zu sein.

1) Ibidem, pag. 162.
2) Ibidem, pag. 163.
3) Ibidem, pag. 164.

«Am meisten scheint mir aber gegen diese Ansicht die innere Emailschicht zu sprechen, von der sich an Sepienschulpen durchaus nichts Aehnliches vorfindet, wenn man nicht etwa die perlmutterähnliche Schicht, welche äusserlich die Sepienschulpe überkleidet, als Analogon gelten lassen will».

In der Formähnlichkeit des Pteraspisschildes und der Sepienschulpe, ferner in der kegelförmigen Vertiefung in der Mitte der Schale, «die ebenso zur Aufnahme eines länglichen Tintenbeutels gedient haben kann, wie dies mit der Innenseite der Schulpe bei Sepien der Fall ist», endlich in der deutlich abgegrenzten dunkelblauen Färbung der als Email gedeuteten Schicht glaubte R. Kner die Stütze für seine Ansicht annehmen zu müssen.

Die in neuerer Zeit bekannt gewordenen Untersuchungen über die Structur der Sepienschale lieferten detaillirte Verhältnisse, durch welche der Gegensatz im mikroskopischen Baue der Schilder des *Pteraspis* und der *Sepia* noch in bedeutenderem Grade verschärft worden ist. Die Untersuchungen, deren Resultate ich hier vorbringe, wurden von Dr. E. Riefstahl[1]) ausgeführt. Der Verfasser berichtet Folgendes[2]):

«Das Schild ist aus 3 Lagen zusammengesetzt, aus der äusseren, mittleren und inneren Platte....

«Die äussere Platte ist das festeste Element in der Sepienschale, und verleiht derselben ihre Bedeutung als Schutz und Stütze des Eingeweidesacks; ihre Starrheit wird bedingt durch die Structur des chagrinirten Feldes....

«Die Conchyolinsubstanz trennt die innere und äussere Platte als sogenannte mittlere Platte. Diese letztere ist im Allgemeinen unmittelbar hinter dem Rande des Schulps am dicksten, am dünnsten unter der Dornkappe; dicht hinter dem Ansatz des Dorns wird sie wieder ziemlich mächtig....

«Die innere Platte besteht aus mehr oder weniger deutlich getrennten Prismen von unregelmässig polygonalem Querschnitt (Taf. XXVII, Fig. 3). In der Nähe der Medianlinie schalten sich zwischen die oberen Enden der Prismen kleine rundliche oder spindelförmige Körperchen ein, von denen aus nach unten ein Spalt die Platte durchzieht, nach oben ein durch Auflockerung des Gewebes entstandener dunkler Strich eine Strecke weit in die Mittelplatte eindringt (Taf. XXVII, Fig. 7). Nur die kleinsten Prismen sind ganz farblos, alle übrigen zeigen etwa auf halber Höhe einen, scheinbar aus körnigen Längsfasern zusammengesetzten dunklen Querstreifen, dem auf Horizontalschliffen ein dunkler Centralflecken in den hellen Querschnitten der Prismen entspricht».

Im Jahre 1858 publicirte Prof. Th. H. Huxley eine eingehende Schilderung des mikroskopischen Baues von den Schildern des *Cephalaspis* und *Pteraspis*. Huxley wendet sich ganz entschieden gegen jedwede Vergleichung des Pteraspisschildes mit der Sepienschulpe.

---

1) Riefstahl, E.: Die Sepienschale und ihre Beziehungen zu den Belemniten. Palaeontographica. Herausgegeben von Prof. Dr. v. Zittel. Bd. XXXII. Stuttgart 1885.

2) pag. 203—208.

An einem verticalen Durschschnitt des *Pteraspis*-Schildes unterscheidet Huxley drei verschiedene Schichten: 1) äussere oder Emailschicht, 2) mittlere oder reticuläre und 3) untere oder lamellöse Schicht. Die fundamentale Beobachtung Huxley's beruht jedoch darauf, dass *Pteraspis* keine Knochenzellen besitzt.

An dem verticalen Durchschnitte vom *Cephalaspis Lyellii* Ag. unterscheidet Huxley gleichfalls drei verschiedene Schichten: 1) äussere, 2) mittlere und 3) innere Schicht. Letztere besteht aus spindelförmigen Knochenzellen, die in Uebereinstimmung mit der lamellösen Grundsubstanz parallel gelagert sind. Die mittlere Schicht zeichnet sich durch das seltene Vorkommen oder vollständigen Mangel der Knochenzellen und der stark verästelten Havers'schen Kanäle aus. Die äussere Schicht zeigt eine homogene Grundsubstanz, in der wiederum feine, verästelte Röhrchen und Havers'sche Kanäle verlaufen; diese Schicht wird ausserdem von einer sehr dünnen Schmelzlage bedeckt.

Mehrere Jahre später untersuchte die Schilder der genannten Genera Prof. E. Ray Lankester und kam im Wesentlichen zu denselben Resultaten wie Prof. Th. H. Huxley; in der Deutung einiger Thatsachen weicht aber Ray Lankester von den Anschauungen Huxley's ab. Indem die diesbezüglichen Erörterungen von Prof. Ray Lankester in mehrfacher Hinsicht besonders interessant erscheinen, so erlaube ich mir dieselben wörtlich zu citiren[1]): «Professor Huxley minutely describes and illustrates the microscopic appearances of this structure, as seen in a section of the shield of *Pt. Lloydii*. The most important fact to be observed in this and *Pteraspis rostratus*, which I have examined, is the total absence of «bone-lacunae», or anything like them. The tree layers — the outer or «striated», the middle or «cancellated», and the inner or «nacreous» — consist of a continuous finely laminated material. The laminae in *Pt. Lloydii*, Professor Huxley says, have a thickness of about $^1/_{4300}$ th of an inch. The inner layer consists of nothing but a compact mass of these laminae arranged horizontally; it is totally devoid of vascular canals or tubules, excepting where here and there a canal of some size passes from its aperture upwards into the walls of the next layer. The laminae are arranged concentrically round the cavities in the middle layer, and large canals, about $^1/_{100}$ th of an inch in diameter, pass along these walls towards the upper layer. In some cases these canals appear to open from the polygonal cavities; in other cases they come directly from their apertures on the inner surface of the shield. In the upper wall of the stratum of polygonal cavities the canals take a horizontal direction, still very few in number and of large size, receiving here, undoubtedly, branches from the cavities. The calcareous laminae are here arranged horizontally. Passing onwards to the uppermost layer, if the section has been made transversely to the surface-ridges, these appear in section as so many papilliform processes; if the section has been made along one of the ridges, a continuous horizontal layer is exhibited. Into this layer, or into these papillae, the horizontal canals send short branches (one to each papilla), which give off

1) Ray Lankester, l. c., 11; pag. 11 und 12.

minute tubules in every direction; these arborescent tufts correspond to the vascular bushes in the external layer of *Cephalaspis*. The laminated material is arranged round these tufts concentrically, the finer branches traversing it, much in the same way as dentinal tubules traverse dentine. Indeed, each of the sections of the ridges recalls very strongly the structure of a tooth or of a dermal defence of a Placoid Fish.

«The absence of bone-lacunae, the paucity of vascular canals, and the excavation of the mid-layer of the shield into large vascular sinuses, cannot be too strongly insisted on as the characteristic structure of these shields.

«The chief differences, then, between these two sets of shields in their minute structure consist — first, in the absence of osseous lacunae in the Pteraspidian forms, their presence in the Cephalaspidian forms; secondly, in the different general character and arrangement of the vascular sinuses; thirdly, in the different mode of arrangement of the external layer, which is, it seems, invariably marked with fine long ridges in the former, with minute tubercles in the latter». Soweit Ray Lankester.

Einige Jahre später publicirte Akademiker F. Schmidt seine Abhandlung über *Pteraspis*, worin Knochenzellen beschrieben und abgebildet sind. «Die mikroskopische Struktur», — sagt F. Schmidt[1]) «brauche ich hier nur in soweit zu behandeln, als ich Zusätze zu der Darstellung von Huxley (s. oben) und Ray Lankester zu machen habe. Der wichtigste Zusatz ist die schon oben erwähnte Entdeckung der Knochenlacunen. Wenn man die unteren Schichten ganz wegschleift, so dass nur die längsgerippte oberste Schicht übrig bleibt, und auch diese dann noch ein wenig von oben anschleift, damit sie eben wird, erkennt man die Längsrippen noch als getrennte Felder, die mit einander alternirende Fortsätze in die zwischenliegenden Längsfurchen aussenden. Das Innere der Felder erscheint erfüllt von sehr kleinen Knochenlacunen, die nach allen Seiten ausstrahlen (Fig. 6)».

Gegen die Beobachtung von Knochenzellen äusserte sich Ray Lankester in entschiedener Weise. So entspann sich eine Controverse zwischen den beiden Forschern. Während meines Münchener Aufenthaltes habe ich auf den Wunsch des verstorbenen Professors M. Neumayr die mikroskopischen Untersuchungen des *Pteraspis*-Schildes ausgeführt; das Material erhielt ich von Neumayr und zwar von denselben Exemplaren, welche Kner bei seinen Untersuchungen benutzt hatte. Meine Resultate waren dieselben, welche Huxley und Ray Lankester bei ihren Untersuchungen erzielten. Publicirt habe ich darüber gar nichts, doch habe ich gesprächsweise vor Professor v. Zittel meine Meinung dahin geäussert, dass die Knochenzellen bei *Pteraspis* wahrscheinlich auf die Querschnitte der sich verästelnden Dentinröhrchen zurückgeführt werden könnten. In diesem Sinne äussert sich v. Zittel bei der Erläuterung des *Pteraspis*[2]). Damit war allerdings die Angelegenheit noch nicht erledigt. Es ist nun begreiflich, dass die Entscheidung der in der Schwebe

1) Schmidt, F. l. c., 16, pag. 145 und 146.

2) Zittel, v., l. c., 20, pag. 146.

gebliebenen Streitfrage für die gegenseitigen Beziehungen des mikroskopischen Baues der verschiedenen diesbezüglichen Formen von der grössten Bedeutung sein werde. Demzufolge unterzog ich neuerdings den *Pteraspis* einer wiederholten mikroskopischen Untersuchung und zwar an Stückchen, die ich von einem Schilde des durch Akad. Schmidt vor Jahren gesammelten und gegenwärtig im Berg-Institut zu St. Petersburg aufbewahrten *Pteraspis*-Materials erhielt. Dabei kam es mir nicht etwa darauf an, als hegte ich Zweifel bezüglich meiner früheren, vorhin erwähnten Beobachtungen, vielmehr wünschte ich die Ursache von den diametral entgegengesetzten Angaben kennen zu lernen. Bei der Anfertigung von Dünnschliffen habe ich mich ganz genau an den vorhin wörtlich citirten Modus gehalten. Die der Abhandlung von F. Schmidt beigegebenen Abbildungen, besonders die Figur 6 auf Tafel V, schienen mir im Zusammenhange mit der Beschreibung für die Richtigkeit der Angabe zu sprechen. Allerdings sind die in der erwähnten Figur sichtbaren strahligen Körperchen bei verhältnissmässig schwacher Vergrösserung gezeichnet worden; nichtsdestoweniger haben dieselben eine grosse Aehnlichkeit mit den unter gleichen Umständen sichtbaren Knochenzellen anderer Fische. In der That fand auch ich an den von F. Schmidt angegebenen Stellen zahlreiche winzige Körperchen von strahligem Ansehen, an denen man den verästelten Primitivröhrchen ähnliche Fortsätze bemerkt; allein die Körperchen erwiesen sich bei Anwendung sehr starker Vergrösserungen als Mineralbestandtheile von verschiedener Form, Grösse und Farbe. Jedenfalls sind es Infiltrate oder Verunreinigungen, die während der Fossilisation als Kunstprodukte entstanden sind. Mithin tritt die Beobachtung Huxley's, wonach die Knochenzellen dem *Pteraspis* fehlen, in ihre alten Rechte wieder ein, und es bleibt der *Pteraspis* wie Anfangs auch fortan ohne Knochenzellen.

Ich muss Professor Ray Lankester beistimmen, wenn er in dem Baue der äusseren oder Leistenschicht des *Pteraspis*-Schildes die Structur der Placoidschuppen erblickt und diese Schicht aus demselben Grunde auf die Placoidschuppen zurückführt. Wird an dieser vollkommen richtigen Anschauung festgehalten, so ist die Existenz der Knochenzellen, wie ganz treffend Ray Lankester hervorhebt, für die Wirbelthiernatur des *Pteraspis* vollständig überflüssig. Dass aber die leistenartigen Erhabenheiten der Schildoberfläche vom *Pteraspis* aus der Verschmelzung zahlreicher Placoidschuppen hervorgegangen sind, davon kann man sich ohne Rücksicht auf den histiologischen Bau auch bei makroskopischer Betrachtung überzeugen. Bei solcher Gelegenheit bemerkt man an den Leisten oder Rippchen mehr oder weniger starke Einschnitte von regelmässigen Abständen; es sind das sehr wahrscheinlich die Ueberbleibsel der ehedem dicht gedrängten, jedoch selbstständigen Schuppen. Von den verschiedenen Stadien des vermeintlichen Verschmelzungsprocesses können wir uns namentlich an den Abbildungen, welche v. Alth seiner Abhandlung beilegte, in ziemlich genauer Weise überzeugen; wir können daselbst den Process von der fast vollständigen Trennung der einzelnen Schuppen bis zu der fast völligen Verschmelzung derselben verfolgen[1]).

1) Alth, v., l. c., 3. Taf. II, Fig. 5 c; Taf. I, Fig. 5 b und Fig. 7 b etc.

Ferner stimme ich mit Prof. Ray Lankester vollkommen überein, wenn er in der Prismenschicht Kner's polygonale Bluträume erblickt; ich habe dieselben bereits früher Markräume oder Medullarräume genannt. Als solche müssen sie auch bei *Pteraspis* angesehen werden, denn man kann sich bei der Durchsicht einer grösseren Anzahl von Dünnschliffen davon überzeugen, dass in diese Räume Havers'sche Kanäle, bald ein-, bald wiederum aus denselben hervortreten, um sich dann zum grossen Theil in reticulären Verzweigungen aufzulösen.

Wenn ich mich der Hauptsache nach mit der mikroskopischen Darstellung von Huxley und Ray Lankester in vollkommener Uebereinstimmung befinde, so weiche ich in Betreff der Schichtenanzahl sowohl bezüglich des *Pteraspis*, als auch des *Cephalaspis* ab. Wie wir oben sahen, unterscheidet Huxley und mit ihm Ray Lankester drei Schichten bei den genannten Gattungen, während meiner Meinung nach vier Schichten an einem verticalen Durchschnitt von den bezeichneten Schildern unterschieden werden können. Diese aber sind: 1) die obere oder erste Schicht, nämlich der Schmelz (Email), 2) die zweite oder Dentinschicht, 3) die reticuläre Schicht (Netzwerk der Havers'schen Kanäle) und 4) die faserige oder lamellöse Schicht mit den Medullarräumen. Die ersten zwei Schichten verhalten sich bei *Pteraspis* und *Cephalaspis* vollkommen identisch, wie dies bereits Ray Lankester in klarer Weise nachgewiesen hat. Dagegen sind die Unterschiede in Betreff der dritten und vierten Schicht wesentlicher Natur, da die Medullarräume den *Cephalaspis*-Formen und die Knochenzellen den *Pteraspis*-Formen fehlen. Der letztere Umstand ist es nun, durch den sich *Pteraspis* von dem eigentlichen *Cephalaspis* bedeutend entfernt. Es entsteht hiedurch eine ziemlich grosse Kluft, die sicherlich mit Hilfe einer Reihe von Zwischenformen zu beseitigen wäre, von denen wir aber bisher noch keine Kenntniss haben.

Aus dem Gesagten ergeben sich die Unterschiede in der mikroskopischen Structur zwischen den nachfolgenden Formen von selbst; es unterscheiden sich hierin *Pteraspis* und *Cephalaspis* von *Thyestes* und *Trematapis*. Aus dem beschreibenden Abschnitt wissen wir bereits, dass die Schildsubstanz vom *Trematapis* des Dentins entbehrt, nicht aber der Medullarräume und der Knochenzellen; durch die letzteren Elemente wird *Trematapis* mit *Cephalaspis*, durch die Medullarräume mit *Pteraspis* und endlich durch die dünne Schmelzlage mit beiden gleichzeitig verbunden. Einigermaassen verschieden zeigt sich der mikroskopische Bau im Kopfschilde des *Thyestes*, da hier sowohl das Dentin als auch die Medullarräume fehlen. Dagegen ist es wahrscheinlich, dass eine sehr dünne Schmelzlage auch bei *Thyestes* bestand, worauf der homogene Belag am Aussenrande der Randtuberkeln hinweist. In den angegebenen Unterschieden liegt gleichsam eine stufenweise Entwickelung der Hautknochen, die sich bereits bei den genannten silurischen und devonischen Formen zeigt, deren weitere Verfolgung sich jedoch ausserhalb der Grenzen vorliegender Untersuchungen befindet.

Nach diesen Erwägungen sollten nunmehr, den aufgenommenen Gedankenlauf verfol-

gend, die phyletischen Beziehungen unserer Formen eingehendere Berücksichtigung erfahren. Ich erlaube mir jedoch, bevor dies geschieht, die Besprechung einer interessanten Versteinerung, die gewissermaassen mit dem vorliegenden Gegenstande zusammenhängt, vorzunehmen. Die Versteinerung, von der hier gesprochen wird, ist vom Grafen Keyserling am Flusse Tschud im Petschora-Lande gefunden[1]) und durch E. v. Eichwald als Sepienschulp, *Palaeoteuthis marginalis* Eichw. beschrieben und abgebildet worden[2]). Seitdem wurde ihrer in der Litteratur mehrfach erwähnt; doch blieb das Wesen und die Bedeutung derselben bislang unbekannt. Wir haben es diesfalls mit dem Theil eines ziemlich grossen und knöchernen Schildes zu thun: das Schild befindet sich auf einer compacten Kalksteinmasse von dunkelgrauer Farbe, und dürfte aller Wahrscheinlichkeit nach der Domanik-Stufe des Devons angehören. Gegenwärtig wird das Fossil im Geologischen Kabinet der Kaiserlichen Universität zu St. Petersburg aufbewahrt. Ich verdanke der gütigen Erlaubniss des Herrn Prof. v. Inostrancew, dass ich dasselbe einer eingehenden makroskopischen und mikroskopischen Untersuchung unterziehen konnte. Den Resultaten meiner Untersuchungen möge die Mittheilung der in der Litteratur bekannt gewordenen Thatsachen vorausgehen.

E. v. Eichwald schreibt[3]): «Die Schulpe ist schildförmig, verlängert, viereckig, nach oben zugerundet und etwas schmäler als unten, wo sie unvollständig ist; die Oberfläche ist concentrisch gefurcht, wegen der zahlreichen fein gekörnelten Anwachsschichten, die die Oberfläche bedecken, und vorzüglich in regelmässigen Reihen an den Seiten der Schulpe hervortreten. Eine wenig bemerkbare mittlere kegelförmige Erhabenheit nimmt die Mitte der Oberfläche ein; sie ist länglich, erweitert sich nach oben und verschmälert sich nach unten, wo sie mit einer nur wenig vertieften mittleren Längsfurche versehen ist; sie erhebt sich über beide Seitenränder, die deutlich abgesetzt sind, wie in der Sepienschulpe, wo sie ausserdem flügelartig hervorstehen, wie dies auch in der *Palaeoteuthis dunensis* Roem. bemerkt wird. Die länglich kegelförmige Erhabenheit ist ebenso von den gekörnelten Anwachsringen durchsetzt, wie die Seitentheile, nur das die Körner nicht so deutlich hervortreten.

«Die Oberfläche oder Rückenseite ist leicht gewölbt, die Unterseite oder die innere, in der Mitte stark ausgehöhlt, aber ihrer Form nach sonst nicht näher bekannt, da sie im Gesteine festsitzt; das Mittelstück ist verdickt und die Seiten — oder Flügel sind viel dünner und endigen scharf nach aussen, wie im *Os sepiae*».

Ueber den mikroskopischen Bau des Schildes berichtet F. Schmidt[4]) Folgendes: «Die Schale besteht nur aus einzigen Schicht, die von einem allseitig ausgebreiteten feinen Netzwerk

1) Graf Keyserling: Petschora-Reise. St. Petersburg 1846, pag. 397.

2) Eichwald, v.: Analecten aus der Paläontologie und Zoologie Russlands. Herausgegeben von der Kaiserlichen Gesellschaft der Naturforscher. Moskau 1871, pag. 5; Taf. I, Fig. 1 u. 2. Vergl. auch Eichwald: Lethaea Rossica. Vol. II, Sect. I. Stuttgart 1865—1868, pag. XVI.

3) l. c., pag. 5 u. 6.

4) Schmidt, F., l. c., 16, pag. 136.

von Gefässen durchzogen ist. Nach der Oberseite des Schildes zu, wird das Gefässgewebe so dicht (Taf. V, Fig. 9), dass man kaum Zwischenräume zwischen den Maschen erkennen kann und dieser Theil der Schalensubstanz ist daher auch dunkel gefärbt. Nach unten zu werden die Zwischenräume weiter (F. 10). In diesen hellen Zwischenräumen, die mit Kalkspath gefüllt scheinen, ist keinerlei feinere Struktur zu erkennen und vergebens habe ich nach Knochenkörperchen gesucht, auf deren Vorhandensein auch das schon dem blossen Auge erkennbare Gefässnetz vorbereitete. Eben wegen dieses Gefässnetzes kann das Schild keine Cephalopodenschale sein; ebenso wenig kann es aber zu den Pteraspiden gehören, da die bekannten drei Schichten: die untere blättrige, die mittlere prismatisch angeordnete Gefässschicht und die obere Emailschicht, nicht zu unterscheiden sind. Der *Palaeotheuthis? marginalis* Eichw. mag immerhin das Schild eines Fisches oder überhaupt eines Wirbelthieres darstellen, die Knochenkörperchen mögen sich aber durch Umkrystallisirung der Substanz verloren haben».

Was nun meine Untersuchungen derselben Versteinerung anbetrifft, so haben dieselben, wie ich glaube, bestimmte Resultate erbracht, die ich kurz schildern möchte. Zunächst will ich einige Worte über die Dimensionsverhältnisse des Schildes sagen. Der Längsdurchmesser des Schildes, gemessen in der Mittellinie vom Vorderrande bis zu dem Hinterrande desselben, 14 Centimeter, der Breitedurchmesser, gemessen in der Nähe des Vorderrandes, 7 Cm. und 2 Mm., der Breitedurchmesser, gemessen in der Nähe des Hinterrandes, 8 Cm., 8 Mm. und endlich der Höhendurchmesser, gemessen an dem als Bruchfläche vorhandenen Hinterrande und zwar so ziemlich in der Mittellinie des Schildes, 8 Mm., während derselbe etwas weiter nach rechts 1 Cm. und 1 Mm. beträgt. Weiterhin muss ich bemerken, dass die beiden bezeichneten Ränder keineswegs dem natürlichen Zustande entsprechen, da sie mehr oder weniger der Zerstörung unterworfen waren. Der Vorderrand befindet sich am schmäleren Endstück des Schildes, während der Vorderrand ein Kunstprodukt darbietet, weil an dieser Stelle das Schild abgebrochen ist. Ausserdem bemerkt man, dass die Schildsubstanz nicht bloss am Vorderrande, sondern auch an den beiden Seitenrändern grösstentheils abgerieben sei. Desgleichen beobachtet man an der Oberfläche des Schildes verschiedene Spalten, welche vom Kalkspath erfüllt sind. Mithin weisen auch diese auf Beschädigungen des Schildes hin.

Die Oberflächenzierraten werden von leistenförmigen Erhabenheiten gebildet, die nur an sehr wenigen Stellen ihr natürliches Ansehen behielten, denn auch sie sind vielfach beschädigt, und veranlassten offenbar die von Eichwald beschriebene Körnelung der Schildoberfläche. Bei Beobachtungen mit guter Loupe erwiesen sich die Erhabenheiten von dünnen, zweifach vorhandenen Leistchen oberflächlich bedeckt, auf denen wiederum strahlige Höckerchen sitzen. Letztere erinnern sehr lebhaft an die sternchenförmigen Höcker von der Oberfläche der Schilder bei den Asterolepiden und Coccosteiden. Eigenthümliche Anordnung zeigen ferner die erwähnten Leistchen, indem auf jeder rippenförmigen Erhabenheit derer zwei von mehr oder minder regelmässig wellenförmiger Form erscheinen, die sich

alsdann abwechselnd kreuzen und bogenförmig auseinander weichen. Es ist das eine Oberflächenverzierung, welcher ich bisjetzt bei den Panzerfischen niemals begegnete. Die rippenartigen Erhabenheiten verlaufen lateralwärts und ziemlich regelmässig parallel, in der Mitte und gegen den Vorderrand, wie v. Eichwald bemerkte, scheinen sie concentrisch angeordnet zu sein. Eine bestimmte Vorstellung kann man sich nicht bilden, weil das Schild an den entsprechenden Stellen abgerieben ist.

Die mikroskopische Structur anlangend, habe ich Folgendes zu berichten. An den von einem dem Schilde entnommenen Stückchen hergestellten verticalen und horizontalen Dünnschliffen lassen sich zwei Schichten der echten Knochensubstanz unterscheiden, eine äussere oder obere und eine untere; diese entspricht ohne Zweifel, wenn man sie nach ihrer Beschaffenheit beurtheilt, der mittleren Schicht von den devonischen Panzerfischen. Die erste der beiden Schichten zeichnet sich durch eine bräunlich gefärbte, glashell durchsichtige Grundsubstanz aus. Innerhalb der letzteren kommen Knochenzellen von geringer Anzahl und in den meisten Fällen die Querschnitte von verhältnissmässig zahlreichen Havers'schen Kanälen vor. Diese Schicht wird von den vorhin besprochenen rippenartigen Erhabenheiten zusammen mit den Leistchen und Höckerchen gebildet. Weniger compact, vielmehr spongiöser Natur ist die darauf folgende, mit der vorherigen innig verbundene zweite Schicht; sie besteht aus einer grossen Menge unregelmässiger, mehr oder weniger ausgedehnter Räume, die durch dünne Scheidewände von einander getrennt und jedenfalls als Kunstprodukte anzusehen sind. Zwischen den Räumen bemerkt man Querschnitte von Havers'schen Kanälen, um die alsdann zum Theil concentrisch geordnete Knochenzellen liegen. Letztere besitzen, je nach der Schnittrichtung, eine mehr oder weniger regelmässige Form und zahlreiche kurze stark verzweigte Primitivröhrchen (Fortsätze), die wiederum ein zierliches Netzwerk darstellen. Die Grundsubstanz dieser zweiten Schicht zeigt dieselben optischen Eigenschaften wie jene der äusseren Schicht.

Der eingehende Vergleich des geschilderten Baues mit einem solchen bei den Asterolepiden und Coccosteiden führte mich namentlich wegen der grossen, beiderseits obwaltenden Aehnlichkeiten zu der Ueberzeugung, dass die besprochene Versteinerung einem Panzerfische aus der Familie der Coccosteiden angehört haben müsse. Demzufolge findet die oben citirte Vermuthung von F. Schmidt ihre thatsächliche Bestätigung, während dagegen die Bestimmung und Deutung Eichwald's hinfällig geworden ist. Die grosse Aehnlichkeit zwischen der Oberflächenbeschaffenheit des beschriebenen Schildes und den Schildern der als Vergleichsobjecte herangezogenen Formen, ferner der fast identische mikroskopische Bau auf beiden Seiten, zumal in Betreff der Knochenzellen und deren Anordnung, sprechen mit aller Entschiedenheit gegen jeden Zusammenhang des eben besprochenen Schildes mit dem Sepienschulp, gleichwie gegen irgend welche Beziehung desselben zu den Schildern der Pteraspiden[1]).

1) Vergl. A. Smith Woodward, l. c., 19, pag. 175.

Nicht mit derselben Bestimmtheit lässt sich die topographische Lage des Schildes am Körper feststellen, weil das Schild, wie früher erwähnt, nicht im Ganzen erhalten ist. Man kann also die anatomische Deutung nur mit Hilfe der Analogie durchführen. Bei näherer Besichtigung der Schildoberfläche stösst man auf eine in schräger Richtung vom linken Schildrande gegen die Mitte verlaufende, rinnenförmige Furche, die leider durch die am Hinterrande befindliche Bruchfläche alsbald unterbrochen wird. Diese Furche ist nun sehr ähnlich derjenigen, welche im hinteren Abschnitte des mittleren Rückenschildes (*Os medium dorsi*) bei *Coccosteus decipiens* Ag. vorhanden ist. Auch hat die ganze Form des Schildes eine grosse Aehnlichkeit mit dem vorderen Abschnitt des bezeichneten Schildes vom *Coccosteus decipiens* Ag. —, doch weichen die Oberflächenbeschaffenheit, die Dicke und der Umfang des Schildes vom *Coccosteus* sehr bedeutend ab. Nichtsdestoweniger betrachte ich dieses Schild, als das einer neuen, zur Familie der *Coccosteidae* gehörenden Gattung, für welche ich die Bezeichnung *Megaloplax* in Vorschlag bringe. Demnach muss auch der *Palaeoteuthis marginalis* Eichw. in *Megaloplax marginalis* Eichw. umgewandelt werden.

Nach dieser Ablenkung vom eigentlichen Gegenstande will ich zu den früheren Betrachtungen zurückkehren, d. h. die phyletischen Beziehungen kurz besprechen. Diese ergeben sich zum Theil aus den descriptiven und vergleichend-anatomischen Erörterungen; andererseits sollen hier die Thatsachen allgemein und in übersichtlicher Weise erwogen werden. Zunächst in Betreff der Gattung *Thyestes*.

A. Smith Woodward beseitigte, wie wir bereits aus der bei *Thyestes verrucosus* angeführten Synonymik wissen, in neuester Zeit diese Gattung und theilte die eben genannte Form dem Genus *Auchenaspis* zu. Seinen Vorgang motivirt Smith Woodward folgendermaassen[1]): Shield resembling that of *A. egertoni* in form and proportions; external margin of anterior plate with a regular close series of blunt tuberculations; transverse sulci between the components of the posterior plate prominent. Superficial ornament consisting of three symmetrically arranged paired, longitudinal series of large tubercles, extending the whole length of the shield, with irregularly scattered small tubercles between; the longitudinal median ridge of the posterior plate apparently consisting of imperfectly—fused large tubercles.

«As remarked by Huxley and Schmidt, the supposed jaws described by Pander are fragments of the tuberculated rim of the anterior shield. The orbits have not been indicated in published figures and descriptions, but they are as distinctly shown in some of the original specimens as in the typical *Auchenaspis* from Herefordshire. The markings determined as orbits by Schmidt are too far forwards and to small, and the supposed median longitudinally elongated vacuity is the now well-known large superficial fossa». Diese Auffassung entfernt sich ziemlich bedeutend von dem, was durch die Autoren (Eichwald, Pander und Schmidt) über unsere Form bekannt geworden, ferner von dem, was ich im descriptiven Theil vorliegender Untersuchungen mitzutheilen hatte. Würde dem Englischen Ichthyologen

1) Smith Woodward, l. c., pag. 198.

das von mir neuerdings untersuchte Material vom *Thyestes* zur Verfügung gestanden haben, er hätte sich schwerlich dazu verstanden, die Gattung *Thyestes* zu streichen. Es ist indessen nicht zu leugnen, dass ein flüchtiger Vergleich der durch Grey Egerton, Ray Lankester und Smith Woodward gegebenen Abbildungen vom *Auchenaspis*[1]) und derjenigen vom *Thyestes*[2]) eine allgemeine Aehnlichkeit zwischen beiden Gattungen aufweist. Dass aber die Aehnlichkeit soweit gehen soll, dass die generische Identität beider Formen dargethan wäre, das ist nach meinen Beobachtungen nicht richtig. Die durch Smith Woodward angenommenen Detailverhältnisse beruhen theils auf einer irrthümlichen Beobachtung, theils auf der Voraussetzung, welche unter dem Einflusse der Kenntniss des *Auchenaspis* entstanden sein mochte. Diese beiden Umstände erklären sich, wie ich glaube, durch die an dem mangelhaften *Thyestes*-Material durchgeführten Untersuchungen, welche A. Smith Woodward vor mehreren Jahren in Russland unternommen hatte.

Abgesehen von den Species-Unterschieden bestehen sehr wesentliche Merkmale, durch die sich *Thyestes* von *Auchenaspis* beträchtlich entfernt. Die Merkmale aber sind folgende: 1) bei *Auchenaspis* sind die Augenhöhlen, wenigstens nach den Abbildungen und Schilderungen vorhin genannter Forscher, äusserlich vollkommen getrennt, während sie bei *Thyestes* an der Oberfläche des Schildes einfache biscuitförmige Oeffnung darbieten[3]); 2) das Kopfschild vom *Auchenaspis* wird der Quere nach in zwei ungleich grosse Abschnitte zerlegt, wogegen der hintere Abschnitt (Occipitalregion) des einfachen Schildes vom *Thyestes* in vier, mehr oder minder mit einander verschmolzene homodyname Segmente zerfällt. Auffallender Weise erfolgt überdies die Zweitheilung des *Auchenaspis*-Schildes beiläufig in jener Region, wo das erste Segment bei *Thyestes* die vollständige Verbindung mit der vor ihm gelegenen Schildsubstanz eingeht.

Bedeutend zahlreicher sind weiterhin die Beziehungen, welche sich aus den uns bereits bekannten anatomischen Verhältnissen bei *Trematapis* ergeben. Obgleich sich auch diese Form durch die merkwürdige, futteralartige Bauart seiner Kopfbedeckung ganz besonders auszeichnet, dürfen andererseits diejenigen Umstände, welche den *Trematapis* mit verschiedenen Fischgruppen verbinden, nicht übersehen werden. Durch die als *Ductus endolymphatici* gedeuteten Oeffnungen an der Oberfläche des oberen Kopfschildes erinnert *Trematapis* an die *Chimaera*, beziehungsweise an die Holocephalen, durch seinen histiologischen Bau (Knochenzellen, Havers'sche Kanäle und Schmelzlage) an den *Polypterus bichir*, beziehungsweise an die Ganoidfische, durch das Parietalorgan auch an die Amphibien und Reptilen, endlich durch die am Vorderrande des unteren Kopfschildes in sechs oder vielleicht siebenfacher Anzahl befindlichen Kiemenöffnungen und die am oberen Kopfschilde

1) Grey-Egerton, l. c., 6. Taf. IX, Fig. 4 u. 5. Ray Lankester, l. c., 12. Taf. XIII, Figuren 3, 4, 5, 7 u. 8. Smith Woodward, l. c., 19. Taf. X, Fig. 1 A, 5 und 6.

2) Vorliegende Untersuchungen. Taf. I, Fig. 1, 2 u. 3.

3) Die äusserlich sichtbare Trennung der beiden Augenhöhlen (O) ist in den Figuren 1, 2, 3 und 4 der beigefügten Tafel I zu stark dargestellt.

bilateral-symmetrisch gelagerten Spritzlöcher an *Heptanchus* oder *Hexanchus*, beziehungsweise an die Elasmobranchier. In letzterer Beziehung sind die in neuerer Zeit durch Prof. Anton Fritsch in Prag mitgetheilten Angaben von besonderem Interesse.

«Der Stammbaum der Haie» — sagt Fritsch[1]) — «würde sich mit Berücksichtigung der paarigen Flossen und der Zahl der Kiemenbogen jetzt folgendermaassen entwerfen lassen:

«Aus Urfischen, bei denen die Flossen aus neben einander stehenden Strahlen bestanden, entwickelten sich Fische mit Archipterygium; diesen entsprangen einerseits die Dipnoer und anderseits die Xenacanthini mit 7 Paaren Kiemenbogen. Diese erhielten sich bis zum heutigen Tage in der Form des *Heptanchus*.

«Von den siebenkiemigen Haien zweigten die sechskiemigen ab, die gegenwärtig durch *Hexanchus* und *Chlamydoselachus* vertreten sind. Von den sechskiemigen Haien zweigten die fünfkiemigen ab, denen fast alle jetzt lebenden Gattungen der Haie angehören».

Mithin würde sich *Trematapis* der Anzahl seiner Kiemenöffnungen nach entweder den sechskiemigen Haien oder aber den siebenkiemigen Xenacanthiden anschliessen. Andererseits würde sich jedoch der *Trematapis* mit Rücksicht auf die abweichende Lage seiner Kiemenöffnungen nicht nur von den genannten Fischen, sondern auch von sämmtlichen Fischgruppen wesentlich unterscheiden.

Aus allem bisher Gesagten ergibt sich nunmehr, dass die hier beschriebenen Formen, *Thyestes* und *Trematapis* und wahrscheinlich auch die Vertreter der Pteraspiden und Cephalaspiden dem Schädelbaue nach phyletische Beziehungen: zu den Elasmobranchiern, Dipnoern und Ganoiden unter den Fischen und zu den Amphibien und Reptilien eingehen. Demzufolge erscheinen dieselben gewissermaassen als Urfische einerseits und andererseits als Sammeltypen, aus denen sich im Laufe der geologischen Epochen die verschiedenen Fischgruppen entwickelt haben konnten.

Stellung des Thyestes und Trematapis im zoologischen System.

In systematischer Beziehung bieten uns die erläuterten Verhältnisse mehrere interessante Gesichtspunkte, die wir unter besonderer Berücksichtigung bei der Klassification der in Vorstehendem beschriebenen Formen mit Vortheil anwenden können. Selbstverständlich richtet sich unsere Klassification nach dem Bau der Kopfschilder, die wiederum

1) Fritsch, A.: Ueber die Xenacanthiden. Zoologischer Anzeiger № 354, Jahrgang 1891, pag. 22.

als eine eigenthümliche Art des Hautskelettes erscheinen. Da indessen das Exoskelet der Vertebraten gegenüber dem Endoskelet (innerem Skelet) als das phyletisch ältere angesehen wird, so erhält in gegebenem Falle die theoretische Erörterung in morphologischer Beziehung unstreitig eine besondere Bedeutung.

Mehrere der hierher gehörigen Formen haben ihre Stellung im zoologischen System während der letzten vierziger Jahre vielfach gewechselt. In dieser Hinsicht sind mehrfache Klassificationsversuche aufgestellt worden. Hat ja doch diese Angelegenheit neben dem morphologischen auch ein grosses geologisches Interesse.

Die Erörterung der diesbezüglichen Klassificationsversuche in den verschiedenen Werken und Schriften beansprucht eigentlich nur theilweise eine besonder Erwägung, da darunter nebenbei erfolgte Erwähnungen und flüchtige Bemerkungen vorkommen, welche wir füglich übergehen können. Es mögen daher nur die wichtigsten von den Litteratur-Angaben hervorgehoben werden.

L. Agassiz[1]) stellte die von ihm begründete Gattung *Cephalaspis* zusammen mit den heterogensten Formen zu seiner umfangreichen Fischgruppe «Cephalaspides», wies aber dabei auf die Verschiedenheit im Baue zwischen den *Cephalaspis*-Formen und den übrigen Fischen innerhalb der bezeichneten Gruppe hin.

Bei Gelegenheit der Begründung der Familie «Placodermi» für die Gattungen der devonischen Panzerganoiden (*Pterichthys*, *Asterolepis*, *Coccosteus* etc.) war F. M'Coy[2]) in den Stand gesetzt, den *Cephalaspis* als den Typus einer besonderen Familie von den Placodermen auszuscheiden.

Nachdem auch Ch. H. Pander[3]) die Richtigkeit der Agassiz'schen Klassification angefochten, verwarf Th. H. Huxley dieselbe vollends. Huxley[4]) vereinigte *Pteraspis* und *Cephalaspis* in der Familie oder Unter-Ordnung der Cephalaspidae, schloss diese von den Ganoiden aus, und erklärte die Cephalaspiden und Placodermen für die Vorläufer der Knochenfische.

E. Ray Lankester[5]) zerlegte daraufhin die Cephalaspiden Huxley's in zwei Abtheilungen: 1) in die Heterostraci (Pteraspiden) und 2) in die Osteostraci (Cephalaspiden).

J. F. Brandt unterscheidet bei den Panzerganoiden zwei Typen: 1) Arthrothoraces (Placodermi, M'Coy), mit den Familien *Pterichthydes*, *Heterosteides* und *Coccosteides*, 2) Aspidocephali, mit den Familien *Cephalaspides* und *Menaspides*[6]). Zu der Familie

1) Agassiz, L., l. c., 1, pag. 152.
2) M'Coy, F.: Ann. Mag. Nat. Hist., Vol. II. London 1848, pag. 6.
3) Pander, Ch. H., l. c., 10, pag. 46.
4) Huxley, Th. H., l. c., 7.
5) Ray-Lankester, E., l. c., 11, pag. 34.
6) Brandt, J. F.: Bericht über den ersten Theil seiner Beiträge zur Kenntniss der Entwickelungsstufen der Ganoiden-Fischformen. Bulletin de l'Acad. Imp. des Sc. de St. Pétersbourg, T. VIII. St. Pétersbourg 1865, pag. 537.

der Cephalaspiden[1]) rechnet J. F. Brandt die Gattungen: *Pteraspis*, Kner, *Cephalaspis*, Agassiz, *Auchenaspis*, Egerton, *Thyestes*, Eichwald und eine fünfte, zwischen *Auchenaspis* und *Thyestes* zu stellende Gattung, *Thyestaspis*, J. F. Brandt; dabei bemerkt Brandt, dass sich die Familie der Menaspiden nur provisorisch den Aspidocephalen anreihen lässt.

F. Schmidt[2]) betrachtet die Pteraspiden und Cephalaspiden als zwei von einander unabhängige Familien, die er den Ganoiden anschliesst.

K. A. v. Zittel[3]) schliesst die Pteraspiden als erste Ordnung und die Cephalaspiden als zweite Ordnung den Ganoiden an.

Von den eben angeführten Ansichten entfernt sich E. D. Cope sehr bedeutend. Cope[4]) hat für die Placodermen und Cephalaspiden die Bezeichnung «Ostracodermi» vorgeschlagen und diese in die Nähe der Agnatha Häckel's und innerhalb der Vertebraten gestellt.

A. Smith Woodward acceptirte in neuester Zeit die Bezeichnung Cope's «Ostracodermi» und stellte diesbezüglich folgende Klassification auf[5]):

Subcl. III. Ostracodermi.

Ordo I. Heterostraci.

Familie Pteraspidae. Genera: *Pteraspis*, Kner; *Palaeaspis*, Claypole und *Cyathaspis*, Lankester.

Ordo II. Osteostraci.

Familie Cephalaspidae. Genera: *Cephalaspis*, Agassiz; *Eukeraspis*, Lankester; *Auchenaspis*, Egerton (mit Inbegriff des *Thyestes*, Eichwald) und *Didymaspis*, Lankester.

Familie Tremataspidae. Genus: *Tremataspis*, Schmidt.

Ordo III. Antiarcha (E. D. Cope).

Familie Asterolepidae. Genera: *Asterolepis*, Eichwald; *Pterichthys*, Agassiz; *Microbrachium*, Traquair und *Bothriolepis*, Eichwald.

Familie Ceraspidae. Genus: *Ceraspis*, Schlüter.

---

1) Brandt, J. F.: Bericht über den zweiten Theil seiner Beiträge zur Kenntniss der Entwickelungsstufen der Ganoiden. Bulletin de l'Acad. Imp. d. Sc. de St. Pétersbourg, T. IX. St. Pétersbourg, 1866, pag. 45.

2) Schmidt, l. c., 16, pag. 138.

3) Zittel v. K. A., l. c., 20, pag. 144.

4) Cope, E. D., Amer. Nat., Vol. XXIII. 1889, pag. 852.

5) Smith Woodward, A., l. c., 19, pag. 159.

Die Famile Coccosteidae stellt A. Smith Woodward in die Subklasse der Dipnoi, und zwar als Ordo II. Arthrodira, mit folgenden Gattungen: *Coccosteus*, Agassiz; *Brachydirus*, A. v. Koenen; *Phlyctaenaspis*, Traquair; *Chelyophorus*, Agassiz; *Dinichthys*, Newberry; *Titanichthys*, Newberry; *Macropetalichthys*, Norwood & Owen; *Homosteus*, Asmuss und *Heterosteus*, Asmuss.

Was nunmehr die systematische Stellung der hier in Frage kommenden Gattungen anbelangt, so glaube ich auf Grund der bereits weitläufig erörterten anatomischen Verhältnisse zu nachfolgenden Folgerungen berechtigt zu sein.

Vor Allem muss ich für die Selbstständigkeit der Gattung *Thyestes* in entschiedener Weise eintreten; dabei werde ich sicherlich durch die oben vorgebrachten Unterscheidungsmerkmale hinreichend unterstützt. Zwischen *Thyestes* und *Auchenaspis* besteht eben dasselbe Verhältniss bezüglich der Form des oberen Kopfschildes, wie zwischen *Didymaspis* und *Trematraspis*. Auch diese beiden Genera weisen bei flüchtigem Vergleich grosse Aehnlichkeit auf. Dagegen bestehen fast genau ähnliche Unterschiede, wie zwischen den zwei ersten Gattungen, auch bei den letzteren; denn auch hier handelt es sich 1) um äusserlich einfache, biscuitförmige Augenhöhlen (*Trematraspis*) einerseits und andererseits um getrennte Augenhöhlen (*Didymaspis*); 2) bildet das obere Kopfschild bei *Trematraspis* ein einheitliches Stück, während dasselbe bei *Didymaspis* beinahe in zwei gleich grosse Abschnitte der Quere nach zerfällt. Wie sich jedoch *Trematraspis* durch besondere anatomische Merkmale nicht nur von *Didymaspis*, den übrigen Cephalaspiden, Pteraspiden und vielen anderen Fischen wesentlich unterscheidet, ebenso unterscheidet sich auch *Thyestes* von *Auchenaspis* und den bezeichneten Fischen.

Die wichtigste Charakteristik des *Trematraspis* aber liegt unter allen Umständen vornehmlich in der futteralartigen Kopfbedeckung und in der eigenthümlichen Lage der am Vorderrande des unteren Kopfschildes befindlichen und von mir als Kiemenöffnungen gedeuteten Lücken.

In gleicher Weise muss meiner Meinung nach als besonders charakteristisches Merkmal des *Thyestes* in der Segmentirung der Occipitalregion gesucht werden.

In Anbetracht dieser morphologischen Erscheinungen stimme ich der Ansicht von A. Smith Woodward vollkommen bei, wonach der *Trematraspis* zum Range einer Familie erhoben werden solle. Andererseits kann man mir nicht verargen, wenn ich gleichfalls die Erhebung des *Thyestes* zum Range einer Familie in Vorschlag bringe.

Meines Erachtens sind überdies die genannten Merkmale des *Trematraspis* und *Thyestes* von dermaassen grosser morphologischer Bedeutung, dass wir in ihnen mit vollem Recht die Stufe eines sehr frühen und tiefen Entwickelungsprocesses innerhalb der Vertebraten erblicken dürfen.

Die bisherigen Betrachtungen führen mich zum Schluss in systematischer Beziehung zu der nachfolgenden Klassification. Den bereits bekannten Familien: Pteraspidae, Cephalaspidae und Trematraspidae ist noch die Familie der Thyestidae hinzuzu-

fügen. Diese vier Familien lassen sich in zwei Ordnungen unterbringen, und zwar Ordo I. Heterostraci. Familie Pteraspidae, mit den Gattungen: *Pteraspis*, *Palaeaspis* und *Cyathaspis*. Ordo II. Osteostraci. Die Familie Thyestidae, mit *Thyestes*, die Familie Trematasp idae, mit der Gattung *Trematas pis* und die Familie Cephalaspidae, mit den Gattungen *Cephalaspis*, *Auchenaspis*, *Didymaspis* und *Eukeraspis*. Endlich gehören die beiden Ordnungen mit den vier Familien und den aufgezählten Gattungen zu einer Sub-Klasse der Fische, für welche ich die Bezeichnung Protocephali vorschlage.

Es erübrigt mir noch die übersichtliche Zusammenstellung meiner Untersuchungsergebnisse.

Resultate der Untersuchungen.

Sub-Klasse Protocephali.

Ordo II. Osteostraci.

Synopsis der Familien.

Schild mit eigenartigen Tuberkeln bedeckt;
im hinteren Abschnitt segmentirt . . . . . *Thyestidae.*
Schild futteralartig, glatt oder tuberkulirt. . . *Trematas pidae.*

Familie Thyestidae.

Schild vorn elliptisch, hinten mehr viereckig und verschmälert; äusserlich einfache Augenhöhle. Die Oberflächenzierraten bestehen aus stachel- und helmförmigen oder rundlichen Tuberkeln. Das Schild besitzt Lateralhörner. Der Rumpf wird von segmentartigen Schildern bedeckt.

GENUS **THYESTES.** Eichwald.

Das nach vorne elliptische, nach hinten viereckige Schild besitzt Lateralhörner mit einem Randumschlage. Die Occipitalregion besteht jederseits aus vier mit einander verbundenen Segmenten. Die innerlich getrennten Augenhöhlen stellen an der Oberfläche des Schildes eine biscuitförmige Oeffnung dar. Vor den Augen liegt ein unpaares Frontalorgan (?Paraphyse, Selenka) mit einer in der Mittellinie befindlichen Spalte. Hinter den Augen lagert das unpaare Parietalorgan (Parietalauge) von unregelmässiger Form. Die *Crista occipitalis* besteht aus mehreren helmförmigen Tuberkeln, dieselbe trennt in der

Mittellinie des Schildes die bilateral-symmetrisch geordneten Segmente und bildet einen Vorsprung am Hinterrande des Schildes. Die Oberfläche und der Vorderrand des Schildes wird von trilobitenartigen, stachel- und helmförmigen und innerlich hohlen Tuberkeln bedeckt. Die grössten von den stachelförmigen Tuberkeln bilden jederseits der Occipitalregion drei Längsreihen; jede Reihe besteht aus vier Tuberkeln, zwischen denen kleine Tuberkeln regellos zerstreut liegen. Ein unteres Kopfschild kommt aller Wahrscheinlichkeit nach vor. Dem mikroskopischen Baue nach besteht das obere Kopfschild allenthalben aus drei Schichten, von denen die mittlere Knochenzellen und verästelte Havers'sche Kanäle führt. Eine sehr dünne Schmelzschicht kommt nur an der Oberfläche der Randtuberkeln vor. Segmentartige Schilder, welche zum Theil der Struktur und Grösse nach mit denjenigen der Occipitalregion vollkommen übereinstimmen, zum Theil aber in ihrer Grösse nach hinten abnehmen, bedecken den Rumpf und die Cauda. Paarige Flossen, Schulter und Beckengürtel sind nicht vorhanden.

Das innere Skelet unbekannt . . . . . pag. 12.

Einzige Art:

Thyestes verrucosus, Eichw. . . . . pag. 15.

Familie Trematuspidae.

Schild oval und futteralartig, Oberfläche glatt, fein tuberkulirt oder gefeldert. Die Augenhöhlen äusserlich nicht getrennt. Am Vorderrande des unteren Kopfschildes sind jederseits sechs Kiemenöffnungen vorhanden.

GENUS **TREMATASPIS.** F. Schmidt.

Zeichnet sich in erster Linie durch die einheitliche, futteralartige Kopfbedeckung aus; letztere besteht aus zwei knöchernen, an beiden Seiten zu einem Ganzen innigst verschmolzenen Schildern. Die Oberfläche der Schilder ist bald glatt und mit zahlreichen porenförmigen Mündungen der Havers'schen Kanäle, bald mit winzigen Tuberkeln oder fein tuberkulirten Feldern versehen. Das obere, flach gewölbte Schild von ovaler Form zeigt in der Mittellinie und nahe dem Vorderrande eine unpaare spaltförmige und von einem kreisförmigen Wall begrenzte Oeffnung, das Frontalorgan (Nasenöffnung, F. Schmidt; ? Paraphyse, Selenka); hinter diesem treten die äusserlich eine biscuitförmige Oeffnung darbietenden, innerlich jedoch durch sehr dünne Lamellen getrennten Augenhöhlen auf. Auf die letzteren folgt sehr bald eine unpaare, mehr oder weniger biconvexe Oeffnung, das Parietalorgan (Parietalauge), dem sich wiederum zwei kleine, bilateral-symmetrisch gelagerte Oeffnungen, die *Ductus endolymphatici*, anreihen. In der Mittellinie des hinteren Schildabschnittes erstreckt sich die *Crista occipitalis*, welche aus einer Reihe von dicht an einander gedrängten Tuberkeln zusammengesetzt ist und mit einem Vorsprung an dem bogenförmig

ausgeschnittenen Hinterrande des Schildes vorragt. Ausserdem zeigt das obere Kopfschild an seiner Oberfläche zwei Paare ovaler, bilateral-symmetrisch geordneter Oeffnungen, von denen das vordere Paar den Nasenöffnungen (?), das hintere hingegen den Spritzlöchern (?) entsprechen dürfte. Das untere Kopfschild erstreckt sich nach vorn beiläufig bis zu dem vorderen Drittel des oberen Kopfschildes, bildet in der Mitte seines Vorderrandes einen sattelförmigen Vorsprung und zu beiden Seiten des letzteren mehrere kleine Zacken, zwischen denen wiederum kleine, runde Oeffnungen, Kiemenöffnungen, sichtbar werden. Der Hinterrand des unteren Kopfschildes stellt einen verhältnissmässig kleinen Ausschnitt oder Concavität dar. Dem mikroskopischen Baue nach bestehen die beiden Schilder aus vier übereinander gelagerten Schichten: 1) Email, 2) Knochensubstanz, 3) polygonale Medullarräume (Prismen) und 4) innere, dem Isopedin ähnliche Faserschicht . . . . . pag. 37.

Synopsis der Arten.

Oberes Schild flach gewölbt und glatt. Vorderrand des flach gewölbten unteren Schildes zackig und mit sechs Kiemenöffnungen versehen	*Trematáspis Schmidti*, n. sp., pag. 39.
Oberes Schild flach gewölbt und fein granulirt. Vordertheil des flach gewölbten unteren Schildes ungezackt	*T. Mickwitzi*, n. sp., pag. 56.
Oberes Schild flach gewölbt, mit breitem Vorderrande; Oberfläche fein granulirt und in unregelmässige Felder getheilt. Unteres Schild unbekannt	*T. Schrencki*, Pander, pag. 61.
Oberes Schild hoch gewölbt, an der Oberfläche fein granulirt und mit schwach gewölbten, regelmässig gestalteten Hügeln ausgestattet. Unteres Schild unbekannt.	*T. Simonsoni*, n. sp., pag. 63.

ERKLÄRUNG DER ABBILDUNGEN.

Durchgehende Bezeichnungen.

Vr = Vorderrand.
Hr = Hinterrand.
vr = Mittlerer Vorsprung.
FR = Frontalregion.
PR = Parietalregion.
OR = Occipitalregion.
fro = Frontalorgan (? Paraphyse. Selenka).
po = Parietalorgan (Parietalauge).
nf = Nasenöffnung?
spl = Spritzloch?
del = *Ductus endolymphaticus* (Mündung des Gehörorgans)?
O = Orbita.
Cr = Lateralhorn.
Co = *Crista occipitalis.*
osp = Occipitalspitze.
I = Erstes Segment
II = Zweites Segment
III = Drittes Segment
IV = Viertes Segment
} der Occipitalregion.
t = Tuberkel.
rs = Randtuberkel.
sp = Spalte am Grunde des Frontalorgans.
tm = Mittelständige Tuberkel.
sz = Zacken.
zk = Zackige Erhabenheiten.
br = Kiemenöffnungen?
s = Oberes Kopfschild.
i = Unteres Kopfschild.
fl = Felderung am oberen Kopfschilde.
zr = Zellenartige Räume.
kz = Knochenzellen (Knochenkörperchen).
H = Havers'sche Canäle.
e = Schmelz (Email).
1 = Erste Schicht
2 = Zweite Schicht
3 = Dritte Schicht
4 = Vierte Schicht
} des Schildes.
Mr = Medullarräume (Prismen oder polygonale Höhlen).
gm = Steinmasse.

Tafel I.

Figur 1. Flächenansicht des oberen Kopfschildes vom *Thyestes verrucosus* Eichw. Nach mehreren Exemplaren in zweifacher Vergrösserung abgebildet.

Figur 2. Flächenansicht der linken Hälfte des oberen Kopfschildes vom *Thyestes*; anderthalbmalige Vergrösserung. Das Original befindet sich im Geologischen Kabinet der St. Petersburger Universität.

Figur 3. Flächenansicht des oberen Kopfschildes vom *Thyestes*; zweifache Vergrösserung. Das Original wird in der St. Petersburger Universität aufbewahrt.

Figur 4. Das Frontalorgan und die Augenhöhlen des vorigen Exemplars sechsfach vergrössert.

Figur 5. Innenfläche des oberen Kopfschildes vom *Thyestes*; natürliche Grösse. Das Original befindet sich im Akademie-Museum zu St. Petersburg.

Figur 6. Bruchstück des Lateralhorns vom *Thyestes* mit den Randtuberkeln; sechsfache Vergrösserung. Original im Akademie-Museum zu St. Petersburg.

Figur 7. Bruchstück des Lateralhorns vom *Thyestes* mit den Randtuberkeln; sechsfache Vergrösserung. Original in der St. Petersburger Universität.

Figur 8. Unteres Kopfschild vom *Thyestes*; fünffache Vergrösserung. Das Original befindet sich im Museum des Vereins für die Naturkunde Liv- Est- und Kurlands zu Dorpat.

Figur 9. Bruchstück des unteren Kopfschildes (?) vom *Thyestes*; vierfache Vergrösserung. Original im Museum des Vereins für die Naturkunde Liv- Est- und Kurlands zu Dorpat.

Figur 10. Zum Theil hypothetischer Querschnitt des Kopfes vom *Thyestes*; natürliche Grösse.

Figur 11. Flächenansicht des oberen Kopfschildes vom *Trematuspis Schmidti* nov. sp.; natürliche Grösse. Nach zwei im Akademie-Museum zu St. Petersburg befindlichen Exemplaren gezeichnet.

Figur 12. Flächenansicht des Frontalorgans und der Augenhöhlen vom *Trematuspis Schmidti;* sechsfache Vergrösserung. Das Original befindet sich im Museum der Stadt Reval.

Figur 13. Flächenansicht des ganzen unteren Kopfschildes zusammen mit dem theilweise im Abdrucke sichtbaren oberen Kopfschilde vom *Trematuspis Schmidti;* natürliche Grösse. Original im Revaler Museum.

Figur 14. Stück des oberen Kopfschildes aus der Region der linken Nasenöffnung vom *Trematuspis Schmidti;* vierfache Vergrösserung. Original im Akademie-Museum.

Figur 15. Flächenansicht des vorderen Abschnittes vom unteren und im Abdrucke sichtbaren oberen Kopfschilde des *Trematuspis Schmidti;* zweifache Vergrösserung. Nach zwei Exemplaren gezeichnet.

Figur 16. Idealer Querschnitt des Kopfes vom *Trematuspis Schmidti*; natürliche Grösse.

Figur 17. Positiver Abdruck des oberen Kopfschildes vom *Trematuspis Mickwitzi* nov. sp. Natürliche Grösse. Original im Museum zu Reval.

Figur 18. Flächenansicht des unteren Kopfschildes vom *Trematuspis Mickwitzi;* anderthalbmalige Vergrösserung. Original im Akademie-Museum zu St. Petersburg.

Figur 19. Flächenansicht der die Aussenfläche des unteren Kopfschildes vom *Trematuspis Mickwitzi* bedeckenden Tuberkeln; zehnfache Vergrösserung. Die Abbildung wurde dem in vorhergehender Figur gezeichneten Exemplar entnommen.

Figur 20. Flächenansicht des oberen Kopfschildes vom *Trematuspis Simonsoni* nov. sp. in zweifacher Vergrösserung. Original im Akademie-Museum.

Lith. R. Koch St Petersburg.

Tafel II.

Figur 1. Flächenansicht des *Thyestes verrucosus;* zweifache Vergrösserung. K = Kopf, R = Rumpf, C = Caudalregion. Das Original befindet sich im Geologischen Kabinet der St. Petersburger Universität.

Figur 2. Schräger Horizontalschliff vom oberen Kopfschilde des *Thyestes.* Vergrösserung: Hartnack Oc. 3, Obj. Syst. VII.

Figur 3. Verticaler Durchschnitt von einem Randtuberkel des *Thyestes.* Vergrösserung: Hartnack Oc. 3, Obj. Syst. V.

Figur 4. Seitenansicht zweier Tuberkel von der *Crista occipitalis* des *Thyestes.* Zwanzigfache Vergrösserung. Original im Akademie-Museum.

Figur 5. Seitenansicht zweier stachelförmiger Tuberkel vom *Thyestes*; zwanzigfache Vergrösserung. Original im Akademie-Museum.

Figur 6. Flächenansicht eines Rumpfschildes (?) vom *Thyestes*; fünffache Vergrösserung. Original im Akademie-Museum.

Figur 7. Flächenansicht des oberen Kopfschildes vom *Trematuspis Schmidti*; anderthalbmal vergrössert. Original in der St. Petersburger Universität.

Figur 8. Seitenansicht der *Crista occipitalis* vom *Tr. Schmidti;* fünffache Vergrösserung. Original im Akademie-Museum.

Figur 9. Flächenansicht einer Schuppe (?) vom *Trematuspis Schmidti*; dreimal vergrössert. Original im Akademie-Museum.

Figur 10. Theilweise schematische Darstellung eines Querschnittes vom *Trematuspis Schmidti.* Vergrösserung: Hartnack Oc. 3, Obj. Syst. V.

Figur 11. Horizontaler Längsschliff von der vierten Schicht des oberen Kopfschildes vom *Tr. Schmidti.* Vergrösserung: Hartnack Oc. 3, Obj. Syst. V.

Figur 12. Schräger Horizontalschliff vom oberen Kopfschilde des *Tr. Schmidti.* Vergrösserung: Hartnack Oc. 3, Obj. Syst. VIII.

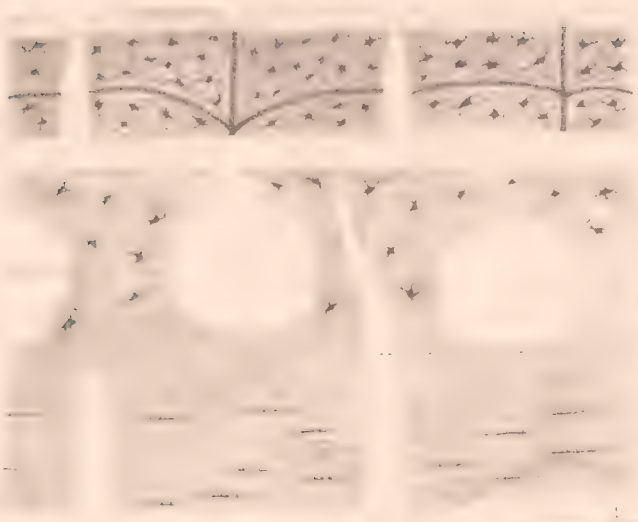
Figur 13. Seitenansicht der Randtuberkeln vom *Trematuspis Mickwitzi*; sechsfache Vergrösserung. Die Abbildung ist dem in Figur 18 der Taf. I gezeichneten Exemplar entlehnt.

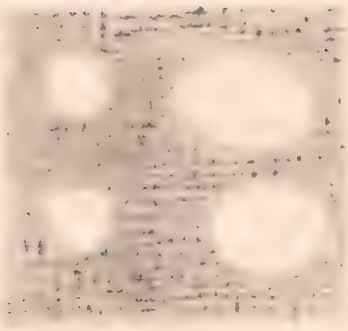
Figur 14. Flächenansicht des oberen Kopfschildes vom *Trematuspis Schrenckı* Pander in zweimaliger Vergrösserung. Original in der St. Petersburger Universität.

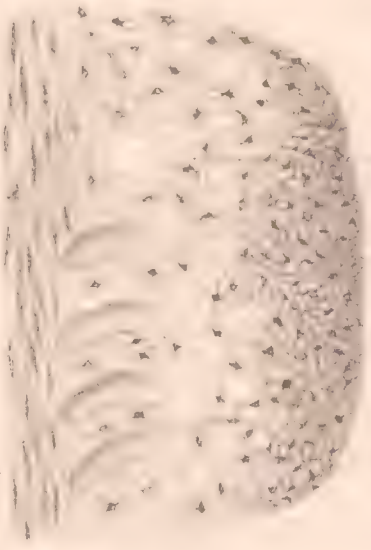
Figur 15. Bruchstück der Schildoberfläche vom *Tr. Schrenckı* in fünffacher Vergrösserung. Entlehnt dem vorhergehenden Exemplar.

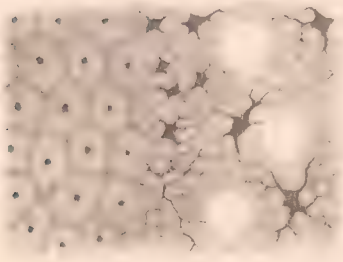
Figur 16. Positiver Abdruck der Oberfläche des *Trematuspis Simonsoni;* sechsfache Vergrösserung. Entlehnt dem in Figur 20 auf Tafel I abgebildeten Exemplar.

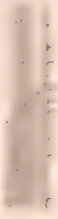
Bedauerlicher Weise sind die von mir bei den Figuren 8 und 9 dieser Tafel corrigirten Fehler aus Versehen gedruckt worden. Die Buchstaben Cr, welche die *Crista occipitalis* bezeichnen, müssen also für Co gelesen werden.











MÉMOIRES
DE
L'ACADÉMIE IMPÉRIALE DES SCIENCES DE ST.-PÉTERSBOURG, VII^E SÉRIE.
TOME XXXVIII, N° 14 ET DERNIER.

SUR L'INTÉGRALE $\int_a^b F(x)\frac{dx}{z-x}$.

PAR

N. Sonin.

À VARSOVIE.

(Lu le 13 mai 1892).

ST.-PÉTERSBOURG, 1892.

Commissionnaires de l'Académie Impériale des sciences:

à St.-Pétersbourg:	à Riga:	à Leipzig:
M. Eggers & C° et J. Glasounof.	M. N. Kymmel.	Voss' Sortiment (Haessel).

Prix: 65 Cop. = 1 Mark 65 Pf.

MÉMOIRES
DE
L'ACADÉMIE IMPÉRIALE DES SCIENCES DE ST.-PÉTERSBOURG, VII^E SÉRIE.
TOME XXXVIII, N° 14 ET DERNIER.

SUR L'INTÉGRALE $\int_a^b F(x)\frac{dx}{z-x}$.

PAR

N. Sonin,

À VARSOVIE.

(Lu le 13 mai 1892).

ST.-PÉTERSBOURG, 1892.

Commissionnaires de l'Académie Impériale des sciences:

à St.-Pétersbourg:	à Riga:	à Leipzig:
M. Eggers & C° et J. Glasounof.	M. N. Kymmel.	Voss' Sortiment (Haessel).

Prix: 65 Cop. = 1 Mark 65 Pf.

Imprimé par ordre de l'Académie Impériale des sciences.
Septembre, 1892. A. Strauch, Secrétaire perpétuel.

Imprimerie de l'Académie Impériale des sciences.
Vass.-Ostr., 9 ligne, № 12.

Les intégrales de la forme

$$\int_a^b F(x)\,\frac{dx}{z-x}$$

jouent un rôle considérable dans plusieurs théories importantes; c'est pourquoi il nous a paru désirable de faire une étude approfondie des formules qui peuvent servir à l'évaluation approchée de ces intégrales et de rechercher les limites les plus resserrées des erreurs que l'on commet en employant ces formules d'approximation.

Nous supposons que les limites a et b de l'intégrale sont réelles et que la fonction $F(x)$ reste aussi réelle et intégrable pendant que la variable x parcourt l'ensemble des valeurs réelles comprises dans l'intervalle de a jusqu'à b, que nous nommerons simplement l'intervalle $b-a$. Quant au paramètre z il peut avoir ou une valeur réelle prise en dehors de l'intervalle $b-a$ ou une valeur complexe quelconque. L'intégrale que nous considérons sera ainsi une fonction uniforme de z affectée d'une coupure menée le long d'un segment de l'axe réelle de a jusqu'à b.

Nous supposons encore que toutes les intégrales de la forme

$$\int_a^b F(x)\,x^k\,dx$$

dont on aura besoin pour les formules d'approximation soient finies et connues.

Après avoir construit d'une manière fort simple la formule générale d'approximation avec l'expression exacte de l'erreur par une intégrale définie de la même forme que la proposée nous présentons quelques considérations aussi générales relatives à la détermination des limites de l'erreur où nous mettons à profit une inégalité remarquable dont on doit la découverte à M. Tchebychef et dont l'usage en ce cas semble indiqué par la nature de la question.

Les formules particulières d'approximation se présentent en foule; mais si l'on ne cherche la solution d'aucune question spéciale et que l'on se tient au contraire au point de vue générale il n'est pas difficile de distinguer parmi elles quatre formules principales, dont l'une n'est que le développement de l'intégrale suivant les puissances descendantes de $z-c$, que peut procurer aussi l'application de la formule de Taylor, l'autre a la forme

$$\int_a^b F(x)\,\frac{dx}{z-x} = \frac{A_1}{f_1(z)} + \frac{A_2}{f_1(z)f_2(z)} + \frac{A_3}{f_1(z)f_2(z)f_3(z)} + \dots,$$

où les numérateurs sont constants et $f_1(z)$, $f_2(z)$, $f_3(z)$, . . . désignent des polynomes déterminés de degrés 1, 2, 3, . . .; encore une autre est de la forme

$$\int_a^b F(x)\,\frac{dx}{z-x} = \frac{A_1}{z-c_1} + \frac{A_3}{(z-c_1)^2(z-c_3)} + \frac{A_5}{(z-c_1)^2(z-c_3)^2(z-c_5)} + \dots,$$

où toutes les constantes c_1, c_3, c_5, . . . sont complètement déterminées; enfin la dernière fournit le développement de l'intégrale en fraction continue. Outre la recherche des limites de l'erreur pour chacune de ces formules nous abordons aussi la question de leur convergence lorsque le nombre de termes pris en considération augmente indéfiniment.

Les résultats acquis sont appliqués à l'étude de quelques intégrales qui correspondent à des formes particulières de la fonction $F(x)$.

---

§ 1. Il est très-facile d'établir la formule fondamentale d'approximation pour l'intégrale

$$\int_a^b F(x)\,\frac{dx}{z-x},$$

En effet si l'on désigne par $\varphi(x)$ un polynome entier quelconque on remarque immédiatement que l'intégrale

$$\int_a^b F(x)\,\frac{\varphi(z)-\varphi(x)}{z-x}\,dx$$

représente un polynome entier en z dont le degré est moindre d'une unité que celui de $\varphi(x)$. En nommant ce polinome $\psi(z)$, on aura donc

$$\int_a^b F(x)\,\frac{\varphi(z)-\varphi(x)}{z-x}\,dx = \psi(z),$$

ce qui peut être écrit autrement ainsi:

$$\varphi(z)\int_a^b F(x)\,\frac{dx}{z-x} - \int_a^b F(x)\,\varphi(x)\,\frac{dx}{z-x} = \psi(z).$$

d'où l'on tire la formule dont il s'agit, à savoir

$$\int_a^b F(x)\,\frac{dx}{z-x} = \frac{\psi(z)}{\varphi(z)} + \frac{1}{\varphi(z)}\int_a^b F(x)\,\varphi(x)\,\frac{dx}{z-x}.$$

Nous avons dans cette formule la représentation approximative de l'intégrale

$$\int_a^b F(x)\,\frac{dx}{z-x}$$

par une fraction rationnelle

$$\frac{\psi(z)}{\varphi(z)}$$

dont le dénominateur est choisi arbitrairement, avec l'expression exacte de l'erreur qui est

$$\frac{1}{\varphi(x)}\int_a^b F(x)\,\varphi(x)\,\frac{dx}{z-x}.$$

§ 2. En désignant par $\varphi_1(z)$, $\varphi_2(z)$, . . . $\varphi_m(z)$ une série de polynomes choisis arbitrairement nous écrirons les formules suivantes qui servent de définition pour les polynomes $\psi_1(z)$, $\psi_2(z)$, . . . $\psi_m(z)$:

$$\int_a^b F(x)\,\frac{\varphi_1(z)-\varphi_1(x)}{z-x}\,dx = \psi_1(z),$$

$$\int_a^b F(x)\,\varphi_1(x)\,\frac{\varphi_2(z)-\varphi_2(x)}{z-x}\,dx = \psi_2(z),$$

$$\int_a^b F(x)\,\varphi_1(x)\,\varphi_2(x)\,\frac{\varphi_3(z)-\varphi_3(x)}{z-x}\,dx = \psi_3(z),$$

. . . . . .

$$\int_a^b F(x)\,\varphi_1(x)\,\varphi_2(x)\ldots\varphi_{m-1}(x)\,\frac{\varphi_m(z)-\varphi_m(x)}{z-x}\,dx = \psi_m(z).$$

On en tire aisément les formules suivantes:

$$\int_a^b F(x)\,\frac{dx}{z-x} = \frac{\psi_1(z)}{\varphi_1(z)} + \frac{1}{\varphi_1(z)}\int_a^b F(x)\,\varphi_1(x)\,\frac{dx}{z-x},$$

$$\int_a^b F(x)\,\varphi_1(x)\,\frac{dx}{z-x} = \frac{\psi_2(z)}{\varphi_2(z)} + \frac{1}{\varphi_2(z)}\int_a^b F(x)\,\varphi_1(x)\,\varphi_2(x)\,\frac{dx}{z-x},$$

$$\int_a^b F(x)\,\varphi_1(x)\,\varphi_2(x)\,\frac{dx}{z-x} = \frac{\psi_3(z)}{\varphi_3(z)} + \frac{1}{\varphi_3(z)}\int_a^b F(x)\,\varphi_1(x)\,\varphi_2(x)\,\varphi_3(x)\,\frac{dx}{z-x},$$

. . . . . .

$$\int_a^b F(x)\,\varphi_1(x)\,\varphi_2(x)\ldots\varphi_{m-1}(x)\,\frac{dx}{z-x} = \frac{\psi_m(z)}{\varphi_m(z)} + \frac{1}{\varphi_m(z)}\int_a^b F(x)\,\varphi_1(x)\,\varphi_2(x)\ldots\varphi_m(x)\,\frac{dx}{z-x}$$

et en éliminant les intégrales qui sont communes à deux formules voisines on obtient la **formule générale d'approximation, à savoir**

$$\int_a^b F(x)\,\frac{dx}{z-x} = \frac{\psi_1(z)}{\varphi_1(z)} + \frac{\psi_2(z)}{\varphi_1(z)\,\varphi_2(z)} + \frac{\psi_3(z)}{\varphi_1(z)\,\varphi_2(z)\,\varphi_3(z)} + \ldots$$

$$+ \frac{\psi_m(z)}{\varphi_1(z)\,\varphi_2(z)\ldots\varphi_{m-1}(z)\,\varphi_m(z)} + \frac{1}{\varphi_1(z)\,\varphi_2(z)\ldots\varphi_m(z)}\int_a^b F(x)\,\varphi_1(x)\,\varphi_2(x)\ldots\varphi_m(x)\,\frac{dx}{z-x}.$$

L'intégrale au premier membre est ainsi représentée par une somme de fractions rationnelles avec l'erreur qui est exprimée d'une manière exacte par le dernier terme du second membre.

Nous pourrions obtenir une formule équivalente en posant directement dans la formule fondamentale du § 1

$$\varphi(x) = \varphi_1(x)\,\varphi_2(x)\ldots\varphi_{m-1}(x)\,\varphi_m(x);$$

la différence entre ces deux formules serait tout-à-fait analogue à celle qui existe entre les deux formes de la formule d'interpolation, celles de Newton et de Lagrange.

§ 3. Avant d'aller plus loin nous nous arrêtons un moment pour étudier les limites des valeurs que prend la fraction

$$\frac{1}{z-x},$$

lorsque x y varie depuis a jusqu'à b, où l'on admet $b > a$.

En supposant z réel et moindre que a ou plus grand que b, on voit immédiatement que les valeurs de cette fraction ne sortent pas des limites

$$\frac{1}{z-a} \quad \text{et} \quad \frac{1}{z-b}$$

qui ont le même signe.

Soit maintenant z complexe et posons $z = u + vi$. On aura

$$\frac{1}{z-x} = \frac{u-x-vi}{(u-x)^2+v^2},$$

ce qui peut être écrit ainsi:

$$\frac{1}{z-x} = -\frac{1}{v}\left[\frac{1}{\frac{x-u}{v}+\frac{v}{x-u}} + \frac{i}{1+\left(\frac{x-u}{v}\right)^2}\right],$$

ou encore, en posant $\frac{x-u}{v} = s$,

$$\frac{1}{z-x} = -\frac{1}{v}\left[\frac{1}{s+s^{-1}} + \frac{i}{1+s^2}\right].$$

Si l'on étudie la marche de la fonction réelle $s + s^{-1}$ lorsque la variable s varie de $-\infty$ à ∞ on est conduit à diviser le domaine complet de la variable en quatre intervalles consignés dans le tableau suivant avec les valeurs de la fonction $\frac{1}{s+s^{-1}}$ aux points extrêmes de ces intervalles:

s	$=$	$-\infty$	-1	0	1	∞
$\frac{1}{s+s^{-1}}$	$=$	0	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	$0.$

La fonction $\frac{1}{s+s^{-1}}$ est croissante dans les deux intervalles voisins qui sont au milieu, décroisante dans les deux autres.

Si l'on considère maintenant les deux valeurs

$$A = \frac{a-u}{v}, \quad B = \frac{b-u}{v}$$

et qu'on les place en lieux convenables dans les quatre intervalles ci-dessus il ne sera pas difficile d'assigner les limites que ne peut franchir la fonction $\frac{1}{s+s^{-1}}$, ou la partie réelle de la fraction $\frac{1}{z-x}$ lorsque x est retenu dans l'intervalle $b-a$. Dans le cas le moins favorable, celui où l'un des nombres A et B tombe dans le premier intervalle et l'autre dans le quatrième, ces limites pour la partie réelle de $\frac{1}{z-x}$ seront $-\frac{1}{2v}$ et $\frac{1}{2v}$; lorsque A et B

tombent entre -1 et $+1$ ou tous deux sont compris dans le premier intervalle ou dans le quatrième, les limites des valeurs de la partie réelle de $\frac{1}{z-x}$ seront

$$-\frac{1}{v}\frac{1}{A+A^{-1}} \quad \text{et} \quad -\frac{1}{v}\frac{1}{B+B^{-1}};$$

enfin lorsque l'un des nombres A et B est compris entre -1 et 1 et l'autre tombe en dehors, l'une des limites de la partie réelle de $\frac{1}{z-x}$ sera $+\frac{1}{2v}$ et l'autre coincide avec celui des deux nombres

$$-\frac{1}{v}\frac{1}{A+A^{-1}}, \quad -\frac{1}{v}\frac{1}{B+B^{-1}},$$

qui est le plus éloigné de la première limite. En tous cas la partie réelle de $\frac{1}{z-x}$ reste comprise entre $-\frac{1}{2v}$ et $\frac{1}{2v}$.

Quant à la partie imaginaire de $\frac{1}{z-x}$, on voit que

$$-\frac{1}{v}\frac{1}{1+s^2}$$

a toujours le même signe que $-v$ et que les limites de cette quantité sont

$$-\frac{1}{v}\frac{1}{1+A^2} \quad \text{et} \quad -\frac{1}{v}\frac{1}{1+B^2}$$

lorsque A et B ont le même signe, ou la plus petite numériquement de ces limites et $-\frac{1}{v}$ dans le cas contraire.

On peut conclure d'après cela que le module de $\frac{1}{z-v}$ ne surpasse jamais $\frac{1}{2}\sqrt{\frac{5}{v^2}}$ et que l'argument de cette fraction varie entre les limites arccot A et arccot B.

Si l'on considère maintenant l'intégrale

$$\int_a^b f(x)\,\frac{dx}{z-x},$$

où la fonction $f(x)$ ne devient négative dans l'intervalle $b-a$, on conçoit aisément qu'on obtient les limites de la valeur de cette intégrale ou de ses parties réelle et imaginaire en multipliant par

$$\int_a^b f(x)\,dx$$

les limites précédemment établies pour les valeurs de la fraction $\frac{1}{z-x}$ ou de ses parties réelle et imaginaire.

§ 4. Revenant à la formule générale d'approximation posons pour abréger

$$\varphi_1(x)\ \varphi_2(x)\ \ldots\ \varphi_k(x) = \Phi_k(x),$$

en sorte qu'elle devienne

$$\int_a^b F(x)\ \frac{dx}{z-x} = \frac{\psi_1(z)}{\Phi_1(z)} + \frac{\psi_2(z)}{\Phi_2(z)} + \ldots + \frac{\psi_m(z)}{\Phi_m(z)} + \frac{1}{\Phi_m(z)} \int_a^b F(x)\ \Phi_m(x)\ \frac{dx}{z-x}.$$

Pour obtenir les limites de l'erreur il suffit de trouver les limites pour la valeur de l'intégrale

$$\int_a^b F(x)\ \Phi_m(x)\ \frac{dx}{z-x}.$$

A cet égard remarquons en premier lieu que lorsque le produit $F(x)\ \Phi_m(x)$ ne change pas de signe dans l'intervalle $b-a$ nous pourrions appliquer dans cette recherche les considérations exposées au § 3 et en déduire p. ex. pour z réel les limites suivantes pour la valeur de l'intégrale en question:

$$\frac{1}{z-a} \int_a^b F(x)\ \Phi_m(x)\ dx \quad \text{et} \quad \frac{1}{z-b} \int_a^b F(x)\ \Phi_m(x)\ dx.$$

Mais à ces déterminations, qu'on peut appeler primitives, des limites de l'erreur nous allons adjoindre d'autres plus précises et non moins facilement calculables. A cet effet nous allons tirer parti de cette inégalité aussi simple qu'importante due à M. Tchebychef, à savoir

$$\int_a^b f(x)\ f_1(x)\ f_2(x)\ dx \cdot \int_a^b f(x)\ dx > \int_a^b f(x)\ f_1(x)\ dx \cdot \int_a^b f(x)\ f_2(x)\ dx,$$

où la fonction $f(x)$ ne devient négative dans l'intervalle $b-a$ et les fonctions $f_1(x)$, $f_2(x)$ sont toutes deux croissantes dans le même intervalle.

On démontre aisément cette inégalité en considérant la différence

$$\int_a^b f(x)\ f_1(x)\ f_2(x)\ dx \cdot \int_a^b f(x)\ dx - \int_a^b f(x)\ f_1(x)\ dx \cdot \int_a^b f(x)\ f_2(x)\ dx$$

et remplaçant aux seconds facteurs des deux termes la variable x par une autre, y, ce que réduit la différence à la forme

$$\int_a^b \int_a^b f(x)\ f(y)\ f_1(x) \left[f_2(x) - f_2(y)\right] dx\ dy;$$

en mettant dans cette expression la lettre x à la place de y et inversement et prenant la demisomme de la nouvelle expression et de l'ancienne on trouve pour la différence en question l'expression suivante par une intégrale double

$$\frac{1}{2}\int_a^b\int_a^b f(x)\,f(y)\,[f_1(x)-f_1(y)]\,[f_2(x)-f_2(y)]\,dx\,dy,$$

dont tous les éléménts sont évidemment positifs.

Cette manière de démontrer l'inégalité de M. Tchebychef est l'inverse de celle qu'a employée pour le même but M. Andréef dans les Communications de la Société mathématique de Kharkow pour 1882.

§ 5. Soit z réel et supposons que le produit $F(x)\,\Phi_{m-1}(x)$ ne change pas de signe dans l'intervalle $b-a$; admettons en outre que le polynome $\varphi_m(x)$ soit monotone dans le même intervalle; il suffit évidemment de se borner au cas où le produit $F(x)\,\Phi_{m-1}(x)$ est positif et le polynome $\varphi_m(x)$ croissant. En posant dans l'inégalité de M. Tchebychef

$$f(x)=F(x)\,\Phi_{m-1}(x),\quad f_1(x)=\frac{1}{z-x},\quad f_2(x)=\varphi_m(x),$$

on aura

$$\int_a^b F(x)\,\Phi_m(x)\,\frac{dx}{z-x}\cdot\int_a^b F(x)\,\Phi_{m-1}(x)\,dx>\int_a^b F(x)\,\Phi_{m-1}(x)\,\frac{dx}{z-x}\cdot\int_a^b F(x)\,\Phi_m(x)\,dx;$$

mais on a en vertu de la définition du polynome $\psi_m(x)$:

$$\int_a^b F(x)\,\Phi_{m-1}(x)\,\frac{dx}{z-x}=\frac{\psi_m(z)}{\varphi_m(z)}+\frac{1}{\varphi_m(z)}\int_a^b F(x)\,\Phi_m(x)\,\frac{dx}{z-x};$$

donc si l'on substitue cette valeur de l'intégrale

$$\int_a^b F(x)\,\Phi_{m-1}(x)\,\frac{dx}{z-x}$$

dans l'inégalité précédente elle devient

$$\left[\int_a^b F(x)\,\Phi_{m-1}(x)\,dx-\frac{1}{\varphi_m(z)}\int_a^b F(x)\,\Phi_m(x)\,dx\right]\int_a^b F(x)\,\Phi_m(x)\,\frac{dx}{z-x}>\frac{\psi_m(z)}{\varphi_m(z)}\int_a^b F(x)\,\Phi_m(x)\,dx$$

et fournit toujours une limite pour l'intégrale

$$\int_a^b F(x)\,\Phi_m(x)\,\frac{dx}{z-x}.$$

Cette limite s'exprime, comme il est aisé de remarquer, par les polynomes $\varphi_m(z)$, $\psi_m(z)$ et les seules intégrales

$$\int_a^b F(x)\,\Phi_{m-1}(x)\,dx \quad \text{et} \quad \int_a^b F(x)\,\Phi_m(x)\,dx.$$

Cette circonstance a de l'importance surtout lorsque la fonction $F(x)$ n'est pas donnée et que l'on sait seulement les valeurs de quelques intégrales de la forme

$$\int_a^b F(x)\,x^k\,dx, \qquad k = 0, 1, 2, \ldots$$

en nombre restreint, ainsi que la propriété du produit $F(x)\,\Phi_{m-1}(x)$ de ne pas changer de signe dans l'intervalle $b-a$.

En admettant toujours que le produit $F(x)\,\Phi_{m-1}(x)$ ne devient négatif dans l'intervalle $b-a$, nous composons le polynome

$$\psi'_m(z) = \int_a^b F(x)\,\Phi_m(x)\,\frac{\varphi_m(z)-\varphi_m(x)}{z-x}\,dx,$$

d'où l'on tire

$$\varphi_m(z)\int_a^b F(x)\,\Phi_m(x)\,\frac{dx}{z-x} = \psi'_m(z) + \int_a^b F(x)\,\Phi_{m-1}(x)\,\varphi_m(x)^2\,\frac{dx}{z-x}.$$

L'intégrale au second membre est évidemment positif pour $z > b$, négatif pour $z < a$; on aura donc

$$\varphi_m(z)\int_a^b F(x)\,\Phi_m(x)\,\frac{dx}{z-x} \begin{cases} > \psi'_m(z) \text{ pour } z > b, \\ < \psi'_m(z) \text{ pour } z < a. \end{cases}$$

§ 6. Supposons maintenant que le produit $F(x)\,\Phi_m(x)$ reste positif dans l'intervalle $b-a$ et choisissons un polynome croissant quelconque $\varphi_{m+1}(x)$. Posant dans l'inégalité de M. Tchebychef

$$f(x) = F(x)\,\Phi_m(x), \quad f_1(x) = \frac{1}{z-x}, \quad f_2(x) = \varphi_{m+1}(x),$$

on aura

$$\int_a^b F(x)\,\Phi_m(x)\varphi_{m+1}(x)\frac{dx}{z-x}\cdot\int_a^b F(x)\Phi_m(x)dx>\int_a^b F(x)\,\Phi_m(x)\frac{dx}{z-x}\cdot\int_a^b F(x)\Phi_m(x)\varphi_{m+1}(x)dx.$$

En introduisant le polynome

$$\psi_{m+1}(z)=\int_a^b F(x)\,\Phi_m(x)\,\frac{\varphi_{m+1}(z)-\varphi_{m+1}(x)}{z-x}\,dx$$

on trouve de cette égalité

$$\int_a^b F(x)\,\Phi_m(x)\,\varphi_{m+1}(x)\,\frac{dx}{z-x}=\varphi_{m+1}(z)\int_a^b F(x)\,\Phi_m(x)\,\frac{dx}{z-x}-\psi_{m+1}(z)$$

et, en substituant cette valeur dans l'inégalité précédente, on la réduit à celle qui suit:

$$\left[\varphi_{m+1}(z)\int_a^b F(x)\Phi_m(x)dx-\int_a^b F(x)\Phi_m(x)\varphi_{m+1}(x)dx\right]\int_a^b F(x)\Phi_m(x)\frac{dx}{z-x}>\psi_{m+1}(z)\int_a^b F(x)\Phi_m(x)dx.$$

Nous allons donner maintenant au polynome croissant $\varphi_{m+1}(x)$ deux formes particulières. Soit en premier lieu $\varphi_{m+1}(x)=x-z$, d'où $\varphi_{m+1}(z)=0$; l'inégalité générale acquiert par cela la première forme particulière, à savoir

$$\int_a^b F(x)\,\Phi_m(x)\,(z-x)\,dx\cdot\int_a^b F(x)\,\Phi_m(x)\,\frac{dx}{z-x}>\left[\int_a^b F(x)\,\Phi_m(x)\,dx\right]^2,$$

d'où l'on trouve en valeur absolue

$$\left|\int_a^b F(x)\,\Phi_m(x)\,\frac{dx}{z-x}\right|>\frac{\int_a^b F(x)\,\Phi_m(x)\,dx}{\left|z-\dfrac{\int_a^b F(x)\,\Phi_m(x)\,x\,dx}{\int_a^b F(x)\,\Phi_m(x)\,dx}\right|}.$$

Supposons en second lieu que le polynome $\varphi_m(x)$ est croissant et posons $\varphi_{m+1}(x)=\varphi_m(x)-p$, p étant une constante; si l'on choisit cette constante de manière à satisfaire à la condition

$$\int_a^b F(x)\,\Phi_m(x)\,\varphi_{m+1}(x)\,dx=0,$$

on trouve

$$p = \int_a^b F(x)\,\Phi_m(x)\,\varphi_m(x)\,dx : \int_a^b F(x)\,\Phi_m(x)\,dx$$

et l'on aura la seconde forme particulière de l'inégalité:

$$[\varphi_m(z) - p]\int_a^b F(x)\,\Phi_m(x)\,\frac{dx}{z-x} > \int_a^b F(x)\,\Phi_m(x)\,\frac{\varphi_m(z)-\varphi_m(x)}{z-x}\,dx,$$

où au second membre se trouve le même polynome que nous avons désigné par $\psi'_m(z)$ dans le paragraphe précédent.

§ 7. Les inégalités établies aux §§ 5 et 6 se rapportent au cas où z est réel; lorsque z est complexe on peut quelquefois utiliser l'inégalité de M. Tchebychef pour trouver les limites de la partie réelle ou imaginaire de l'intégrale

$$\int_a^b F(x)\,\Phi_m(x)\,\frac{dx}{z-x};$$

mais nous ne nous arrêterons pas sur ces évaluations assez compliquées et nous nous bornerons à renvoyer pour ce cas aux indications développées dans le § 3.

Enfin lorsque z est purement imaginaire, soit $z = vi$, on aura

$$\int_a^b F(x)\,\frac{dx}{z-x} = -\int_a^b F(x)\,\frac{x\,dx}{v^2+x^2} - vi\int_a^b F(x)\,\frac{dx}{v^2+x^2}$$

et au lieu de calculer directement l'intégrale au premier membre nous pouvons appliquer aux intégrales

$$-\int_a^b F(x)\,x\,\frac{dx}{v^2+x^2},\quad -\int_a^b F(x)\,\frac{dx}{v^2+x^2}$$

la formule générale d'approximation en changeant x en x^2, z en $-v^2$ dans les polynomes $\varphi_1(x), \ldots \varphi_m(x)$, $\varphi_1(z), \ldots \varphi_m(z)$ et conservant la fonction $F(x)$ ou la remplaçant par $F(x)\,x$. Les inégalités des §§ 5 et 6 restent vraies après ce changement, lorsque a est positif ou zéro.

§ 8. Nous quittons maintenant ces généralités pour passer à l'étude des formules particulières et admettons tout d'abord que tous les polynomes $\varphi_1(x), \ldots \varphi_m(x)$ soient égaux à une même expression linéaire $x - c$, c étant une constante réelle.

En posant pour abréger

$$\int_a^b F(x)\,(x-c)^k\,dx = C_k,$$

la formule d'approximation devient

$$\int_a^b F(x)\,\frac{dx}{z-x} = \frac{C_0}{z-c} + \frac{C_1}{(z-c)^2} + \ldots + \frac{C_{m-1}}{(z-c)^m} + \frac{1}{(z-c)^m}\int_a^b F(x)\,(x-c)^m\,\frac{dx}{z-x}.$$

On obtiendrait la même formule en posant $\varphi(x) = (x-c)^m$ dans la formule fondamentale du § 1.

Lorsque z est réel et que $F(x)\,(x-c)^m$ reste positif dans l'intervalle $b-a$, nous pouvons écrire immédiatement les limites primitives de l'erreur (§ 4), à savoir

$$\frac{C_m}{(z-c)^m(z-a)} \quad \text{et} \quad \frac{C_m}{(z-c)^m(z-b)}.$$

Les deux inégalités particulières du § 6 fournissent en ce cas le même résultat, à savoir

$$\left|\int_a^b F(x)\,(x-c)^m\,\frac{dx}{z-x}\right| > \frac{C_m}{\left|z-c-\frac{C_{m+1}}{C_m}\right|};$$

il est aisé de voir que cette limite est comprise entre les valeurs absolues des limites primitives car le rapport

$$\frac{C_{m+1}}{C_m} = \frac{\int_a^b F(x)\,(x-c)^{m+1}\,dx}{\int_a^b F(x)\,(x-c)^m\,dx}$$

est évidemment compris entre $b-c$ et $a-c$.

Supposons maintenant que $F(x)\,(x-c)^{m-1}$ reste positif dans l'intervalle $b-a$. Les inégalités du § 5 deviennent

$$\left[C_{m-1} - \frac{C_m}{z-c}\right]\int_a^b F(x)\,(x-c)^m\,\frac{dx}{z-x} > \frac{C_{m-1}\,C_m}{z-c},$$

où le facteur entre crochets se réduit à

$$\int_a^b F(x)\,(x-c)^{m-1}\,\frac{z-x}{z-c}\,dx$$

et aura le même signe que celui de $\frac{z-a}{z-c}$, de sorte qu'on peut écrire

$$\int_a^b F(x)\,(x-c)^m\,\frac{dx}{z-x} \gtrless \frac{C_m}{z-c-\frac{C_m}{C_{m-1}}} \text{ selon que } \frac{z-a}{z-c} \gtrless 0;$$

l'autre inégalité du § 5 sera

$$(z-c)\int_a^b F(x)\,(x-c)^m\,\frac{dx}{z-x} \gtrless C_m \text{ pour } \begin{matrix} z>b, \\ z<a. \end{matrix}$$

Lorsque $F(x)$ est positive dans l'intervalle $b-a$ et que $c<a$, toutes ces inégalités auront lieu simultanément et nous pouvons écrire p. ex. pour $z<c\leqq a$

$$\frac{C_m}{\frac{C_{m+1}}{C_m}-z+c} < -\int_a^b F(x)\,(x-c)^m\,\frac{dx}{z-x} < \frac{C_m}{\frac{C_m}{C_{m-1}}-z+c}.$$

Nous avons déduit cette inégalité sous une forme un peu différente dans la communication «Sur un développement semiconvergent de forme générale», lue dans la séance du 12 octobre 1891 de la Société des naturalistes de Varsovie.

§ 9. La formule particulière d'approximation que nous avons développée dans le paragraphe précédent est composée de termes procédant suivant les puissances ascendantes de $\frac{1}{z-c}$; on peut donc la considérer comme provenant de la formule générale de Taylor et il peut être intéressant de comparer les résultats déjà acquis à ceux que peut fournir ce nouveau point de vue.

Posant $\frac{1}{z-c}=y$, on trouve

$$\int_a^b F(x)\,\frac{dx}{z-x} = y\int_a^b F(x)\,\frac{dx}{1-(x-c)\,y}$$

et comme

$$\frac{d^k}{dy^k}\int_a^b F(x)\,\frac{dx}{1-(x-c)\,y} = k!\int_a^b F(x)\,(x-c)^k\,\frac{dx}{[1-(x-c)\,y]^{k+1}}$$

on voit que la valeur de cette dérivée pour $y=0$ sera $k!\,C_k$.

On aura donc

$$\int_a^d F(x)\,\frac{dx}{1-(x-c)\,y} = C_0 + C_1\,y + \ldots + C_{m-1}\,y^{m-1} + R_m,$$

où le reste R_m s'exprime selon Lagrange par la formule

$$R_m = y^m \int_a^b F(x)\,(x-c)^m \frac{dx}{[1-(x-c)\eta]^{m+1}},$$

η ayant une valeur indéterminée comprise entre 0 et y. En revenant à la variable z et posant $\eta = \frac{1}{\zeta - c}$, où ζ a une valeur intermédiaire entre z et $+\infty$ ou $-\infty$, on obtient

$$\int_a^b F(x)\frac{dx}{z-x} = \frac{C_0}{z-c} + \frac{C_1}{(z-c)^2} + \ldots + \frac{C_{m-1}}{(z-c)^m} + \frac{1}{(z-c)^{m+1}} \int_a^b F(x)\,(x-c)^m \frac{dx}{\left[1-\frac{x-c}{\zeta-c}\right]^{m+1}}$$

et l'on voit que les limites de l'erreur s'obtiennent pour $\zeta = z$ et $\zeta = \pm\infty$ et seront

$$\int_a^b F(x)\,(x-c)^m \frac{dx}{(z-x)^{m+1}} \quad \text{et} \quad \frac{C_m}{(z-c)^{m+1}}.$$

La première de ces limites est plus difficile à calculer que ne l'est l'intégrale elle-même dont on cherche la représentation approximative et tout ce qu'on peut dire à l'égard de cette limite c'est que sa valeur est comprise entre

$$\frac{C_m}{(z-a)^{m+1}} \quad \text{et} \quad \frac{C_m}{(z-b)^{m+1}};$$

l'autre limite est en général moins avantageuse que l'une de celles que nous avons appelées primitives. La forme donnée par Lagrange au reste de la formule de Taylor se présente donc comme complètement inutile dans l'étude qui nous occupe.

Mais dans un Mémoire spécial sur le reste de la formule de Taylor, imprimé en 1891 au № V des Annales de l'Université de Varsovie, nous avons proposé pour ce reste plusieurs formes nouvelles parmi lesquelles s'est montrée comme la plus avantageuse celle qui donne

$$f(y) = f(0) + f'(0)\frac{y}{1} + \ldots + f^{m-1}(0)\frac{y^{m-1}}{(m-1)!} + f^m(0)\frac{y^m}{m!} : \left[1 - y\frac{f^{m+1}(\eta)}{\eta f^{m+1}(\eta) + (m+1) f^m(\eta)}\right],$$

où l'on suppose que $\eta f^{m+1}(\eta) + (m+1) f^m(\eta)$ ne change pas de signe lorsque η varie de zéro jusqu'à y.

En faisant application de cette formule au cas que nous considérons, on trouve

$$\int_a^b F(x)\frac{dx}{z-x} = \frac{C_0}{z-c} + \frac{C_1}{(z-c)^2} + \ldots + \frac{C_{m-1}}{(z-c)^m} + \frac{C_m}{(z-c)^m} : \left[z - c - \frac{\int_a^b F(x)\,(x-c)^{m+1}\frac{dx}{(\zeta-x)^{m+2}}}{\int_a^b F(x)\,(x-c)^m \frac{dx}{(\zeta-x)^{m+2}}}\right].$$

Le rapport

$$\frac{\int_a^b F(x)\,(x-c)^{m+1}\,\frac{dx}{(\zeta-x)^{m+2}}}{\int_a^b F(x)\,(x-c)^m\,\frac{dx}{(\zeta-x)^{m+2}}}$$

représente une fonction de ζ que nous désignerons par $\varphi(\zeta)$ et dont les valeurs, en supposant $F(x)\,(x-c)^m > 0$, sont évidemment comprises entre $a-c$ et $b-c$, ce qui fournit les limites primitives de l'erreur. Si l'on considère maintenant l'expression suivante de $\varphi(\xi)$

$$\varphi(\xi) = \frac{\int_a^b F(y)\,(y-c)^{m+1}\,\frac{dy}{(\xi-y)^{m+2}}}{\int_a^b F(y)\,(y-c)^m\,\frac{dy}{(\xi-y)^{m+2}}}$$

on trouve que la différence $\varphi(\xi)-\varphi(\zeta)$ s'exprime par une fraction dont le dénominateur est

$$\int_a^b F(x)\,(x-c)^m\,\frac{dx}{(\zeta-x)^{m+2}}\cdot\int_a^b F(y)\,(y-c)^m\,\frac{dy}{(\xi-y)^{m+2}}$$

et sera positif lorsque $F(x)\,(x-c)^m > 0$ et que les nombres ξ et ζ soient tous deux moindres que a ou tous deux plus grands que b; quant au numérateur de cette fraction il se reduit aisément à

$$\int_a^b\int_a^b F(x)\,F(y)\,[(x-c)\,(y-c)]^m\,\frac{y-x}{[(\xi-y)\,(\zeta-x)]^{m+2}}\,dx\,dy,$$

ou encore, en mettant les lettres x, y l'une à la place de l'autre et prenant la démi-somme de la nouvelle expression et de l'ancienne, à

$$\frac{1}{2}\int_a^b\int_a^b F(x)\,F(y)\,[(x-c)\,(y-c)]^m\,(y-x)\left\{\frac{1}{[(\xi-y)\,(\zeta-x)]^{m+2}}-\frac{1}{[(\xi-x)\,(\zeta-y)]^{m+2}}\right\}dx\,dy.$$

Soit

$$(\xi-y)\,(\zeta-x)=X,\quad (\xi-x)\,(\zeta-y)=Y;$$

on a évidemment $X>0$, $Y>0$ et l'on trouve

$$X-Y=(\xi-\zeta)\,(y-x);$$

donc l'expression précédente du numérateur de la fraction qui exprime $\varphi(\xi)-\varphi(\zeta)$ devient

$$\frac{1}{2}\int_a^b\int_a^b F(x)\,F(y)\,[(x-c)\,(y-c)]^m\,\frac{X-Y}{\xi-\zeta}\left[\frac{1}{X^{m+2}}-\frac{1}{Y^{m+2}}\right]dx\,dy,$$

et comme le produit

$$(X - Y)\left[\frac{1}{X^{m+2}} - \frac{1}{Y^{m+2}}\right]$$

est toujours négatif, on conclut que les différences $\varphi(\xi) - \varphi(\zeta)$ et $\xi - \zeta$ ont les signes contraires, c'est-à-dire que $\varphi(\zeta)$ est une fonction décroissante de ζ. Sa valeur pour $\zeta = \pm\infty$ est $\frac{C_{m+1}}{C_m}$; on aura donc

$$\text{pour } z < a: \qquad \frac{C_{m+1}}{C_m} > \varphi(\zeta) > \varphi(z),$$

$$\text{pour } z > b: \qquad \varphi(z) > \varphi(\zeta) > \frac{C_{m+1}}{C_m}.$$

Il est aisé de s'assurer que la limite $\frac{C_{m+1}}{C_m}$ de $\varphi(\zeta)$ fournit pour la limite inférieure de la valeur absolue du reste la même valeur que celle que nous avons trouvée pour l'erreur au § 8 immédiatement après les limites primitives. Partant de là, remplaçant dans cette limite m par $m-1$ et remarquant qu'on a

$$\int_a^b F(x)\,(x-c)^m\,\frac{dx}{z-x} = (z-c)\int_a^b F(x)\,(x-c)^{m-1}\,\frac{dx}{z-x} - C_{m-1},$$

nous pourrions retrouver l'autre limite de l'erreur déduite aussi au § 8.

Nous pouvons conclure par cette analyse que la forme nouvelle du reste de la formule de Taylor que nous avons proposée fournit pour le développement de l'intégrale

$$\int_a^b F(x)\,\frac{dx}{z-x}$$

les mêmes limites du reste qu'on ne pourrait retrouver autrement qu'en s'attachant à la forme particulière de cette intégrale et faisant application de l'inégalité de M. Tchebychef.

Cherchant à nous expliquer la raison de cette supériorité marquante de la forme nouvelle du reste sur les anciennes, celle de Lagrange, p. ex., nous croyons la trouver dans ce fait remarquable que tandis que la formule de Lagrange

$$f(y) = f(0) + f'(0)\,\frac{y}{1} + \ldots + f^{m-1}(0)\,\frac{y^{m-1}}{(m-1)!} + f^m(\eta)\,\frac{y^m}{m!}$$

ne fournit la valeur exacte du reste que lorsque $f(y)$ est un polynome entier du degré non supérieur à m, la nouvelle formule

$$f(y) = f(0) + f'(0)\,\frac{y}{1} + \ldots + f^{m-1}(0)\,\frac{y^{m-1}}{(m-1)!} + f^m(0)\,\frac{y^m}{m!} : \left[1 - y\,\frac{f^{m+1}(\eta)}{\eta f^{m+1}(\eta) + (m+1) f^m(\eta)}\right]$$

reproduit la valeur exacte du reste non seulement dans le même cas particulier mais encore dans un autre, à savoir celui où la fonction $f(y)$ s'exprime par la série infinie et est égale à $\frac{\pm 1}{c-y}$, c étant une constante arbitraire.

§ 10. Nous terminons cette étude de la formule d'approximation

$$\int_a^b F(x)\,\frac{dx}{z-x} = \frac{C_0}{z-c} + \frac{C_1}{(z-c)^2} + \ldots + \frac{C_{m-1}}{(z-c)^m} + \frac{1}{(z-c)^m}\int_a^b F(x)\,(x-c)^m\,\frac{dx}{z-x}$$

par la remarque suivante. L'erreur de cette formule peut être représentée par l'integrale

$$\int_a^b F(x)\left(\frac{x-c}{z-c}\right)^m \frac{dx}{z-x},$$

d'où l'on voit que pour que cette erreur puisse tendre vers zéro lorsque m augmente indéfiniment il faut et il suffit que le module de $\frac{x-c}{z-c}$ reste moindre que un pour toutes les valeurs de x dans l'intervalle $b-a$.

Si donc on décrit un cercle, ayant le point c pour centre et contenant dans son intérieur les points a et b, il faut que le point z se trouve en dehors de ce cercle.

Posant $c = \frac{b+a}{2}$ le rayon de ce cercle sera $\frac{b-a}{2}$; lorsque $b=\infty$ ou $a=-\infty$ le cercle n'existe pas.

§ 11. Nous supposons maintenant que dans la formule générale d'approximation les polynomes $\varphi_1(x), \ldots \varphi_m(x)$ soient linéaires mais ne soient pas tous égaux entre eux et soit

$$\varphi_k(x) = x - c_k;$$

en ce cas les numérateurs $\psi_1(z), \ldots \psi_m(z)$ seront de pures constantes qui dépendent toutefois de $c_1, \ldots c_{m-1}$ à l'exception du premier qui sera une constante absolue:

$$\psi_1(z) = \int_a^b F(x)\,dx, \quad \psi_k(z) = \int_a^b F(x)\,(x-c_1)\,(x-c_2)\ldots(x-c_{k-1})\,dx.$$

Nous allons choisir les constantes $c_1, c_2, \ldots$ de manière à annuler successivement le plus grand nombre de termes de la formule d'approximation.

Posant en premier lieu

$$\psi_2(z) = \int_a^b F(x)\,(x-c_1)\,dx = 0$$

on détermine de là la constante c_1, à savoir

$$c_1 = \int_a^b F(x)\, x dx : \int_a^b F(x)\, dx,$$

d'où l'on voit que c_1 sera comprise entre a et b lorsque $F(x)$ ne change pas de signe dans l'intervalle $b - a$.

D'après cela le numérateur

$$\psi_3(z) = \int_a^b F(x)\,(x - c_1)\,(x - c_2)\, dx$$

peut prendre la forme

$$\psi_3(z) = \int_a^b F(x)\,(x - c_1)\, x dx$$

ou encore

$$\psi_3(z) = \int_a^b F(x)\,(x - c_1)^2\, dx$$

et sera complètement déterminé et en général différent de zéro.

En égalant au zéro le numérateur suivant

$$\psi_4(z) = \int_a^b F(x)\,(x - c_1)\,(x - c_2)\,(x - c_3)\, dx = 0,$$

on réduit cette équation, en vertu de $\psi_2(z) = 0$, à

$$\psi_4(z) = \int_a^b F(x)\,(x - c_1)\,(x - c_2 - c_3)\, x dx = 0,$$

d'où

$$c_2 + c_3 = \int_a^b F(x)\,(x - c_1)\, x^2\, dx : \int_a^b F(x)\,(x - c_1)\, x dx;$$

on peut annuler en même temps le numérateur

$$\psi_5(z) = \int_a^b F(x)\,(x - c_1)\,(x - c_2)\,(x - c_3)\,(x - c_4)\, dx = 0,$$

d'où l'on trouve en vertu de $\psi_4(z) = 0$

$$\psi_5(z) = \int_a^b F(x)\,(x - c_1)\,(x - c_2)\,(x - c_3)\, x dx = 0,$$

ce qui se reduit à

$$\int_a^b F(x)\,(x-c_1)\,x^3\,dx-(c_2+c_3)\int_a^b F(x)\,(x-c_1)\,x^2\,dx+c_2\,c_3\int_a^b F(x)\,(x-c_1)\,x\,dx=0.$$

Les équations $\psi_4(z)=0$, $\psi_5(z)=0$ permettent de déterminer c_2 et c_3; mais nous pouvons nous en passer et nous borner à la détermination directe du produit $(z-c_2)\,(z-c_3)$ pour lequel on trouve

$$(z-c_2)\,(z-c_3)$$

$$=z^2-\frac{\int_a^b F(x)\,(x-c_1)\,x^2\,dx}{\int_a^b F(x)\,(x-c_1)\,x\,dx}\,z+\frac{\left[\int_a^b F(x)\,(x-c_1)\,x^2\,dx\right]^2-\int_a^b F(x)\,(x-c_1)\,x^3\,dx\int_a^b F(x)\,(x-c_1)\,x\,dx}{\left[\int_a^b F(x)\,(x-c_1)\,x\,dx\right]^2}.$$

Le polynome $\psi_6(z)$ sera d'après cela complètement déterminé et se réduit, en vertu de $\psi_5(z)=0$, à

$$\psi_6(z)=\int_a^b F(x)\,(x-c_1)\,(x-c_2)\,(x-c_3)\,(x-c_4)\,x\,dx$$

ou encore, en vertu de $\psi_4(z)=0$, à

$$\psi_6(z)=\int_a^b F(x)\,(x-c_1)\,(x-c_2)\,(x-c_3)\,x^2\,dx;$$

ou peut aussi conserver l'expression primitive de $\psi_6(z)$, c'est-à-dire

$$\psi_6(z)=\int_a^b F(x)\,(x-c_1)\,(x-c_2)\,(x-c_3)\,(x-c_4)\,(x-c_5)\,dx,$$

et y choisir les constantes c_4 et c_5 d'une manière arbitraire.

Passant aux numérateurs ultérieurs, nous pouvons admettre simultanément $\psi_7(z)=0$, $\psi_8(z)=0$, $\psi_9(z)=0$, ce qui fournit les équations suivantes:

$$\psi_7(z)=\int_a^b F(x)\,(x-c_1)\,(x-c_2)\,(x-c_3)\,(x-c_4-c_5-c_6)\,x^2\,dx=0,$$

$$\psi_8(z)=\int_a^b F(x)\,(x-c_1)\,(x-c_2)\,(x-c_3)\left[x^2-(c_4+c_5+c_6)\,x+(c_5\,c_6+c_6\,c_4+c_4\,c_5)\right]x^2\,dx=0,$$

$$\psi_9(z)=\int_a^b F(x)\,(x-c_1)\,(x-c_2)\,(x-c_3)\left[x^3-(c_4+c_5+c_6)\,x^2+(c_5\,c_6+c_6\,c_4+c_4\,c_5)\,x-c_4\,c_5\,c_6\right]x^2\,dx=0,$$

qui donnent une forme complètement déterminée au produit $(z-c_4)\ (z-c_5)\ (z-c_6)$. D'après cela la valeur de $\psi_{10}(z)$ sera entièrement déterminée malgré les constantes c_7, c_8, c_9 qui y entrent et qui peuvent être choisies à volonté. En annulant quatre numérateurs suivants on trouvera une valeur déterminée pour $\psi_{15}(z)$ etc. On obtiendrait ainsi la formule d'approximation de la forme

$$\int_a^b F(x)\,\frac{dx}{z-x} = \frac{A_1}{f_1(z)} + \frac{A_2}{f_1(z)f_2(z)} + \frac{A_3}{f_1(z)f_2(z)f_3(z)} + \dots,$$

$f_k(z)$ étant un polynome déterminé du $k^{ième}$ degré; mais comme on ne saurait en général ni démontrer la possibilité de déterminer les polynomes $f_2(z)$, $f_3(z)$, ..., ni évaluer les limites de l'erreur, cette formule, toute élégante qu'elle soit, ne peut être censée assez utile, en ayant égard au but que l'on s'est proposé en la déduisant.

§ 12. Nous admettons maintenant que les polynomes linéaires $\varphi_1(x),\dots\ \varphi_k(x)=x-c_k,\dots$ soient égaux deux à deux et soit

$$\varphi_1(x) = \varphi_2(x),\ \varphi_3(x) = \varphi_4(x),\dots\ \varphi_{2k-1}(x) = \varphi_{2k}(x),\dots$$

Posant $\psi_2(z)=0,\ \psi_4(z)=0,\dots\ \psi_{2k}(z)=0$ on trouve les équations suivantes qui permettent de déterminer successivement les constantes $c_1=c_2,\ c_3=c_4,\dots\ c_{2k-1}=c_{2k},\dots$

$$\int_a^b F(x)\,x\,dx = c_1\int_a^b F(x)\,dx,$$

$$\int_a^b F(x)\,(x-c_1)^2\,x\,dx = c_3\int_a^b F(x)\,(x-c_1)^2\,dx,$$

$$\int_a^b F(x)\,(x-c_1)^2\,(x-c_3)^2\,x\,dx = c_5\int_a^b F(x)\,(x-c_1)^2\,(x-c_3)^2\,dx,\ \text{etc.}$$

et la formule d'approximation devient

$$\int_a^b F(x)\,\frac{dx}{z-x} = \frac{\int_a^b F(x)\,dx}{z-c_1} + \frac{\int_a^b F(x)\,(x-c_1)^2\,dx}{(z-c_1)^2(z-c_3)} + \dots + \frac{\int_a^b F(x)\,(x-c_1)^2\,(x-c_3)^2\dots(x-c_{2n-3})^2\,dx}{(z-c_1)^2(z-c_3)^2\dots(z-c_{2n-3})^2(z-c_{2n-1})}$$

$$+\frac{\int_a^c F(x)\,(x-c_1)^2\,(x-c_3)^2\dots(x-c_{2n-1})^2\,\dfrac{dx}{z-x}}{(z-c_1)^2\,(z-c_3)^2\dots(z-c_{2n-1})^2}.$$

Lorsque $F(x)$ ne change pas de signe dans l'intervalle $b-a$, les équations précédentes qui servent de définition pour les constantes c_1, c_3, ... font voir que toutes ces constantes tombent dans l'intervalle $b-a$. Cela suffit pour conclure que lorsque z a une valeur réelle prise hors de l'intervalle $b-a$, tous les termes de la formule d'approximation, y compris l'erreur, auront le même signe; d'où il suit que l'erreur diminue en valeur absolue à mesure que n augmente, mais qu'elle reste toujours supérieure au terme dont elle occupe le rang. D'ailleurs à cette dernière conclusion conduisent aussi les inégalités du § 6 qui donnent

$$\left|\frac{\int_a^b F(x)\,(x-c_1)^2\ldots(x-c_{2n-1})^2\,\frac{dx}{z-x}}{(z-c_1)^2\ldots(z-c_{2n-1})^2}\right| > \frac{\int_a^b F(x)\,(x-c_1)^2\ldots(x-c_{2n-1})^2\,dx}{(z-c_1)^2\ldots(z-c_{2n-1})^2\,|\,z-c_{2n+1}\,|}.$$

On trouverait de là la limite supérieure de l'erreur en remplaçant c_{2n+1} par b, lorsque $z>b$, et par a, si $z<a$.

§ 13. Nous allons considérer maintenant la limite de l'erreur pour $n=\infty$ en supposant que $F(x)$ ne change pas de signe dans l'intervalle $b-a$ et admettant d'abord que cet intervalle soit fini. A cet effet nous écrirons l'erreur sous la forme

$$\int_a^b F(x)\left(\frac{x-c_1}{z-c_1}\right)^2\left(\frac{x-c_3}{z-c_3}\right)^2\ldots\left(\frac{x-c_{2n-1}}{z-c_{2n-1}}\right)^2\frac{dx}{z-x}$$

et remarquons que si l'on désigne par c l'une des constantes c_1, c_3, ... dont les valeurs se trouvent, comme on a déjà remarqué, dans l'intervalle $b-a$, on aura

$$z>b,\quad \frac{x-c}{z-c}=1-\frac{z-x}{z-c}<1-\frac{z-b}{z-a}=\frac{b-a}{z-a}<1,$$

$$z<a,\quad \frac{x-c}{z-c}=1-\frac{x-z}{c-z}<1-\frac{a-z}{b-z}=\frac{b-a}{b-z}<1;$$

on conclut de là que l'erreur sera numériquement moindre que

$$\left(\frac{b-a}{z-a}\right)^{2n}\int_a^b F(x)\,\frac{dx}{z-x}\quad\text{pour}\quad z>b,$$

$$\left(\frac{b-a}{b-z}\right)^{2n}\int_a^b F(x)\,\frac{dx}{z-x}\quad\text{pour}\quad z<a,$$

d'où il suit que l'erreur tend vers zéro lorsque n augmente indéfiniment.

Lorsque z est complexe, soit $z = u + vi$, on remarque que le module de l'erreur sera moindre que

$$\int_a^b F(x) \left|\frac{x-c_1}{z-c_1}\right|^2 \left|\frac{x-c_3}{z-c_3}\right|^2 \cdots \left|\frac{x-c_{2n-1}}{z-c_{2n-1}}\right|^2 \frac{dx}{|z-x|}.$$

Si l'on considère maintenant

$$\left|\frac{x-c}{z-c}\right|^2 = \frac{(x-c)^2}{(u-c)^2+v^2} < \left(\frac{x-c}{u-c}\right)^2,$$

on conclut d'après ce que nous venons de voir que la limite du module de l'erreur sera nécessairement zéro pour $u > b$ et $u < a$, quelque soit v. Il ne reste donc à discuter, que le cas où $a < u < b$. Mais si l'on considère l'expression

$$\frac{(x-c)^2}{(u-c)^2+v^2}$$

comme fonction de c, on trouve que sa dérivée s'annule pour $c = \pm\infty$, $c = x$, $c = u + \frac{v^2}{u-x}$, où la fonction prend les valeurs 1, 0 (minimum), $1 + \left(\frac{x-u}{v}\right)^2$ (maximum). Pour que cette fonction puisse rester moindre que un dans tout l'intervalle $b - a$ de la variable c, il faut évidemment que son maximum, qui correspond à $c = u + \frac{v^2}{u-x}$, tombe en dehors de l'intervalle $b - a$ et qu'en outre la valeur de la fonction pour l'extrémité de l'intervalle le plus proche au maximum fut moindre que un; il faut donc qu'on ait simultanément

$$\text{ou} \quad u + \frac{v^2}{u-x} > b \quad \text{et} \quad \frac{(x-b)^2}{(u-b)^2+v^2} < 1,$$

$$\text{ou} \quad u + \frac{v^2}{u-x} < a \quad \text{et} \quad \frac{(x-a)^2}{(u-a)^2+v^2} < 1.$$

L'inégalité

$$u + \frac{v^2}{u-x} > b$$

donne

$$\frac{v^2}{u-x} > b-u,$$

et comme $b > u$, on conclut de là $x < u$, $v^2 > (b-u)(u-x)$, d'où $x > u - \frac{v^2}{b-u}$: lors donc que cette dernière limite est moindre que a, ou $v^2 > (u-a)(b-u)$, nous pouvons affirmer que pour $a < x < u$

$$\left|\frac{x-c}{z-c}\right|^2 < 1, \quad si \quad \frac{(b-a)^2}{(b-u)^2+v^2} < 1.$$

L'autre inégalité

$$u + \frac{v^2}{u-x} < a$$

devient

$$\frac{v^2}{x-u} > u - a$$

et donne $x > u$, donc $v^2 > (x-u)\,(u-a)$, d'où $x < u + \frac{v^2}{u-u}$: si donc cette dernière limite est plus grande que b, ou $v^2 > (u-a)\,(b-u)$, on peut être sûr que pour $u < x < b$

$$\left|\frac{x-c}{z-c}\right|^2 < 1, \quad si \quad \frac{(b-a)^2}{(u-a)^2+v^2} < 1.$$

L'inégalité commune à ces deux cas $v^2 > (u-a)\,(b-u)$ se transforme en $v^2 + \left(u - \frac{b+a}{2}\right)^2 > \left(\frac{b-a}{2}\right)^2$.

Donc le module de l'erreur tend assurément vers zéro pour $n = \infty$ lorsqu'on a ou $u > b$, ou $u < a$, ou enfin $a < u < b$ et en même temps

$$v^2 + \left(u - \frac{b+a}{2}\right)^2 > \left(\frac{b+a}{2}\right)^2,$$

$$v^2 + (u-b)^2 > (b-a)^2,$$

$$v^2 + (u-a)^2 > (b-a)^2.$$

Il n'est pas difficile de voir que la première inégalité sera toujours satisfaite lorsque les deux autres le sont.

On conclut de là que la limite de l'erreur tend vers zéro pour $n = \infty$ et que par conséquent l'intégrale

$$\int_a^b F(x)\,\frac{dx}{z-x}$$

se développe en série infinie convergente, lorsque le point z se trouve en dehors d'une aire limitée par deux parallèles à l'axe imaginaire $u = a$, $u = b$, et par quatre arcs de deux cercles du même rayon $b-a$, ayant pour centres les points a et b de l'axe réelle.

§ 14. Les considérations précédentes touchant la convergence sont intimément liées à la supposition que l'intervalle $b-a$ est fini et tombent en défaut lorsque cette supposition n'a plus lieu. Passant au cas où l'intervalle $b-a$ est infini nous admettons expressément que $b = \infty$, a reste fini, l'autre cas ($a = -\infty$, b fini) pouvant aisément se réduire à celui-ci par le simple changement du signe de la variable.

L'intégrale qui entre dans l'expression de l'erreur

$$\int_a^\infty F(x)\,(x-c_1)^2\,(x-c_2)^2 \ldots (x-c_{2n-1})\,\frac{dx}{z-x}$$

pouvant être représentée, en vertu des considérations du § 3, comme le produit de l'intégrale

$$\int_a^\infty F(x)\,(x-c_1)^2\,(x-c_3)^2\ldots(x-c_{2n-1})^2\,dx$$

par un facteur fini indépendant de n, nous aurons à considérer la limite de la fraction

$$\frac{\int_a^\infty F(x)\,(x-c_1)^2\,(x-c_3)^2\ldots(x-c_{2n-1})^2\,dx}{(z-c_1)^2\,(z-c_3)^2\ldots(z-c_{2n-1})^2}$$

pour $n=\infty$.

Si la limite de cette fraction est finie pour une valeur réelle $z=\alpha\leq a$ et que la série à termes positifs

$$\frac{1}{c_1-\alpha}+\frac{1}{c_3-\alpha}+\frac{1}{c_5-\alpha}+\ldots$$

est divergente, la limite de la même fraction sera assurément zéro pour les valeurs de z dont les parties réelles sont moindres que α.

En effet la fraction dont il s'agit peut prendre la forme

$$\frac{\int_a^\infty F(x)\,(x-c_1)^2\ldots(x-c_{2n-1})^2\,dx}{(c_1-\alpha)^2\,(c_3-\alpha)^2\ldots(c_{2n-1}-\alpha)^2}:\left(\frac{c_1-z}{c_1-\alpha}\right)^2\left(\frac{c_3-z}{c_3-\alpha}\right)^2\ldots\left(\frac{c_{2n-1}-z}{c_{2n-1}-\alpha}\right)^2,$$

ou le diviseur se réduit à

$$\left(1+\frac{\alpha-z}{c_1-\alpha}\right)^2\left(1+\frac{\alpha-z}{c_3-\alpha}\right)^2\ldots\left(1+\frac{\alpha-z}{c_{2n-1}-\alpha}\right)^2$$

et son module pour $z=u+vi$ sera égale à

$$\left[1+2\,\frac{\alpha-u}{c_1-\alpha}+\frac{(\alpha-u)^2+v^2}{(c_1-\alpha)^2}\right]\ldots\left[1+2\,\frac{\alpha-u}{c_{2n-1}-\alpha}+\frac{(\alpha-u)^2+v^2}{(c_{2n-1}-\alpha)^2}\right]$$

et devient nécessairement infini dans les conditions énoncées plus haut, lorsque n augmente indéfiniment, ce qui réduit à zéro la limite de la fraction.

Si la série

$$\frac{1}{c_1-\alpha}+\frac{1}{c_3-\alpha}+\frac{1}{c_5-\alpha}+\ldots$$

était convergente, il faudrait que la limite de la fraction serait zéro pour $z=\alpha$.

§ 15. Nous passons à l'étude de la quatrième formule particulière d'approximation et supposons que la formule générale ne soit composée que de deux termes plus l'erreur, à savoir

$$\int_a^b F(x)\,\frac{dx}{z-x}=\frac{\psi_1(z)}{\varphi_1(z)}+\frac{\psi_2(z)}{\varphi_1(z)\,\varphi_2(z)}+\frac{1}{\varphi_1(z)\,\varphi_2(z)}\int_a^b F(x)\,\varphi_1(x)\,\varphi_2(x)\,\frac{dx}{z-x}.$$

Soit $\varphi_1(z)$ un polynome du $n^{ième}$ degré, ayant l'unité pour coefficient de z^n, $\varphi_2(z)$ — un polynome quelconque dont le degré m ne surpasse pas n. Nous allons déterminer le polynome $\varphi_1(z)$ de manière que $\psi_2(z)$ s'annulle quel que soit le polynome $\varphi_2(z)$. Comme on a

$$\psi_2(z) = \int_a^b F(x)\,\varphi_1(x)\,\frac{\varphi_2(z)-\varphi_2(x)}{z-x}\,dx,$$

il suffit de poser $\varphi_2(z) = z^m$ pour voir que pour que $\psi_2(z)$ puisse s'annuler identiquement il est nécessaire que l'on ait

$$\int_a^b F(x)\,\varphi_1(x)\,dx = 0,\quad \int_a^b F(x)\,\varphi_1(x)\,x dx = 0,\ldots \int_a^b F(x)\,\varphi_1(x)\,x^{m-1}\,dx = 0;$$

et inversement lorsque ces conditions sont remplies on aura $\psi_2(z) = 0$, quel que soit le polymome du $m^{ième}$ degré $\varphi_2(z)$, de sorte que la formule d'approximation se réduit à un seul terme suivi de l'erreur, à savoir

$$\int_a^b F(x)\,\frac{dx}{z-x} = \frac{\psi_1(z)}{\varphi_1(z)} + \frac{1}{\varphi_1(z)\,\varphi_2(z)}\int_a^b F(x)\,\varphi_1(x)\,\varphi_2(x)\,\frac{dx}{z-x}.$$

Soit $m = n$. Les n équations de condition

$$\int_a^b F(x)\,\varphi_1(x)\,x^k\,dx = 0, \qquad k = 0,\ 1,\ 2,\ldots n-1,$$

lorsqu'on y met à la place de $\varphi_1(x)$ le polynome général du $n^{ième}$ degré à coefficients indéterminés

$$\varphi_1(x) = x^n - P_n\,x^{n-1} + Q_n\,x^{n-2} - \ldots$$

deviennent les équations linéaires par rapport à ces coefficients et en certains cas, et notamment en celui où $F(x)$ ne devient négative dans l'intervalle $b-a$, comme nous le supposons désormais dans tout ce qui suit, elles déterminent complètement ces coefficients ou le polynome $\varphi_1(x)$.

Nous désignons par $\omega_n(x)$ le polynome ainsi déterminé, par $\Omega_n(x)$ le polynome correspondant $\psi_1(x)$, de sorte qu'on ait

$$\int_a^b F(x)\,\omega_n(x)\,x^k\,dx = 0 \quad \text{pour} \quad k = 0, 1, 2, \ldots n-1,$$

$$\Omega_n(z) = \int_a^b F(x)\,\frac{\omega_n(z)-\omega_n(x)}{z-x}\,dx;$$

quant à la formule d'approximation, nous y admettons $\varphi_3(x) = \omega_n(x)$ et elle devient

$$\int_a^b F(x)\,\frac{dx}{z-x} = \frac{\Omega_n(z)}{\omega_n(z)} + \frac{1}{\omega_n(z)^2}\int_a^b F(x)\,\omega_n(x)^2\,\frac{dx}{z-x}.$$

Lorsque z est réel, l'erreur a le même signe que l'intégrale elle-même; quant aux limites de l'erreur on en trouve une au moyen de l'inégalité du § 6

$$\int_a^b F(x)\,\omega_n(x)^3\,(z-x)\,dx \cdot \int_a^b F(x)\,\omega_n(x)^2\,\frac{dx}{z-x} > \left[\int_a^b F(x)\,\omega_n(x)^2\,dx\right]^2,$$

d'où

$$\int_a^b F(x)\,\omega_n(x)^2\,\frac{dx}{|z-x|} > \frac{\int_a^b F(x)\,\omega_n(x)^2\,dx}{\left|z - \dfrac{\int_a^b F(x)\,\omega_n(x)^2\,x\,dx}{\int_a^b F(x)\,\omega_n(x)^2\,dx}\right|};$$

l'autre limite de intégrale sera

$$\int_a^b F(x)\,\omega_n(x)^2\,\frac{dx}{|z-x|} < \frac{\int_a^b F(x)\,\omega_n(x)^2\,dx}{|z-c|},$$

où $c = b$ pour $z > b$, $c = a$ pour $z < a$.

Lorsque z est complexe, l'erreur pourra être représentée comme le produit de

$$\frac{1}{\omega_n(z)^2}\int_a^b F(x)\,\omega_n(x)^2\,dx$$

par un facteur qui reste fini pour chaque valeur de n.

§ 16. La définition du polynome $\omega_n(z)$ par la condition d'annuler toutes les intégrales de la forme

$$\int_a^b F(x)\,\omega_n(x)\,x^k\,dx, \qquad k = 0, 1, 2, \ldots n-1$$

conduit, comme cela est bien connu, à cette conclusion importante que toutes les racines de ce polynome sont réelles, distinctes et comprises dans l'intervalle $b-a$; soient

$$x_1,\ x_2, \ldots x_{n-1},\ x_n$$

ces racines rangées par ordre de grandeur croissante et dépendant chacune de n. Si l'on remarque que

$$\omega_n(x) = (x - x_1)\,(x - x_2)\ldots(x - x_n),$$

on pourra représenter l'erreur de la formule d'approximation par l'intégrale

$$\int_a^b F(x)\left(\frac{x-x_1}{z-x_1}\right)^2\left(\frac{x-x_2}{z-x_2}\right)^2\ldots\left(\frac{x-x_n}{z-x_n}\right)^2\frac{dx}{z-x},$$

qui est tout-à-fait semblable à celle que nous avons considérée au § 13 et qui conduirait par conséquent à la même conclusion, à savoir que la limite de l'erreur tend vers zéro pour $n = \infty$, ou que l'on a

$$\int_a^b F(x)\,\frac{dx}{z-x} = \lim\frac{\Omega_n(z)}{\omega_n(z)},$$

lorsque l'intervalle $b - a$ est fini et que z représente un point quelconque du plan situé en dehors d'une aire limitée par deux parallèles à l'axe imaginaire $u = a$, $u = b$ et par quatre arcs de deux cercles ayant $b - a$ pour rayon et les points a et b de l'axe réelle pour centres.

Lorsque $b = \infty$, il faudrait chercher, comme au § 14, une valeur réelle $z = \alpha \leq a$ pour laquelle la limite de

$$\frac{1}{\omega_n(\alpha)^2}\int_a^\infty F(x)\,\omega_n(x)^2\,dx$$

serait finie, si la somme

$$\frac{1}{x_1-\alpha} + \frac{1}{x_2-\alpha} + \ldots + \frac{1}{x_n-\alpha} = -\frac{\omega'_n(\alpha)}{\omega_n(\alpha)}$$

a une limite infinie, ou pour laquelle on aurait

$$\lim\frac{1}{\omega_n(\alpha)^2}\int_a^\infty F(x)\,\omega_n(x)^2\,dx = 0,$$

si $\lim\frac{\omega'_n(\alpha)}{\omega_n(\alpha)}$ est finie; alors la limite de l'erreur serait zéro pour toutes les valeurs de z dont les parties réelles sont moindres que α et l'on aurait

$$\int_a^\infty F(x)\,\frac{dx}{z-x} = \lim\frac{\Omega_n(z)}{\omega_n(z)}.$$

Il va sans dire, que si l'on connaissait l'expression asymptotique du polynome $\varphi_n(z)$ on aurait pu trouver directement les valeurs de z pour lesquelles

$$\lim \frac{1}{\omega_n(z)^2}\int_a^b F(x)\,\omega_n(x)^2\,dx = 0.$$

§ 17. La définition du polynome $\omega_n(z)$ qui s'est présentée naturellement et qui consiste dans la propriété d'annuler les intégrales

$$\int_a^b F(x)\,\omega_n(x)\,x^k\,dx, \qquad k = 0, 1, 2, \ldots n-1,$$

conduit, comme on sait, à l'équation linéaire aux différences finies du second ordre ou à la relation de récurrence qui lie entre eux trois polynomes consécutifs $\omega_n(z)$, $\omega_{n-1}(z)$, $\omega_{n-2}(z)$ et qui a la forme

$$\omega_n(z) = (z - p_n)\,\omega_{n-1}(z) - q_{n-1}\,\omega_{n-2}(z),$$

où p_n, q_{n-1} ne dépendent pas de z et $q_{n-1} > 0$, lorsque $F(x) > 0$; cette relation suffit à elle seule pour déterminer complètement le polynome $\omega_n(z)$ lorsqu'on a égard aux valeurs initiales

$$\omega_0(z) = 1, \quad \omega_1(z) = z - p_1.$$

On démontre aisément que le polynome $\Omega(z)$ satisfait à la même équation aux différences finies

$$\Omega_n(z) = (z - p_n)\,\Omega_{n-1}(z) - q_{n-1}\,\Omega_{n-2}(z)$$

et a pour valeurs initiales

$$\Omega_0(z) = 0, \quad \Omega_1(z) = \int_a^b F(x)\,dx.$$

Partant de ces relations de récurrence on réduit la fraction $\frac{\Omega_n(z)}{\omega_n(z)}$ en fraction continue, à savoir

$$\frac{\Omega_n(z)}{\omega_n(z)} = \frac{q_0}{z-p_1} - \frac{q_1}{z-p_2} - \cdots - \frac{q_{n-2}}{z-p_{n-1}} - \frac{q_{n-1}}{z-p_n};$$

la formule

$$\int_a^b F(x)\,\frac{dx}{z-x} = \lim \frac{\Omega_n(z)}{\omega_n(z)}$$

équivaudrait donc au développement de l'intégrale en fraction continue infinie.

On tire encore des relations de récurrence l'égalité

$$\frac{\Omega_n(z)}{\omega_n(z)} - \frac{\Omega_{n-1}(z)}{\omega_{n-1}(z)} = \frac{q_0\,q_1\cdots q_{n-1}}{\omega_{n-1}(z)\,\omega_n(z)}$$

qui conduit à la formule

$$\frac{\Omega_n(z)}{\omega_n(z)} = \frac{q_0}{\omega_0(z)\,\omega_1(z)} + \frac{q_0\,q_1}{\omega_1(z)\,\omega_2(z)} + \ldots + \frac{q_0\,q_1\cdots q_{n-1}}{\omega_{n-1}(z)\,\omega_n(z)},$$

on obtient de là à la limite le développement de l'intégrale en série infinie convergente.

Enfin la relation de récurrence donne, comme on sait,

$$\int_a^b F(x)\,\omega_n(x)^2\,dx = q_1\,q_2\cdots q_n \int_a^b F(x)\,dx;$$

donc l'erreur se représentera comme le produit de

$$\frac{q_1\,q_2\cdots q_n}{\omega_n(z)^2}\int_a^b F(x)\,dx$$

par un facteur fini dont les limites se déterminent en suivant les indications du § 3.

§ 18. Nous avons déjà remarqué que l'équation

$$\omega_n(z) = (z - p_n)\;\omega_{n-1}(z) - q_{n-1}\;\omega_{n-2}(z)$$

pourrait servir de définition au polynome $\omega_n(z)$; on doit donc admettre qu'elle serait capable de révéler toutes les propriétés de ce polynome, si l'on savait s'y prendre.

En admettant $q_{n-1} > 0$ on démontre aisément au moyen de cette équation le théorème important que toutes les racines du polynome $\omega_n(z)$ sont réelles et distinctes et que les racines du polynome $\omega_{n-1}(z)$ tombent dans les intervalles formés par deux racines voisines de $\omega_n(z)$.

En effet, en considérant le polynome $\omega_2(z)$ défini par l'équation

$$\omega_2(z) = (z - p_2)\;\omega_1(z) - q_1\;\omega_0(z)$$

et remarquant que ce polynome a la valeur infinie positive pour $z = \pm\infty$ et qu'il est égal à $-q_1$ pour $z = p_1$, qui annulle $\omega_1(z)$, on reconnait la vérité du theorème annoncé pour ce cas particulier.

Si l'on suppose maintenant que l'on ait déjà démontré le théorème par rapport à deux polynomes consécutifs $\omega_{n-1}(z)$ et $\omega_{n-2}(z)$ et si l'on examine les signes des valeurs que prend le polynome $\omega_n(z)$ défini par l'équation

$$\omega_n(z) = (z - p_n)\;\omega_{n-1}(z) - q_{n-1}\;\omega_{n-2}(z),$$

lorsque la variable, en décroissant de ∞ jusqu'à $-\infty$, passe par les racines du polynome $\omega_{n-1}(z)$, on reconnait que $\omega_n(z)$ éprouve n changements de signes et par conséquent possède n racines dont $n-2$ tombent dans les intervalles formés par les racines voisines de $\omega_{n-1}(z)$ et les deux autres se trouvent en dehors de ces intervalles, ce qui démontre le théorème. Nous avons déjà désigné les racines de $\omega_n(z)$ par $x_1, x_2, \ldots x_n$; nous devons maintenant conclure que la plus petite racine x_1 est une fonction décroissante de n et la plus grande racine x_n est une fonction croissante de n.

Les polynomes $\omega_{n-1}(z)$ et $\omega_{n-2}(z)$ auront le signe positif pour $z = x_n$ et les signes contraires pour $z = x_1$; mais pour ces valeurs de z la relation de récurrence donne

$$(z - p_n)\ \omega_{n-1}(z) = q_{n-1}\ \omega_{n-2}(z);$$

donc

$$x_1 < p_n < x_n.$$

Il résulte de là: 1° que la limite de p_n pour $n = \infty$ sera nécessairement finie lorsqu'on sait d'avance que toutes les racines des polynomes $\omega_n(z)$ sont comprises dans l'intervalle fini $b - a$; 2° que $\lim x_n = \infty$ si $\lim p_n = \infty$, et $\lim x_1 = -\infty$, lorsque $\lim p_n = -\infty$.

Portant dans la relation de récurrence les expressions

$$\omega_n(z) = z^n - P_n z^{n-1} + \ldots,$$

$$\omega_{n-1}(z) = z^{n-1} - P_{n-1} z^{n-2} + \ldots,$$

on trouve

$$P_n = P_{n-1} + p_n,$$

d'où

$$P_n = p_1 + p_2 + \ldots + p_n$$

et comme P_n représente la somme des racines de $\omega_n(z)$ on aura

$$x_1 + x_2 + \ldots + x_n = p_1 + p_2 + \ldots + p_n.$$

Soit z réel et plus grand que $\lim x_n$ ou moindre que $\lim x_1$. Posant

$$\Lambda_n = \frac{\omega_n(z)}{(z-p_n)\,\omega_{n-1}(z)}, \quad \lambda_{n-1} = \frac{q_{n-1}}{(z-p_n)(z-p_{n-1})},$$

la relation de récurrence devient

$$\Lambda_n = 1 - \frac{\lambda_{n-1}}{\Lambda_{n-1}},$$

d'où l'on tire en changeant n en $n+1$

$$\Lambda_n = \frac{\lambda_n}{1-\Lambda_{n+1}}.$$

De ces expressions de Λ_n on obtient une série des inégalités doubles que voici:

$$\lambda_n < \Lambda_n < 1 - \lambda_{n-1},$$

$$\frac{\lambda_n}{1-\lambda_{n+1}} < \Lambda_n < 1 - \frac{\lambda_{n-1}}{1-\lambda_{n-2}},$$

$$\frac{\lambda_n}{1-\frac{\lambda_{n+1}}{1-\lambda_{n+2}}} < \Lambda_n < 1 - \frac{\lambda_{n-1}}{1-\frac{\lambda_{n-2}}{1-\lambda_{n-3}}}, \text{ etc.}$$

En effaçant Λ_n on aurait des inégalités qui ne contiennent que λ_n, λ_{n-1}, λ_{n+1}, . . .; et si l'une de ces dernières ne pouvait être satisfaite par aucune valeur finie de z, on aurait le droit d'en conclure que les limites finies de x_1 et x_n n'existent pas.

Le produit $\Lambda_1\,\Lambda_2 \ldots \Lambda_n$ étant égal à

$$\frac{\omega_n(z)}{(z-p_1)(z-p_2)\ldots(z-p_n)},$$

on trouve en vertu de la première inégalité

$$\lambda_1\,\lambda_2 \ldots \lambda_n < \frac{\omega_n(z)}{(z-p_1)(z-p_2)\ldots(z-p_n)} < (1-\lambda_1)\,(1-\lambda_2)\ldots(1-\lambda_n),$$

et l'on voit que lorsque la série

$$\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \ldots$$

est divergente, on aura

$$\lim \frac{\omega_n(z)}{(z-p_1)(z-p_2)\ldots(z-p_n)} = 0.$$

Lorsque n augmente indéfiniment la limite de λ_n dépend en général de la forme du nombre entier n; mais lorsque λ_n est une fonction algébrique de n, la limite de λ_n ne dépendra pas de n et nous aurons en vertu des inégalites précédentes, en posant $\lim \lambda_n = \lambda$,

$$2\lambda < 1, \text{ d'où } \lambda < \frac{1}{2},$$

$$\frac{2\lambda}{1-\lambda} < 1, \text{ d'où } \lambda < \frac{1}{3},$$

$$\frac{2\lambda}{1-\frac{\lambda}{1-\lambda}} < 1, \text{ d'où } \lambda < 1 - \sqrt{\frac{1}{2}}, \text{ etc.}$$

Quant à la limite de Λ_n elle sera aussi indépendante de la forme de n et en la désignant par Λ on aura

$$\Lambda = \frac{\lambda}{1-\Lambda},$$

d'où l'on trouve

$$\left(\frac{1}{2} - \Lambda\right)^2 = \frac{1}{4} - \lambda.$$

On voit par cette égalité que $\lambda \leq \frac{1}{4}$, ce qui peut servir à la détermination des limites a et b de la variable z.

La détermination de valeur asymptotique d'une fonction définie par une équation linéaire aux différences finies a été l'objet des recherches de M. Poincaré *) qui, en se bornant au cas où les coefficients de l'équation sont des polynomes entiers du même degré,—ce qui correspond pour notre relation de récurrence à la supposition que la limite de p_n soit finie et différente de zéro,—a fait voir que l'équation dont il s'agit ne peut fournir que la limite de $\frac{\omega_{n+1}(z)}{\omega_n(z)}$ ou de Λ_n.

Nous terminons cette digression sur la relation de récurrence en déduisant encore une inégalité qui doit être satifaite pour des valeurs z sortant de l'intervalle $b-a$. On peut écrire en vertu de cette relation

$$(z-p_n)^2\ \omega_{n-1}(z)^2 = \left[\omega_n(z) + q_{n-1}\ \omega_{n-2}(z)\right]^2 > 4q_{n-1}\ \omega_n(z)\ \omega_{n-2}(z),$$

d'où l'on trouve

$$\Lambda_{n-1} > 4\lambda_{n-1}\ \Lambda_n.$$

On voit par là que pour que la limite de Λ_n puisse être déterminée et différente de zéro il faut que la limite de λ_n ne surpasse pas $\frac{1}{4}$.

Posant dans cette inégalité $n = 2, 3, \ldots$ et faisant le produit des résultats on obtient

$$1 > 4^{n-1}\ \lambda_1\ \lambda_2 \ldots \lambda_{n-1}\ \Lambda_n,$$

et comme $\Lambda_n > \lambda_n$ on trouve de là a fortiori

$$1 > 4^{n-1}\ \lambda_1\ \lambda_2 \ldots \lambda_{n-1}\ \lambda_n.$$

§ 19. Revenons à la formule du § 15

$$\int_a^b F(x)\ \frac{dx}{z-x} = \frac{\psi_1(z)}{\varphi_1(z)} + \frac{1}{\varphi_1(z)\,\varphi_2(z)} \int_a^b F(x)\ \varphi_1(x)\ \varphi_2(x)\ \frac{dx}{z-x},$$

où le polynome du $n^{ième}$ dégre $\varphi_1(x)$ satisfait aux conditions

$$\int_a^b F(x)\ \varphi_1(x)\ x^k\ dx = 0, \qquad k = 0, 1, \ldots m-1.$$

*) Sur les équations linéaires aux différentielles ordinaires et aux différences finies. Par M. H. Poincaré. | American Journal of Mathematics, 1885, vol. VII, p. 203 — 258.

Soit $m = n-1$; en ce cas l'un des coefficients de $\varphi_1(x)$ reste indéterminé et nous pouvons le choisir de telle manière que le polynome ait une valeur quelconque pour une valeur déterminée de l'argument: soit $\varphi_1(\xi) = 0$, ξ étant un nombre réel différent des racines de $\omega_{n-1}(x) = 0$.

Nous désignerons le polynome ainsi défini par $\omega_n(x, \xi)$ et remarquons qu'on a, comme cela est bien connu,

$$\omega_n(x, \xi) = \omega_n(x) - \frac{\omega_n(\xi)}{\omega_{n-1}(\xi)}\,\omega_{n-1}(x);$$

le polynome correspondant $\psi_1(z)$, que nous désignerons $\Omega_n(x, \xi)$, sera évidemment

$$\Omega_n(x, \xi) = \Omega_n(x) - \frac{\omega_n(\xi)}{\omega_{n-1}(\xi)}\,\Omega_{n-1}(x)$$

et si nous admettons, comme nous avons le droit,

$$\varphi_2(z) = \frac{\omega_n(x, \xi)}{x-\xi},$$

la formule d'approximation devient

$$\int_a^b F(x)\,\frac{dx}{z-x} = \frac{\Omega_n(z, \xi)}{\omega_n(z, \xi)} + \frac{z-\xi}{\omega_n(z, \xi)^2}\int_a^b F(x)\,(x-\xi)\left[\frac{\omega_n(x, \xi)}{x-\xi}\right]^2\frac{dx}{z-x}.$$

En multipliant cette formule par $z-\xi$ et posant ensuite $z = \xi$, on trouve

$$\int_a^b F(x)\left[\frac{\omega_n(x, \xi)}{x-\xi}\right]^2 dx = \Omega_n(\xi, \xi)\,\omega'_n(\xi, \xi)$$

et la connaissance de cette intégrale suffit pour trouver les limites de l'erreur, car on a

$$\int_a^b F(x)\,(x-\xi)\left[\frac{\omega_n(x, \xi)}{x-\xi}\right]^2\frac{dx}{z-x} = -\int_a^b F(x)\left[\frac{\omega_n(x, \xi)}{x-\xi}\right]^2 dx + (z-\xi)\int_a^b F(x)\left[\frac{\omega_n(x, \xi)}{x-\xi}\right]^2\frac{dx}{z-x},$$

où les limites de la dernière intégrale peuvent être évaluées comme au § 15.

Lorsque ξ est différent des racines des polynomes $\omega_{n-1}(x)$, $\omega_{n-2}(x), \ldots \omega_1(x)$, ce qui a assurément lieu lorsque $\xi \leq a$ ou $\xi \geq b$, on sait que le polynome du $n^{ième}$ degré $\frac{\omega_{n+1}(x, \xi)}{z-\xi}$ satisfait à l'équation aux différences finies

$$\frac{\omega_{n+1}(z, \xi)}{z-\xi} = (z-p'_n)\,\frac{\omega_n(z, \xi)}{z-\xi} - q'_{n-1}\,\frac{\omega_{n-1}(z, \xi)}{z-\xi},$$

où

$$p'_n = p_n + k_{n+1} - k_n, \quad q'_{n-1} = q_{n-1}\,\frac{k_n}{k_{n-1}}, \quad k_n = \frac{\omega_n(\xi)}{\omega_{n-1}(\xi)},$$

et comme il satisfait aux conditions

$$\int_a^b F(x)\,(x-\xi)\,\frac{\omega_{n+1}(x,\xi)}{x-\xi}\,x^k\,dx = 0, \qquad k = 0, 1, \ldots n-1,$$

on voit qu'il joue le même role par rapport à l'intégrale

$$\int_a^b F(x)\,(x-\xi)\,\frac{dx}{z-x}$$

que joue $\omega_n(x)$ par rapport à l'intégrale $\int_a^b F(x)\,\frac{dx}{z-x}$.

On aura donc

$$\int_a^b F(x)\,(x-\xi)\left[\frac{\omega_n(x,\xi)}{x-\xi}\right]^2 dx = q'_1\,q'_2 \ldots q'_{n-1}\int_a^b F(x)\,(x-\xi)\,dx,$$

ce qui se réduit définitivement à

$$\int_a^b F(x)\,(x-\xi)\left[\frac{\omega_n(x,\xi)}{x-\xi}\right]^2 dx = -\,q_1\,q_2 \ldots q_{n-1}\,\frac{\omega_n(\xi)}{\omega_{n-1}(\xi)}\int_a^b F(x)\,dx.$$

Lorsque ξ n'appartient pas à l'intervalle $b-a$ cette formule peut servir à la détermination des limites de l'erreur tout comme au § 15.

Lorsque $\xi = a$ ou $\xi = b$ et que z est réel le signe de l'erreur est contraire à celui de l'intégrale. C'est en partant de cette remarque que M. Markoff démontre la corvergence de la fraction continue du § 17 dans son «Calcul des différences finies», fasc. I, § 21, en se bornant aux valeurs réelles de z.

Pour terminer ces recherches nous allons appliquer les résultats généraux à quelques formes particulières de la fonction $F(x)$.

§ 20. Soit $F(x) = (x-a)^\lambda\,(b-x)^\mu$, où $\lambda > -1$, $\mu > -1$.
Posant dans la formule du § 8 $c = a$, on aura

$$C_k = \int_a^b (x-a)^{\lambda+k}\,(b-x)^\mu\,dx = \frac{\Gamma(\lambda+k+1)\,\Gamma(\mu+1)}{\Gamma(\lambda+\mu+k+2)}\,(b-a)^{\lambda+\mu+k+1};$$

$$\frac{\Gamma(\lambda+\mu+2)}{\Gamma(\lambda+1)\,\Gamma(\mu+1)}\,(b-a)^{-\lambda-\mu}\int_a^b (x-a)^\lambda\,(b-x)^\mu\,\frac{dx}{z-x} =$$

$$= \frac{b-a}{z-a} + \frac{\lambda+1}{\lambda+\mu+2}\left(\frac{b-a}{z-a}\right)^2 + \ldots + \frac{(\lambda+1)(\lambda+2)\ldots(\lambda+m-1)}{(\lambda+\mu+2)(\lambda+\mu+3)\ldots(\lambda+\mu+m)}\left(\frac{b-a}{z-a}\right)^m + R_m,$$

$z > b$, $\dfrac{(\lambda+1)(\lambda+2)\ldots(\lambda+m)}{(\lambda+\mu+2)(\lambda+\mu+3)\ldots(\lambda+\mu+m+1)}\,\dfrac{b-a}{z-a-\frac{\lambda+m}{\lambda+\mu+m+1}(b-a)}\left(\dfrac{b-a}{z-a}\right)^m < R_m,$

$$\frac{(\lambda+1)(\lambda+2)\ldots(\lambda+m)}{(\lambda+\mu+2)(\lambda+\mu+3)\ldots(\lambda+\mu+m+1)}\,\frac{b-a}{z-b}\left(\frac{b-a}{z-a}\right)^m > R_m;$$

$z < a$, $R_m = \dfrac{(\lambda+1)(\lambda+2)\ldots(\lambda+m)}{(\lambda+\mu+2)(\lambda+\mu+3)\ldots(\lambda+\mu+m+1)}\,\dfrac{b-a}{z-a-\frac{\lambda+m+\theta}{\lambda+\mu+m+1+\theta}(b-a)}\left(\dfrac{b-a}{z-a}\right)^m, 0<\theta<1.$

Lorsqu'on a construit une formule d'approximation il n'est nullement nécessaire, pour construire les autres, de se reporter toujours aux formules générales, ces dernières étant principalement destinées à constater la possibilité de certaines représentations approximatives; il est souvent plus commode de déterminer les constantes et les coefficients de ces nouvelles formules en les réduisant à la même forme qu'a la formule supposée connue. Ainsi en posant

$$\frac{\Gamma(\lambda+\mu+2)}{\Gamma(\lambda+1)\,\Gamma(\mu+1)}\,(b-a)^{-\lambda-\mu}\int_a^b (x-a)^\lambda\,(b-x)^\mu\,\frac{dx}{z-x} = \frac{A_1}{z-c_1} + \frac{A_3}{(z-c_1)^2(z-c_3)} + \frac{A_5}{(z-c_1)^2(z-c_3)^2(z-c_5)} + \ldots$$

et développant le second membre suivant les puissances descendantes de $z-a$, on trouve successivement en égalant les coefficients de ce développement à ceux que l'on a trouvés auparavant:

$$A_1 = b-a,$$

$$c_1 = \frac{(\lambda+1)\,b + (\mu+1)\,a}{\lambda+\mu+2},$$

$$A_3 = \frac{(\lambda+1)(\mu+1)}{(\lambda+\mu+2)^2(\lambda+\mu+3)}\,(b-a)^3,$$

$$c_3 = \frac{[(\lambda+1)^2+(\lambda+3)(\mu+1)]\,b + [(\mu+1)^2+(\mu+3)(\lambda+1)]\,a}{(\lambda+\mu+2)(\lambda+\mu+4)}, \text{ etc.}$$

Toutes les constantes c_1, c_2, c_3, . . . deviennent égales à $\frac{b+a}{2}$ lorsque $\mu = \lambda$. Cette circonstance arrive toujours pour la formule générale du § 12 lorsque la fonction $F(x)$ est paire par rapport à $x - \frac{b+a}{2}$.

Passant à l'étude de la fraction continue qui sert à représenter l'intégrale

$$\int_a^b (x-a)^\lambda (b-x)^\mu \frac{dx}{z-x},$$

nous remarquons qu'on a, comme on sait *),

$$p_n = \frac{b+a}{2} - \frac{1}{2} \frac{(\mu^2-\lambda^2)(b-a)}{(2n+\lambda+\mu)(2n+\lambda+\mu-2)},$$

$$q_n = \frac{n(n+\lambda)(n+\mu)(n+\lambda+\mu)(b-a)^2}{(2n+\lambda+\mu+1)(2n+\lambda+\mu)^2(2n+\lambda+\mu-1)}.$$

L'expression

$$\lambda_n = \frac{q_n}{(z-p_{n+1})(z-p_n)}$$

a pour limite lorsque n augmente indéfiniment

$$\frac{1}{16}\left(\frac{b-a}{z-\frac{b+a}{2}}\right)^2$$

et comme cette limite, en supposant z réel ne peut surpasser $\frac{1}{4}$, on trouve de là

$$(z-a)(z-b) \geqq 0,$$

ce qui détermine les limites de l'intégrale lorsqu'on prend pour point de départ la fraction continue.

Cette fraction continue n'est qu'un cas particulier de celle qui représente, selon Gauss, le rapport de deux séries hypergéométriques. Sa convergence dans le cas général a été étudiée pour la première fois par B. Riemann en 1863 dans une Note, en langue italienne, restée inachevée et publiée après sa mort par M. H. Schwarz dans ses Oeuvres complètes, 1876. M. Thomé a traité la même question en 1867 dans le t. 67 du Journal für Mathematik. Ces recherches ont cela de commun qu'elles sont fondées, l'une et l'autre, sur la détermination de l'expression asymptotique pour la série hypergéométrique

$$F(\alpha+n, \beta+n, \gamma+2n, x),$$

*) Voir p. ex. notre Mémoire «Sur l'évaluation approchée des intégrales définies etc.» dans les Annales de l'Université de Varsovie pour 1887, №№ 1, 2, 3.

où n est un nombre entier très-grand; mais tandis que Riemann emploie pour ce but l'expression de la série hypergéométrique par l'intégrale définie dont il trouve la valeur asymptotique par la méthode de Laplace, M. Thomé prend pour point de départ l'équation différentielle de la même série.

En employant la nouvelle forme de l'erreur

$$\frac{1}{\omega_n(z)^2}\int_a^b F(x)\,\omega_n(x)^2\,dx\,\frac{dx}{z-x},$$

qui se réduit au produit de

$$\frac{q_1\,q_2\cdots q_n}{\omega_n(z)^2}$$

par un facteur fini indéterminé, nous aurons besoin de l'expression asymptotique pour $\omega_n(z)$. Ce polynome satisfait à l'équation différentielle du second ordre

$$(z-a)\,(z-b)\,\frac{d^2\omega_n(z)}{dz^2}+\left[(\lambda+1)\,(z-b)+(\mu+1)\,(z-a)\right]\frac{d\omega_n(z)}{dz}-n\,(n+\lambda+\mu+1)\,\omega_n(z)=0.$$

En désignant par ξ la limite de $\frac{\omega_n(z)}{\omega_{n-1}(z)}$ pour $n=\infty$ on trouve au moyen de la relation de récurrence

$$\xi^2=\left(z-\frac{b+a}{2}\right)\xi+\left(\frac{b-a}{4}\right)^2=0,$$

d'où

$$z=\frac{b+a}{2}+\xi+\left(\frac{b-a}{4}\right)^2\xi^{-1}.$$

Le polynome $\omega_n(z)$ devient ainsi fonction de ξ et si l'on pose $\xi=\frac{b-a}{4}\,\eta$,

$$\omega_n(z)=\left(\frac{b-a}{4}\right)^{2n}\xi^{-n}\,U_n(\eta),$$

$U_n(\eta)$ sera un polynome en η du degré $2n$, ayant la forme $1+A_1\,\eta+\ldots+A_{2n}\,\eta^{2n}$; l'équation différentielle, à laquelle satisfait $\omega_n(z)$, devient après les substitutions:

$$(\eta^2-1)\,\eta\,\frac{d^2U_n(\eta)}{d\eta^2}-\left[2n\,(\eta^2-1)-(\lambda+\mu+2)\,\eta^2+2\,(\lambda-\mu)\,\eta-\lambda-\mu\right]\frac{dU_n(\eta)}{d\eta}$$
$$-n\left[2\,(\lambda+\mu+1)\,\eta+\mu-\lambda\right]U_n(\eta)=0.$$

D'après une théorie connue cette équation possède une solution développable suivant les puissances ascendantes de η dans le cercle de rayon un: c'est précisément le polynome $U_n(\eta)$. Divisant l'équation par n et posant $n=\infty$ on obtient pour $\lim U_n(\eta)=U(\eta)$ l'équation

$$2\,(\eta^2-1)\,\frac{dU(\eta)}{d\eta}+\left[2\,(\lambda+\mu+1)\,\eta+\mu-\lambda\right]U(\eta)=0$$

qui donne par l'intégration entre les limites 0 et η

$$U(\eta) = (1 - \eta)^{-\frac{\lambda+3\mu+2}{4}} (1 + \eta)^{-\frac{\mu+3\lambda+2}{4}}.$$

On aura donc définitivement

$$\lim \left(\frac{b-a}{4}\right)^{-2n} \xi^n \omega_n(z) = (1 - \eta)^{-\frac{\lambda+3\mu+2}{4}} (1 + \eta)^{-\frac{\mu+3\lambda+2}{4}}$$

sous la condition $|\eta| < 1$. Si l'on pose $\eta = \rho e^{\theta i}$, cette condition devient $\rho < 1$ et comme on a

$$z = \frac{b+a}{2} + \xi + \left(\frac{b-a}{4}\right)^2 \xi^{-1} = \frac{b+a}{2} + \frac{b-a}{4}\left(\eta + \frac{1}{\eta}\right)$$

$$= \frac{b+a}{2} + \frac{b-a}{4}\left(\rho + \frac{1}{\rho}\right)\cos\varphi + i\,\frac{b-a}{4}\left(\rho - \frac{1}{\rho}\right)\sin\varphi,$$

on conclut qu'à $\rho = 1$ correspondent les valeurs réelles de z dans l'intervalle $b - a$ et que par conséquent la limite qu'on vient de déterminer a lieu pour tous les points du plan, excepté ceux de la coupure.

Remarquons maintenant que le produit $q_1\, q_2 \ldots q_n$ peut être représenté par la formule

$$\frac{\Gamma(\lambda+\mu+2)\,\Gamma(n+1)\,\Gamma(n+\lambda+1)\,\Gamma(n+\mu+1)\,\Gamma(n+\lambda+\mu+1)}{\Gamma(\lambda+1)\,\Gamma(\mu+1)\,\Gamma(2n+\lambda+\mu+2)\,\Gamma(2n+\lambda+\mu+1)}\,(b-a)^{2n}$$

qui pour de très-grandes valeurs de n devient, en vertu de la formule $\Gamma(x+1) = \sqrt{2\pi x}\,.\,x^x\,e^{-x}$,

$$\frac{\Gamma(\lambda+\mu+2)}{\Gamma(\lambda+1)\,\Gamma(\mu+1)}\,2^{-2\lambda-2\mu-1}\,\pi e^{\left(\frac{b-a}{4}\right)^{2n}}.$$

En vertu de ces résultats la fraction $\frac{q_1\, q_2 \ldots q_n}{\omega_n(z)^2}$, où l'on suppose n très-grand, ainsi que l'erreur, s'exprimeront par les produits de la forme $A\eta^{2n}$, A restant fini pour $n = \infty$, et tendront vers zéro, lorsque n augmente indéfiniment, pour toutes les valeurs de η dont le module est moindre que un ou pour toutes les valeurs de z excepté celles qui appartiennent à l'intervalle $b - a$, *c.q.f.d.*

Nous terminons ce paragraphe par la remarque suivante touchant l'équation différentielle à laquelle satisfait le polynome $\omega_n(z)$.

Posant

$$(z - a)^\lambda\,(b - z)^\mu\,\omega_n(z) = P_n(z),$$

cette équation différentielle devient

$$(z-a)(z-b)\frac{d^2 P_n(z)}{dz^2} - \left[(\mu-1)(z-a) + (\lambda-1)(z-b)\right]\frac{dP_n(z)}{dz} - (n+1)(n+\lambda+\mu)\,P_n(z) = 0,$$

et remplaçant z par x

$$(x-a)(x-b)\frac{d^2P_n(x)}{dx^2}-\left[(\mu-1)(x-a)+(\lambda-1)(x-b)\right]\frac{dP_n(x)}{dx}-(n+1)(n+\lambda+\mu)P_n(x)=0.$$

En multipliant cette équation par $\frac{dx}{z-x}$ et l'intégrant de a jusqu'à b, on trouve, faisant l'intégration par parties:

$$(x-a)(z-b)2\int_a^b\frac{P_n(x)\,dx}{(z-x)^3}+\left[(\mu-1)(z-a)+(\lambda-1)(z-b)\right]\int_a^b\frac{P_n(x)\,dx}{(z-x)^2}-(n+1)(n+\lambda+\mu)\int_a^b\frac{P_n(x)\,dx}{z-x}$$
$$=(b-a)\left[\frac{\lambda P_n(a)}{z-a}+\frac{\mu P_n(b)}{z-b}\right],$$

d'où, posant

$$\int_a^b P_n(x)\,\frac{dx}{z-x}=Q_n(z)$$

et admettant $\lambda\geq 0$, $\mu\geq 0$, on conclut que $Q_n(z)$ représente une solution particulière de l'équation à laquelle satisfait $P_n(z)$. Donc l'équation pour $\omega_n(z)$ possède une deuxième solution particulière

$$(z-a)^{-\lambda}(b-z)^{-\mu}\int_a^b(x-a)^{\lambda}(b-x)^{\mu}\,\omega_n(x)\,\frac{dx}{z-x},$$

qui se réduit à la forme

$$\frac{(z-a)^{-\lambda}(b-z)^{-\mu}}{\omega_n(z)}\int_a^b(x-a)^{\lambda}(b-x)^{\mu}\,\omega_n(x)^2\,\frac{dx}{z-x}$$

en vertu de la propriété du polynome $\omega_n(x)$ d'annuler l'intégrale

$$\int_a^b(x-a)^{\lambda}(b-x)^{\mu}\,\omega_n(x)\,\frac{\omega_n(z)-\omega_n(x)}{z-x}\,dx.$$

Pour $\lambda=0$, $\mu=0$, $b=-a=1$ on trouve p. ex. l'expression suivante de la fonction sphérique de seconde espèce, qui s'obtient de celle de F. Neumann, à savoir

$$Q_n(z)=\frac{1}{2P_n(z)}\int_{-1}^{1}P_n(x)^2\,\frac{dx}{z-x}.$$

§ 21. Soit maintenant $a=0$, $b=\infty$, $F(x)=e^{-x}x^{\lambda-1}$, $\lambda>0$.
La formule du § 8 donne pour $c=0$

$$\int_0^{\infty}e^{-x}x^{\lambda-1}\,\frac{dx}{z-x}=\frac{\Gamma(\lambda)}{z}+\frac{\Gamma(\lambda+1)}{z^2}+\ldots+\frac{\Gamma(\lambda+m-1)}{z^m}+\frac{1}{z^m}\int_0^{\infty}e^{-x}x^{\lambda+m-1}\,\frac{dx}{z-x},$$

où l'on a, en vertu de la dernière inégalité double du même §, en supposant z réel négatif,

$$\frac{\Gamma(\lambda+m)}{\lambda+m-z} < -\int_0^\infty e^{-x}\, x^{\lambda+m-1}\, \frac{dx}{z-x} < \frac{\Gamma(\lambda+m)}{\lambda+m-1-z}.$$

En substituant

$$\int_0^\infty e^{-(x-z)t}\, dt$$

au lieu de $-\frac{1}{z-x}$, on trouve

$$\int_0^\infty e^{-x}\, x^{\lambda-1}\, \frac{dx}{z-x} = -\int_0^\infty e^{tz}\, dt \int_0^\infty e^{-x(1+t)}\, x^{\lambda-1}\, dx = -\Gamma(\lambda)\int_0^\infty e^{tz}\, \frac{dt}{(1+t)^\lambda},$$

d'où l'on obtient, en posant $-z(1+t)=u$,

$$\int_0^\infty e^{-x}\, x^{\lambda-1}\, \frac{dx}{z-x} = -\Gamma(\lambda)\, e^{-z}\, (-z)^{\lambda-1} \int_{-z}^\infty e^{-u}\, \frac{du}{u^\lambda}.$$

Supposant z purement imaginaire, soit $z=vi$, on trouve, d'après les indications du § 7,

$$\int_0^\infty e^{-x}\, x^\lambda\, \frac{dx}{v^2+x^2} = \frac{\Gamma(\lambda+1)}{v^2} - \frac{\Gamma(\lambda+3)}{v^4} + \ldots - \frac{\Gamma(\lambda+2m-1)}{(-v^2)^m} + \frac{1}{(-v^2)^m}\int_0^\infty e^{-x}\, x^{\lambda+2m}\, \frac{dx}{v^2+x^2},$$

où

$$\frac{\Gamma(\lambda+2m+1)}{(\lambda+2m+2)(\lambda+2m+1)+v^2} < \int_0^\infty e^{-x}\, x^{\lambda+2m}\, \frac{dx}{v^2+x^2} < \frac{\Gamma(\lambda+2m+1)}{(\lambda+2m)(\lambda+2m-1)+v^2}.$$

Par la substitution

$$\frac{x}{v^2+x^2} = \int_0^\infty e^{-xt}\cos vt\, dt$$

on trouve

$$\int_0^\infty e^{-x}\, x^\lambda\, \frac{dx}{v^2+x^2} = \int_0^\infty \cos vt\, dt \int_0^\infty e^{-x(1+t)}\, x^{\lambda-1}\, dx = \Gamma(\lambda)\int_0^\infty \frac{\cos vt}{(1+t)^\lambda}\, dt,$$

et encore, en posant $(1+t)\, v = u$,

$$\int_0^\infty e^{-x}\, x^\lambda\, \frac{dx}{v^2+x^2} = \Gamma(\lambda)\, v^{\lambda-1} \int_v^\infty \cos(u-x)\, \frac{du}{u^\lambda}.$$

Changeant λ en $\lambda - 1$ et multipliant par v, on aura la formule d'approximation pour l'intégrale

$$\int_0^\infty e^{-x}\, x^{\lambda-1}\, \frac{v\,dx}{v^2+x^2},$$

qui par les substitutions

$$\frac{v}{v^2+x^2} = \int_0^\infty e^{-xt} \sin vt\, dt, \quad (1+t)\, v = u,$$

devient égale à

$$\Gamma(\lambda) \int_0^\infty \sin vt\, \frac{dt}{(1+t)^\lambda} = \Gamma(\lambda)\, v^{\lambda-1} \int_v^\infty \sin(u-v)\, \frac{du}{u^\lambda}.$$

On tire de là les formules d'approximation pour les intégrales

$$\int_v^\infty \frac{\sin u}{u^\lambda}\, du, \qquad \int_v^\infty \frac{\cos u}{u^\lambda}\, d\lambda.$$

La formule du § 12 devient pour le cas que nous considérons:

$$\int_0^\infty e^{-x}\, x^{\lambda-1}\, \frac{dx}{z-x} = \frac{\Gamma(\lambda)}{z-\lambda} + \frac{\Gamma(\lambda+1)}{(z-\lambda)^2\,(z-\lambda-2)} + \frac{(3\lambda+2)\,\Gamma(\lambda+1)}{(z-\lambda)^2\,(z-\lambda-2)^2\left[z-(\lambda+2)\,\frac{3\lambda+4}{3\lambda+2}\right]} + \ldots;$$

on trouve encore

$$c_7 = \frac{135\lambda^4+916\lambda^3+1414\lambda^2+792\lambda+160}{135\lambda^3+276\lambda^2+172\lambda+32}, \text{ etc.}$$

Quant à la fraction continue, on sait que

$$p_n = 2n+\lambda-2, \quad q_n = n\,(n+\lambda-1),$$

$$\omega_n(x) = (-1)^n\, x^{-\lambda+1}\, e^x\, \frac{d^n}{dx^n}\, e^{-x}\, x^{n+\lambda-1}.$$

L'expression

$$\lambda_n = \frac{n\,(n+\lambda-1)}{(z-2n-\lambda+2)\,(z-2n-\lambda)}$$

pour de très-grandes valeurs de n devient

$$\lambda_n = \frac{1}{4} + \frac{z}{4n} + \ldots$$

et tend vers la limite $\frac{1}{4}$ en augmentant lorsque $z < 0$. On trouve aussi cette dernière condition au moyen de l'inégalité finale du § 18, en y passant à la limite.

On a

$$\omega_n(0) = (-1)^n\, \lambda\,(\lambda+1)\ldots(\lambda+n-1);$$

on aura donc

$$\frac{q_1 q_2 \dots q_n}{\omega_n(0)^2} = \frac{1.2\dots n}{\lambda(\lambda+1)\dots(\lambda+n-1)} = \frac{\Gamma(\lambda)\,\Gamma(n+1)}{\Gamma(\lambda+n)};$$

la limite de cette fraction sera finie pour $\lambda = 1$ et zéro pour $\lambda > 1$; donc l'intégrale

$$\int_0^\infty e^{-x}\, x^{\lambda-1}\, \frac{dx}{z-x}, \quad \text{où} \quad \lambda \geqq 1,$$

se développe en fraction continue convergente pour toutes les valeurs de z à partie réelle négative.

§ 22. Soit enfin $a = 0$, $b = \infty$, $F(x) = -\frac{1}{\pi}\log(1 - e^{-2\pi x})$.

Admettant $c = 0$ dans la formule générale du § 8 on aura

$$C_k = -\frac{1}{\pi}\int_0^\infty \log(1 - e^{-2\pi x})\, x^k\, dx = 2\,\frac{k!}{(2\pi)^{k+2}}\, S_{k+2},$$

où l'on a désigné

$$S_k = \frac{1}{1^k} + \frac{1}{2^k} + \frac{1}{3^k} + \dots + \frac{1}{m^k} + \dots$$

Donc

$$-\frac{1}{2\pi}\int_0^\infty \log(1 - e^{-2\pi x})\,\frac{dx}{z-x}$$

$$= \frac{1}{(2\pi)^2}\frac{S_2}{z} + \frac{1}{(2\pi)^3}\frac{S_3}{z^2} + \dots + \frac{(m-1)!}{(2\pi)^{m+1}}\frac{S_{m+1}}{z^m} - \frac{1}{2\pi z^m}\int_0^\infty \log(1 - e^{-2\pi x})\, x^m\,\frac{dx}{z-x}$$

où l'on a, en supposant z réel négatif,

$$\frac{\frac{m!}{(2\pi)^{m+2}}S_{m+2}}{\frac{m+1}{2\pi}\frac{S_{m+3}}{S_{m+2}} - z} < -\frac{1}{2\pi}\int_0^\infty \log(1 - e^{-2\pi x})\, x^m\,\frac{dx}{z-x} < \frac{\frac{m!}{(2\pi)^{m+2}}S_{m+2}}{\frac{m}{2\pi}\frac{S_{m+2}}{S_{m+1}} - z}.$$

Remarquons maintenant que le rapport $\frac{S_{k+\alpha}}{S_k}$, où $\alpha > 0$, croit en même temps que k. En effet posant $l > 0$ on aura

$$\frac{S_{k+l+\alpha}}{S_{k+l}} - \frac{S_{k+\alpha}}{S_k} = \frac{\sum_1^\infty \frac{1}{m^{k+l+\alpha}}}{\sum_1^\infty \frac{1}{m^{k+l}}} - \frac{\sum_1^\infty \frac{1}{n^{k+\alpha}}}{\sum_1^\infty \frac{1}{n^k}},$$

où le second membre se reduit à une fraction à dénominateur positif $S_{k-l}.S_k$ et dont le numérateur est

$$\sum_1^\infty \sum_1^\infty \frac{1}{(nm)^k}\,\frac{1}{m^l}\left(\frac{1}{m^\alpha}-\frac{1}{n^\alpha}\right);$$

en y changeant m en n et réciproquement et prenant la demisomme de l'ancienne expression et de la nouvelle, on réduit ce numérateur à

$$\frac{1}{2}\sum_1^\infty \sum_1^\infty \frac{1}{(nm)^k}\left(\frac{1}{m^\alpha}-\frac{1}{n^\alpha}\right)\left(\frac{1}{m^l}-\frac{1}{n^l}\right),$$

ce qui est manifestement positif, *c.q.f.d.*

Rappelons ensuite que $\frac{S_{2k}}{(2\pi)^{2k}}$ s'exprime rationellement, par les nombres de Bernoulli, à savoir

$$\frac{S_{2k}}{(2\pi)^{2k}}=\frac{1}{2}\,\frac{B_{2k-1}}{(2k)!}.$$

En désignant

$$\frac{\pi^2\,S_{2k}}{S_{2k+2}}=\left(k+\frac{1}{2}\right)\left(k+1\right)\frac{B_{2k-1}}{B_{2k+1}}$$

par Ω_k, on aura

$$\Omega_1=15;\ \Omega_2=10{,}5;\ \Omega_3=10;\ \Omega_4=9{,}9;\ \Omega_5=9{,}87699;$$

$$\Omega_6=9{,}87143;\ \Omega_7=9{,}87006;\ \Omega_8=9{,}86972;$$

$$\Omega_9=9{,}86963;\ldots\Omega_\infty=\pi^2=9{,}86960\ldots$$

et en remarquant que

$$\frac{1}{\Omega_k}=\frac{S_{2k+2}}{\pi^2\,S_{2k}}=\frac{S_{2k+2}}{\pi S_{2k+1}}\cdot\frac{S_{2k+1}}{\pi S_{2k}},$$

on trouve les inégalités:

$$\frac{S_{2k+2}}{\pi S_{2k+1}}>\frac{1}{\sqrt{\Omega_k}},\qquad \frac{S_{2k+1}}{\pi S_{2k}}<\frac{1}{\sqrt{\Omega_k}}.$$

En vertu de ces résultats nous aurons pour l'intégrale de l'erreur les inégalités suivantes:

$$\frac{B_{2k+1}}{(2k+1)(2k+2)\left(\frac{k+\frac{1}{2}}{\sqrt{\Omega_{k+1}}}-z\right)}<-\frac{1}{\pi}\int_0^\infty \log\left(1-e^{-2\pi x}\right)x^{2k}\,\frac{dx}{z-x}<\frac{B_{2k+1}}{(2k+1)(2k+2)\left(\frac{k}{\sqrt{\Omega_k}}-z\right)}.$$

Ces limites ne diffèrent l'une de l'autre que par les facteurs du dénominateur qui contiennent z et la différence de ces facteurs est à peu près égale à $\frac{1}{2\pi}$.

Si l'on considère maintenant l'intégrale

$$-\frac{1}{\pi}\int_0^\infty \log\left(1-e^{-2\pi x}\right)\frac{v\,dx}{v^2+x^2},$$

qui représente, comme on sait,

$$\log\Gamma(v+1)-\frac{1}{2}\log 2\pi-\left(v+\frac{1}{2}\right)\log v+v,$$

on trouve pour elle la formule d'approximation, connue sous le nom de la formule de Stirling,

$$\frac{B_1}{1.2}v^{-1}-\frac{B_2}{3.4}v^{-3}+\ldots-(-1)^n\frac{B_{2n-1}}{(2n-1)2n}v^{-2n+1}+(-1)^n R_n,$$

où

$$\frac{B_{2n+1}}{(2n+1)(2n+2)}\,\frac{v^{-2n+1}}{v^2+\frac{(n+\frac{1}{2})(n+1)}{\Omega_{n+1}}}<R_n<\frac{B_{2n+1}}{(2n+1)(2n+2)}\,\frac{v^{-2n+1}}{v^2+\frac{(n-\frac{1}{2})n}{\Omega_n}}.$$

ERRATA.

Page 2, ligne 2 en remontant, *au lieu de*: polinome, *lire*: polynome.
Page 7, ligne 3 en remontant, *au lieu de*: que, *lire*: qui.